Karlsruhe Institute of Technology

Simulationen zu den Inbetriebnahmemessungen mit der kryogenen Pumpstrecke CPS des KATRIN Experiments

Simulations of commissioning measurements with the Cryogenic Pumping Section CPS at KATRIN experiment

Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Science (M. Sc.)

von

Carsten Röttele

An der Fakultät für Physik
am Institut für Experimentelle Kernphysik (IEKP)

Erstgutachter:	Prof. Dr. Guido Drexlin
Zweitgutachter:	Prof. Dr. Ulrich Husemann
Betreuender Mitarbeiter:	Dr. Markus Steidl

Bearbeitungszeit: 15. April 2015 - 14. April 2016

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Arbeit selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Abänderungen entnommen wurde.

Karlsruhe, 14.04.2016

. . . . . .

(**Carsten Röttele**)

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung **1**

2. Neutrinophysik **3**
2.1. Die frühe Entwicklung der Neutrinophysik . . . 3
2.2. Neutrinos im Standardmodell der Teilchenphysik . . . 4
2.3. Grundlagen der Neutrinooszillationen . . . 6
2.4. Experimentelle Bestimmung der Neutrinomasse . . . 10
2.4.1. Modellabhängige Messungen . . . 11
2.4.2. Modellunabhängige Messungen . . . 13

3. Das KATRIN-Experiment **17**
3.1. Das KATRIN-Messprinzip . . . 17
3.1.1. Das MAC-E-Filter Prinzip . . . 17
3.2. Die experimentellen Komponenten . . . 20
3.2.1. Rear-Sektion . . . 21
3.2.2. WGTS . . . 21
3.2.3. Transportsystem . . . 22
3.2.3.1. DPS . . . 22
3.2.3.2. CPS . . . 23
3.2.4. Spektrometer- und Detektor-Sektion . . . 24
3.2.4.1. Vorspektrometer . . . 24
3.2.4.2. Hauptspektrometer . . . 24
3.2.4.3. Monitorspektrometer . . . 25
3.2.4.4. Detektor . . . 25

4. Vergleich der Magnetfeldsimulationen von COMSOL und KASSIOPEIA **27**
4.1. Verwendete Simulationsprogramme . . . 27
4.1.1. KASSIOPEIA . . . 27
4.1.2. COMSOL . . . 28
4.2. Auswertung der COMSOL Ergebnisse . . . 32
4.3. Zusammenfassung . . . 35

5. Berechnung der Strahlführung in der CPS mit KASSIOPEIA Simulationen **37**
5.1. Geometrische Positionen der CPS-Beamtube und Magnetspulen . . . 37
5.2. Flussschlauch Simulation durch die DPS und CPS . . . 39
5.2.1. Strahlführung in der geplanten CPS-Geometrie . . . 39
5.2.2. Strahlführung in der realen CPS-Geometrie . . . 40
5.3. Getter-Pumpe der CPS . . . 46
5.3.1. Optimierung der Geometrie . . . 46
5.3.2. Einbau in die Beamtube 7 . . . 49
5.4. Zusammenfassung . . . 50

6. Simulation von Magnetabschirmungen für Vakuumpumpen **51**
6.1. Turbomolekularpumpen und der Einfluss von Magnetfeldfeldern 51
6.1.1. Funktionsprinzip von Turbomolekularpumpen 51
6.1.2. Temperaturbeeinflussung von Turbomolekularpumpen 54
6.2. Streufelder an den Vakuumpumpen 57
6.2.1. Mögliche Betriebszustände 57
6.2.1.1. Normalbetrieb 57
6.2.1.2. Quench eines Magneten 57
6.2.1.3. Teilweiser Magnetbetrieb 58
6.2.2. Ergebnisse der COMSOL-Simulation 58
6.2.2.1. Vakuumpumpen an der Transferleitung 58
6.2.2.2. Vakuumpumpen an der CPS 60
6.3. Zusammenfassung 70

7. Leitwert Messung der Argon-Kapillaren in der CPS **71**
7.1. Theorie 71
7.1.1. Strömungsleitwert 71
7.1.2. Argon-Kapillaren der CPS 72
7.2. Experimentelle Messung 73
7.2.1. Experimenteller Aufbau 73
7.2.2. Auswertung der Messergebnisse 73
7.3. Zusammenfassung 77

8. Zusammenfassung und Ausblick **79**

Anhang **81**
A. C++ Code zur Berechnung des Fehlers der COMSOL Simulation 82
B. C++ Code zur Berechnung des minimalen Abstands 84
C. Datenblatt *HiPace 300* 87
D. Fließbild Transferleitung 89
E. Datenblatt DI2000 90

Abkürzungsverzeichnis **91**

Abbildungsverzeichnis **93**

Tabellenverzeichnis **95**

Literaturverzeichnis **97**

Danksagung **103**

1. Einleitung

Mit der Postulierung des Neutrinos im Jahre 1930 [1] hat Wolfgang Pauli ein neues Teilchen erschaffen, von dem bis heute viele Eigenschaften, trotz großer experimenteller Durchbrüche, noch nicht nachgewiesen werden konnten. Mittlerweile konnte die Existenz von drei Neutrino-Generationen (Elektron-, Myon- und Tauon-Neutrino) bei verschiedenen Experimenten gemessen werden [2], [3], [4]. Im Standardmodell der Teilchenphysik sind die Neutrinos masselos, jedoch wurde durch den Nachweis der Neutrinooszillationen der Beweis für das Vorhandensein einer Masse erbracht [5], [6]. Dieser wichtige Meilenstein in der Neutrinophysik wurde im Jahr 2015 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet. Die Massen der Neutrino-Flavour konnten noch nicht experimentell bestimmt werden, es existieren bisher lediglich Obergrenzen. Die beste Sensitivität konnte mit Experimenten, die den β^--Zerfall von Tritium untersuchen, erreicht werden [7].

Das KArlsruher TRItium Neutrino (KATRIN) Experiment plant die direkte Messung der Masse des Elektron-Antineutrinos mit einer bisher unerreichten Sensitivität von 200 meV (bei 90% C.L.). Um dieses Ziel zu erreichen, wird spektroskopisch das Energie-Spektrum des Tritium β^--Zerfalls untersucht, anhand dessen das Neutrino-Massenquadrat modellunabhängig als Fit-Parameter bestimmt werden kann. KATRIN benutzt dafür eine fensterlose Quelle, in die gasförmiges Tritium injiziert wird und dort zerfällt. Die Zerfallselektronen werden adiabatisch durch die Transport-Sektion in die Spektrometer-Sektion geführt. Damit in den Spektrometern keine Untergrundereignisse induziert werden, muss in der Transport-Sektion der Tritiumfluss um mindestens 14 Größenordnungen reduziert werden. Anschließend kann durch die MAC-E-Filter Methode dafür gesorgt werden, dass ausschließlich die Elektronen am Detektor gezählt werden, die eine Information für die Neutrino-Massenbestimmung tragen.

Der letzte Teil der Transportstrecke ist die kryogene Pumpstrecke (cryogenic pumping section, CPS), die für eine Reduzierung des Tritiumflusses um mindestens sieben Größenordnungen sorgt. Außerdem muss sie den adiabatischen Transport des 191 Tcm^2 Flussschlauches zur Spektrometer-Sektion gewährleisten. Die vorliegende Arbeit befasst sich vorwiegend mit Simulationen, die für die spätere Inbetriebnahme der CPS von Bedeutung sind. Ein wichtiger Bestandteil ist die Berechnung der Magnetfelder, die für das Führen der Elektronen durch die CPS verantwortlich sind. Sind die Magnetspulen oder die Strahlröhren nicht genau axial ausgerichtet, so können Kollisionen des Flussschlauches mit der Wand entstehen. Zusätzlich können die Magnetfelder die Funktionalität von Komponenten beeinflussen, die sich außerhalb des CPS-Kryostaten befinden. Diese Risiken müssen analysiert

und gegebenenfalls Maßnahmen getroffen werden, die den Betrieb unter den Streufeldern gewährleisten. Um die Reduktion des Tritiumflusses sicherzustellen, wird in der CPS eine Argon-Frostschicht generiert, die für ein Ultrahochvakuum in den Strahlröhren sorgt. Für die Präparation dieser Frostschicht sind Argon-Kapillaren von essentieller Bedeutung, da diese dafür sorgen, dass die Schicht homogen in den Strahlrohr-Wänden verteilt ist. Für eine effiziente und hochqualitative Ar-Frost Präparation ist die Einlass-Dauer ein entscheidender Parameter. Diese ist primär eine Frage des Leitwerts der Kapillaren. In dieser Arbeit werden die Strömungsleitwerte experimentell bestimmt.

Im darauffolgenden Kapitel 2 wird zuerst eine kurze Einführung in die Neutrinophysik gegeben. Dabei wird ein Überblick auf die historische Entdeckung der Neutrino-Generationen sowie die Einordnung in das Standardmodell der Teilchenphysik gegeben und anschließend das Prinzip der Neutrinooszillationen und der experimentellen Messung der Masse erläutert. In Kapitel 3 wird die Messmethode und der experimentelle Aufbau von KATRIN erklärt. Mithilfe der Programme KASSIOPEIA und COMSOL wird die Simulation von Magnetfeldern des KATRIN Experimentes in Kapitel 4 verglichen. Kapitel 5 gibt einen Überblick über die Simulation der Strahlführung durch die CPS. Dazu wird die Geometrie der CPS diskutiert und der Einfluss auf den Flussschlauch berechnet. Im nächsten Kapitel 6 werden mit COMSOL die Streufelder an verschiedenen Turbomolekularpumpen untersucht, um falls notwendig die Wirkung einer magnetischen Abschirmung zu testen. Das vorletzte Kapitel 7 beschäftigt sich mit der Messung des Strömungsleitwerts der in die CPS eingebauten Argon-Kapillaren. Zum Schluss werden in Kapitel 8 die bearbeiteten Themen zusammengefasst und ein kurzer Ausblick auf die nächsten in der CPS zu erreichenden Meilensteine gegeben.

2. Neutrinophysik

Nicht zuletzt die Entscheidung zur Vergabe des Physik-Nobelpreises im Jahre 2015 hat gezeigt, dass die Forschung in Zusammenhang mit Neutrinos ein wichtiges Fachgebiet der fundamentalen Physik ist, in dem aber auch nach der Nobelpreis-Ehrung weiterhin viele Fragen offen sind. Neutrino-Eigenschaften sind sowohl für die Teilchen-, als auch die Astroteilchenphysik und die Kosmologie wichtige Parameter. Durch den Nachweis der Neutrino-Oszillationen wurde bewiesen, dass die Neutrinos massiv sind. Dennoch ist eine exakte Massenmessung bisher nicht möglich gewesen. Die Gründe sind ihre sehr kleinen Wirkungsquerschnitte und die sehr leichten Massen. Auch andere physikalische Fragen wie z. B. die mögliche Majorana-Natur oder die Mechanismen der Generierung der Masse sind noch nicht geklärt.

In diesem Kapitel wird ein kurzer Einblick in die Neutrinophysik gegeben. Dazu wird in 2.1 mit der Geschichte der Neutrinos begonnen. Danach wird der Zusammenhang mit dem Standardmodell der Teilchenphysik hergestellt (in 2.2) und die Neutrinooszillationen werden erklärt (in 2.3). Abschließend werden in 2.4 die experimentellen Möglichkeiten zur Massenbestimmung erläutert.

2.1. Die frühe Entwicklung der Neutrinophysik

Bei der physikalischen Beschreibung des Betazerfalls postulierte Wolfgang Pauli im Jahre 1930 ein neues Teilchen mit einem halbzahligem Spin, damit das gemessene Energiespektrum des Beta-Elektrons erklärt werden konnte. Mit der damaligen Annahme, dass neben dem Tochterkern nur ein Elektron beim Zerfall entsteht, konnte die gemessene Kurve nicht erläutert werden. In diesem Fall hätte bei der Detektion des Elektrons eine monoenergetische Linie, wie beim α- oder γ-Zerfall, gesehen werden müssen. Pauli gab dem neutralen Teilchen, das zu dieser Zeit noch nicht detektiert werden konnte, den Namen Neutron. Zwei Jahre später wurde dieses Teilchen von Enrico Fermi mit dem heute üblichen Ausdruck Neutrino bezeichnet. Mit dem Neutrino konnte nun der Beta-Zerfall richtig beschrieben werden

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow \ {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + e^- + \bar{\nu}_e \ . \tag{2.1} $$

Dieser Zerfall wird in der schwachen Wechselwirkung eingegliedert und hat einen kleinen Wechselwirkungsquerschnitt im Bereich von $\sigma < 10^{-44}\,\mathrm{cm}^2$.

Für den ersten experimentellen Nachweis eines Neutrinos wurde der inverse Betazerfall benutzt

$$ \bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+ \ . \tag{2.2} $$

Um das Signal einwandfrei zu detektieren, wurde ein Wassertank mit einem Volumen von 200 ℓ [2] benutzt. Das Messprinzip bestand darin, dass das bei der Reaktion frei werdende Positron mit einem Elektron im Tank annihiliert und das Neutron von einem Cadmium-Kern eingefangen wird. Durch die Annihilation werden zwei Photonen mit jeweils 511 keV frei und durch den nun angeregten Cadmium-Kern wird ein weiteres Gamma ausgesendet. Wenn die Koinzidenz der beiden Signale betrachtet wird, kann eindeutig auf einen Vorgang des inversen Betazerfalls zurück geschlossen werden.

Die zweite Neutrinogeneration wurde im Jahr 1962 von L. Lederman, M. Schwartz und J. Steinberger am Brookhaven National Labor entdeckt. Durch das Beschießen eines Beryllium Ziels mit hochenergetischen Protonen wurden Pionen erzeugt, die zerfielen:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu \quad \text{und} \quad \pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \ . \tag{2.3}$$

Mit einem 13,5 m dicken Eisenschild wurden alle beim Beschuss entstehenden Teilchen bis auf die Neutrinos absorbiert, sodass nur diese im dahinter liegenden Detektor eine Reaktion durchführen konnten [3]. Da im Detektor nur Myonen und keine Elektronen nachgewiesen wurden, war der Beweis für eine neue zweite Neutrinogeneration erbracht.

Die letzte bis heute bekannte Neutrinogeneration ν_τ wurde im Jahr 2000 von der DONUT-Kollaboration bestätigt. Das Messprinzip ähnelte dem Nachweis des Myon-Neutrinos. Ein Protonenstrahl vom Fermilab wurde auf ein Wolfram-Ziel geschossen. Dabei entstanden unter anderem D_S Mesonen. Über deren Zerfallskanal

$$D_S^\pm \to \tau^\pm \overset{(-)}{\nu_\tau} \tag{2.4}$$

wurden durch ein Eisenschild und Bleiwände alle Teilchen bis auf die Neutrinos abgeschirmt. Im Detektor entstanden Taus, die über ihren typischen Knick in der Zerfallsspur identifizierbar sind (siehe Abb. 2.1) [4].

Die Anzahl der Neutrinogenerationen, die schwach wechselwirken, wurde schon im Jahre 1989 mithilfe des Z_0-Zerfalls gemessen. Dabei wurden Elektronen und Positronen bei der Z_0-Resonanz zur Kollision gebracht und die Zerfallsprodukte betrachtet. Das Z_0-Boson kann nur in ein Quark-Antiquark-Paar oder Lepton-Antilepton-Paar zerfallen, deren doppelte Masse kleiner als 91,2 GeV [7] ist. Bis auf die Neutrino-Zerfälle sind alle Zerfallsprodukte im Detektor nachweisbar. Durch den Vergleich der theoretischen Zerfallsbreite mit der gemessenen, konnte die Anzahl der Neutrinogenerationen auf

$$N_\nu = 3{,}27 \pm 0{,}30 \tag{2.5}$$

bestimmt werden [8]. Die aktuellsten Resultate sind vom LEP und SLC, die einen Wert von

$$N_\nu = 2{,}9840 \pm 0{,}0082 \tag{2.6}$$

publizierten [7]. Dieses Ergebnis stimmt sehr gut mit den drei gemessenen Neutrinos überein.

2.2. Neutrinos im Standardmodell der Teilchenphysik

Das Standardmodell der Teilchenphysik beinhaltet die drei Neutrinogenerationen mit ihren leptonischen Partnern, die drei Quarkfamilien, die Austauschteilchen der verschiedenen Wechselwirkungen und das Higgs-Boson. Die Leptonen und Quarks sind Spin-$^1/_2$-Teilchen und somit Fermionen, während die Austauschteilchen und das Higgs-Teilchen bosonisch sind. Die Quarks sind die einzigen Elementarteilchen, die sowohl stark, elektromagnetisch und schwach wechselwirken können. Die geladenen Leptonen e, μ und τ unterliegen

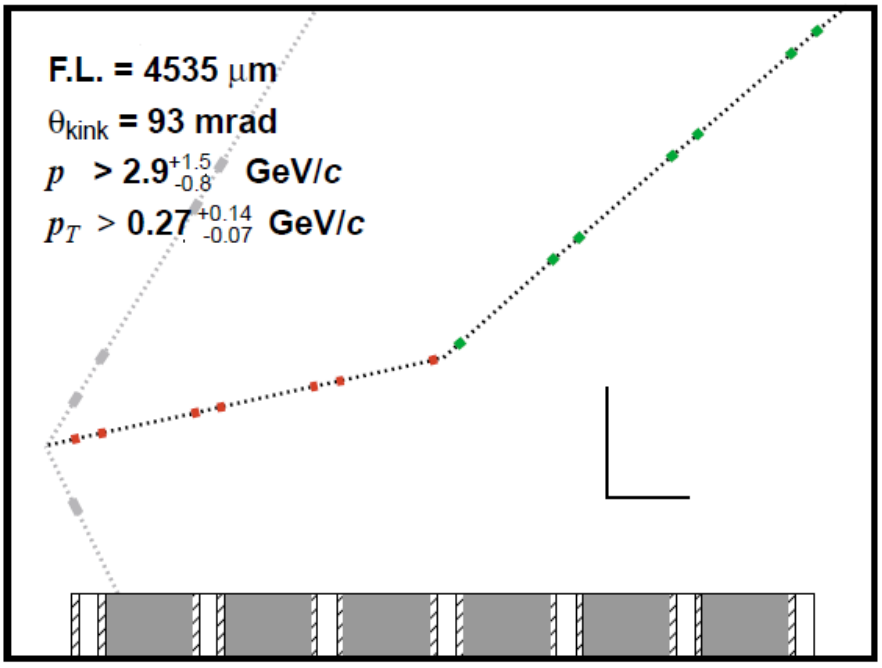


Abbildung 2.1.: Messsignal des DONUT-Experimentes. Eines von vier gemessenen Tau-Neutrino Ereignissen. Die Maßskala ist durch die orthogonale Legende gegeben; die horizontale Linie entspricht 1 mm und die vertikale 0,1 mm. Unten ist das verwendete Detektormaterial zu sehen: Emulsion (gestreift), Plastik (weiß) und Stahl (grau). Der Winkel des charakteristischen Knicks ist 93 mrad groß [4].

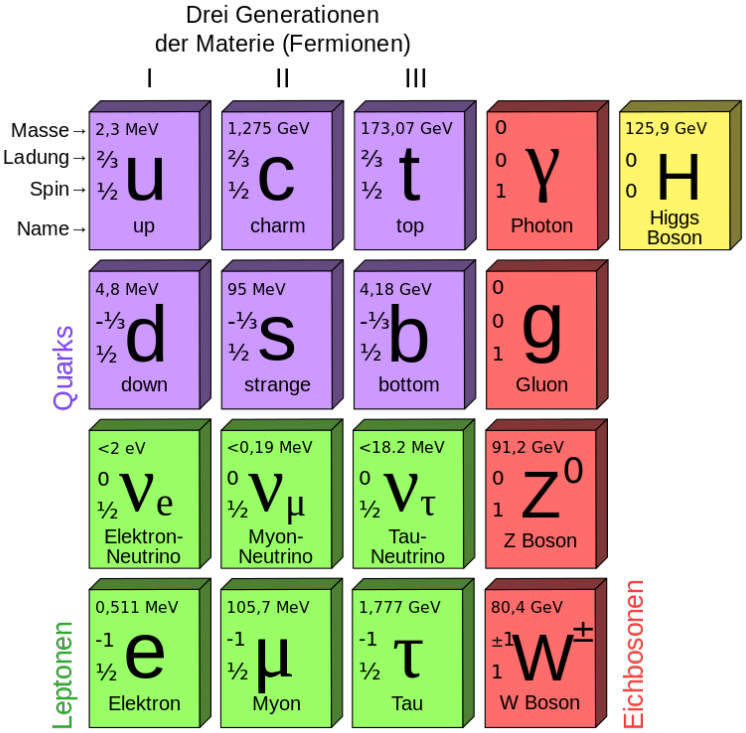


Abbildung 2.2.: Elementarteilchen des Standardmodells. Auf der linken Seite sind die zwölf Fermionen (S=½), nach ihrer jeweiligen Generation aufgeteilt, zu sehen. Die Quarks sind violett eingefärbt, die Leptonen grün. Auf der rechten Seite sind in rot die Austauschteilchen der Wechselwirkungen dargestellt, für die S=1 gilt. Das Higgs-Boson (S=0) ist gelb untermalt. Für jedes Teilchen sind die Masse, die Ladung und der Spin angegeben [9].

der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung, indes die Neutrinos einzig der schwachen. Das Gluon ist das Eichboson der starken Wechselwirkung, die durch eine SU(3)-Symmetrie in der Quantenchromodynamik beschrieben wird. Es gibt acht durch die Farbladung verschiedene Gluonen, die alle masselos und elektrisch neutral sind. Das Photon ist der Vermittler der elektromagnetischen Wechselwirkung (U(1)-Symmetrie beschrieben durch die Quantenelektrodynamik), das einen Spin von eins hat und masselos ist. Die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung sind die $W^{\pm}$-Bosonen und das Z^0-Boson. Sie sind die einzigen Austauschteilchen mit Masse, die sie durch die spontane Symmetriebrechung im Higgs-Mechanismus der elektroschwachen Vereinheitlichung (SU(2) $\otimes$ U(1)) erhalten.

Die Messung der Helizität $h_\nu = -1{,}0 \pm 0{,}3$ [10] der Neutrinos im Jahr 1958 zeigte, dass sie die Parität maximal verletzen. Daraus wurde geschlossen, dass Neutrinos nur linkshändig ($h_\nu = -1$) und Anti-Neutrinos ausschließlich rechtshändig ($h_{\bar{\nu}} = +1$) sind. Mit dieser Erkenntnis sollten Neutrinos im Standardmodell keine Masse besitzen, da massive Teilchen sowohl links- als auch rechtshändig sein können.

2.3. Grundlagen der Neutrinooszillationen

Nicht erst der Gewinn des Nobelpreises im Jahr 2015, hat die Bedeutung der Neutrinooszillationen in der heutigen Physik verdeutlicht. Durch die Messung dieser Oszillationen wurde das erste Mal bewiesen, dass Neutrinos massebehaftet sind. In diesem Abschnitt wird auf die zeitliche Entwicklung der Oszillation-Experimente sowie die Theorie eingegangen.

Den ersten Hinweis im Gebiet der Neutrinooszillationen lieferte das Homestake-Experiment, das im Jahr 1970 gestartet ist. Das Ziel des Experiments war es den im Jahr 1964 von John Bahcall vorhergesagten Fluss der solaren Neutrinos [11] zu bestätigen. Das radiochemische Experiment benutzte einen Tank mit 615 t flüssigem C_2Cl_4 und verwendete den inversen Beta-Zerfall von Chlor

$$\nu_\mathrm{e} + {}^{37}\mathrm{Cl} \longrightarrow {}^{37}\mathrm{Ar} + e^- \ , \tag{2.7}$$

um die Neutrinos nachzuweisen. Durch das Spülen des Tanks mit flüssigem Helium konnte ein Teil des entstandenen Argon extrahiert und anschließend über die Rückreaktion die Anzahl der Argon Atome gezählt werden. Dabei konnten nur etwa ein Drittel der erwarteten Reaktionen nachgewiesen werden [12].

Erst im Jahr 2001 konnte das Sudbury Neutrino Observatory (SNO)-Experiment eindeutig die Frage nach den nicht detektierten Elektronneutrinos klären. Dazu wurde schweres Wasser (D_2O) mit einer Masse von 1000 t verwendet. Der Vorteil von SNO war, dass nicht nur der Nachweis des geladenen Stroms wie beim Homestake Experiment möglich war, sondern auch der neutrale Strom detektiert werden konnte. Außerdem bestand die Möglichkeit, die Streuung von Neutrinos mit Elektronen nachzuweisen:

$$\begin{aligned} \nu_\mathrm{e} + \mathrm{D} &\longrightarrow p + p + e^- \\ \nu_x + \mathrm{D} &\longrightarrow p + n + \nu_x \\ \nu_x + e^- &\longrightarrow \nu_x + e^- \ . \end{aligned} \tag{2.8}$$

Ein weiterer Vorteil gegenüber des Homestake Experimentes oder anderen vergleichbaren radio-chemischen solaren Experimenten war, dass diese Messung nicht durch das Extrahieren des Argons unterbrochen werden musste, sondern über die ganze Zeit Daten aufnehmen konnte. Die drei Reaktionspfade aus Gl. **??** wurden in unterschiedlichen Messzyklen untersucht. Der Nachweis des geladenen Stroms bestätigte das Ergebnis des Homestake Experimentes, dass weniger als die Hälfte der erwarteten Elektron-Neutrinos auf der Erde ankommen. Wird der Fluss aller drei Neutrino-Flavours zusammen betrachtet, kann der berechnete Fluss der solaren Neutrinos bestätigt werden [13].

Neben dem SNO-Experiment lieferte das Super-Kamiokande Experiment einen wichtigen Beitrag zum Nachweis der Neutrino-Oszillationen. Die Neutrino-Quelle für Super-Kamiokande waren atmosphärische Neutrinos, die über den Pion-Zerfall in den Luftschauern von hoch energetischen kosmischen Teilchen entstehen. Mit einem 50000 t schweren Cherenkov-Wasser-Detektor konnten sowohl die Elektron- als auch die Myon-Neutrinos nachgewiesen werden. Diese erzeugen über den geladenen Strom ein Elektron bzw. ein Myon, welche anhand ihrer charakteristischen Cherenkov-Ringe unterschieden werden können. Die Analyse der Messdaten zeigte, dass abhängig vom Zenitwinkel ein Myon-Neutrino Defizit vorhanden ist. Dieses Defizit kann als Folge der Oszillation der Myon-Neutrinos in Tau-Neutrinos gedeutet werden [5]. Wie bereits am Anfang dieses Kapitels erwähnt, wurde im Jahr 2015 der Physik Nobelpreis zusammen für das SNO- und das Super-Kamiokande-Experiment verliehen.

Theorie der Neutrino-Oszillationen

Im Jahr 1957 wurde von B. Pontecorvo das erste theoretische Konzept zur Beschreibung von Neutrino-Oszillationen veröffentlicht [14], [15]. Dieses Modell unterschied sich von dem heutigen, da darin die Oszillation von Neutrinos zu Anti-Neutrinos beschrieben wurde. In den 60-er Jahren wurde das Konzept erweitert und beinhaltete fortan die heute gültige Theorie von Flavor- $|\nu_\alpha\rangle$ (α =e,μ,τ) und Massenzuständen $|\nu_i\rangle$ ($i = 1, 2, 3$) [16], [17]. Äquivalent zu der aus dem Quarksektor bekannten CKM-Matrix, sind die Flavor-Zustände aus der schwachen Wechselwirkung durch eine unitäre Mischungsmatrix mit den Massenzuständen verbunden:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}\nu_i \quad \text{und} \quad |\nu_i\rangle = \sum_\alpha U^*_{i\alpha}\nu_\alpha \ . \tag{2.9}$$

Im Allgemeinen ist U eine n×n-Matrix, werden ausschließlich die drei bekannten Neutrino-Generationen betrachtet, kann n=3 gesetzt werden. Dies entspricht der PMNS-Matrix und sie hat folgende Einträge

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

mit $s_{jk} = \sin(\theta_{jk})$ und $c_{jk} = \cos(\theta_{jk})$ $\left(\theta_{j,k} = \left[0, \frac{\pi}{2}\right]\right)$. Dabei sind die drei Mischungswinkel $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$ sowie die drei Phasenwinkel $\delta, \alpha_1, \alpha_2$ zur Beschreibung der CP-Verletzung die einzigen freien Parameter, die durch experimentelle Messungen bestimmt werden müssen. α_1 und α_2 sind nur ungleich null, wenn Neutrinos Majorana-Natur besitzen, d. h. ein Neutrino müsste identisch zu seinem Anti-Teilchen sein. So bleiben für Dirac-Teilchen, unter der Berücksichtigung der Massen der Massen-Eigenzuständen, sieben freie Parameter übrig. Im Falle, dass zusätzlich zu den drei entdeckten Neutrino-Generationen ein steriles Neutrino existiert, wird aus der PMNS-Matrix eine 4×4-Matrix. Sterile Neutrinos haben die Eigenschaft, dass sie nicht an die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung koppeln. Mit n Neutrino-Generationen und n Masseneigenzuständen ist eine n×n-Matrix notwendig, mit n·(n-1)/2 Mischungswinkeln und Phasen für die CP-Verletzung.

Mit der in Gl. 2.10 beschriebenen Mischungsmatrix kann die zeitliche Entwicklung der Massen- und Flavoureigenzustände beschrieben werden. Diese folgt über die Schrödinger-

Gleichung:

$$\mathcal{H}\,|\nu_i(x,t)\rangle = \mathrm{i}\hbar \cdot \frac{\partial}{\partial t}\,|\nu_i(x,t)\rangle \ . \tag{2.11}$$

Wenn der Hamilton-Operator $\mathcal{H}$ zeitunabhängig ist, ergibt sich eine ebene Welle als Lösung (es wird der eindimensionale Fall betrachtet):

$$|\nu_i(x,t)\rangle = \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\cdot(E_i t - p_i x)}\,|\nu_i\rangle \ . \tag{2.12}$$

Damit kann die zeitliche Entwicklung eines Flavour-Zustands, der zum Zeitpunkt $t = 0$ und am Ort $x = 0$ entstand, charakterisiert werden:

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(x,t)\rangle &\overset{(2.9)}{=} \sum_i U_{\alpha i}\,|\nu_i(x,t)\rangle \\ &\overset{(2.12)}{=} \sum_i U_{\alpha i}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\cdot(E_i t - p_i x)}\,|\nu_i\rangle \\ &\overset{(2.9)}{=} \sum_{i,\beta} U_{\alpha i}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\cdot(E_i t - p_i x)} U^*_{i\beta}\,|\nu_\beta\rangle \ . \end{aligned} \tag{2.13}$$

Mit diesen Informationen kann die Wahrscheinlichkeit für die Detektion eines Neutrinos $|\nu_\beta\rangle$ berechnet werden, das am Ort $x = 0$ und zur Zeit $t = 0$ im Zustand $|\nu_\alpha\rangle$ entstand:

$$\mathcal{P}(\nu_\alpha \to \nu_\beta)(x,t) = |\langle\nu_\beta|\nu_\alpha(x,t)\rangle|^2 = \sum_{i,j} U_{\alpha i}U^*_{j\alpha}U^*_{i\beta}U_{\beta j}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\cdot(E_i t - p_i x)}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\cdot(E_j t - p_j x)} \ . \tag{2.14}$$

Unter Verwendung der Energie-Impuls-Relation und dass die beobachtbaren Neutrinos immer relativistisch sind, kann der Ausdruck für die die Energie umgeschrieben werden:

$$E_i = \sqrt{m_i^2c^4 + p_i^2c^2} = p_i c \cdot \sqrt{1 + \frac{m_i^2c^2}{p_i^2}} \overset{(p_i \gg m_i)}{\simeq} p_i c \cdot (1 + \frac{m_i^2c^2}{2p_i^2}) \overset{(p_i c \approx E)}{\simeq} E + \frac{m_i^2c^4}{2E} \ . \tag{2.15}$$

Wird weiterhin benutzt, dass Neutrinos sich mit einer Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit fortbewegen, kann für eine zurückgelegte Strecke

$$x = L = v \cdot t \simeq c \cdot t \tag{2.16}$$

verwendet werden. Dadurch kann die Energie-Impuls-Beziehung im Exponenten der Wellenfunktion weiter vereinfacht werden:

$$E_i t - p_i c \overset{(2.15),(2.16)}{=} (E + \frac{m_i^2c^4}{2E}) \cdot t - p_i \cdot L \overset{(2.16)}{=} (E + \frac{m_i^2c^4}{2E}) \cdot \frac{L}{c} - \frac{E}{c} \cdot L = \frac{m_i^2c^3L}{2E} \ . \tag{2.17}$$

Diese Relation kann für die Gl. 2.14 verwendet werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_\alpha \to \nu_\beta)(x,t) = \mathcal{P}(\nu_\alpha \to \nu_\beta)(L,E) &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}U^*_{j\alpha}U^*_{i\beta}U_{\beta j}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\cdot\frac{\Delta m_{ij}^2c^3}{2}\cdot\frac{L}{E}} \\ &= \sum_i \left|U_{\alpha i}U^*_{i\beta}\right|^2 + 2\,\mathrm{Re}\sum_{j>i} U_{\alpha i}U^*_{j\alpha}U^*_{i\beta}U_{\beta j}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\cdot\frac{\Delta m_{ij}^2c^3}{2}\cdot\frac{L}{E}} \ , \end{aligned} \tag{2.18}$$

mit $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$. Der erste Term von Gl. 2.18 gibt die durchschnittliche Übergangswahrscheinlichkeit an, während der zweite die Raum- und Zeit-Abhängigkeit beinhaltet. Die Parameter der Oszillation werden durch Δm_{ij}^2, L und E festgelegt. Eine Massen-Oszillation

Tabelle 2.1.: Aktuelle Werte für die Parameter der Neutrino-Oszillationen. Die Werte wurden mit verschiedenen Experimenten berechnet [7]. Für die Resultate von $\sin^2(2\theta_{23})$ und $|\Delta m^2_{32}|$ wurde die normale Massenhierarchie benutzt. Die Ergebnisse für die CP-Phasenwinkel sind nicht aufgelistet.

Parameter	Wert	Neutrino-Quelle
$\sin^2(2\theta_{12})$	$0{,}846^{+0{,}021}_{-0{,}021}$	Sonne, Reaktor, Beschleuniger
Δm^2_{12}	$(7{,}53 \pm 0{,}18) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{eV}^2/\mathrm{c}^4$	Sonne, Reaktor, Beschleuniger
$\sin^2(2\theta_{23})$	$0{,}999^{+0{,}001}_{-0{,}018}$	Atmosphäre, Beschleuniger
$\lvert\Delta m^2_{32}\rvert$	$(2{,}42 \pm 0{,}06) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{eV}^2/\mathrm{c}^4$	Atmosphäre, Beschleuniger
$\sin^2(2\theta_{13})$	$0{,}085 \pm 0{,}005$	Reaktor

kann nur stattfinden, wenn mindestens das Massenquadrat ungleich null ist, gleichzeitig kann bei einem Oszillations-Experiment nichts über die absolute Masse ausgesagt werden.

Bei der Untersuchung von Neutrino-Oszillationen können zwei Kanäle zur Analyse verwendet werden. Gleichung 2.18 gibt die Wahrscheinlichkeit für den „Appearance“-Kanal an. Wird der „Disppearance“-Kanal untersucht, gilt für die Wahrscheinlichkeit den ursprünglichen Flavor wiederzufinden:

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\alpha) = 1 - \sum_{\beta\alpha} P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) \ . \tag{2.19}$$

Wenn die Übergangswahrscheinlichkeit von zwei Flavor-Eigenzuständen betrachtet wird, vereinfacht sich Gl. 2.18 zu:

$$\mathcal{P}(\nu_\alpha \to \nu_\beta)(L, E) = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\Delta m^2 c^3}{4\hbar}\frac{L}{E}\right) \ , \tag{2.20}$$

mit θ als Mischungswinkel der Mischungsmatrix:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} . \tag{2.21}$$

Bei der Planung eines Experimentes spielt die Messstrecke eine wichtige Rolle. Deshalb wird eine charakteristische Oszillationslänge eingeführt, die für die Sensitivität des Experimentes wichtig ist:

$$L_{\mathrm{osz}} = \frac{4\pi\hbar E}{\Delta m^2 c^3} \ . \tag{2.22}$$

Mit dieser Länge können drei Fälle untersucht werden:

- $L \ll L_{\mathrm{osz}}$: Wegen dem kleinen Abstand von der Detektion zur Quelle sind die Neutrinos noch nicht oszilliert und es kann kein Oszillations-Signal gemessen werden.
- $L \approx L_{\mathrm{osz}}$: Maximale Sensitivität für ein Oszillations-Signal.
- $L \gg L_{\mathrm{osz}}$: Es kann nur noch die durchschnittliche Übergangswahrscheinlichkeit detektiert werden, da zu viele Oszillationen stattgefunden haben.

Experimentelle Ergebnisse

Die aktuellen Ergebnisse der Neutrino-Oszillations Experimente sind in Tab. 2.1 aufgelistet.

Aus den Experimenten mit solaren Neutrinos (im MeV-Energiebereich) wurden die ersten Werte für θ_{12} und Δm^2_{12} mit Cherenkov-Detektoren gemessen. Die Massenquadratsdifferenz

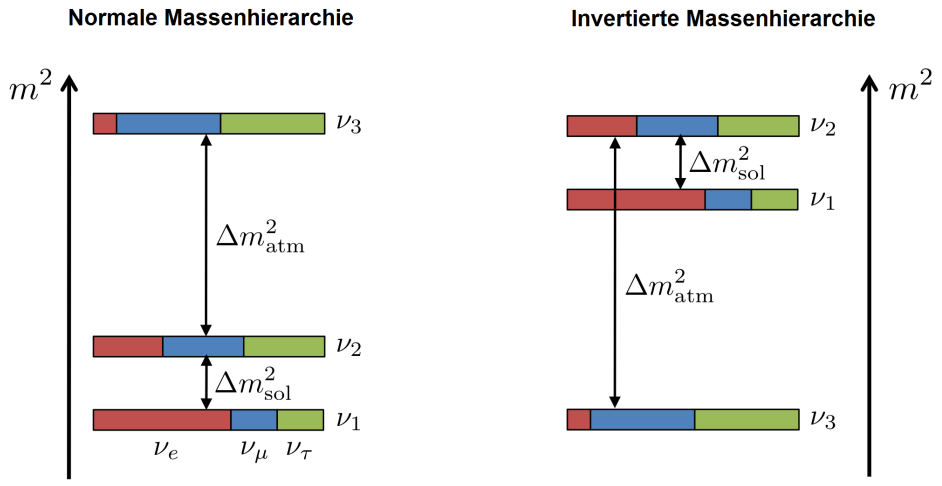


Abbildung 2.3.: Neutrinomassen mit normaler und invertierter Hierarchie. Auf der linken Seite sind die Massen-Eigenzustände für eine normale Hierarchie gezeigt, auf der rechten für eine invertierte. In roter (ν_e), blauer (ν_μ) und grüner (ν_τ) Farbe sind die jeweiligen Anteile der Flavor-Zustände eingezeichnet. Die Abbildung basiert auf [18].

ist im $10^{-5}\,\mathrm{eV}^2/\mathrm{c}^4$-Bereich, θ_{12} ist mit etwa 33° relativ groß. Damit liegen die Massen vom ersten und zweiten Massen-Eigenzustand nahe beieinander. Bei den aktuellen Werten aus Tab. 2.1 wurden diese mithilfe von Reaktor- und Beschleuniger-Experimenten verfeinert.

Für die Messung von θ_{23} und $\left|\Delta m^2_{32}\right|$ wurden hauptsächlich atmosphärische Neutrinos (im GeV-Energiebereich) als Quelle genommen. Mit etwa 44° ist θ_{23} fast maximal und der größte aller drei Mischungswinkel. Auch die Massenquadratsdifferenz ($10^{-3}\,\mathrm{eV}^2/\mathrm{c}^4$) ist größer als bei den solaren Neutrinos. Genauso wie bei den solaren Neutrinos wurde durch Beschleuniger-Experimente die Sensitivität auf die beiden Parameter verbessert. Das Vorzeichen der Massendifferenz konnte bisher nicht bestimmt werden.

Für den letzten Mischungswinkel θ_{13} wurden Detektoren in etwa einem Kilometer Abstand von Kernreaktoren aufgestellt, die den „Disappearance"-Kanal von $\bar{\nu}_e$ gemessen haben. Das Ergebnis von etwa 10° lieferte den kleinsten der drei Mischungswinkel.

Werden alle Ergebnisse zusammen genommen, sind drei Fälle für die einzelnen Massenverhältnisse möglich:

- **Normale Hierarchie:** $m_1 < m_2 \ll m_3$
- **Invertierte Hierarchie:** $m_3 \ll m_1 < m_2$
- **Quasi Degeneriert:** $m_1 \approx m_2 \approx m_3 \approx m_0$

Die beiden ersten Möglichkeiten sind in Abb. 2.3 gezeigt. Um genauere Aussagen über die absolute Masse der Neutrinos machen zu können, werden andere Experimente benötigt, die in Abschnitt 2.4 beschrieben werden.

2.4. Experimentelle Bestimmung der Neutrinomasse

Die im vorherigen Abschnitt 2.3 beschriebenen Neutrinooszillationen sind ausschließlich sensitiv auf die Differenz der Massenquadrate. Deshalb wird in diesem Teil auf die Möglichkeiten für die Messung einer absoluten Neutrinomasse eingegangen. Diese Experimente können in zwei große Bereiche untergeordnet werden, modellabhängige Methoden und modellunabhängige, die jeweils im Folgenden beschrieben werden.

2.4.1. Modellabhängige Messungen

Zu dieser Methode gibt es drei verschiedene Ansätze, mit deren Hilfe die Neutrinomasse gemessen werden soll. Es kann das kosmologische Modell, der neutrinolose Doppelbetazerfall oder die Flugzeitmessung von Neutrinos, die bei einer Supernova entstehen, benutzt werden.

Kosmologie

In der Kosmologie sind verschiedene Modelle für die Beschreibung des frühen Universums im Umlauf. Das verwendete Modell hat einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Bestimmung der Neutrinomasse aus den kosmologischen Messdaten. Die in diesem Abschnitt verwendete Theorie ist das ΛCDM kosmologische Modell. Darin wird die kosmische Hintergrundstrahlung durch Photonen und ein kosmischer Hintergrund durch Neutrinos vorhergesagt [19]. Nach dieser Theorie entkoppelten die Neutrinos etwa 0,1 s nach dem Urknall vom Plasma. Zu diesem Zeitpunkt ist die Rate der schwachen Wechselwirkung unter die Rate der Hubble-Expansion gefallen. Die Photonen der Hintergrundstrahlung sind erst etwa 380000 Jahre nach dem Urknall vom Plasma entkoppelt und können heute bei einer Temperatur von (2,7255±0,0006) K beobachtet werden [20]. Mit dem ΛCDM Modell lässt sich die erwartete Temperatur für die direkt nach dem Urknall entstandenen Neutrinos berechnen. Diese beträgt 1,95 K und zeigt die Schwierigkeit für den Nachweis dieser niederenergetischen Neutrinos [21]. Über den Anteil der Neutrinodichte Ω_ν an der gesamten Energiedichte Ω_{tot} des Universums kann direkt der Beitrag aller drei Neutrinomassen zusammen bestimmt werden:

$$\sum_i m_i = 93\Omega_\nu h^2\,\text{eV}, \tag{2.23}$$

dabei ist $h = 0{,}678 \pm 0{,}009$ [22] der Hubble Parameter. Im Falle eines neutrinodominierten flachen Universums ($\Omega_{\text{tot}} = \Omega_\nu = 1$) ergibt sich ein oberes Massenlimit von

$$\sum_i m_i \lesssim (42{,}75 \pm 0{,}01)\,\text{eV}\ . \tag{2.24}$$

Anhand der Resultate der Planck Kollaboration aus dem Jahr 2015 gilt für das heutige kosmologische Limit $\sum_i m_i \leq 0{,}23\,\text{eV}$ (95 % C.L.). Für diese Analyse wurden zusätzlich Daten von Messungen der Baryonischen Akustischen Oszillationen [23] und Supernova-Beobachtungen [24] eingesetzt. Die primordialen Neutrinos haben einen Einfluss auf die Struktur des heutigen Universums, da diese schmale Strukturen ausgewaschen haben, während große von ihnen unbeeinflusst sind.

Es ist zu beachten, dass zur Bestimmung des Massenlimits ein Fit mit sehr vielen Eingabe-Parametern verwendet werden muss (typischerweise > 10). Außerdem werden verschiedene Datensätze benutzt, die zum Teil miteinander korreliert sind. Deshalb ist es wichtig nach der Neutrinomasse mit modellunabhängigen Experimenten zu suchen, da damit ein Parameter für den Fit der kosmologischen Daten fest stehen würde.

Massenbestimmung durch den neutrinolosen Doppelbetazerfall

Der doppelte β-Zerfall kann mithilfe der Bethe-Weizsäcker Formel erklärt werden. Nach Bethe-Weizsäcker findet ein einfacher bzw. doppelter Betazerfall statt, wenn die Bindungsenergie des entstehenden Kerns größer ist als die des zerfallenden. Wird die Massenzahl A festgehalten, kann die Bindungsenergie als Parabel gezeichnet werden, deren Minimum den Endzustand mit der größten Bindungsenergie beschreibt. Für eine gerade Massenzahl

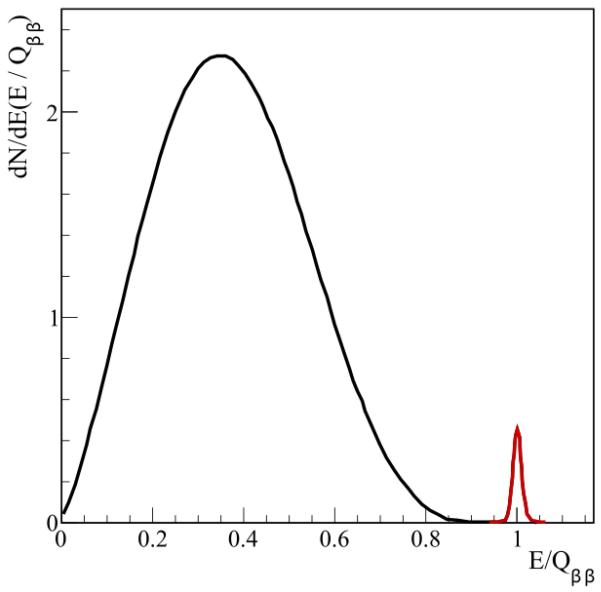


Abbildung 2.4.: Spektrum des doppelten Betazerfalls. In schwarz ist das Spektrum des $2\nu\beta\beta$-Zerfalls zu sehen, in rot das des $0\nu\beta\beta$. Die Abbildung wurde übernommen aus [28].

existieren zwei Parabeln, eine für eine gerade Protonen- und Neutronenzahl, die andere für den ungeraden Fall.

Bei manchen Kernen ist der einfache Betazerfall verboten, da dieser energetisch ungünstiger ist, der doppelte Betazerfall ist dagegen energetisch günstiger. Dieser Zerfall wurde im Jahr 1935 [25] voraus gesagt und 34 Jahre später erstmals beim Zerfall von ^{82}Se in ^{82}Kr nachgewiesen [26]. Da dieser Prozess zur 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung angehört, ist die Halbwertszeit größer als 10^{20} y und findet sehr selten statt.

Im Standardmodell hat er die folgende Form:

$$ {}^{A}_{Z}N \rightarrow {}^{A}_{Z+2}N' + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad \text{oder} \quad {}^{A}_{Z}N \rightarrow {}^{A}_{Z-2}N' + 2e^+ + 2\nu_e \ . \tag{2.25} $$

Bei diesem Zerfall ist die Leptonenzahl erhalten und Neutrinos könnten masselos sein.

1939 wurde eine weitere Möglichkeit für den doppelten Betazerfall vorgeschlagen [27], bei dem kein Neutrino emittiert wird, der neutrinolose Doppelbetazerfall:

$$ {}^{A}_{Z}N \rightarrow {}^{A}_{Z+2}N' + 2e^- \quad \text{oder} \quad {}^{A}_{Z}N \rightarrow {}^{A}_{Z-2}N' + 2e^+ \ . \tag{2.26} $$

Die Unterscheidung der beiden Fälle lässt sich deutlich in Abb. 2.4 erkennen. Während beim $2\nu\beta\beta$-Zerfall ein kontinuierliches Spektrum gemessen wird, weil die (Anti-)Neutrinos einen Teil der Energie tragen, würde ein Signal beim $0\nu\beta\beta$-Zerfall durch einen monoenergetischen Peak beim Q-Wert detektierbar sein. Der zweite Fall ist nur möglich, wenn Neutrinos eine Majorana-Natur haben, d. h. das beim Zerfall absorbierte und das emittierte Neutrino müssen gleich sein. Das hat eine Verletzung der Leptonenzahl zur Folge und die Majorana-Neutrinos müssen wegen der Kopplung an die schwache Wechselwirkung (Kopplung an rechtshändige Antiteilchen (positive Helizität) und linkshändige Teilchen (negative Helizität)) massiv sein. Um ein Teilchen mit unterschiedlicher Helizität absorbieren zu können, muss eine Lorentz-Transformation durchgeführt werden können, was nur bei massiven Teilchen möglich ist.

Für die Experimente zum Nachweis des neutrinolosen Doppelbetazerfalls ist die Halbwerts-

zeit $t_{1/2}^{0\nu}$ sehr wichtig. Mit dieser kann die effektive Majorana-Neutrinomasse bestimmt werden:

$$\langle m_{\beta\beta}\rangle^2 = \left|\sum_{i=1}^{3} U_{ei} m_i\right|^2 = \frac{m_e^2}{G^{0\nu\beta\beta}\cdot|M^{0\nu\beta\beta}|^2\cdot t_{1/2}^{0\nu}} \ . \tag{2.27}$$

$G^{0\nu\beta\beta}$ ist der Phasenraumfaktor und $M^{0\nu\beta\beta}$ sind die Gamov-Teller und Fermi Kernmatrixelemente. Vor allem der Fehler auf die theoretische Berechnung der Kernmatrixelemente ist sehr groß, weshalb bei den Resultaten der Experimente kein fester Wert angegeben wird.

Eines von vielen Experimenten zu diesem Thema ist das GERDA Experiment, das den Zerfall von ^{76}Ge untersucht. Das bisher gefundene Limit für die Masse liegt bei 0,2 - 0,4 eV bei einer Halbwertszeit von mindestens $2{,}1\cdot 10^{25}$ y [29].

Flugzeitdauer von Supernova-Neutrinos

Bei einer Supernova vom Typ II werden eine große Menge von Neutrinos im MeV-Energiebereich isotrop abgestrahlt. Diese tragen innerhalb von 10 Sekunden 99% der frei gewordenen Gravitationsenergie weg. Der Produktionsmechanismus der während dem Kollaps entstehenden Neutrinos wird durch zwei Reaktionen beschrieben:

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e \ , \tag{2.28}$$

$$e^+ + e^- \rightarrow v_\alpha + \bar{\nu}_\alpha \ . \tag{2.29}$$

Um eine Aussage über die Masse treffen zu können, muss die Zeitdifferenz der am Detektor ankommenden Neutrinos betrachtet werden. Diese hängt von der Energiedifferenz der bei der Supernova emittierten Neutrinos ab:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \Delta t_0 + \frac{Lc^3m^2}{2}\left(\frac{1}{E_2^2} - \frac{1}{E_1^2}\right) \ . \tag{2.30}$$

Mit dem Detektor können Δt, E_1 und E_2 gemessen, mit anderen astrophysikalischen Methoden kann die Länge L bestimmt werden. Für den Zeitunterschied Δt_0 der Neutrinos bei ihrer Emission muss ein spezifisches Modell zur Beschreibung der Supernova verwendet werden. Das verwendete Modell ist für den größten Fehler bei der Analyse der Neutrinomasse verantwortlich [30],[31].

Die SN1987A war die erste und bisher einzige Supernova mit der ein Massenlimit für Neutrinos bestimmt werden konnte. Sowohl der IMB Detektor (8 Neutrinos innerhalb von 6 s im Energiebereich von 20 - 40 MeV) [30] als auch der Kamiokande-II Detektor (12 Neutrinos innerhalb von 13 s im Energiebereich von 5 - 35 MeV) [31] haben die ersten astronomischen Neutrinos nachgewiesen. Eine detaillierte Analyse im Jahr 2002 ergab ein oberes Massenlimit von

$$m_\nu \leq 5{,}7\,\text{eV (95\% C.L.) [32].} \tag{2.31}$$

2.4.2. Modellunabhängige Messungen

Um eine modellunabhängige Analyse zur Bestimmung der Neutrinomasse durchführen zu können, wird die Kinematik eines Zerfalls untersucht, bei dem entweder Elektronen, Myonen oder Taus mit ihren dazugehörigen Neutrinos entstehen. Der einfachste Fall ist der β^--Zerfall eines Neutrons:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \ . \tag{2.32}$$

Für eine genaue Messung ist die exakte Spektroskopie des zerfallenden Elektrons essentiell. Mit der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ kann auf die Masse

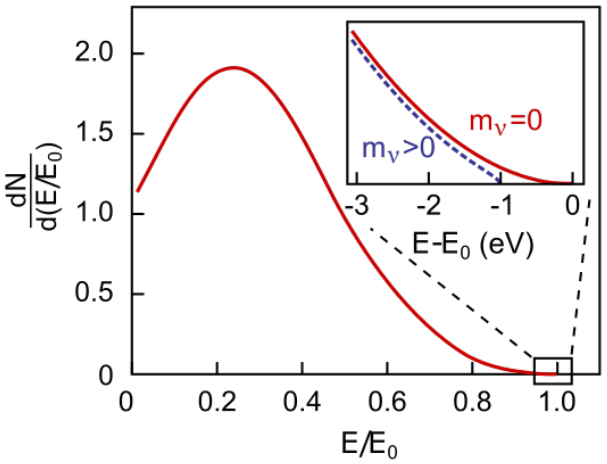


Abbildung 2.5.: Elektron-Spektrum des einfachen Betazerfalls. In rot ist das Spektrum des β-Zerfalls zu sehen. Rechts oben ist der Endpunkt des Spektrums größer dargestellt. Ein massives Neutrino würde den Endpunkt nach links verschieben (blaue gestrichelte Linie). Die Abbildung wurde übernommen aus [33].

des Elektron-Antineutrinos zurück geschlossen werden.

In Abb. 2.5 ist der Einfluss der Neutrinomasse auf das Energiespektrum des Elektrons zu sehen. Um eine gute Sensitivität zu erreichen, muss die Auflösung am Endpunkt E_0 im sub-eV-Bereich sein. Die Ereignisrate an diesem Punkt ist proportional zu E_0^{-3}, weshalb der β-Emitter eine möglichst kleine Endpunktenergie haben sollte. Das differentielle Spektrum lässt sich mithilfe von Fermis Goldener Regel berechnen [34]:

$$\frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d}t\mathrm{d}E} = \frac{G_F^2 \cdot \cos^2\theta_C \cdot |M|^2}{2\pi^3} \cdot F(Z+1,E) \cdot p \cdot (E+m_e) \cdot (E_0 - E) \cdot \sqrt{(E_0-E)^2 - m_{\bar{\nu}_e}^2} \cdot \Theta\left(E_0 - E - m_{\bar{\nu}_e}\right) \ , \tag{2.33}$$

dabei ist

- G_F: Fermi-Konstante
- θ_C: Cabibbo-Winkel
- M: Übergangsmatrixelement
- $F(Z+1,E)$: Fermi-Funktion, die die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Tochter-Kern und Elektron beinhaltet
- E: kinetische Energie des Elektrons
- p: Impuls des Elektrons
- E_0: Endpunkt des β-Spektrums und maximale Energie, die ein emittiertes Elektron erreichen kann. Wenn der Rückstoß des Tochterkerns vernachlässigt wird, entspricht dies der Zerfallsenergie Q.

Die Heaviside Funktion Θ sorgt dafür, dass ein Neutrino nur entstehen kann, wenn die durch den Zerfall verfügbare Energie größer ist als die Neutrinomasse.

Gl. 2.33 zeigt, dass ein β-Zerfall Experiment sensitiv auf das Massenquadrat des Elektron-Neutrinos ist. Dieses hängt über die Mischungsmatrix mit den Massenzuständen der

Neutrinos zusammen:

$$m_{\bar{\nu}_e}^2 = \sum_i |U_{ei}|^2 \, m_i^2 \ . \tag{2.34}$$

Das Massenquadrat ist nicht von Majorana-Phasen abhängig und bestätigt die Unabhängigkeit der Analyse von einem Modell.

Zur Messung der Myon-Neutrino Masse wurde der Pion-Zerfall ($\pi \to \mu + \nu_\mu$) in Ruhe untersucht. Da die Ruhemassen des Pions und des Myons sehr genau bekannt sind, kann mit der Messung des Myon-Impulses auf die Masse des Myon-Neutrinos geschlossen werden. Im Jahr 1996 wurde damit ein oberes Limit der Masse berechnet [35]:

$$m_{\nu_\mu} \leq 0{,}17\,\text{MeV} \ (90\%\ \text{C.L.}) \ . \tag{2.35}$$

Für die Masse der Tau-Neutrinos wurden zwei Zerfallskanäle des Taus analysiert:

$$\tau^- \to 2\pi^- + \pi^+ + \nu_\tau \ \ \text{und} \ \ \tau^- \to 3\pi^- + 2\pi^+(+\pi^0) + \nu_\tau \ . \tag{2.36}$$

Hier mussten die Energie des Taus und die der entstehenden Pionen gemessen werden, was zu einem größeren Fehler führt. Das mit dieser Messung erhaltene Massenlimit ist [36]:

$$m_{\nu_\tau} \leq 18{,}2\,\text{MeV} \ (95\%\ \text{C.L.}) \ . \tag{2.37}$$

Weil diese Messungen mehrere Größenordnungen von der wahrscheinlichen meV-Massenskala der Neutrinos entfernt sind, werden im Folgenden nur Experimente genauer beschrieben, die den einfachen β-Zerfall untersuchen.

Rhenium und Holmium als β-Emitter

^{187}Re hat gegenüber allen anderen β-Quellen den Vorteil, dass es mit $Q = 2{,}47\,\text{keV}$ [37] die geringste Endpunktenergie besitzt. Allerdings wird für eine Messung eine große Menge an ^{187}Re benötigt, da der Zerfall nicht über-erlaubt ist, wodurch die Zerfallswahrscheinlichkeit stark sinkt. Die Halbwertszeit ist deshalb mit $4{,}32 \cdot 10^{10}\,\text{y}$ [37] sehr lang und damit die Aktivität sehr gering. Der Aufbau des Experimentes besteht meistens aus einem kryogenen Bolometer, der gleichzeitig als Quelle und Detektor operiert. Ein Zerfall wird durch einen sensitiven Thermometer detektiert, der den Temperaturanstieg durch den Zerfall frei gewordener Energie aufzeichnet. Mit dem Milano Experiment konnte bisher das beste Massenlimit erreicht werden:

$$m_{\bar{\nu}_e} < 15\,\text{eV} \ (90\%\ \text{C.L.}) \ . \tag{2.38}$$

Eine Verbesserung des Limits soll mit dem MARE Experiment erreicht werden. Dieses plant eine Sensitivität besser als 1 eV [38], allerdings gibt es in mit ^{187}Re aufgebauten Mikro-Kalorimetern Probleme mit Festkörper-Effekten. Deshalb werden im Moment Messungen mit ^{163}Ho favorisiert, das einen Q-Wert von 2,83 keV besitzt [39]. Der ^{163}Ho-Zerfall entsteht via Elektronen-Einfang und unterscheidet sich dadurch vom normalen β-Zerfall. Eines der geplanten Experimente mit ^{163}Ho ist das ECHO Experiment, das damit eine Sensitivität besser als 1 eV erreichen will [40].

Tritium als β-Emitter

Das bisher beste Limit für die Neutrinomasse wurde mit einer Tritium-Quelle erreicht. Der

dreifache Wasserstoff zerfällt über einen β^--Zerfall:

$$^3\mathrm{H} \rightarrow \ ^3\mathrm{He}^+ + e^- + \bar{\nu}_e \ . \tag{2.39}$$

Tritium besitzt eine große Menge an Vorteilen gegenüber anderen Isotopen, die für eine genaue Bestimmung der Neutrinomasse wichtig sind:

- **Kurze Halbwertszeit:** Mit einer Halbwertszeit von 12,3 Jahren kann eine Quelle mit hoher Aktivität benutzt werden. Im Vergleich zu ^{187}Re reicht eine kleine Menge an Tritium.
- **Geringe Endpunktsenergie:** ^{3}H hat mit 18,6 keV die zweit geringste Endpunktsenergie (wenn ^{163}Ho nicht dazu gezählt wird). Mit der geringen Halbwertszeit ist die relative Rate nahe am Endpunkt ($2 \cdot 10^{-13}$) vergleichsweise hoch.
- **Super-erlaubter Übergang:** Das β-Spektrum wird vollständig durch den freien Phasenraum bestimmt, da das Kernmatrixelement beim Zerfall energieunabhängig ist. Zudem ist $|M|^2 = 5{,}55$ [41] relativ groß.
- **Einfache Atomschalen-Struktur:** Der Mutterkern (Z=1) und der Tochterkern (Z=2) besitzen kleine Kernladungen, sodass Korrekturterme (z. B. durch Wechselwirkung der β-Elektronen und dem Emitter) leicht berechnet werden können. Auch ist die Wahrscheinlichkeit für eine inelastische Streuung relativ klein.
- **Gasförmige Phase:** Tritium ist bei 30 K gasförmig, deshalb können unter der Verwendung einer fensterlosen gasförmigen Quelle (vgl. Kap. 3) bei dieser Temperatur Festkörpereffekte vernachlässigt werden.

Weil jedoch kein atomares Tritium verwendet werden kann, müssen die molekularen Anregungen mit betrachtet werden [34]. Die reale Zerfallsgleichung hat die folgende Form:

$$^3\mathrm{H}_2 \rightarrow \ ^3\mathrm{He}^3\mathrm{H}^+ + e^- + \bar{\nu}_e \ . \tag{2.40}$$

Mit den beiden Tritium-Experimenten in Mainz [42] und Troitsk [43] konnte bisher die beste Obergrenze durch eine modellunabhängige Messung analysiert werden. Werden beide Ergebnisse miteinander kombiniert, ergibt sich ein Massenlimit von [7]:

$$m_{\bar{\nu}_e} < 2{,}0\,\mathrm{eV} \ (95\%\mathrm{C.L.}). \tag{2.41}$$

3. Das KATRIN-Experiment

Das KATRIN Experiment ist darauf ausgelegt, eine Verbesserung der Sensitivität auf die Neutrinomasse um eine Größenordnung gegenüber der Mainzer und Troitsk Experimente zu erreichen. Durch den Tritium-β-Zerfall wird eine Sensitivität von 200 meV (bei 90% C.L.) bzw. 350 meV (bei 95% C.L.) angestrebt. Dieses Ziel wird KATRIN durch eine sehr präzise Spektroskopie des kinematischen Endpunkts ($E_0 \approx 18{,}6\,\mathrm{keV}$) des Tritium-$\beta$-Zerfalls erreichen.

Das Experiment steht am Campus Nord des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT). In diesem Kapitel wird ein Überblick über das KATRIN Experiment gegeben. Dazu wird im ersten Abschnitt 3.1 das Messprinzip und im zweiten Teil 3.2 die Funktionen der experimentellen Komponenten erklärt.

3.1. Das KATRIN-Messprinzip

Die modellunabhängige Messung der Neutrinomasse mit Tritium wurde bereits in Abschnitt 2.4.2 beschrieben. Das bei KATRIN zu messende differentielle Spektrum ist mit Gl. 2.33 erklärt worden. Da für die Analyse der Masse die Endpunktsenergie des Zerfalls am wichtigsten ist, wird bei KATRIN genau dieser Energiebereich durch das MAC-E-Filter Prinzip mit hoher Präzision analysiert. Deshalb wird im Folgenden diese Methode vorgestellt.

3.1.1. Das MAC-E-Filter Prinzip

Das MAC-E-Filter Prinzip wurde zuerst von [44] und [45] publiziert und zum ersten Mal in einem Experiment in Mainz [46] und Troitsk [43] benutzt. Die Hauptaufgabe des MAC-E-Filters ist eine genaue Energieauflösung zu erreichen, damit eine kleine Neutrinomasse aufgelöst werden kann. Dazu sollte ein möglichst großer Anteil der in der Quelle isotrop abstrahlenden β-Elektronen für die Analyse benutzt werden können. In Abb. 3.1 ist das Wirkungsprinzip verdeutlicht.

Das adiabatische Führen der Elektronen

Mithilfe von supraleitenden Magneten werden die Bahnen der Elektronen vom Ort ihres Zerfalls zum Detektor adiabatisch geführt. Da die Elektronen isotrop emittiert werden, können sie sowohl einen parallelen Anteil des Impuls $p_{\parallel} = |\vec{p}| \cdot \cos\theta$ als auch einen orthogonalen

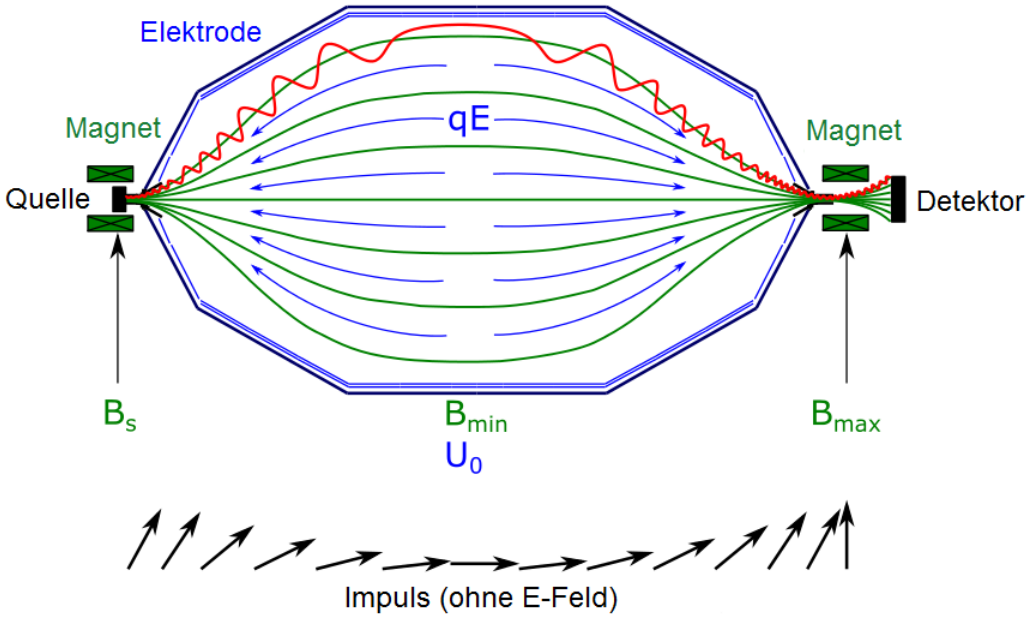


Abbildung 3.1.: MAC-E-Filter Prinzip. Die beiden Magnete (in grün) am Anfang und Ende des Spektrometers sorgen für ein Magnetfeld, das die an der Quelle emittierten Elektronen entlang der Feldlinien führt. In rot ist die Synchrotron-Bewegung zu sehen, die sie dabei ausführen. Durch das minimale Magnetfeld in der Mitte des Spektrometers wird der transversale Impuls-Anteil der Elektronen vollständig in den longitudinalen umgewandelt (siehe die Pfeile unten im Bild). Mit dem angelegten Potential U_0 können die Elektronen mit einer geringeren longitudinalen Energie als $E_{\parallel} < |qU_0|$ heraus gefiltert werden. Die Abbildung basiert auf [48].

$p_{\perp} = |\vec{p}| \cdot \sin\theta$ tragen. Der Polarwinkel θ beschreibt den Winkel zwischen der Richtung des Zerfalls und der Richtung der Magnetfeldlinien. Die gesamte Energie ist gegeben durch:

$$E_{\text{kin}} = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} = E_{\parallel} + E_{\perp} \ . \tag{3.1}$$

Die longitudinale Komponente sorgt für die Propogation entlang der Magnetfeldlinien, die transversale für Zyklotronbewegungen.

Der adiabatische Transport für Elektronen ist gewährleistet, wenn das Produkt des Lorentz-Faktors γ und des magnetischen Moments μ konstant ist [47]. Beim Tritiumzerfall ist der höchste Gamma-Faktor 1,04 und deshalb ist es ausreichend nur das magnetische Moment zu betrachten:

$$\mu = \frac{E_{\perp}}{B} = \text{const.} \tag{3.2}$$

Wird das Magnetfeld gesenkt, wird die transversale Energie um den gleichen Faktor in den longitudinalen Anteil umgewandelt. Deshalb wird in der Mitte des Spektrometers das Magnetfeld auf den geringsten Wert eingestellt, wodurch der Impuls Vektor umgelenkt wird (siehe Abb. 3.1). Um den adiabatischen Transport zu erhalten, darf der Gradient der Magnetfeldänderung nicht zu groß werden. In diesem Fall können alle Elektronen mit einer zu kleinen Energie durch die Hochspannung in der Mitte des Spektrometers herausgefiltert werden. Das Magnetfeld kann jedoch nie null sein, um den Transport zum Detektor zu gewährleisten, weshalb immer eine kleiner Anteil der transversalen Energie vorhanden ist

Das elektrostatische Filtern

Das elektrostatische Filtern ist ein Hauptbestandteil des MAC-E-Filter Prinzips. In der Mitte der Analyseebene des Spektrometers wird ein negatives Potential angelegt. Damit entsteht ein elektrisches Feld, dessen Feldlinien parallel zu den magnetischen sind. Dadurch können nur Elektronen mit einer größeren longitudinalen Energie $E_{\parallel} > |qU_0|$ das Potential überwinden. Mit dem beschriebenen Prinzip der Umwandlung des transversalen Impulses in den longitudinalen Anteil, entspricht die longitudinale Energie der Gesamtenergie. Wenn das Potential variiert wird, können die einzelnen Bereiche des Beta-Spektrums abgefahren werden. Das Spektrometer wirkt als Hochpassfilter, sodass am Detektor das integrale Spektrum gemessen werden kann.

Erhaltung des magnetischen Flusses

Der magnetische Fluss

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \text{const.} \tag{3.3}$$

ist über die ganze Zeit erhalten. Wird das Magnetfeld z. B. schwächer, vergrößert sich der Durchmesser des Flusses, damit der Gesamtfluss konstant bleibt. Der Anfangsfluss wird durch das Magnetfeld B_S bei der Quelle und dem dortigen Durchmesser d_S definiert. Der maximale Durchmesser auf dem Weg von der Quelle zum Detektor wird in der Mitte des Hauptspektrometers (kleinstes magnetisches Feld) erreicht:

$$d_{\max} = d_S \cdot \sqrt{\frac{B_S}{B_{\min}}} \ . \tag{3.4}$$

Die Energieauflösung

Die Energieauflösung wird dominiert durch das Verhältnis des minimalen Magnetfeldes in der Mitte des Spektrometers zum maximalen am Ende:

$$\Delta E = \frac{B_{\min}}{B_{\max}} \cdot E \ . \tag{3.5}$$

Für Elektronen nahe des Endpunktes vom Tritiumzerfall ($E \approx 18{,}6\,\mathrm{keV}$) und mit den Stärken des Magnetfelds im Hauptspektrometer folgt für die Energieauflösung:

$$\Delta E = \frac{0{,}3\,\mathrm{mT}}{6\,\mathrm{T}} \cdot 18{,}6\,\mathrm{keV} = 0{,}93\,\mathrm{eV} \ . \tag{3.6}$$

Der Magnetische Spiegel

Dieser Effekt beschreibt, dass Elektronen, die unter einem gewissen Ablenkungs-Winkel in der Quelle gestartet sind, reflektiert werden und nicht zum Detektor gelangen. Der Grund dafür ist, dass das magnetische Feld in der Quelle ($B_S = 3{,}6\,\mathrm{T}$) kleiner ist als das am Detektor ($B_{\max} = 6\,\mathrm{T}$). Der maximal mögliche Akzeptanz-Winkel ist gegeben durch:

$$\theta_{\max} = \arcsin\left(\frac{B_S}{B_{\max}}\right) = 51{,}7^\circ \ . \tag{3.7}$$

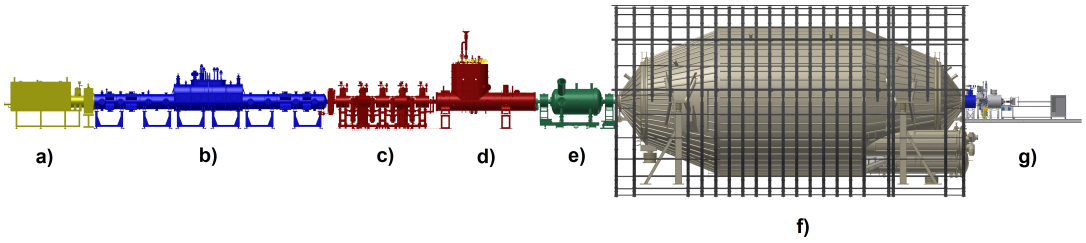


Abbildung 3.2.: Aufbau des KATRIN Experimentes. Zu sehen ist der komplette Aufbau von KATRIN. Die einzelnen Komponenten sind: Gelb, a) Die Rear-Sektion. Blau, b) Die fensterlose gasförmige Tritiumquelle (WGTS). Rot, c) Die differentielle Pumpstrecke (DPS), d) Die kryogene Pumpstrecke (CPS). Grün, e) Das Vorspektrometer. Grau, f) Das Hauptspektrometer mit den Luftspulen, g) Der Detektor. Die kompletten Teile aneinander gereiht sind 70 m lang.

Diese Reflektion ist vorteilhaft, da bei hohen Winkeln die Elektronen große Bahnen beschreiben und sich dadurch die Wahrscheinlichkeit für Streuungen erhöht. Auch ist die Synchrotronstrahlung bei hohen Winkeln größer.

Die Transmissions-Funktion

Durch das MAC-E-Filter Prinzip der Spektrometer lässt sich die Zählrate des Detektors für ein gegebenes angelegenes Potential qU_0 berechnen als:

$$\frac{\mathrm{d}N(qU_0)}{\mathrm{d}t} \propto \int_{qU_0}^{E_0} \frac{\mathrm{d}^2N}{\mathrm{d}t\mathrm{d}E}\left(E_0, m_{\bar{\nu}_e}^2\right) \cdot T(E, qU_0) \cdot \mathrm{d}E \ . \tag{3.8}$$

Die Funktion $\frac{\mathrm{d}^2N}{\mathrm{d}t\mathrm{d}E}\left(E_0, m_{\bar{\nu}_e}^2\right)$ kann für ein Tritium-β-Spektrum aus Gl. 2.33 entnommen werden. Die Transmissionswahrscheinlichkeit $T(E, qU_0)$ ist für isotrop emittierte Elektronen in einem MAC-E-Filter gegeben durch:

$$T(E, qU_0) = \begin{cases} 0 & \text{für } E < |qU_0| \\ \dfrac{1 - \sqrt{1 - \frac{E - qU_0}{E} \cdot \frac{B_S}{B_{\min}}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{B_S}{B_{\min}}}} & \text{für } |qU_0| \leq E \leq |qU_0| + \Delta E \\ 1 & \text{für } E > |qU_0| + \Delta E \end{cases} \tag{3.9}$$

Für die komplette Antwort-Funktion $R(E, qU_0)$ ist eine analytische Beschreibung aufwendiger. Diese hängt von der Energie-Verlust-Verteilung der Elektronen in der Quelle ab und beinhaltet Faltungen der Transmissionsfunktion.

Detailliertere Berechnungen zu der Antwort-Funktion können in [49] nachgelesen werden.

3.2. Die experimentellen Komponenten

Die kompletten experimentellen Komponenten der Beamline des KATRIN Experimentes sind in Abb. 3.2 dargestellt. Diese beginnt mit der Rear-Sektion (3.2.1), geht weiter mit der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle (3.2.1), daran anschließend folgt die Transport-Sektion (3.2.3) und abschließend die Spektrometer- und Detektor-Sektion (3.2.4). In diesem Abschnitt wird zu jedem Bestandteil eine kurze Einführung gegeben und deren Hauptaufgaben werden erläutert.

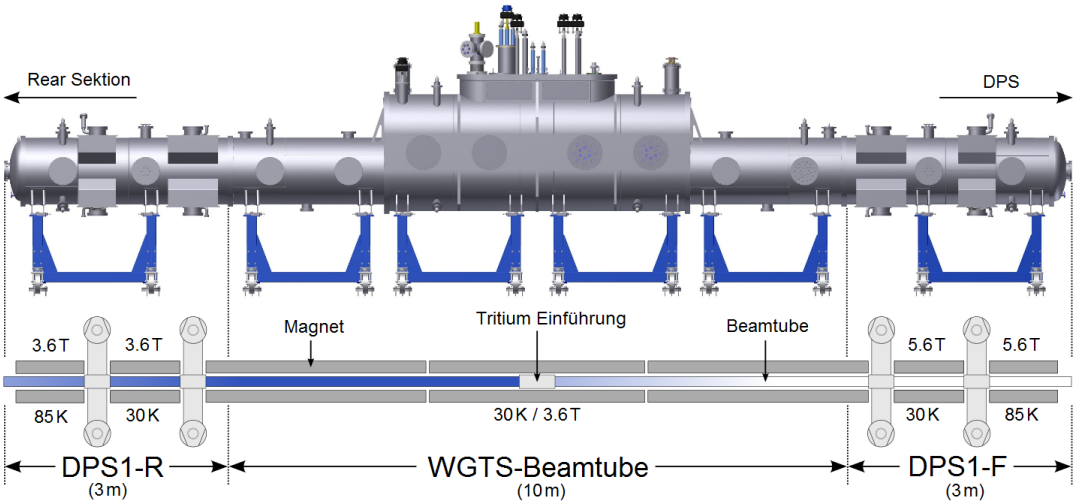


Abbildung 3.3.: WGTS Aufbau. In der Mitte der WGTS befindet sich die 10 m lange Beamtube. Diese wird bei einer Temperatur von 30 K betrieben und erfährt ein Magnetfeld von 3,6 T. In der Mitte wird über Kapillaren gasförmiges Tritium eingelassen. Links und rechts sind zwei 3 m lange differentielle Pumpstrecken angebaut, um das nicht zerfallene Tritium in den Loop-Kreislauf zurück zuführen. Je nach ihrer Zerfalls-Richtung werden die Elektronen zur Rear-Sektion (links) oder zur DPS (rechts) geleitet. Die Abbildung basiert auf [52].

3.2.1. Rear-Sektion

Die Rear-Sektion ist der erste Teil der KATRIN Beamline und befindet sich direkt vor der DPS1-R. Aufgabe dieser Komponente ist die Überwachung der Quellaktivität, was durch die sogenannte „Rear-Wall“ erledigt wird. Diese besteht aus einer Goldplatte, auf der die durch den β-Zerfall emittierten Elektronen mit Röntgen-Spektroskopie erfasst werden. In einem Zeitintervall von 100 Sekunden wird die Quellaktivität mit einer Genauigkeit von 0,1% gemessen [50]. Eine weitere Aufgabe ist die Definition des elektrischen Potentials für das Tritium Plasma. Mit der am Anfang der Rear-Sektion integrierten E-Gun kann die Massenbelegung gemessen und die korrekte Ausrichtung des ganzen Aufbaus getestet werden.

Die letzten Installationen zur Fertigstellung der Rear-Sektion sind zur Zeit im TLK im Gange und sollen 2016 abgeschlossen sein [51]. Genauere Einzelheiten können in [50] nachgelesen werden.

3.2.2. WGTS

Die fensterlose gasförmige Tritiumquelle (WGTS) sorgt für eine hohe Luminosität der β-Elektronen. Außerdem muss sie dafür aufkommen, dass die Elektronen möglichst wenig Energieverlust auf ihrem Weg zur Transport-Sektion erfahren. Im Innersten befindet sich eine 10 m lange und 90 mm breite Beamtube, die bei einer Temperatur von 30 K betrieben wird. Bei dieser Temperatur werden Effekte durch die thermische Dopplerverbreiterung der Elektronen hinreichend minimiert. Durch Kapillaren wird mit einem Fluss von 1,853 $^{\text{mbar}}\,\ell/\text{s}$ hochreines Tritium ($\epsilon > 95\%$) eingeführt. Die dabei erreichte Säulendichte ist $5 \cdot 10^{17}$ Moleküle pro cm^2 und muss auf einem 10^{-3} Level stabilisiert werden, damit sich die Bedingungen für Streuprozesse nicht ändern.

Auf der linken und rechten Seite sind zwei differentielle Pumpsysteme (DPS1-R und DPS1-F) angebracht, die für eine Reduzierung der Tritium-Moleküle um den Faktor 100 sorgen. Dazu sind an beiden Pumpstrecken sechs Turbomolekularpumpen (TMPs) angeschlossen,

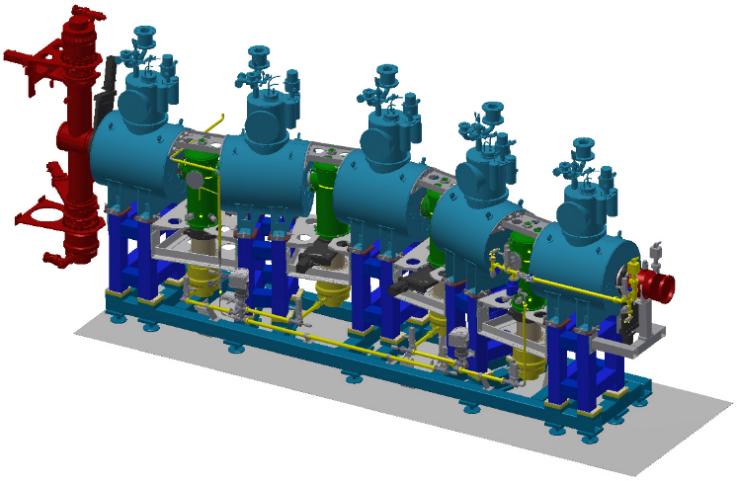


Abbildung 3.4.: DPS Aufbau. In cyan sind die fünf Magnete der DPS zu sehen, die für den Transport der Elektronen verantwortlich sind. Zwischen den Magneten befinden sich die vier Pumpanschlüsse (grün) für die TMP (gelb). Auf der linken Seite ist der Anschluss zur WGTS auf der rechten zur CPS. Die Abbildung basiert auf [56].

die das abgepumpte Tritium zurück in das Tritium-Prozessierungssystem führen. Mit einem Laser-Raman (LARA) System werden in Echtzeit die Isotopen-Anteile kontrolliert, sodass die Reinheit von über 95% eingehalten werden kann. Für genauere Informationen über das Loop-System kann [53] zugezogen werden, für das LARA System [33].

Mit drei supraleitenden Magneten wird ein Magnetfeld von 3,6 T eingestellt. Da für die Neutrinomassenanalyse die Elektronen verwendet werden, die in einem inneren Durchmesser von 8,2 cm zerfallen, kann ein 191 Tcm^2 großer Flussschlauch in die Spektrometer transportiert werden. Durch das größere Magnetfeld (5,6 T) am DPS1-F Magneten wird gewährleistet, dass Elektronen mit größeren Polarwinkeln aus der Quelle herausgeführt werden.

Die WGTS wurde von der RI GmbH in Bergisch Gladbach gebaut. Nach ihrer Ankunft im September 2015 am KIT Campus Nord laufen gerade die letzten Installationsarbeiten, sodass die WGTS im Sommer 2016 kalt gefahren werden kann. Nähere Informationen zur WGTS können z. B. in [54] oder [55] nachgelesen werden.

3.2.3. Transportsystem

Das Transportsystem von KATRIN muss zwei wichtige Hauptaufgaben erfüllen. Erste ist die Reduzierung des Tritiumflusses um mindestens 14 Größenordnungen, damit kein Tritium in die Spektrometer-Sektion gelangt. Dort würde es Untergrundereignisse erzeugen. Die andere Aufgabe ist der adiabatische Transport des 191 Tcm^2 Flussschlauches von der WGTS zum Vorspektrometer. Diese Herausforderungen werden von der differentiellen Pumpstrecke (DPS) und der kryogenen Pumpstrecke (CPS) gelöst.

3.2.3.1. DPS

In der differentiellen Pumpstrecke wird mithilfe von vier Turbomolekularpumpen der Tritiumfluss um sieben Größenordnungen reduziert. Zusätzlich sollen die positiven Ionen, die bei verschiedenen Reaktionen mit Tritium (vgl. [57]) entstehen, zurückgehalten werden.

Die DPS kann in fünf Abschnitte, die eine 20°-Schikane beschreiben, eingeteilt werden. Die Schikane führt zu einer Unterdrückung molekularer Strahlungseffekte. Insgesamt ist

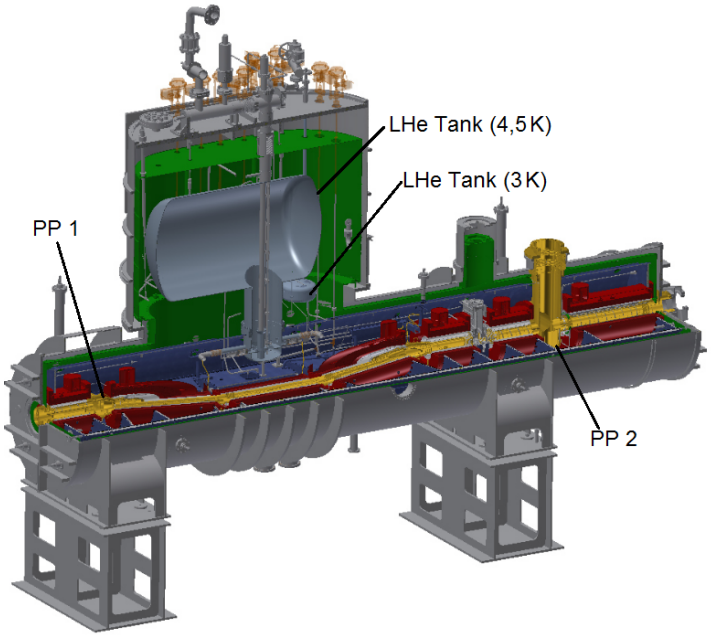


Abbildung 3.5.: CPS Aufbau. Der gesamte CPS Kryostat ist zu sehen. Die vergoldete Beamtube ist umgeben von sieben supraleitenden Magneten (rot). In leichtem blau sind die beiden für die Kühlung der Beamtube notwendigen Flüssighelium Tanks zu erkennen. Am „Pumping Port“ 2 werden der Forward Beam Monitor und die kondensierte Kryptonquelle angeschlossen. Auf der linken Seite ist der Anschluss zur DPS und auf der rechten zum Vorspektrometer. Die Abbildung basiert auf [56].

die Beamtube etwa 6,5 m lang und hat einen Innendurchmesser von 100 mm. Die vier TMP befinden sich zwischen den fünf Teilen und haben eine Pumpgeschwindigkeit von etwa 2400 ℓ/s für Tritium. In jedem der Sektoren ist ein supraleitender Magnet, der ein Magnetfeld von 5,6 T erzeugt, um den adiabatischen Transport der Elektronen zu sichern. Um das Problem der Ionen zu lösen, sind drei verschiedene Systeme angebracht, die die Ionen identifizieren und vom Flussschlauch abführen.

- Ein FT-ICR[1] ist am Anfang der DPS platziert, um via Fourier Transformation des Zyklotron Resonanz Signals in einer Penning-Falle die Ionen zu klassifizieren.
- Drei Dipol Elektroden sorgen für eine Ablenkung der Ionen an die Wand durch den $\vec{E} \times \vec{B}$-Drift.
- Eine ringförmige Block-Elektrode, die auf ein positives Potential von 100 V gelegt wird.

Die DPS ist fertig gestellt im TLK und wird im Herbst 2016 an die WGTS und CPS angeschlossen. Detailliertere Informationen befinden sich in [58], [56], [59].

3.2.3.2. CPS

Die kryogene Pumpstrecke bildet den zweiten Teil der Transportstrecke. Die CPS muss eine Reduzierung des Tritiumflusses von mindestens sieben Größenordnungen gewährleisten. Weil nach der DPS der Sättigungsfaktor für die Pumpleistung von TMP für Tritium erreicht ist, werden in der CPS Teile der Beamtube-Wänden mit einer 3 K kalten Argonfrostschicht präpariert. Damit wird das neutrale Tritium mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 (Sticking-Koeffizient) an der Wand absorbiert [60]. Diese Frostschicht wird im Messbetrieb alle

[1] Fourier Transform - Ion Cyclotron Resonance

drei Monate regeneriert, bzw. sobald sie eine aufgefrorene Aktivität von 1 Ci erreicht hat. Dabei wird die Beamtube auf 100 K erwärmt und mit warmem Helium gespült sowie das Tritium dem Loop-System zurückgeführt. Anschließend wird das System abgekühlt und die Argonfrostschicht neu präpariert. Um den 191 Tcm^2 großen Flussschlauch adiabatisch durch die CPS zu führen, sind sieben supraleitende Magnete vorhanden, die mit einem Magnetfeld von bis zu 5,7 T betrieben werden. Auch in der CPS ist eine 15°-Schikane eingebaut, um für eine Kollision der neutralen Tritium-Moleküle mit der Wand zu sorgen.

An der CPS ist ein „Forward Beam Monitor“ angebracht, der im äußeren Flussschlauch Bereich die Anzahl der in der Quelle emittierten Elektronen detektiert. Außerdem kann eine kondensierte Kryptonquelle in die CPS eingeführt werden, die für Kallibrationsmessungen verwendet wird.

Die CPS wurde von ASG Superconductors in Genua hergestellt und ist seit Juli 2015 am KIT. Die ersten Tests unter kalten Bedingungen werden ab Mai 2016 durchgeführt werden.

Da der Aufbau der CPS ein essentieller Bestandteil dieser Arbeit ist, wird die Geometrie der CPS in Kapitel 5 genauer beschrieben.

3.2.4. Spektrometer- und Detektor-Sektion

Das Spektrometer- und Detektor-System ist für die Spektroskopie der β-Elektronen verantwortlich. Es besteht aus dem Vor- und Hauptspektrometer, einem Monitorspektrometer außerhalb der Beamline und dem Detektor.

3.2.4.1. Vorspektrometer

Das Vorspektrometer besteht aus zwei supraleitenden Magneten (bei 4,5 T betrieben) und hat die Aufgabe den Elektronenfluss um sieben Größenordnungen zu verringern, sodass nur Elektronen in das Hauptspektrometer gelangen, die eine Information zur Neutrinomasse tragen. Dazu wird das Vorspektrometer in Betrieb auf ein Potential von -18,3 kV gelegt. Der Spektrometer Tank ist 3,4 m lang und das Ultrahochvakuum wird mithilfe von zwei TMP und Getterpumpen erreicht. Es dient wie das Hauptspektrometer als MAC-E-Filter und erreicht eine Energieauflösung von $\Delta E = 70\,\text{eV}$ bei einer Energie von 18,6 keV.

In den Jahren 2006 bis 2011 wurde es für zahlreiche Testmessungen benutzt, um den Elektronenfluss und den Untergrund zu untersuchen ([61],[62],[63],[48],[64]) und wird für die STS Messungen im Herbst 2016 an die CPS angeschlossen.

3.2.4.2. Hauptspektrometer

Das Hauptspektrometer ist mit einer Länge von 23 m und einem Durchmesser von 10 m eine größere Version des Vorspektrometers. Das Messprinzip ist wie im Vorspektrometer der MAC-E-Filter. Hier wird eine Energieauflösung von 0,93 eV für eine Energie von 18,6 keV erreicht. Im Messbetrieb wird das 1240 m^3 große Volumen mit einem Druck unter 10^{-11} mbar betrieben. In dem Hauptspektrometer ist eine Doppelschicht aus Drahtelektroden angebracht, die für eine Reduzierung des Untergrunds sorgen. Mit den Elektroden kann das Potential in der Mitte des Spektrometers variiert werden.

Das minimale Magnetfeld ist in der Mitte des Hauptspektrometers 3 G groß, sodass eine gute Analyse mit dem MAC-E-Filter Prinzip durchgeführt werden kann. Um den Gradienten der Magnetfeldänderung genau einstellen zu können, sind 15 Spulen außerhalb des Spektrometers verfügbar. Für die Kompensation des Erdmagnetfeldes sind weitere 16 vertikale und 10 horizontale Spulen vorhanden [65].

Das Hauptspektrometer wurde im Jahre 2006 nach Karlsruhe geliefert und war Hauptbestandteil der bisherigen SDS I und SDS II Messphasen. Messergebnisse können z. B. in [63], [48] oder [66] nachgelesen werden.

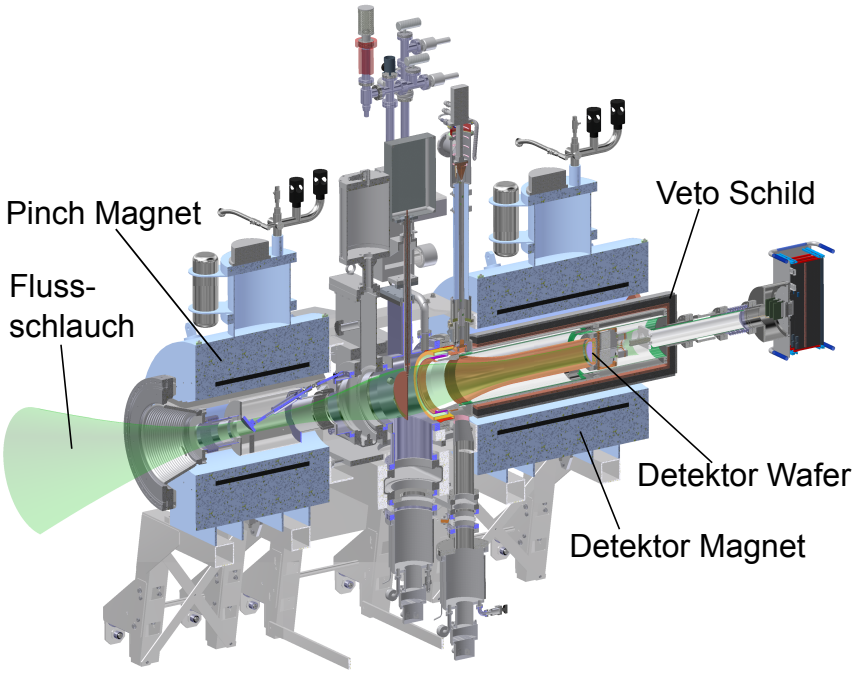


Abbildung 3.6.: Detektor Aufbau. Die durch den MAC-E-Filter im Hauptspektrometer durchgelassenen Elektronen werden mit dem Pinch- und dem Detektor Magneten zum Detektor Wafer geführt. In der goldenen Strecke werden sie nach beschleunigt. Diese ist durch ein Veto Schild geschützt. Die Abbildung basiert auf [70].

3.2.4.3. Monitorspektrometer

Das Monitorspektrometer beinhaltet Originalkomponenten des Mainzer Spektrometers. Es ist 4 m lang, hat einen Innendurchmesser von 1 m sowie etwa die gleiche Energieauflösung wie das Hauptspektrometer [67]. Die Aufgabe des Monitorspektrometers ist es Spannungsschwankungen der Hochspannung zu erkennen. Dazu wird bei dieser Komponente die äußere Wand geerdet, während Elektroden im Innern des Spektrometers mit der Spannung des Hauptspektrometers gekoppelt sind. Eine ^{83m}Kr Quelle ist am Eingang des Spektrometers platziert, die K32 Konversions-Elektronen mit einer Energie von 17,8 keV [68] abstrahlt. Um den Energieunterschied zu der Endpunktenergie der Elektronen aus dem Tritiumzerfall auszugleichen, muss das Potential an der Kryptonquelle ungleich null sein. Mit einer Silizium PIN-Diode als Detektor am Ende wird die Breite und Position der K32 Konversions-Linie über das MAC-E-Filter Prinzip aufgezeichnet und es lässt sich erkennen, ob Schwankungen in der Hochspannung auftreten. Weitere Informationen können in [69] nachgelesen werden.

3.2.4.4. Detektor

Nachdem die Elektronen in der Spektrometer Sektion herausgefiltert wurden, die für die Neutrinomassen-Analyse wichtig sind, werden diese mit Silizium PIN Dioden gezählt. Der Detektor besteht aus 148 gleichgroßen Pixeln, die sich monolithisch zu einer Fläche mit einem Durchmesser von 90 mm zusammensetzen. Das Detektor-System besteht aus zwei supraleitenden Magneten, dem Pinch Magnet (6 T) und dem Detektor Magnet (3,6 T). Die Energieauflösung bei der Endpunktsenergie der β-Spektrums liegt bei etwa 2 keV. Um den Untergrund weiter zu verringern werden die im Detektor ankommenden Elektronen, nachträglich beschleunigt. Für die Abschirmung von externer Gammastrahlung und dem kosmischen Untergrund sind Kupfer- und Blei-Abschirmungen sowie ein Veto-Schild vorhanden.

Der Detektor wurde an der Universität von Washington entwickelt und ist seit 2011 am

KIT. Bei den Messphasen SDS I und II war er zusammen mit dem Hauptspektrometer in Betrieb. Genauere Informationen können in [66] nachgeschlagen werden.

4. Vergleich der Magnetfeldsimulationen von COMSOL und KASSIOPEIA

Die Simulation von Magnetfeldern ist für das KATRIN Experiment von besonderer Wichtigkeit. Die Magnetfelder werden benötigt, damit der vollständige adiabatische Transport der durch den Tritiumzerfall frei werdenden Elektronen gewährleistet wird. Für die Simulation der Felder können prinzipiell verschiedene Programme benutzt werden. Das Softwarepaket KASSIOPEIA spielt dabei eine sehr wichtige Rolle, da es speziell für den KATRIN Aufbau erstellt wurde. Eine weitere Möglichkeit bietet das kommerzielle erhältliche Programm COMSOL Multiphysics, das gegenüber KASSIOPEIA den Vorteil besitzt, magnetische Materialien einzufügen.

In diesem Kapitel werden deshalb im ersten Teil 4.1 die beiden Programme KASSIOPEIA und COMSOL vorgestellt. Außerdem wird die Vorgehensweise für die Implementierung der Quell- und Transport-Sektion Magnete in COMSOL beschrieben. Im zweiten Abschnitt 4.2 werden die Ergebnisse der Simulationen analysiert und die Magnetfelder an die KASSIOPEIA Daten angepasst.

4.1. Verwendete Simulationsprogramme

In diesem Abschnitt wird eine Einführung in die beiden Programme KASSIOPEIA und COMSOL Multiphysics gegeben. Dabei liegt der Fokus auf COMSOL, da die komplette Implementierung von KASSIOPEIA mit detaillierter Diskussion schon vorhanden ist (siehe z. B. [49]).

4.1.1. KASSIOPEIA

KASSIOPEIA ist ein Teil des KATRIN Softwarepaktes KASPER, das speziell von der KATRIN Kollaboration entwickelt wurde, um viele verschiedene Anforderungen zu erfüllen. Sie ist auf C++ Basis geschrieben und wird gemeinsam mit KGeoBag [71] und KEMField [71] zum Verfolgen von Teilchenbahnen sowie für elektromagnetische Feldrechnungen verwendet. Mithilfe von KGeoBag können geometrische Elemente eingebaut werden, während mit KEMField die elektrischen und magnetischen Feldkonfigurationen eingegeben werden. Mit KASSIOPEIA lassen sich sowohl Teilchen mit verschiedenen Anfangsbedingungen simulieren, als auch anschließend die Messdaten analysieren. Bei dem Start einer Simulation wird ein geladenes Teilchen durch die mit KGeoBag erzeugte Geometrie geführt. Dabei wird der Weg in einzelne Segmente unterteilt, in denen, unter Berücksichtigung

der elektromagnetischen Felder, der Impuls durch das Lösen der Bewegungsgleichungen berechnet wird.

Eine Simulation wird über eine XML-Datei gestartet, in der die Geometrie und die Parameter für die elektromagnetischen Felder aus anderen Dateien eingebunden sind. Dadurch können z. B. mehrere einzelne Geometrieelemente hintereinander gereiht werden, indem sie durch einen Ortsvektor an die richtige Position gesetzt werden. Der Startort und die Identität des simulierten Teilchens müssen in der ausführenden Datei angegeben sein. Schließlich kann bestimmt werden, welche physikalische Größen in der Root-Datei ausgegeben werden sollen. Auch die Präzision der Werte kann eingestellt werden.

Magnetische Feldberechnung

Die magnetische Feldberechnung der Quell- und Transport-Sektion in KASSIOPEIA beruht auf der zonalen Kugelflächenfunktionen-Methode [72]. Dazu werden die zonalen Kugelflächenfunktionen mit Legendre-Polynomen erweitert. Mit dieser Methode kann das Magnetfeld von zirkular stromdurchflossenen Schleifen und axialsymmetrischen Spulen berechnet werden.

Der Algorithmus teilt von einem beliebigen Ursprung auf der Symmetrieachse den Raum in drei Unterbereiche auf:

1. den Quell-Konvergenz-Bereich vom Ursprung bis zur ersten Quelle,
2. den entfernten Konvergenz-Bereich außerhalb aller Quellen,
3. den Bereich zwischen den ersten beiden Punkten.

Dadurch fließt kein Strom innerhalb den ersten beiden Bereichen. Das magnetische Skalarpotential, das in einer quellfreien Region die Laplace-Gleichung erfüllt, kann in Kugelflächenfunktionen entwickelt werden, beim axialsymmetrischen Fall vereinfachen sich diese zu den zonalen. Die radialen und axialen Magnetfeldkomponenten können auch durch die zonalen Kugelflächenfunktionen ausgedrückt werden. Werden diese an mehreren Ursprüngen berechnet, kann an jedem Punkt das Magnetfeld bestimmt werden. Eine ausführliche Beschreibung des Mechanismus kann in [72] nachgelesen werden.

4.1.2. COMSOL

COMSOL Multiphysics ist eine kommerzielle Software mit der viele verschiedene physikalische Probleme simuliert werden können. Dazu sind mehrere Module vorhanden, die mithilfe der finiten Elemente Methode die Fragestellungen lösen. Für die Aufgabenstellungen, die in dieser Masterarbeit untersucht wurden, wurde das Elektromagnetische Modul verwendet. Mit COMSOL können dreidimensionale Geometrien anschaulich eingebunden werden. Die erstellten Geometrien bestehen aus einem Volumen und einer Oberfläche, die je nach Aufgabenstellung für die Berechnung notwendig sind. Dabei sind einige Grundelemente vorhanden, zusätzlich ist es möglich eigene Formen einzubauen. Anschließend wird der Geometrie ein Material zugewiesen. Wie bei den Geometrien besitzt COMSOL eine große Datenbank an Materialien, bei denen die physikalischen Materialeigenschaften hinterlegt sind. Danach werden die physikalischen Bedingungen an die Geometrie-Elemente festgelegt. Dazu wird im elektromagnetischen Modul die Randbedingung eingestellt, die für die Simulation verwendet werden soll. Schließlich wird für jedes Element ein Netz erstellt. Die Eigenschaften des Netzes können nach Bedarf angepasst werden. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Simulationen wurden die Netze aus Dreiecken aufgebaut, deren minimale und maximale Größe sowie deren Wachstumsfaktor festgelegt wurden. Je kleiner diese

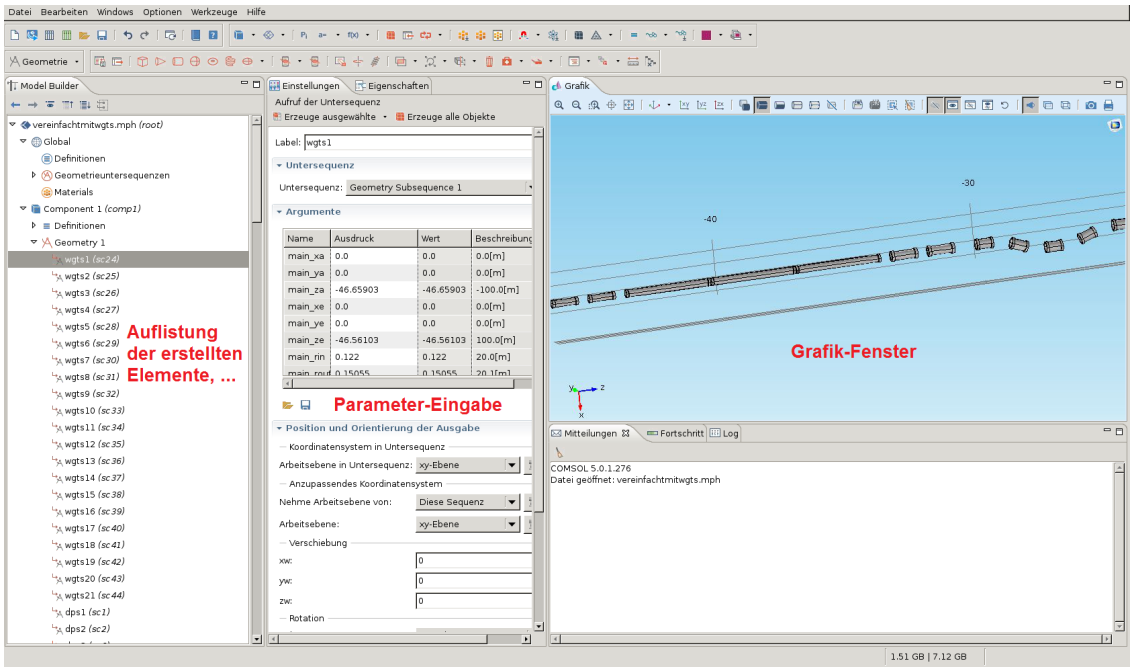


Abbildung 4.1.: Arbeitsfläche im COMSOL Browser. Auf der linken Seite sind die erstellten Elemente aufgelistet. In diesem Fenster können Bestandteile hinzugefügt und gelöscht werden. Im Falle eines Fehlers wird hier die Komponente angezeigt, bei der etwas geändert werden muss. Durch die Auswahl eines Elementes öffnet sich rechts daneben ein Fenster mit den Eigenschaften, die hierfür definiert werden müssen. Die erstellten Komponente werden auf der rechten Seite in einem Grafik Fenster angezeigt. Darin können Bereiche vergrößert oder verkleinert dargestellt werden. Außerdem können hier z. B. alle Elemente mit dem selben Material durch Anklicken ausgewählt werden.

Parameter sind, desto genauer ist das Ergebnis der Simulation. Gleichzeitig erhöht sich die Rechendauer der Berechnung.

Mit COMSOL können sowohl zeitabhängige als auch stationäre Probleme gelöst werden. Da bei den Aufgaben innerhalb dieser Arbeit die Parameter zeitlich konstant bleiben, wird im Folgenden nur der stationäre Fall betrachtet. Dieser benötigt weniger Rechenzeit und ist deshalb effizienter. Zunächst wird ein Überblick über die Vorgehensweise zur Implementierung der Magnetkonfigurationen in COMSOL gegeben.

Aufstellen der Geometrie

Als erster Schritt für das Erstellen einer Simulation muss in COMSOL eine Geometrie generiert werden. Dabei werden die erstellten Elemente optisch in einem Fenster als CAD Modell angezeigt (vgl. Abb. 4.1). Viele zwei- bzw. dreidimensionale Grundformen wie z. B. ein Rechteck oder ein Quader sind schon in COMSOL eingebaut, sodass nur die gewünschte Größe und Position eingestellt werden muss.

Bei zweidimensionalen Formen besteht nach ihrer Erstellung die Möglichkeit, diese zu rotieren und extrudieren. Dazu können je nach Form die Länge, der Radius, der Winkel und vieles mehr definiert werden. Die Geometrieelemente können zu jeder Zeit verändert oder neue hinzugefügt werden. Dadurch können z. B. Simulationen hintereinander ausgeführt werden, bei denen ein Parameter mit jeder neuen Rechnung variiert wird. Da COMSOL keinen Hohlzylinder als bereits gespeicherte Geometrieform hat, muss für eine Spule manuell ein neues Geometrieelement entworfen werden. Als erstes wurde dazu ein Rechteck erstellt,

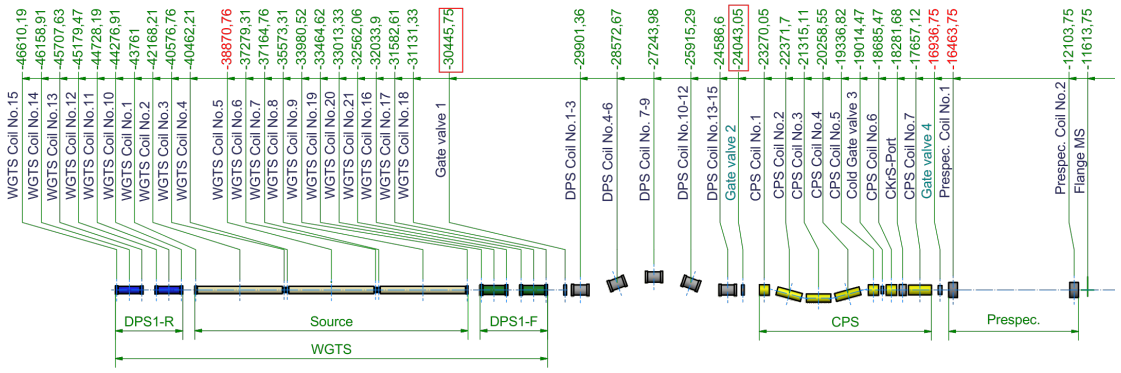


Abbildung 4.2.: Konfiguration der KATRIN-Spulen (ohne die Rear-Sektion und das Hauptspektrometer). Eingezeichnet sind die z-Koordinaten der Spulen-Mittelpunkte in Millimeter mit dem Koordinatensystem Ursprung im Zentrum des Hauptspektrometers. Zusätzlich sind die Positionen verschiedener Schieber eingetragen, die zur Abtrennung benachbarter KATRIN Komponenten notwendig sind. Diese Positionen dienten als Grundlage für die Implementierung der Spulen in COMSOL.

das anschließend durch eine komplette 360° Drehung zu dem gewünschten Hohlzylinder wird. Mit der Eingabe von dem Innen- und Außenradius sowie den Anfangs- und Endkoordinaten kann damit der Hohlzylinder als neues Element in die Geometrie von COMSOL hinzugefügt werden.

Die Koordinaten der implementierten Spulen der Quell- und Transport Sektion sind in Abb. 4.2 zu sehen.

Für die Simulation von elektrodynamischen und magnetostatischer Prozesse muss für die Einhaltung von Randbedingungen ein endlicher Raum erstellt werden, in dem die Berechnung der physikalischen Größen stattfindet. Je größer das Volumen gewählt wird, desto länger dauert die Simulation. Um genauere Ergebnisse zu erhalten, kann für kleinere Einheiten ein zusätzliches Volumen erstellt werden. In den folgenden Berechnungen wurden für das umschließende Volumen Zylinder gewählt.

Materialeinstellung

Die in dem ersten Teil erstellten Geometrien bekommen im nächsten Schritt ein Material zugeordnet. COMSOL besitzt eine große Bibliothek mit Elementen und Werkstoffen, in der die dazugehörigen Materialeigenschaften gespeichert sind. Für die elektromagnetischen Berechnungen sind die Permeabilität und die Dielektrizitätskonstante der Stoffe entscheidend. Der Grund dafür ist die Hysterese-Kurve, die für jedes Material spezifisch und für die Magnetfeldberechnung ausschlaggebend ist. Um den Werkstoff zuzuordnen muss dieses zur Liste hinzugefügt und anschließend die gewünschten Geometrieelemente ausgewählt werden.

In diesem Kapitel wurde ausschließlich Luft ($\mu_r = 1$ und $\epsilon_r = 1$) als Material verwendet, da das Magnetfeld in den Spulen für die Analyse nicht wichtig ist. Deshalb ist in erster Näherung Luft am sinnvollsten, da dadurch die Rechendauer minimiert wird.

Auswahl der physikalischen Parameter

Im nächsten Schritt werden die physikalischen Parameter, die bei der Simulation beachtet werden müssen, gesetzt. Da in diesem Kapitel Magnetfelder berechnet werden, wurde hier das „magnetische Felder (mf)“ des AC/DC-Moduls benutzt. Andere Module können mit anderen Lizenzen dazu erworben werden, sodass z. B. auch der Wärmetransfer von Materialien untersucht werden kann. Im Fall der stationären Magnetfeldberechnungen wird das Ampèresche Gesetz angewandt:

$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{B}}{\mu_0 \cdot \mu_r} - \sigma \cdot \vec{v} \times \vec{B} = \vec{J_e} \ , \tag{4.1}$$

mit $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Dabei ist $\vec{A}$ das Vektorpotential der Elektrodynamik, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$ die magnetische Feldkonstante, σ die elektrische Leitfähigkeit und $\vec{J_e}$ die elektrische Stromdichte. Als Randbedingung ist standardmäßig die Neumann-Randbedingung gesetzt:

$$\vec{n} \times \vec{A} = \vec{0} \ . \tag{4.2}$$

Die Anfangsbedingung muss zusätzlich eingegeben werden; in diesem Fall gilt $\vec{A} = \vec{0}$.

Es besteht die Möglichkeit externe Magnetfelder, Stromdichten, verschiedene Randbedingungen und vieles mehr zu definieren. In dieser Simulation wurden für die implementierten Hohlzylinder eine Mehrfachwindungs-Spule übergeben. Mit dieser Option ist nur die Wahl der Neumann-Randbedingung möglich. Für jede Spule müssen die Stromstärke, die Windungszahl, die Leitfähigkeit und die Querschnittsfläche angegeben werden. Die Dielektrizitätskonstante sowie die Permeabilität werden vom eingestellten Material übernommen. Außerdem muss eine Bezugskante ausgewählt werden, die die Stromrichtung festlegt. Durch das Eingeben aller Parameter ist die Physik für die Simulation vollständig beschrieben.

Erstellen des Netzes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Simulation ist das Einstellen eines Netzes für die Geometrieelemente. Dies ist notwendig, da COMSOL für die Berechnung die Finite-Elemente-Methode benutzt. Diese Methode wird in vielen Fällen zur Ermittlung von physikalischen Problemen verwendet. Dazu werden die Bauteile der Geometrie in sehr viele kleinere, endliche Elemente unterteilt. Endlich bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Restgröße für die Berechnung relevant ist. Anschließend wird für jedes Element eine Ansatzfunktion definiert, die in die für das Problem zu lösende Differentialgleichung (DGL) eingesetzt wird. Mit dem Einstellen der Anfangs-, Übergangs- und Randbedingungen kann das Gleichungssystem der DGL numerisch gelöst werden. Die Größe des Gleichungssystems, und damit die Rechendauer, skaliert mit der Anzahl der Elemente.

Das eingestellte Netz wurde aus Tetraedern zusammengesetzt, da diese für dreidimensionale Objekte gut geeignet sind. Auch hier können verschiedene Parameter wie die maximale und minimale Elementgröße, die Wachstumsrate sowie der Krümmungsfaktor eingestellt werden. COMSOL bietet hierzu verschiedene Voreinstellungen, die genutzt werden können. Für die einzelnen Geometrieelemente wurden unterschiedliche Einstellungen vorgenommen. Bei den Spulen wurde das feinste Netz gewählt, da diese für die Entstehung des Magnetfelds verantwortlich sind. Der äußerste Zylinder hat relativ große finite Elemente, damit die Rechenzeit nicht zu groß wird. Dadurch wurde eine Rechenzeit von etwa 20 min erreicht (je nach Problemstellung kann eine Simulation mehrere Stunden oder wenige Tage dauern).

Auswahl der Studie

Für die Berechnung des Problems sind verschiedene Auswahlmöglichkeiten vorhanden. Als erstes wird entschieden, ob ein zeitabhängiges oder ein stationäres Problem gelöst werden soll. Danach sind verschiedene Algorithmen für die Berechnung vorhanden, bei denen die für die Lösung zu erreichende Genauigkeit bestimmt werden kann. Es besteht die Möglichkeit einen direkten oder unterschiedliche iterative Algorithmen zu benutzen. Der Vorteil des direkten ist die kürzere Rechendauer, jedoch benötigt sie mehr Computerleistung. Deshalb kann für Probleme mit einem sehr großen Gleichungssystem nur der iterative Algorithmus verwendet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte mit der vorhandenen Rechenleistung immer der direkte Löser benutzt werden.

Auswertung der Ergebnisse

Nachdem die Simulation fertig ist, können die Daten mit verschiedenen Werkzeugen ausgewertet werden. Dazu können Ebenen oder Geraden in den berechneten Raum gelegt werden, an deren Positionen die gewünschten Parameter ausgegeben werden können. So kann z. B. in einem eindimensionalen Plot die Magnetfeldstärke entlang einer gewählten Linie aufgezeichnet werden. Aus diesem Graphen können die Werte in einer Textdatei exportiert werden, außerdem kann das Bild der Zeichnung direkt entnommen werden. Die gleichen Optionen bestehen bei den zwei- und dreidimensionalen Grafiken.

4.2. Auswertung der COMSOL Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird auf die Ergebnisse der Implementierung des KATRIN Magnetfeldes in COMSOL eingegangen. Nach dem Überprüfen der Koordinaten einer bereits vorhandenen Geometrie aller KATRIN Spulen von der Rear Sektion bis zum Detektormagneten, wurden für die WGTS, DPS, CPS und den ersten Vorspektrometermagneten die Spulenströme, die Windungszahlen und die Querschnittsfläche der Spulenwicklung eingegeben. Außerdem wurde das Netz angepasst und die direkte Studie ausgewählt.

Das Ergebnis der ersten Simulation ist, dass die nominell eingestellten Stromstärken der Spulen in COMSOL nicht zu den gleichen Magnetfeldern wie in KASSIOPEIA führen. Da die mit KASSIOPEIA berechneten Magnetfelder als exakt angenommen werden dürfen, wurden diese Werte als Referenz genommen und versucht durch das Korrigieren der Stromstärke die gleichen Werte mit COMSOL zu erreichen.

Dazu wurde die magnetische Flussdichte entlang der z-Achse ($x = y = 0\,\mathrm{m}$) bei beiden Programmen ausgegeben. Das Referenzmagnetfeld aus Kassiopeia ist in Abb. 4.3 zu sehen. Die Ausgabe entlang der Strahlachse (vgl. Abb. 4.4) ist bei COMSOL nicht möglich, da die Verkippungen in der DPS und CPS berücksichtigt werden müssen. Wie bereits in 4.1.2 beschrieben; erfolgt in COMSOL die Auswertung der Ergebnisse entlang einer definierten Schnittgerade. Deshalb muss zum Vergleich auch die magnetische Flussdichte längs derselben Gerade ausgegeben werden. In der Abbildung 4.3 sind die Stellen der Schikanen von der DPS (zwischen $z_1 \approx -29\,\mathrm{m}$ und $z_2 \approx -26\,\mathrm{m}$) und CPS (zwischen $z_3 \approx -23\,\mathrm{m}$ und $z_4 \approx -20\,\mathrm{m}$) gut erkennbar, da hier im Vergleich zu Abb. 4.4 das Magnetfeld stark fällt. Außerdem wird in Abb. 4.3 durch das Streufeld eine größere magnetische Flussdichte ($B > 6\,\mathrm{T}$) als im Pinch-Magneten erreicht.

In KASSIOPEIA kann im Gegensatz zu COMSOL eingestellt werden, in welchem Intervall das Magnetfeld ausgegeben werden soll. Für die Analyse wurde ein Abstand von einem

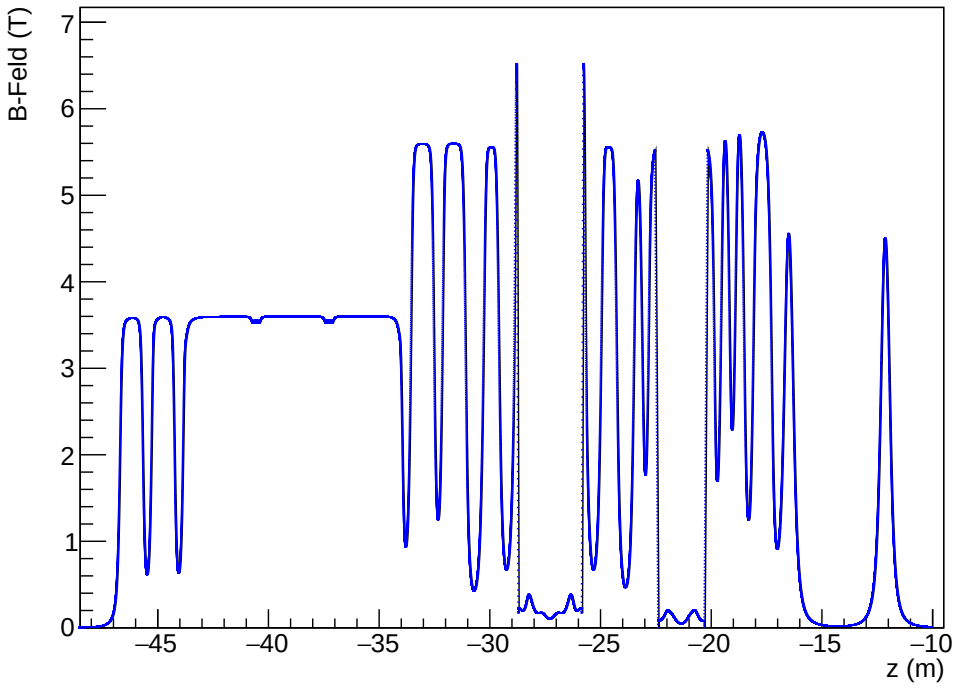


Abbildung 4.3.: Magnetische Flussdichte der Transportstrecke. Auf der y-Achse ist die magnetische Flussdichte über die z-Koordinate (im KATRIN-Koordinatensystem mit x=y=0 m) aufgetragen. Dabei sind die Magnete der WGTS, DPS, CPS sowie der erste Magnet des Vorspektrometers in Betrieb. Der Plot wurde mit KASSIOPEIA erstellt.

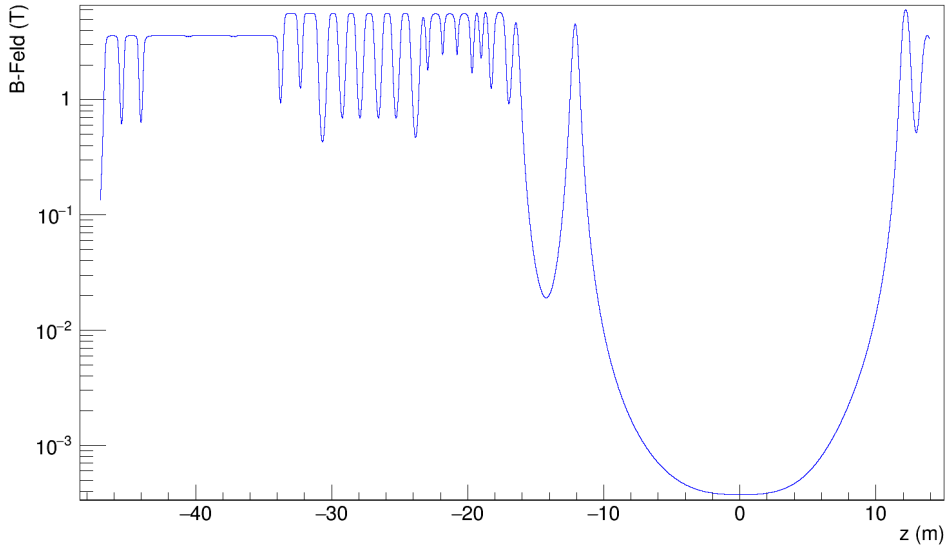


Abbildung 4.4.: Magnetische Flussdichte entlang der KATRIN-Strahlachse. Auf der y-Achse ist logarithmisch die magnetische Flussdichte auf der Strahlachse über die z-Koordinate aufgetragen. Dabei sind alle Magnete bis auf den der Rear-Sektion in Betrieb. Das minimale Magnetfeld in der Mitte des Hauptspektrometers zeigt das in Kap. 3 erklärte MAC-E-Filter Prinzip. Der Plot wurde mit KASSIOPEIA erstellt.

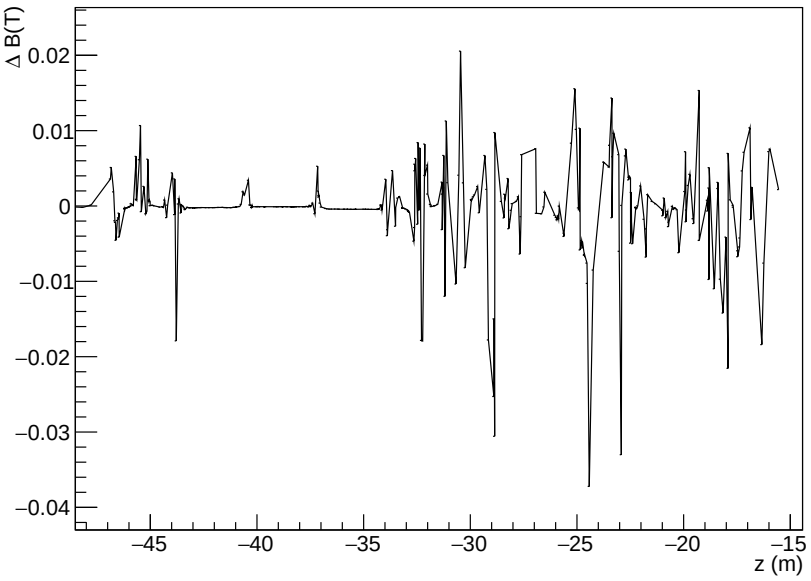


Abbildung 4.5.: Absoluter Fehler der COMSOL Simulation entlang der Hauptachse verglichen mit KASSIOPEIA. Auf der y-Achse ist der absolute Fehler der magnetischen Flussdichte über der z-Koordinate (im KATRIN-Koordinatensystem mit $x = y = 0\,\mathrm{m}$) aufgetragen.

Millimeter gewählt. COMSOL gibt die Position auf den Femtometer „genau“ aus, das Intervall ist jedoch nicht regelmäßig. Damit die Daten aus den beiden Simulationen verglichen werden können, wurde deshalb ein Root-Programm geschrieben, dessen Code im Anhang A beschrieben ist. Darin werden die beiden Dateien eingelesen und zwei Graphen erstellt. Im ersten Graph sind die beiden Daten als Histogramm gemeinsam in einem Plot dargestellt. Im zweiten ist der absolute Fehler über der Position aufgetragen. Dafür werden die Werte der COMSOL und KASSIOPEIA Simulation voneinander abgezogen, deren z-Koordinaten den geringsten Abstand haben.

Anhand des zweiten Plots wurde die Einstellung der Stromstärke vorgenommen. Dazu wurde die prozentuale Abweichung der Werte von zwei verschiedenen Anfangsbedingungen verglichen und versucht daraus die „richtige“ Stromstärke zu finden. Das Ergebnis dieser Korrekturen ist in Abb. 4.5 sichtbar. Ein Problem bei der Minimierung des Fehlers ist die Beeinflussung von nebeneinander liegenden Spulen. Wird bei beiden Spulen die Stromstärke verändert, so wirkt sich das auch auf die Streufelder der beiden aus. Außerdem ist die Einstellung schwieriger, wenn die Spulen kurz sind. Dies ist im Plot an den Positionen der langen WGTS Spulen (zwischen $z_5 \approx -44{,}5\,\mathrm{m}$ und $z_6 \approx -33{,}5\,\mathrm{m}$) erkennbar, weil dort der Fehler am geringsten ist. Des weiteren sind bei den WGTS und DPS Magneten Korrekturspulen vorhanden, sodass in diesen Bereichen die Stromstärke besser korrigiert werden kann. Insgesamt sind die Fehler in der Größenordnung von ein paar 10 mT und damit relativ groß. Dieser Fehler hat für den weiteren Nutzen der erstellten Konfiguration für die in dieser Arbeit untersuchten Problemstellungen jedoch keinen großen Einfluss.

Um die Abweichung der beiden Simulationen auf einer Geraden außerhalb der Hauptachse zu untersuchen, wurde eine zweite Linie erstellt, für die $x = 0\,\mathrm{m}$ und $y = 1\,\mathrm{m}$ gilt. Dies ist sinnvoll, da für die Untersuchung von Streufeldern die Positionen außerhalb der Großkomponenten wichtig sind. Das Ergebnis für diesen Fall ist in Abb. 4.6 zu sehen. Hier sind die Fehler im Vergleich zu Abb. 4.5 deutlich kleiner geworden. Der Fehler liegt nun im mT-Bereich und überschreitet nur bei $z \approx -18\,\mathrm{m}$ einen Millitesla. Auch hier sind die

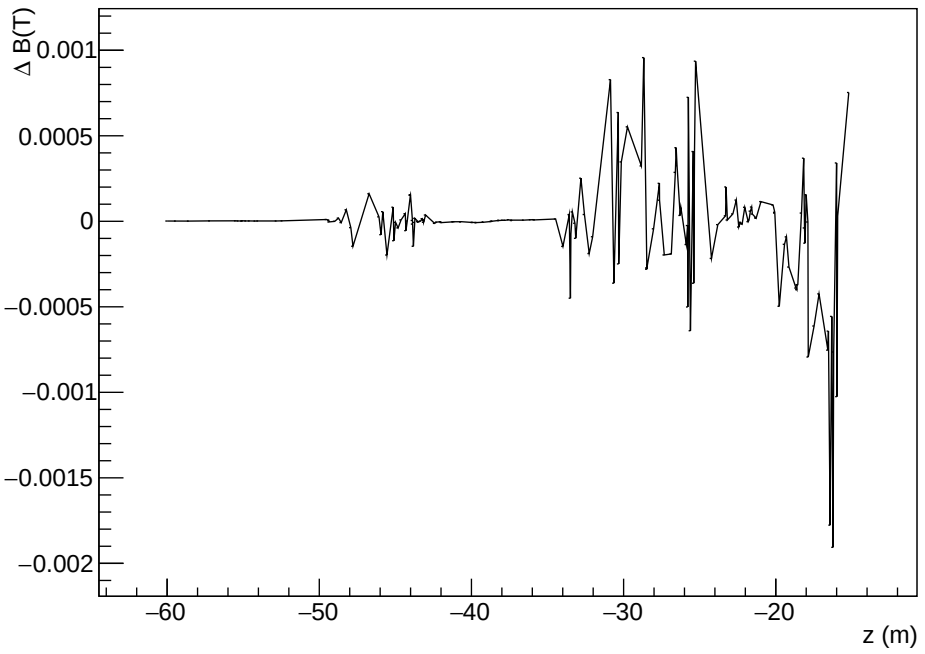


Abbildung 4.6.: Absoluter Fehler der COMSOL Simulation einen Meter über der Hauptachse verglichen mit KASSIOPEIA. Auf der y-Achse ist der absolute Fehler der magnetischen Flussdichte über der z-Koordinate (im KATRIN-Koordinatensystem mit $x = 0\,\mathrm{m}$ und $y = 1\,\mathrm{m}$) aufgetragen) aufgetragen.

Fehler an den Positionen der DPS und CPS am größten.

4.3. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Simulationsprogramme KASSIOPEIA und COMSOL vorgestellt. Dabei wurde detailliert auf die Erstellung der Spulen in COMSOL eingegangen. Durch die Justierung der Stromstärken konnte der Fehler im Vergleich zur KASSIOPEIA Simulation kleiner gemacht werden. Die in diesem Kapitel festgestellten Differenzen in der Magnetfeldberechnung von einigen Millitesla zwischen COMSOL und KASSIOPEIA sind für die in dieser Arbeit untersuchten Analysen, insbesondere des Flussschlauch-Transports, vernachlässigbar. In Kapitel 6 wird die COMSOL Datei dafür genutzt das Streufeld an Turbomolekularpumpen zu untersuchen und falls nötig Abschirmungen für diese zu implementieren.

5. Berechnung der Strahlführung in der CPS mit KASSIOPEIA Simulationen

Die Quell und Transport Sektion wurde konstruiert, um einen Flussschlauch von 191 Tcm^2 von der Quelle zum Spektrometer zu führen. Der adiabatische Transport dieses Flussschlauches ist eine der wichtigsten Anforderungen für die CPS. Um dies sicher zu erreichen, wird ein Mindestabstand der Elektronen zur Beamtube-Wand gefordert. Zur Verifikation der Design-Vorgaben als auch der Überprüfung der „as-built"-Situation wurde in einer vorherigen Masterarbeit die Geometrie der CPS Beamtube in KASSIOPEIA eingebunden [73].

In diesem Kapitel werden die Auswirkungen der von ASG Superconductors gemessenen Positionen während des Einbaus der sieben Magneten und Beamtube-Sektionen in die Kaltmasse untersucht. Für die „as-built"-Situation wurden von ASG bereitgestellte Laser-Trackerdaten verwendet, die über die Fertigung hinweg, die Ausrichtung der Magnetspulen und Beamtube-Sektionen zum Kryostaten protokollieren. Der Hersteller proklamiert dabei eine Messgenauigkeit von 0,2 mm. Ein weiterer Schwerpunkt wird auf das Design der Getter-Pumpe gelegt, deren Größe mithilfe der Simulation bestimmt wurde.

5.1. Geometrische Positionen der CPS-Beamtube und Magnetspulen

Die CPS kann in sieben Abschnitte, zwei Pumpanschlüsse (PP1 und PP2) und einem in die Beamline integrierten kryogenen Zugschieber (Cold gate valve) unterteilt werden. Zusammen gesetzt sind die im Inneren mit Gold beschichteten Beamtube-Elemente 6,5 m lang. Die Vergoldung sorgt für eine saubere, wohl definierte Unterlage der Argon-Frostschicht und reduziert das Ausgasen von Wasserstoff-Isotopen, als auch die Aufnahme von Tritium. Die Beamtube-Elemente 2-4, auf denen sich die Argon-Frostschicht befindet, sind mit einem Winkel von 15° in der horizontalen Ebene gekippt. Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten detaillierter beschrieben.

- **Sektion 1:** Das erste Teilstück der CPS ist etwa 647 mm lang und seine Oberfläche wird im Tritiumbetrieb auf 77 K herunter gekühlt. Die Sektion beinhaltet einen DN 200 Flansch als Schnittstelle zum Nachbargewerk, einen Balg zur Kompensation mechanischer und thermisch induzierter Kräfte und dem zentralen Beamtube Segment mit einem Innendurchmesser von 148,4 mm. Um die in Abschnitt 2 beginnende Argon-Frostschicht vor der Wärmelast der auf Raumtemperatur befindlichen

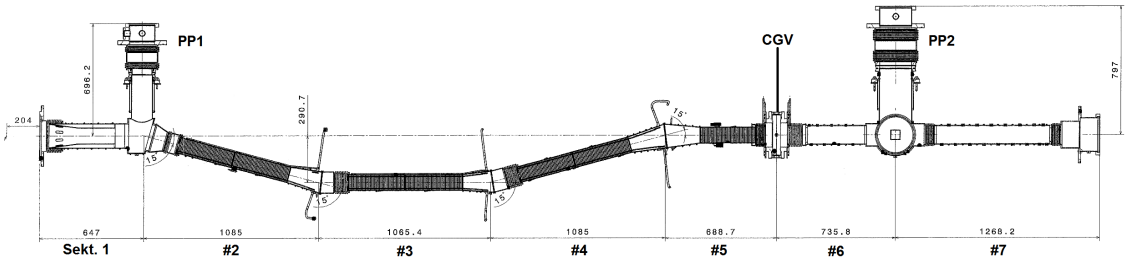


Abbildung 5.1.: Geometrie der CPS. Zu sehen sind die einzelnen Bestandteile der CPS. Zusätzlich sind die Längenangaben in Millimeter angegeben. Auf der linken Seite ist der Anschluss zur DPS und auf der rechten folgt der Übergang zum Vorspektrometer. Die Zeichnung wurde aus der Fertigungsskizze der CPS entnommen [74].

Nachbarkomponente zu schützen, befindet sich in der Beamtube eine beschichtete Kupferabschirmung, die zusätzlich sowohl den Leitwert als auch die Wärmeeinstrahlung am Eingang der CPS reduziert.

- **Pump Port 1:** Der Pump Port 1 liegt zwischen der ersten und zweiten Sektion. An dieser Stelle befinden sich eine Druckmessröhre und ein Massenspektrometer, die für verschiedene Messungen wichtig sind. Außerdem ist eine Vakuumpumpe angeschlossen, die für das Vakuum in der Beamtube benötigt wird. Der Zugang ist von der horizontalen Position eingebaut und bildet die Schnittstelle zum Loop-System.

- **Sektion 2-4:** Diese drei Elemente enthalten die 3 K kalte Argon-Frostschicht. Die Länge (720 mm) und der Durchmesser (95,3 mm) sind bei allen drei Abschnitten gleich groß. Die Sektionen sind unter einem Winkel von 15° durch Konen und Bälge miteinander verbunden. Diese Verkippung erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass Tritium enthaltende Moleküle auf die Argon-Frostschicht treffen. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Moleküle an der Frostschicht bei einmaligen Auftreffen adsorbiert werden, beträgt 70% [60]. Um die Argon-Frostschicht auf der inneren Oberfläche zu erzeugen, sind pro Sektion drei Kapillaren vorhanden. Jede Kapillare hat 23 Löcher mit einem Durchmesser von 0,2 mm und ist mit dem Argon-Einlass-System des Loop-Systems verbunden.

- **Sektion 5:** Zusammen mit der Verbindung zwischen Sektion 4 und 5, ist der fünfte Abschnitt etwa 570 mm lang. Der innere Durchmesser der 346,1 mm langen Beamtube beträgt an der kleinsten Stelle 76,6 mm. Auch in diesem Teil ist die Temperatur 3 K groß. Die Kühlung erfolgt durch gestreutes Argon aus den Sektionen 2-4. Eine aktive Argon-Präparation würde dagegen für eine mögliche Verunreinigung des „Cold Gate“-Schiebers mit Tritium führen, das beim Öffnen des selbigen in die Spektrometer-Sektion gelangen könnte und dort für Untergrund sorgt.

- **„Cold Gate“-Schieber:** Zwischen den Abschnitten 5 und 6 befindet sich ein Schiebeventil, das besondere Ansprüche erfüllen muss. So muss es bei einer Betriebstemperatur von 4,5 K möglich sein den Schieber im Notfall zu schließen, um den Tritiumbereich vom Spektrometerbereich zu trennen. Die Verbindung mit den Sektionen 5 und 6 erfolgt über zwei Bälge, sodass sich eine gesamte Länge von 428,8 mm ergibt. Der Innendurchmesser beträgt im geöffneten Zustand 112 mm. Die Hauptaufgabe des Schiebers ist das Zurückhalten von Tritium bei der Regeneration von der Argon-Frostschicht. Zu diesem Zeitpunkt ist der „Cold Gate“-Schieber geschlossen.

- **Sektion 6:** Die sechste Sektion wird im Betriebszustand bei einer Temperatur von 77 K betrieben und dient bereits für den thermischen Übergang vom 3 K Bereich zu Raumtemperatur. Die Beamtube hat eine Länge von 352,4 mm und einen Durchmesser von 112,3 mm. Um die Möglichkeit zu besitzen eine zusätzliche Getter-Pumpe

einzubauen, befindet sich auf der der Seite des „Cold Gate“-Schiebers eine etwa 12 mm lange Verjüngung mit einem Durchmesser von 89,6 mm.

- **Pump Port 2:** Wie auch bei Pump Port 1 werden an dieser Stelle Druckmessröhren, ein Massenspektrometer und eine Turbomolekularpumpe angeschlossen. Insgesamt ist der Pump Port 2 255,7 mm lang. Er besitzt einen horizontalen und vertikalen Zugang zur Beamtube. Der horizontale Zugang wird für den Forward Beam Monitor (FBM) benötigt, der für Informationen über die Position des Flussschlauchs gebraucht wird. Durch die vertikale Öffnung wird eine kondensierte Krypton Quelle eingebracht, mit der die Spektrometer Sektion kalibriert werden kann.

- **Sektion 7:** Der letzte Teil der CPS Geometrie ist der einzige Abschnitt, bei dem die Beamtube im Standardbetrieb nicht gekühlt wird. Sie besitzt eine Länge von 700,2 mm und einen Innendurchmesser von 112 mm. Genau wie in der sechsten Sektion ist auf der Seite des Vorspektrometers eine Verjüngung für eine Getter-Pumpe vorhanden. Diese ist 14,5 mm lang und hat einen Innendurchmesser von 82 mm. Den Abschluss der CPS bildet ein DN 200 Flansch.

Die Maße der einzelnen Geometrieelemente wurden im Rahmen einer vorherigen Masterarbeit in eine XML-Datei geschrieben [73] und mit den Fertigungszeichnungen des Herstellers abgeglichen. Dort werden sie über eine Transformation in z-Richtung aneinander gereiht. Zusätzlich können Verschiebungen in x- und y-Richtung eingestellt werden. Bei einer Verkippung einer Komponente müssen die dazugehörigen Eulerschen Winkel berechnet und eingegeben werden.

5.2. Flussschlauch Simulation durch die DPS und CPS

Für die Simulation wurden die Elektronen in der Mitte des ersten DPS Magneten gestartet. Dabei sind in allen folgenden Simulationen die DPS Magneten auf ihrer „as-built“-Position. Dazu wurden 36 Elektronen gleichmäßig konzentrisch verteilt am äußeren Rand des Flussschlauches $\Phi = 191\,\mathrm{Tcm}^2$ erzeugt und ihre Trajektorie berechnet. Für alle 36 Bahnen wurden in die Ausgabedatei die Position des Teilchens und der minimale Abstand zur inneren Beamtube ausgeschrieben. Die Anforderungen für den minimalen Sicherheitsabstand sind im CPS Design Report [75] festgelegt:

$$\Delta = \begin{cases} 3\,\mathrm{mm} & \text{für} \quad B > 4\,\mathrm{T} \\ 2\,\mathrm{mm} + \dfrac{4\,\mathrm{Tmm}}{B} & \text{für} \quad B \leq 4\,\mathrm{T} \end{cases} \tag{5.1}$$

Da bei der realen CPS gemäß Messprotokollen die Magnete und Beamtubes leicht in orthogonaler Richtung verkippt sind, musste überprüft werden, ob dadurch die in Gleichung 5.1 gestellten Forderungen verletzt werden. Zu diesem Zweck wurde mithilfe von Root aus den 36 Ausgabedateien für jede z-Koordinate der geringste Abstand für die Auswertung verwendet (siehe Anhang B). Mit der zusätzlich eingezeichneten Linie für die Anforderungen kann überprüft werden, ob mit der verwendeten Geometrie diese eingehalten werden.

5.2.1. Strahlführung in der geplanten CPS-Geometrie

Als erstes wurde überprüft, wie sich der minimale Abstand des Flussschlauches verhält, wenn die Designwerte des Technical Design Reports der CPS [75] verwendet werden und Fertigungstoleranzen sowie anderweitige fertigungstechnische Änderungen ignoriert werden. Das Ergebnis der Simulation ist in Abb. 5.2 zu sehen. Die blaue Linie zeigt den minimalen Abstand des Flussschlauches zur Wand, der sich je nach z-Position stark verändert. Es ist erkennbar, dass am Eingang in die CPS und zwischen dem vierten und fünften Abschnitt

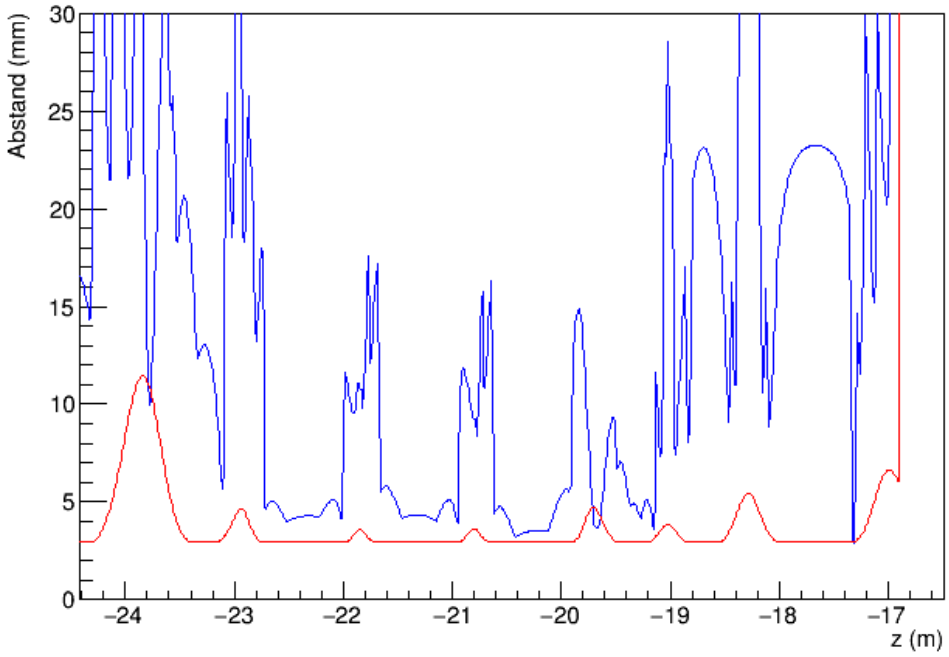


Abbildung 5.2.: Minimaler Abstand des Flussschlauchs für Design Werte. Im Schaubild ist der minimale Abstand des Flussschlauchs in Millimeter über die KATRIN-z-Koordinate aufgetragen. Die blaue Kurve zeigt den berechneten Abstand, die rote die Anforderungen.

der CPS der minimale Sicherheitsabstand die in Gl. 5.4 gestellten Anforderungen knapp nicht erfüllt. Zudem sind bei der Verjüngung in Beamtube 7 die geforderten 3 mm knapp eingehalten. Dies ist für die Systematik kein Problem, da die Forderungen so gewählt wurden, dass der Flussschlauch auch mit weniger Abstand zur Beamtube nicht kollidiert. Dadurch können Ungenauigkeiten beim Justieren der Magnetspulen und Beamtube-Elemente noch hinreichend ausgeglichen werden. Zusammenfassend zeigt der minimale Abstand bei der geplanten Geometrie, dass an zwei Stellen die Anforderungen selbst im idealisierten Zustand nicht erfüllt werden, die für den Betrieb aber nicht kritisch sind.

5.2.2. Strahlführung in der realen CPS-Geometrie

Die Spulen und die Strahlröhren (Beamtubes) der CPS wurden beim Einbringen der jeweiligen Komponenten vermessen. Dabei wurde festgestellt, dass sich die Positionen von den Designwerten im Bereich von Zehntel-Millimetern bis Millimetern unterscheiden.

Die Abweichungen der Achsen können in den Tabellen 5.1 und 5.2 nachgelesen werden (Idealfall $\gamma = 0$). Die Position von Beamtube 1 und 7 wurden nachträglich am KIT nach dem Einbringen der CPS zur Kontrolle vermessen. Bei den anderen Teilen kann die Position nicht mehr überprüft werden, da sonst der komplette CPS Kryostat geöffnet werden müsste. Mithilfe der Daten aus den Tabellen 5.1 und 5.2 wurde die Verschiebung der Mittelpunkte von den Spulen und der Beamtube berechnet. Außerdem wurden die dazugehörigen Euler Winkel bestimmt. KASSIOPEIA benutzt die Standard-x-Konvention (vgl. Abb. 5.3), bei der der erste Winkel α eine Drehung um die z-, β eine Drehung um die x'- und γ eine um die z"-Achse beschreibt.

Da die Magnetspulen und die Beamtubes axialsymmetrisch sind, kann γ immer gleich null

Tabelle 5.1.: Position der Achsen der CPS Spulen. Die x-, y- und z-Anfangs- bzw. Endpositionen der CPS Spulen sind in Millimeter angegeben. Verwendet wurde das KATRIN Koordinatensystem mit dem Ursprung in der Mitte des Hauptspektrometers. Die Werte wurden in Genua von ASG Superconductors gemessen [76] und sind für den Fall, dass die CPS kalt gefahren ist, umgerechnet worden. RS steht für die Rear-Sektion-Seite und DS für die Detektor-Seite.

Achse	x / **mm**	y / **mm**	z / **mm**	Δx / **mm**	Δy / **mm**
Spule 1 RS	0,50	-0,10	-23453,10	0,50	-0,10
Spule 1 DS	0,50	0,50	-23087,60	0,50	0,50
Spule 2 RS	-31,20	1,10	-22810,25	0,30	1,10
Spule 2 DS	-268,20	1,60	-21928,25	0,40	1,60
Spule 3 RS	-290,10	-0,80	-21759,80	-0,20	-0,80
Spule 3 DS	-289,90	1,30	-20873,10	0,00	1,30
Spule 4 RS	-267,10	0,30	-20698,15	-0,30	0,30
Spule 4 DS	-31,10	1,20	-19816,75	-0,50	1,20
Spule 5 RS	0,50	0,10	-19520,80	0,50	0,10
Spule 5 DS	0,20	0,30	-19149,30	0,20	0,30
Spule 6 RS	0,00	0,10	-18875,70	0,00	0,10
Spule 6 DS	0,50	0,00	-18490,80	0,50	0,00
Spule 7 RS	-0,20	-0,30	-18068,30	-0,20	-0,30
Spule 7 DS	0,20	-0,80	-17242,00	0,20	-0,80

Tabelle 5.2.: Position der Achsen der CPS Beamtubes. Die x-, y- und z-Anfangs- bzw. Endpositionen der CPS Beamtube sind in Millimeter angegeben. Verwendet wurde das KATRIN Koordinatensystem mit dem Ursprung in der Mitte des Hauptspektrometers. Die Werte für die Sektionen zwei bis sechs wurden in Genua von ASG Superconductors gemessen [76], die Positionen der Beamtube 1 und 7 am KIT [77]. Die Werte sind für den Fall, dass die CPS kalt gefahren ist. RS steht für die Rear-Sektion-Seite und DS für die Detektor-Seite.

Achse	x / **mm**	y / **mm**	z / **mm**	Δx / **mm**	Δy / **mm**
BT 1 RS	-1,00	4,60	-23486,85	-1,00	4,60
BT 1 DS	0,00	2,40	-23090,45	0,00	2,40
BT 2 RS	-30,90	0,00	-22810,15	0,40	0,00
BT 2 DS	-267,80	0,20	-21928,15	-0,20	0,20
BT 3 RS	-289,80	-0,40	-21759,80	-0,10	-0,40
BT 3 DS	-289,70	0,20	-20873,10	0,00	0,20
BT 4 RS	-267,50	-0,20	-20698,05	-0,10	-0,20
BT 4 DS	-31,80	0,00	-19816,55	0,40	0,00
BT 5 RS	-0,20	0,10	-19520,80	-0,20	0,10
BT 5 DS	-0,10	-0,20	-19149,30	-0,10	-0,20
BT 6 RS	-0,40	-1,10	-18875,70	-0,40	-1,10
BT 6 DS	0,10	0,30	-18490,80	0,10	0,30
BT 7 RS	-0,80	-1,10	-18092,95	-0,80	-1,10
BT 7 DS	1,30	-0,30	-17193,25	1,30	-0,30

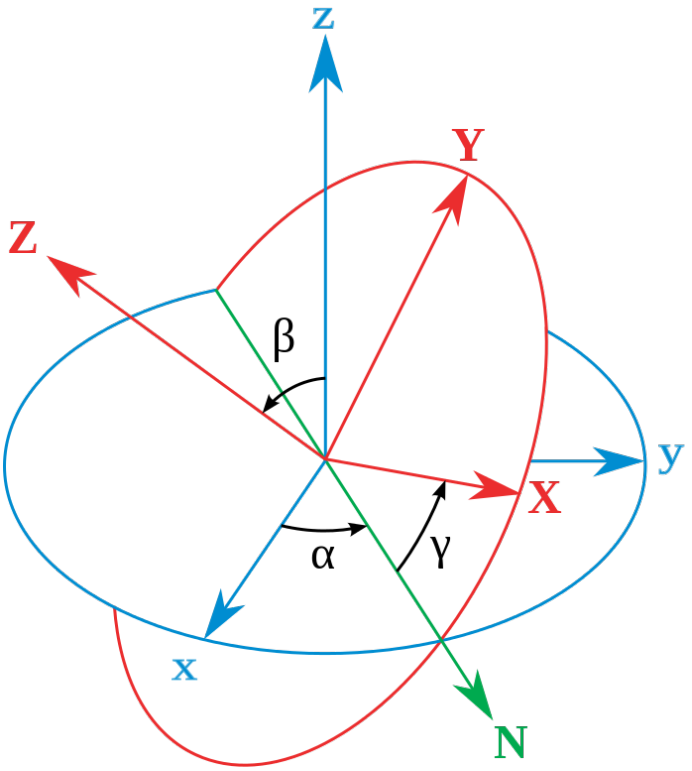


Abbildung 5.3.: Euler Winkel. Zu sehen sind in schwarz die drei Euler Winkel α, β und γ. In blau ist das rechtshändige Koordinatensystem mit den drei Achsen x, y und z vor der Drehung gezeigt, in rot (X,Y,Z) ist es nach der Drehung um die drei Winkel abgebildet.

gesetzt werden. α wird über die Differenz der x- und y-Werte berechnet:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right) \tag{5.2}$$

Für den zweiten Winkel β gilt folgender Zusammenhang:

$$\beta = \arctan\left(\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{\Delta z}\right), \tag{5.3}$$

wobei Δz die Differenz der Anfangs- und Endposition der Elemente beschreibt.

Mit dem Einbinden der realen Geometrien wurde der minimale Abstand neu berechnet. Wie in Abbildung 5.4 zu sehen ist, wird der minimale Abstand deutlich kleiner als in der Design CPS (vgl. Abb. 5.2). Die geringsten Abstände befinden sich innerhalb von Sektion 4, 5 und 7 mit

$$\begin{aligned} d_{\mathrm{min},4} &= 1{,}7\,\mathrm{mm} \quad \text{bei} \quad z = -20{,}109\,\mathrm{m}\,, \\ d_{\mathrm{min},5} &= 1{,}4\,\mathrm{mm} \quad \text{bei} \quad z = -19{,}144\,\mathrm{m}\,, \\ d_{\mathrm{min},7} &= 0{,}9\,\mathrm{mm} \quad \text{bei} \quad z = -17{,}308\,\mathrm{m}\,. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Zur Veranschaulichung sind in den Abbildungen 5.5 und 5.6 die Engstellen vergrößert zu sehen. Dazu wurden die obere und untere Linie des Flussschlauches zusammen mit den Geometrieelementen der Beamtube in ein Schaubild eingezeichnet. Es ist erkennbar, dass sich die kritischen Punkte auf der oberen Seite befinden, d. h. der Flussschlauch muss

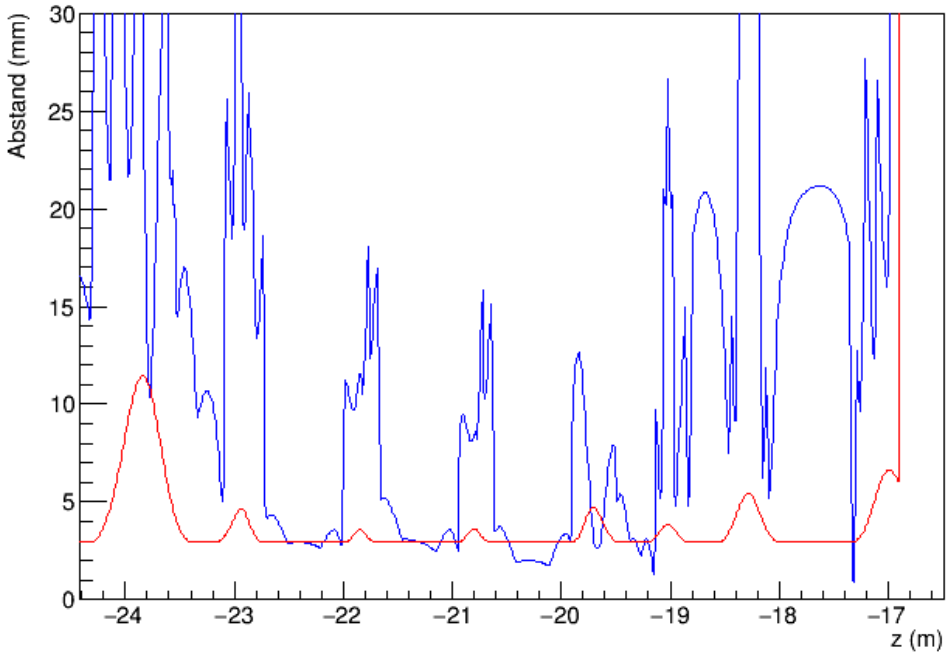


Abbildung 5.4.: Minimaler Abstand des Flussschlauchs für die realen Werte. Im Schaubild ist der minimale Abstand des Flussschlauchs in Millimeter über die KATRIN-z-Koordinate aufgetragen. Die blaue Kurve zeigt den berechneten Abstand, die rote die Anforderungen.

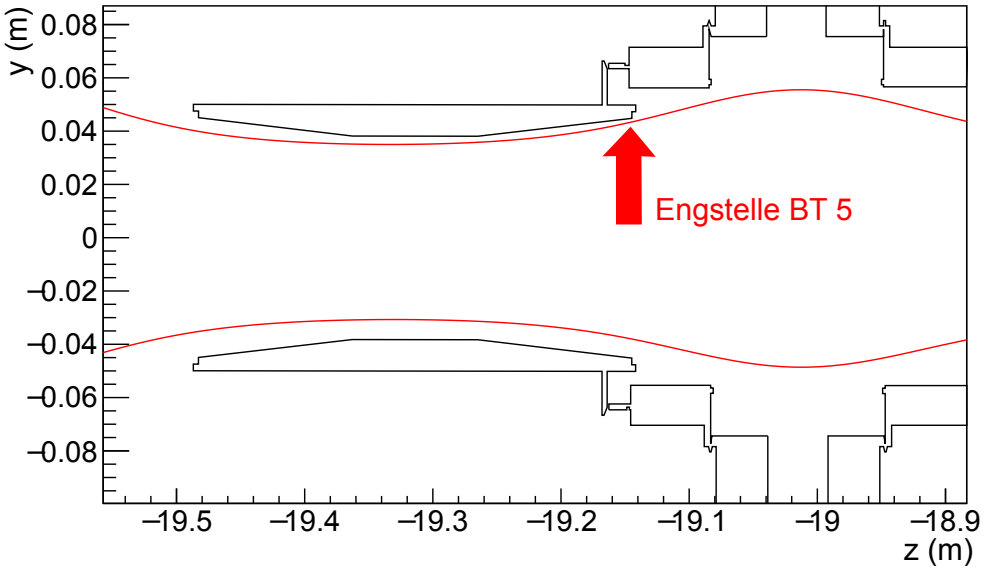


Abbildung 5.5.: Position der äußeren vertikalen Flussschlauchlinien in Beamtube 5. Im Schaubild sind die im ersten Magneten der DPS gestartete obere und untere Flussschlauchlinien in rot dargestellt. In schwarz sind die Konturen der Geometrie der Beamtube 5 und das Gold Gate Valve zu sehen. Die Engstelle, die für den minimalen Abstand entscheidend ist, befindet sich bei $z = -19{,}144\,\mathrm{m}$.

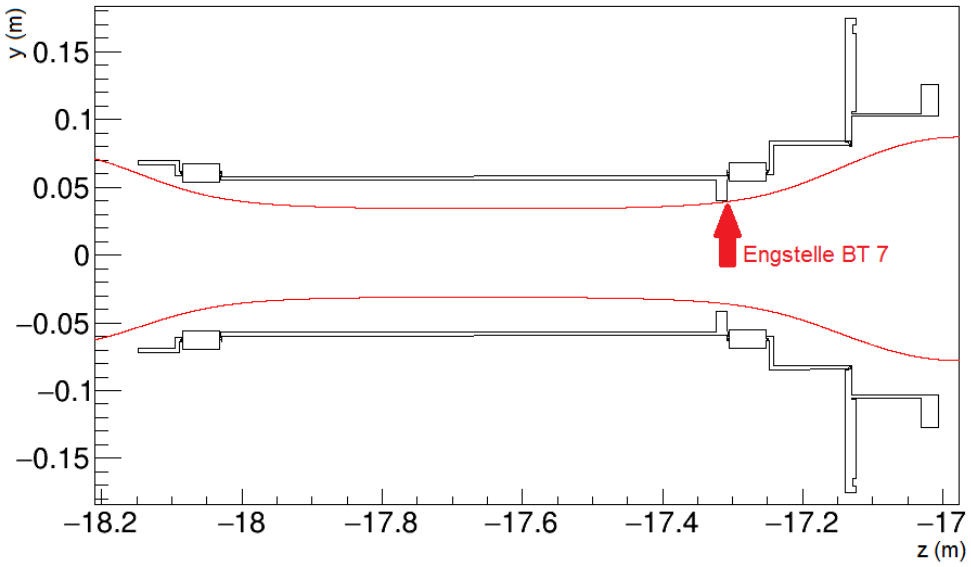


Abbildung 5.6.: Position der äußeren vertikalen Flussschlauchlinien in Beamtube 7. Im Schaubild sind die im ersten Magneten der DPS gestartete obere und untere Flussschlauchlinien in rot dargestellt. In schwarz sind die Konturen der Geometrie der Beamtube 7 zu sehen. Die Engstelle, die für den minimalen Abstand entscheidend ist, befindet sich an der Verjüngung bei $z = -17{,}308\,\mathrm{m}$.

innerhalb der CPS nach oben verschoben worden sein. Der Grund liegt in der Ausrichtung der ersten fünf CPS Magneten. Diese zeigen alle von der Quelle aus gesehen eine Verdrehung nach oben, weshalb der Flussschlauch auch in diese Richtung verschoben wird (vgl. Abb. 5.7).

Gut erkennbar ist, dass der Flussschlauch in der Mitte des Magneten kleiner wird, da dort das Magnetfeld am größten ist. Die in Gleichung 5.4 für die Beamtube 7 benannte Engstellen befinden sich an einer Verjüngung, die für die im nächsten Abschnitt 5.3 besprochene Getter-Halterung benötigt wird.

Auf die Messwerte der Tabellen 5.1 und 5.2 sind bei der Messung von ASG keine Fehler angegeben worden. Deshalb wurde ein Fehler von $\pm 0{,}2\,\mathrm{mm}$ auf jeden einzelnen Messwert in vertikaler Richtung angenommen. Anschließend wurden innerhalb des Fehlers die Spulen und CPS Geometrien so angepasst, dass der ungünstigste Fall eintrifft sowie der günstigste. Beim ungünstigsten Verlauf sind die Spulen und Beamtube-Elemente stärker in vertikaler Richtung verkippt, sodass der Flussschlauch noch mehr nach oben abgelenkt wird. Im günstigen Verlauf wurde die geringst mögliche Verkippung eingestellt. Zusammen mit den vertikalen Achsen der Spulen und dem Graph aus Abb. 5.4 werden diese beiden Möglichkeiten in Abb. 5.8 gezeigt. Anhand des Schaubilds ist erkennbar, dass sich der Fehler am stärksten auf die minimalen Abstände in den jeweiligen CPS Sektionen auswirkt. In Beamtube 1 ist die Auswirkung am geringsten, da in der Simulation angenommen wurde, dass der Flussschlauch zentral in die CPS eingeleitet wird. Der Effekt wird erst in den darauf folgenden Abschnitten sichtbar. Der Fehlerbereich zwischen der grünen und der roten Kurve wird von der Beamtube 2 bis 5 deshalb fortlaufend größer. In Beamtube 5 würde in der Abb. 5.5 dargestellten Engstelle der Flussschlauch mit der Wand kollidieren. Die Ursache für das kleiner werden des Fehlerbereichs bei Beamtube 6 liegt an der sich umkehrenden vertikalen Kippung der sechsten und siebten Spule. Ein weiterer Grund für die große Änderung in der Beamtube 5 liegt an deren geringen Länge, wodurch bei einer Änderung der Messwerte eine stärkere Kippung verursacht wird.

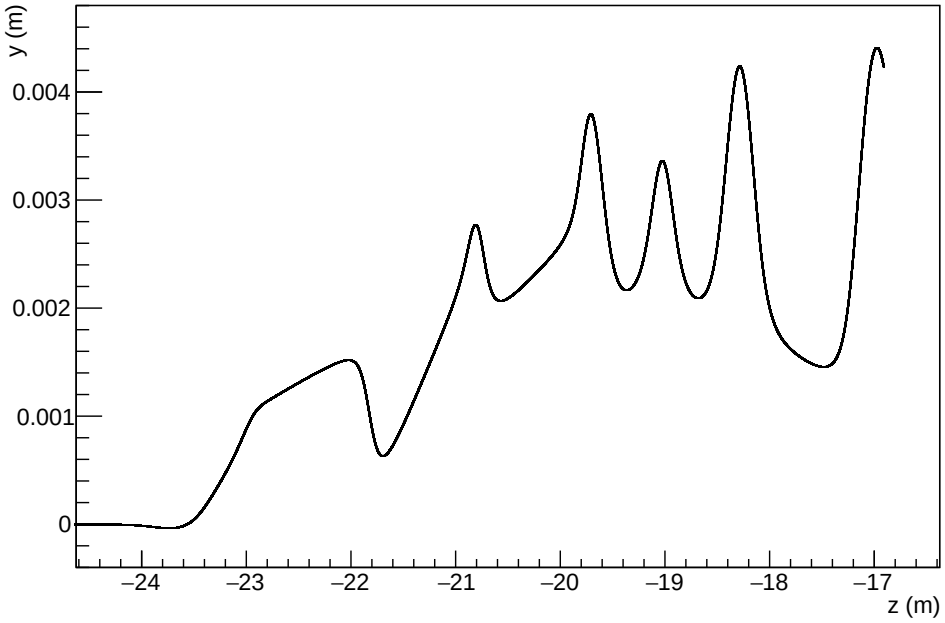


Abbildung 5.7.: Vertikaler Positionsverlauf der mittleren Flussschlauchlinie in der CPS. Die y-Position der mittleren Feldlinie ist über der z-Position aufgetragen. Nach dem Eintritt in die CPS verschiebt sich der Mittelpunkt nach oben.

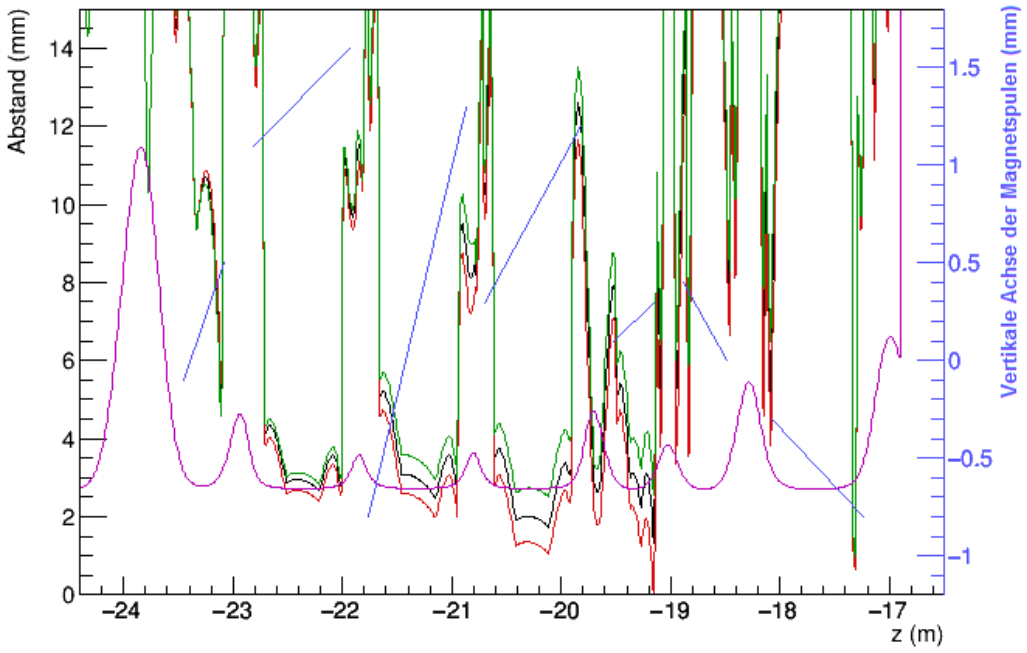


Abbildung 5.8.: Minimaler Abstand des Flussschlauchs für die realen Werte mit Fehler. Im Schaubild ist auf der linken y-Achse der minimale Abstand des Flussschlauchs in Millimeter über die KATRIN-z-Koordinate aufgetragen. Auf der rechten y-Achse ist die vertikale Verkippung der sieben CPS Magnetspulen in Millimeter eingezeichnet. Die schwarze Kurve zeigt den berechneten Abstand, die violette die Anforderungen. Durch die grüne Kurve wird der Verlauf im günstigsten Fall beschrieben, durch die rote der ungünstigste. Außerdem sind in blau die vertikalen Verkippungen der Magnetspulen zu sehen.

Mit den Ergebnissen wurde gezeigt, dass in der CPS der Flussschlauch nicht kollidiert und gleichzeitig wurden die Engstellen eingekreist. Dieser Test ist wichtig, damit im Kollisionsfall Korrekturmaßnahmen ergriffen werden können. Eine Option bestünde in einer Verkippung eines DPS Magneten, sodass der Flussschlauch tiefer in die CPS gelangen könnte. Dadurch würde die in der CPS erfahrene Verschiebung ausgeglichen. Eine weitere Möglichkeit ist die Verschiebung des Flussschlauches in der WGTS durch elektrische Dipole. Auch mit dieser Methode könnte die Ankunftsposition des Flussschlauches in der CPS nach unten verschoben werden.

Die Simulationen zeigen die technische Herausforderung den Fluss von 191 Tcm^2 durch die KATRIN Beamline zu transportieren. Die hier vorgestellten Analysen sind unverzichtbar bei der Ursachenforschung, falls der experimentelle Nachweis des Flussschlauch-Transports von 191 Tcm^2 während den ersten Gesamt-Beamline Messungen nicht gelingen würde. Mithilfe der Beam-Diagnostik einer E-Gun, Dipol-Magnetfeldern an der WGTS sowie dem Forward Beam Monitor am CPS-PP2 lassen sich die in dieser Arbeit aufgezeigten potentiellen Risikostellen dann schnell verifizieren. Iterativ kann in diesem Fall mit KASSIOPEIA Simulationen eine EMD-Konfiguration der Transportstrecke bestimmt werden, insbesondere durch eine Flussschlauch-Verschiebung aufgrund der WGTS Dipol-Magnete. Dadurch würde der Transport von 191 Tcm^2 gewährleistet. Dies sichert die restriktive Einhaltung der Vorbedingung um die anvisierte statistische Genauigkeit der KATRIN Messung zu erreichen.

5.3. Getter-Pumpe der CPS

Im letzten Abschnitt der CPS ist als Sicherheitsmaßnahme optional eine Getter-Pumpe vorgesehen. Getter können mithilfe von Sorptionsprozessen vor allem leichte Elemente wie Tritium mit einer sehr hohen Effizienz pumpen. Dadurch wird beim Ausfall eines vorherigen Pumpsystems der Quell und Transport Sektion verhindert, dass Tritium in das Spektrometersystem gelangt.

In [56] werden verschiedene Einbauorte einer Getter-Pumpe in der CPS diskutiert. Ein Einbau der Getter-Pumpe im letzten Strahlrohr-Abschnitt der CPS hat den Vorteil einer hohen Pumpleistung für Tritium, das in die Spektrometer-Sektion diffundiert. Allerdings steht dieser Option ein sehr hoher Interventionsaufwand mit Kontaminationsgefährdung gegenüber, falls das Getter ausgetauscht werden muss.

Zur Abwägung der Option des Einbaus einer kommerziellen Getter-Kartusche am gut zugänglichen seitlichen Pumpstutzen PP2 – dann mit einer Reduktion der Pumpleitung um einen Faktor 3 [56] – wurde in dieser Arbeit der Einfluss der Getter-Pumpe im letzten Strahlrohr-Abschnitt auf den Flussschlauch-Transport detailliert untersucht.

5.3.1. Optimierung der Geometrie

Für die Simulation wurden die realen gemessenen Verkippungen der Beamtubes und Magneten benutzt. Zunächst wurde überprüft, ob der geplante Getter-Korb einen negativen Einfluss auf den Mindestabstand des Flussschlauchs besitzt. Ein Bild der Getter-Halterung ist in Abbildung 5.9 zu sehen. Sie besteht aus drei Längsstangen, 16 Rippen und einer Klammer, die an einer Seite der mittleren Längsstange angeschlossen ist.

Für die Implementierung der Halterung in KASSIOPEIA wurde ein aufgeschnittener Hohlzylinder benutzt. Für die Flussschlauch-Berechnung behandelt KASSIOPEIA dieses Objekt als kompletten Hohlzylinder. Um diesen Effekt zu beachten, wurden zwei Simulationen mit unterschiedlichen Startwinkeln durchgeführt. Bei den unteren Winkeln (193° bis 347°[1])

[1] 0° ist auf der x-Achse. Die Drehrichtung ist in mathematisch positiver Richtung.

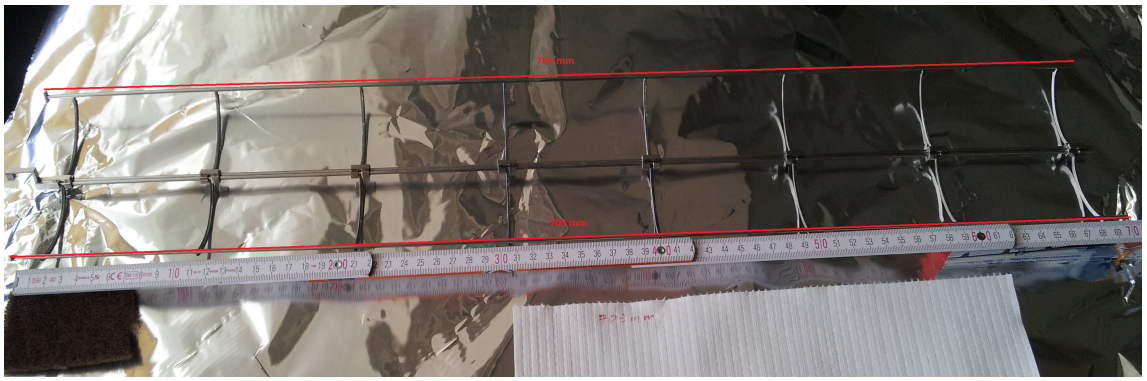


Abbildung 5.9.: Getter-Halterung. Auf dem Bild ist der 703 mm lange Getter-Korb in ausgeklappter Position zu sehen. Auf der linken Seite befindet sich die Klammer, an der die Kartusche an der Verjüngung von Beamtube 7 befestigt wird.

wurde der Hohlzylinder eingebunden, während er bei den oberen Winkeln entfernt wurde. Mit allen Daten zusammen kann die Auswirkung der Halterung überprüft werden.

Der Einfluss des Getter-Korbs auf den Flussschlauch ist in Abb. 5.11 zu sehen. Im Vergleich mit Abb. 5.10 ist erkennbar, dass der Mindestabstand im Bereich zwischen $z_1 = -18\,\mathrm{m}$ und $z_2 = -17{,}3\,\mathrm{m}$ kleiner geworden ist. Das vorherige Maximum des Abstands lag bei über 20 mm und hat sich durch die Halterung auf 12 mm vermindert. Dieser Abstand ist immer noch deutlich größer als das erforderliche Mindestmaß. Der Grund ist, dass sich die Getter-Halterung mitten in der Magnetspule befindet. Dort ist die Stärke des Magnetfeldes sehr groß und damit der Durchmesser des Flussschlauches relativ klein. Außerdem ist die Halterung auf der unteren Seite der Beamtube eingebaut. Da der Flussschlauch innerhalb der CPS nach oben verschoben wird, mindert dies den Einfluss des Getter-Korbs. Somit ist der Einbau der Halterung möglich, da der Flussschlauches von diesem nicht beeinflusst wird.

Zusätzlich zu der Getter-Halterung soll die Auswirkung der Getter-Pumpe überprüft werden. Hierzu wurde ein Hohlzylinder in KASSIOPEIA implementiert. Der Innendurchmesser der Pumpe ist festgelegt auf 78 mm, der Außendurchmesser ist 98 mm groß. Die Länge wurde in der Geometriedatei manuell geändert und die Auswirkungen für jede Modifikation überprüft. Als Anforderung sollte der minimale Abstand nicht kleiner als 2 mm sein. Da die Pumpe einen kompletten Zylinder beschreibt, ist eine Simulation ausreichend.

In Abb. 5.12 ist das Ergebnis der Simulation zu sehen, nachdem der Abstand für verschiedene Längen getestet wurde. Die schwarze Linie zeigt die 2 mm Grenze für den minimalen Abstand. Die kritischen Punkte befinden sich am Anfang und am Ende der Pumpe. In der Mitte der Pumpe ist ein Maximum ($z \approx 17{,}65\,\mathrm{m}$) des minimalen Abstandes, da an dieser Stelle auch die Mitte der Magnetspule liegt und somit das stärkste Magnetfeld. Der begrenzende Faktor ist die obere Seite der Getter-Pumpe, da die Mitte des Flussschlauches in der siebten Sektion nach oben verschoben ist. Die blaue Linie schneidet an den Punkten $z_1 = 17{,}92\,\mathrm{m}$ und $z_2 = 17{,}38\,\mathrm{m}$, sodass die gesamte Getter-Pumpe eine Länge von 54 cm haben darf.

Mit den Ergebnissen dieser Simulation wurde der Getter-Korb leicht modifiziert. Diese Veränderungen und der Einbau der Halterung sind im nächsten Abschnitt 5.3.2 beschrieben.

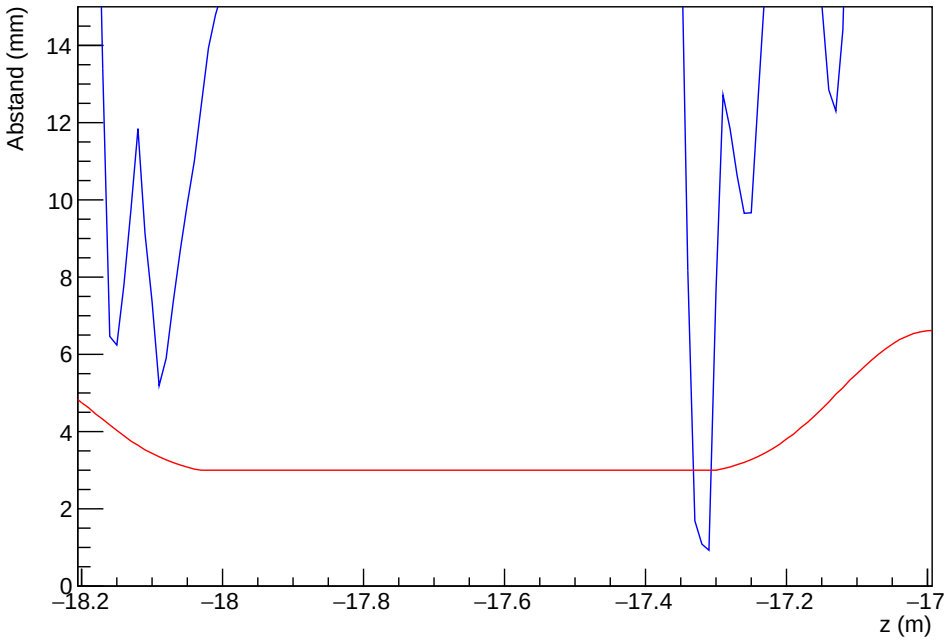


Abbildung 5.10.: Minimaler Abstand des Flussschlauchs im Bereich von Sektion 7 der CPS. Im Schaubild ist der minimale Abstand des Flussschlauchs in Millimeter über die KATRIN-z-Koordinate aufgetragen. Der Bereich der Beamtube 7 ist vergrößert dargestellt. Die blaue Kurve zeigt den berechneten, die rote die Anforderung an den Mindestabstand.

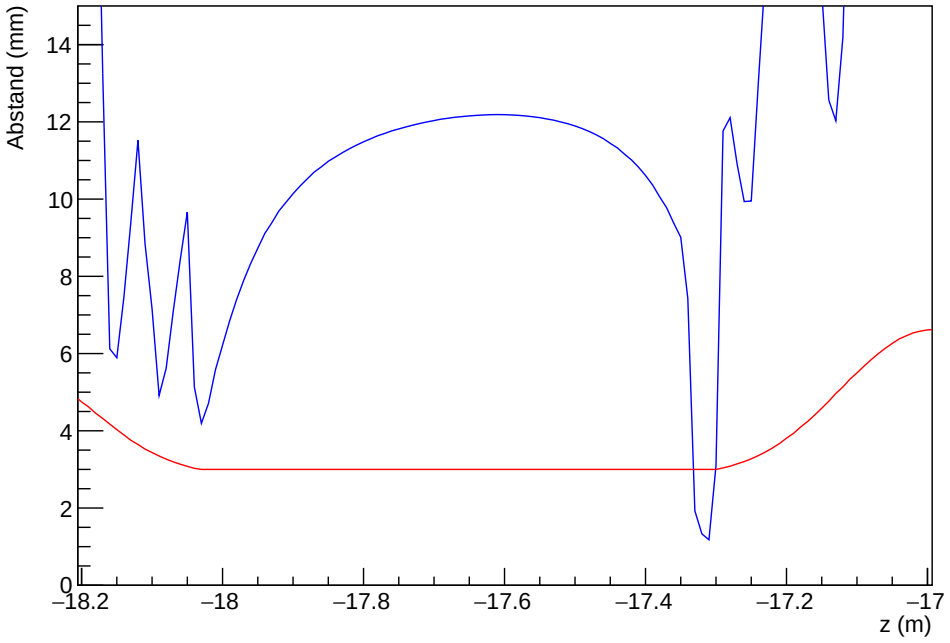


Abbildung 5.11.: Minimaler Abstand des Flussschlauchs für den Getter-Korb. Im Schaubild ist der minimale Abstand des Flussschlauchs in Millimeter über die KATRIN-z-Koordinate aufgetragen. Der Bereich der Beamtube 7 ist hier vergrößert dargestellt. Die blaue Kurve zeigt den berechneten Abstand, die rote die Anforderung an den Mindestabstand. Für die Simulation wurde der Getter-Korb eingebaut.

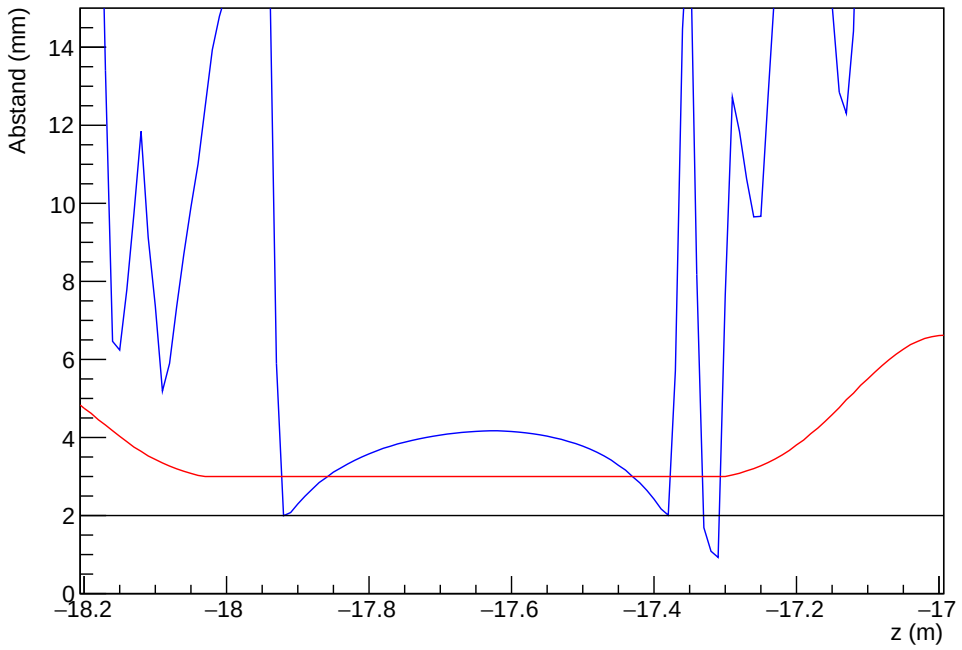


Abbildung 5.12.: Minimaler Abstand des Flussschlauchs für die Getter-Pumpe. Im Schaubild ist der minimale Abstand des Flussschlauchs in Millimeter über die KATRIN-z-Koordinate aufgetragen. Der Bereich der Beamtube 7 ist hier vergrößert dargestellt. Die blaue Kurve zeigt den berechneten Abstand, Die schwarze Linie ist die mit 2 mm definierte Anforderung für die Getter-Pumpe an den Mindestabstand.

5.3.2. Einbau in die Beamtube 7

Die Getter-Halterung wurde vor dem Einbau in die CPS mit den Ergebnissen der KASSIOPEIA Simulation aus Abschnitt 5.3.1 angepasst. Dazu wurden an der Stelle, wo die Getter-Pumpe in Richtung des Vorspektrometers endet, zwei kleine Stopper an die Halterung angeschweißt. Diese helfen beim Einbau der Getter-Streifen, die vom Eingang des PP2 erfolgen soll.

Nachdem die in Abb. 5.9 gezeigte Halterung modifiziert wurde, konnte diese in die Beamtube 7 eingebaut werden. Hierzu wurde das Ventil V4 zwischen der CPS und dem Vorspektrometer geöffnet. Mit einem Armschutz konnte der Support in die CPS eingeführt werden. Die Halterung wurde dazu eingeklappt und erst, nachdem sich die Klammer über der Verjüngung befand, aufgemacht. Die Klammer wurde mit einer Schraube an der Verjüngung festgemacht, sodass sich der Korb nicht mehr bewegen ließ. Beim Einbringen musste darauf geachtet werden, dass der Getter-Korb nicht die Beamtubewand berührt, da sonst Kratzer in der Goldschicht entstehen könnten. Somit ist alles vorhanden, um die Getter-Pumpe über den PP2 in die CPS einzuführen. Wann und ob dieser Einbau stattfinden wird, ist zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht endgültig geklärt.

5.4. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Verlauf des Flussschlauches in der CPS untersucht. Dazu wurde der Mindestabstand zu den Beamtube-Wänden mit KASSIOPEIA für die geplante und die reale Geometrie berechnet. Durch die per Lasertracker gemessenen Verkippungen der Spulen und der Geometrieelemente der CPS wird der Flussschlauch in der CPS nach oben verschoben, wodurch der Mindestabstand unterhalb der ursprünglich festgelegten Anforderung liegt. Da keine Kollision vorliegt, müssen jedoch keine Veränderungen vorgenommen werden. Falls es andere Fehlerquellen gibt (z. B.: erhöhte Ungenauigkeit der Lasertracker-Messungen), die für eine Kollision sorgen würden, bestehen Möglichkeiten diese zu korrigieren. Die hier vorgestellten Simulationen unterstreichen die Notwendigkeit der experimentellen Messung des transportierten Flussschlauchs im Quell-und Transportbereich. Die Simulationen kreisen deutlich potentielle Risikostellen ein und sind damit wichtig für eine effiziente Fehlersuche bei der experimentellen Feststellung von Transport-Kollisionen.

Im letzten Teil wurden Simulationen zur Getter-Halterung und der Getter-Pumpe gemacht. Als Ergebnis wurde die maximal mögliche Länge der Pumpe ermittelt. Nach der Überprüfung, dass der Getter-Korb keine negativen Einfluss auf den Flussschlauch hat, wurde die Halterung schließlich in die CPS eingebaut.

6. Simulation von Magnetabschirmungen für Vakuumpumpen

Beim KATRIN Experiment werden für die Erzeugung des Hochvakuums in den Komponenten verschiedene Pumpsysteme benutzt. Ein wichtiger Teil sind die Turbomolekularpumpen (TMP), die bei fast jeden, der in Kap. 3 beschriebenen, Abschnitten installiert sind. Durch die starken Magnetfelder, die zum Transport des Flussschlauches benötigt werden, sind auch die TMP den dadurch entstehenden Streufeldern ausgesetzt. Die Magnetfelder sorgen aufgrund von Wirbelströmen für eine Erwärmung der Pumpe, wodurch diese im schlimmsten Fall zerstört werden kann. Um Vorbeugungen zu treffen, können magnetische Abschirmungen um eine TMP installiert werden. Deshalb wird in diesem Kapitel das bei den Pumpen anliegende Magnetfeld untersucht und im Falle der Grenzüberschreitung der Einfluss einer magnetischen Abschirmung analysiert.

Im ersten Abschnitt 6.1 werden die Funktionsweise einer Turbomolekularpumpe sowie die Faktoren, die den Wärmehaushalt beeinflussen können, diskutiert. Anschließend werden in 6.2.1 die möglichen Magnetfeld-Bedingungen, die beim KATRIN Experiment auftreten können, erläutert. Im letzten Teil 6.2.2 werden die mit COMSOL erhaltenen Ergebnisse dargelegt.

6.1. Turbomolekularpumpen und der Einfluss von Magnetfeldfeldern

Turbomolekularpumpen werden oft in Versuchsanlagen verwendet, wenn ein Hochvakuum oder Ultrahochvakuum erreicht werden soll. Die Saugleistung kann bis zu etwa 5000 ℓ/s groß sein. Je nach der Gasart, die abgepumpt wird, ändert sich die Saugleistung. Meistens wird hinter TMP noch eine Vorpumpe angeschlossen, da viele nicht gegen Atmosphärendruck arbeiten können. Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die Funktionsweise der TMP gegeben, um anschließend die Effekte von Magnetfeldern auf die Pumpen zu erklären.

6.1.1. Funktionsprinzip von Turbomolekularpumpen

Das Prinzip der TMP basiert auf der Erzeugung einer Strömung, die Teilchen aus einem Volumen heraus pumpt. Dazu wird die Wirkung der Adsorption verwendet. Diese sorgt dafür, dass Teilchen für eine kurze Zeit an einer Oberfläche haften bleiben, bevor sie durch die Desorption in einem statistischen Prozess zurück driften. Um für eine Vorzugsrichtung

der Teilchenbewegung zu sorgen, wird die Oberfläche bewegt, sodass zu der isotrop verteilten Driftgeschwindigkeit die Bewegungsgeschwindigkeit addiert wird. Damit wird der gewünschte Teilchenstrom erreicht.

Da die Grundidee einer TMP auf dem Prinzip einer einfachen Molekularpumpe basiert, wird zunächst deren Wirkung erklärt. Es werden zwei gegenüberliegende Platten, mit der Breite b und dem Abstand h, betrachtet, von denen eine ruht und die andere sich mit einer Geschwindigkeit v bewegt. Im molekularen Strömungsbereich (die mittlere freie Weglänge λ ist viel größer als h) besitzt die Hälfte der Gasteilchen eine Driftgeschwindigkeit in die gleiche Richtung der Plattenbewegung. Damit fließt ein Teilchenstrom:

$$q_N = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot v \cdot b \cdot h, \tag{6.1}$$

mit n als Teilchendichte. Das dadurch entstehende Druckgefälle führt zu einem ungerichteten Gegenstrom [78]:

$$q_N = b \cdot h \cdot \frac{\bar{c}}{4} \cdot \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x} \cdot 2 \cdot \Delta x, \tag{6.2}$$

mit $\bar{c} = \sqrt{2 \cdot k_B \cdot T/m}$ als mittlere thermische Geschwindigkeit und Δx als Abstand zwischen den letzten zwei Stößen. Δx ist im molekularen Strömungsbereich größer als h, weshalb durch die Einführung eines dimensionslosen Faktors g ($g > 1$), $\Delta x = g \cdot h$ gesetzt werden kann. Dadurch ergibt sich ein Gasstrom von:

$$q_N = \frac{1}{2} \cdot n\ v \cdot b \cdot h - g \cdot b \cdot h^2 \cdot \frac{\bar{c}}{2} \cdot \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}\ . \tag{6.3}$$

Die maximale Kompression[1] wird bei $q_N = 0$ erreicht:

$$K_0 = \frac{p_v}{p_a} = \frac{n_v}{n_a} = \exp\left(\frac{v \cdot L}{\bar{c} \cdot g \cdot h}\right)\ . \tag{6.4}$$

L ist dabei die Kanallänge. Nach Gl. 6.4 hängt die Kompression von dem zu pumpenden Gas (wegen $\bar{c}$), der Geschwindigkeit der Platte und deren geometrischen Parametern ab.

Auf diesem Konzept basierend wurden im Jahr 1913 die ersten Molekularpumpen von Gaede gebaut. Dazu bildete ein Zylindergehäuse eine festgehaltene Platte (Stator), in dessen Mitte sich ein drehender Zylinder (Rotor) befand. Mithilfe einer Vergrößerung der Kanallänge L mit schraubenförmigen Einkerbungen am Rotor und Stator konnte die Kompression von S. Hollweck im Laufe der Jahre verbessert werden.

Für eine Verbesserung der Pumpleistung sorgte etwas mehr als 40 Jahre später die Turbomolekularpumpe. Dazu wurden an dem Rotor und dem Stator stufenweise Schaufeln unter einem Winkel α angebracht, die sich gegenseitig abwechseln. Ein Gasteilchen, das auf die sich bewegenden Rotorblätter gelangt, adsorbiert für eine kurze Zeit bevor es wieder desorbiert. Nach der Desorption ist die Geschwindigkeit die Überlagerung der thermischen Geschwindigkeit $\bar{c}$ und der Geschwindigkeit der Rotorschaufeln v. Aus der Größe des Verhältnisses der beiden Geschwindigkeiten lassen sich Aussagen über die Wahrscheinlichkeiten treffen, dass die Teilchen zur nächsten Schaufelebene gelangen oder zurück gehen. Bei $v/\bar{c} \approx 1$ fliegen die meisten Teilchen ohne Störung von der ersten zur zweiten Ebene. Für $v/\bar{c} > 1$ spielen Sorptionsprozesse eine wichtige Rolle, die zu einer Strömung der Teilchen in die zweite Ebene führen. Mit den Wahrscheinlichkeiten P_{12} (Durchgang von Ebene 1 zu 2) und P_{21} (Durchgang von Ebene 1 zu 2) sowie den Drücken p_1 und p_2 der beiden Volumen

[1] Eine typische Kenngröße für Vakuumpumpen, die die maximale erzeugbare Druckdifferenz der Pumpe angibt

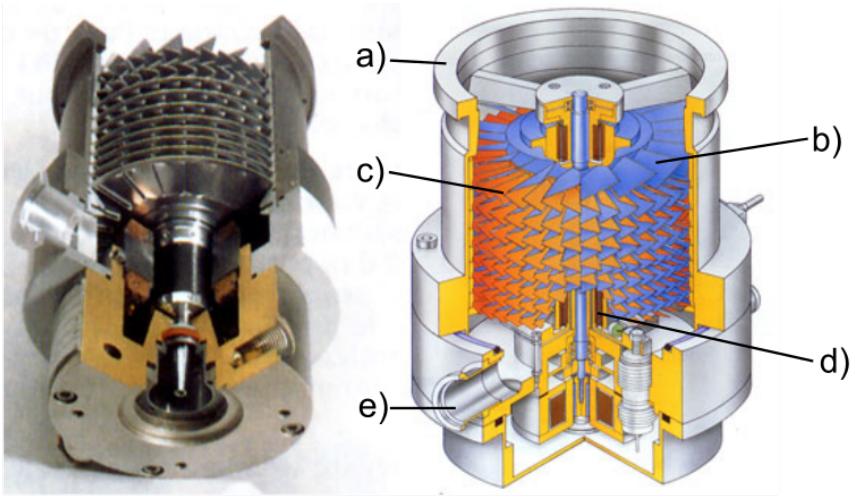


Abbildung 6.1.: Aufbau einer Turbomolekularpumpe. Auf der linken Seite ist ein Foto einer Turbomolekolarpumpe, bei der ein Teil des Gehäuses aufgeschnitten wurde, abgebildet. Auf der rechten Seite ist der schematische Aufbau der TMP zu sehen. Dabei ist/sind: a) der Hochvakuumflansch, b) die Rotorblätter, c) die Statorblätter, d) die Antriebseinheit und e) der Vorvakuumflansch. Die Abbildung basiert auf [79].

kann das Saugvermögen berechnet werden [78]:

$$S_0 = A \cdot \frac{\bar{c}}{4} \cdot (P_{12} - P_{21}) \,, \tag{6.5}$$

mit A als Eintrittsfläche. Für das reale Saugvermögen gilt:

$$S = A \cdot \frac{\bar{c}}{4} \cdot P_{12} \cdot \left(1 - \frac{K}{K_0}\right) . \tag{6.6}$$

Dabei ist $K = {}^{p_2}/_{p_1}$ das Druckverhältnis und $K_0 = {}^{P_{12}}/_{P_{21}}$ das maximale Kompressionsverhältnis. K_0 kann auch näherungsweise über die geometrischen Eigenschaften der Pumpe berechnet werden [78]:

$$K_0 = \exp\left(\frac{v}{\bar{c} \cdot g \cdot \sin\alpha}\right) \,. \tag{6.7}$$

Wie bei der einfachen Molekularpumpe beschreibt g einen dimensionslosen Faktor. Auch hier spielt das Verhältnis ${}^{v}/_{\bar{c}}$ eine wichtige Rolle und damit die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Rotorblätter sowie der Gasart.

Heutige Turbomolekularpumpen sind aus mehreren Pumpstufen zusammengebaut. Die Spaltabstände werden so gering wie möglich gehalten (im Submillimeterbereich), damit möglichst wenig Rückströmung entstehen kann. Dafür wird eine sehr stabile Lagerung der TMP benötigt, entweder durch ein mechanisches oder ein magnetisches Lager des Rotors. Der Vorteil des Magnetischen liegt in dem Kohlenwasserstoff-freien Vakuum, da das Lager nicht gefettet werden muss. Allerdings sind sie empfindlicher gegen äußere Einflüsse und teurer.

Während dem Betrieb von TMP müssen verschiedene Vorsichtsmaßnahmen beachtet werden, damit keine Beschädigungen auftreten. Es sollten keine Erschütterungen oder Erwärmungen vorkommen, da diese eine Kollision des Rotors mit dem Stator auslösen könnten. Dies würde durch die hohen Drehfrequenzen erhebliche Schäden verursachen. Aggressive Pumpgase sollten vermieden werden, da hierdurch das Material der Rotor- und Statorblätter angegriffen wird. Den gleichen Schaden bewirken kleine Partikel, deren Eintritt durch verschiedene

Schutzmaßnahmen am Hochvakuumflansch vermieden werden kann. Sehr wichtig sind in diesem Zusammenhang Magnetfelder und hohe Gaslasten, die die TMP erwärmen. Für die Vermeidung dieser Gefahrenpotentiale können externe Wasser- oder Luftkühlungen eingebaut werden. Im speziellen Fall der Magnetfelder ist auch eine Eisenabschirmung möglich (vgl. folgender Abschnitt 6.2). Die Faktoren, die zu einer Erwärmung einer TMP führen, werden im nächsten Unterkapitel 6.1.2 mit dem Schwerpunkt auf die Magnetfelder beschrieben.

6.1.2. Temperaturbeeinflussung von Turbomolekularpumpen

Die Betriebstemperatur des Rotors einer TMP sollte einen spezifischen Wert nicht überschreiten, da ansonsten Beschädigungen des Materials möglich sind. Außerdem kann sich der Rotor thermisch ausdehnen, sodass eine Berührung mit dem Stator erfolgt und dadurch die Pumpe zerstört wird.

Es gibt vier Effekte, die eine Auswirkung auf den Wärmehaushalt einer TMP haben. Diese sind die durch Magnetfelder induzierten Wirbelströme, die Gasreibung, die Konvektion und die thermische Strahlung zwischen Rotor und Umgebung. Die ersten beiden sorgen immer für eine Erhöhung der Temperatur, während die anderen sowohl erwärmend als auch abkühlend wirken können. Im Folgenden werden die Effekte kurz erklärt, wobei der Schwerpunkt auf den Wirbelströmen liegen wird.

Wirbelströme durch Magnetfelder

Bei der Wirkung von Magnetfeldern auf eine Vakuumpumpe ist es ausreichend zwei Fälle zu betrachten:

- das Magnetfeld $\vec{B}$ ist parallel zur Rotorachse $\vec{\omega}$,
- das Magnetfeld $\vec{B}$ ist orthogonal zur Rotorachse $\vec{\omega}$.

Die anderen Möglichkeiten können durch die Überlagerung der beiden Fälle konstruiert werden.

Zur Vereinfachung wird der Rotor als Zylinder betrachtet. Die Lorentz-Kraft ist gegeben durch:

$$\vec{F_L} = q\vec{E} + q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \ . \tag{6.8}$$

Die induzierte Spannung ergibt sich, wenn die Lorentz-Kraft gleich null gesetzt wird

$$\vec{E} = -\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \ . \tag{6.9}$$

Mit $\left|\vec{E}\right| = {}^{U}/_{d}$ und der Ausnutzung der Definition des Kreuzproduktes folgt:

$$U = -d \cdot |\vec{v}| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \sin(\theta) \ . \tag{6.10}$$

θ beschreibt den Winkel zwischen dem Geschwindigkeits- und dem Magnetfeldvektor. Da die Geschwindigkeit in die gleiche Richtung wie die Rotation zeigt, ist die induzierte Spannung bei einem Magnetfeld parallel zur Rotorachse null. Wenn die beiden Vektoren senkrecht aufeinander stehen, wird die maximale Spannung induziert. Der bisher diskutierte Fall gilt nur, wenn das Magnetfeld homogen sowie zeitlich konstant ist, ansonsten können auch bei parallelem Magnetfeld Induktionsströme auftreten. Das durch die Spannung induzierte Magnetfeld ist nach Gl. 6.10 entgegen dem externen gerichtet. Der sogenannte Skin-Effekt

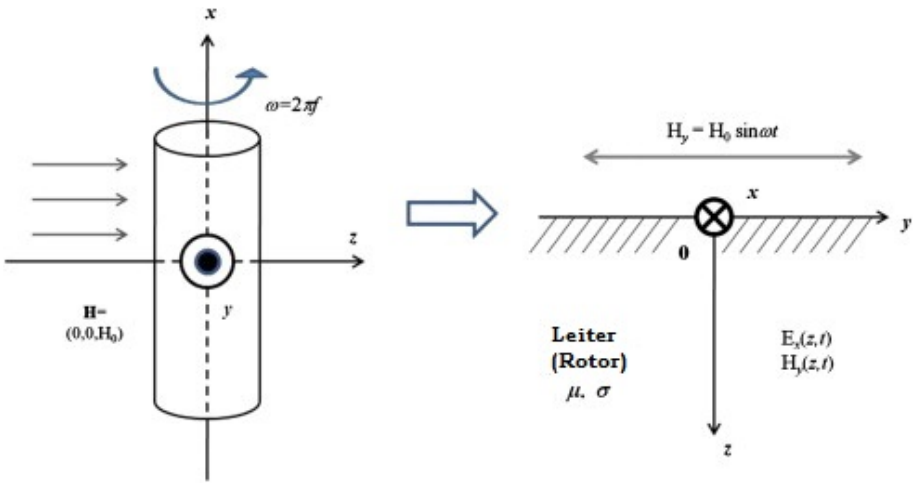


Abbildung 6.2.: Beispielhaftes Magnetfeld an einem rotierenden Zylinder. Auf der linken Seite ist ein sich um die x-Achse rotierender Zylinder im konstanten magnetischen Feld in z-Richtung zu sehen. Rechts ist ein mitrotierendes System abgebildet mit einem oszillierenden Magnetfeld in y-Richtung. Die Abbildung basiert auf [80].

sorgt dafür, dass das äußere Feld wegen der Gegeninduktion nur bis zu einer bestimmten Tiefe eindringen kann. Für die Beschreibung werden die Maxwellschen Gleichungen benötigt:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \tag{6.11}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{6.12}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{6.13}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \ . \tag{6.14}$$

$\vec{D}$ ist die elektrische Flussdichte, ρ die Ladungsdichte, $\vec{H} = \vec{B}/\mu$ die magnetische Feldstärke mit $\mu = \mu_0 \mu_r$ und $\vec{j} = \vec{E}/\sigma$ die elektrische Stromdichte. Unter der Annahme, dass das äußere Magnetfeld dominiert, was für die normalen Rotationsgeschwindigkeiten von Rotoren erfüllt ist, liegt ein quasistationäres Magnetfeld vor.

Daraus folgt mit der zweiten und vierten Maxwell-Gleichung:

$$\nabla^2 \vec{H} = \sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} \tag{6.15}$$

In Abb. 6.2 ist ein sich um die x-Achse drehender Zylinder in einem konstanten Magnetfeld $\vec{H}$ in z-Richtung zu sehen. Ein Wechsel in ein mitrotierendes System führt zu einem in y-Richtung oszillierendem Magnetfeld sowie einem E-Feld in x-Richtung. Daraus vereinfacht sich die DGL zu:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_y = \sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} H_y \ . \tag{6.16}$$

Die Lösung dieser Diffusionsgleichung lautet (nur der Realteil wird betrachtet) [80]:

$$H_y = H_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{z}{\delta}} \cdot \cos\left(\tfrac{z}{\delta} - \omega t\right) \ , \tag{6.17}$$

mit der Eindringtiefe $\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu \omega}}$. Diese liegt bei TMP im Zentimeter-Bereich.

Mithilfe der vierten Maxwell-Gleichung kann daraus das E-Feld berechnet werden [80]:

$$E_x = \frac{\mu\omega\delta}{\sqrt{2}} \cdot H_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{z}{\delta}} \cdot \cos\left(\frac{z}{\delta} - \omega t\right) \tag{6.18}$$

Das berechnete E-Feld wird benötigt um die Gesamtleistung zu ermitteln. Dafür muss über die Leistung pro Volumeneinheit $P_V = \langle E_x^2/\sigma \rangle$ integriert werden. Für einen Rotor mit den Grenzen 0 und z_0 folgt [80]:

$$P = \int_0^{z_0} P_V \mathrm{d}z = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu\omega}{\sqrt{2\sigma}} \cdot H_0^2 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{2z_0}{\delta}}\right) \ . \tag{6.19}$$

Die Leistung ist somit proportional zum orthogonalen Magnetfeld und zur Wurzel der Frequenz. Das zeigt die starke Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld.

Gasreibung

Die durch Gasreibung zwischen Rotor und Stator entstehende Leistung ist das Produkt der Reibungskraft $F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{v}{x}$ (η ist die dynamische Viskosität, A die Fläche und x der Abstand) und der Rotationsgeschwindigkeit $v = r \cdot \omega$. Da die Geschwindigkeit abhängig vom Radius ist, muss eine Integration durchgeführt werden. Das Ergebnis lautet [78]:

$$P_R = \frac{2 \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \left(r_a^2 + r_i^2\right) \cdot \lambda \cdot p}{\bar{c} \cdot \pi \cdot (x + 2\lambda)} \ . \tag{6.20}$$

Dabei ist $r_{i/a}$ der Innen- bzw. Außenradius der Rotorblätter und λ die mittlere freie Weglänge. Im molekularen Strömungsbereich (kleines p und großes λ) ist die Reibungsleistung proportional zum Druck, während sie im viskosen gegen einen konstanten Wert strebt. Die Leistung ist wegen $\bar{c}$ abhängig von der Gasart.

Konvektion

Die Gasteilchen und die haftbare Oberfläche befinden sich aufgrund der Adsorption im thermischen Gleichgewicht. Nach der Desorption können zwei Fälle auftreten; das Teilchen kann Energie von der Oberfläche weg tragen oder dort verlieren. Dieser Prozess ist abhängig von der Temperaturdifferenz. Für die daraus resultierende Wärmeleistung zwischen dem Rotor und seiner Umgebung gilt [78]:

$$\dot{Q} = \frac{\bar{c} \cdot f_g \cdot p \cdot \lambda \cdot A \cdot (T_2 - T_1)}{4 \cdot T \cdot (x + 2\lambda)} \ , \tag{6.21}$$

mit f_g als Anzahl der Freiheitsgrade des gepumpten Gases, $T_{1/2}$ als Temperatur des Rotors bzw. Stators und T als Temperatur des Gases. Diese Gleichung gilt nur für ein thermisches Gleichgewicht zwischen Gasteilchen und Rotor. Für einen steigenden Druck strebt die Leistung wie bei der Gasreibung gegen eine Konstante und ist im molekularen Strömungsbereich proportional zum Druck. Es ist erkennbar, dass die Rotortemperatur durch eine Änderung der Umgebungstemperatur verändert werden kann, da $\dot{Q}$ proportional zur Temperaturdifferenz vom Rotor und Stator ist.

Thermische Strahlung

Die thermische Strahlung sorgt für eine Wechselwirkung zwischen dem Rotor und dem

Stator sowie dem Lager der TMP. Für die quantitative Beschreibung wird das Stefan-Boltzmann-Gesetz für nicht schwarze Strahler verwendet:

$$P = \varepsilon(T) \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 \ , \tag{6.22}$$

mit dem temperaturabhängigen Emissionskoeffizienten $\varepsilon(T)$ und der Stefan-Boltzmann-Konstanten $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^2}$.

Für den Leistungsübertrag zwischen dem Rotor und Stator ergibt sich daraus:

$$P_{\mathrm{th}} = \frac{\sigma \cdot A}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right) \ , \tag{6.23}$$

wobei $T_{1/2}$ und $\varepsilon_{1/2}$ die Temperatur bzw. der Emissionskoeffizient des Rotors und Stators sind. Die thermische Strahlung ist vor allem für magnetisch gelagerte TMP wichtig, da hierdurch im Hochvakuumbereich die einzige Möglichkeit zur Kühlung des Rotors besteht.

Diese vier beschriebenen Effekte müssen bei der Überwachung der Rotor-Temperatur einer Turbomolekularpumpe beachtet werden. Bei einem Magnetlager erfolgt eine zusätzliche Induktion durch das Lager, die für die Berechnung in manchen Fällen beachtet werden muss. Für ein mechanisches Lager erzeugt dieses einen Wärmeaustausch mit dem Rotor.

6.2. Streufelder an den Vakuumpumpen

Vakuumpumpen werden im KATRIN Experiment unter anderem dazu benötigt, um ein gutes Isolationsvakuum zu erreichen. Dabei spielt die Position der Pumpen eine wichtige Rolle, da darauf geachtet werden muss, dass das zur Rotorachse senkrechte Magnetfeld einen spezifischen Wert nicht übersteigt. Mit COMSOL wurden die Streufelder untersucht, die bei komplettem oder in nur teilweisem Magnetbetrieb der KATRIN Komponenten an einer Pumpe anliegen können. Dabei wurden die Magnetfelder an den TMP der Transferleitung und der CPS analysiert. Bei zu großem magnetischem Feld kann mithilfe von COMSOL eine magnetische Abschirmung eingebaut und die Auswirkung untersucht werden.

6.2.1. Mögliche Betriebszustände

Bei KATRIN sind drei Fälle möglich, die zu einer Änderung des Magnetfeldes am experimentellen Aufbau führen können. Diese drei Möglichkeiten werden im Folgenden beschrieben.

6.2.1.1. Normalbetrieb

Im Normalbetrieb des KATRIN Experimentes laufen alle Magnete bei ihrer nominellen Feldstärke. In den im Abschnitt 6.2.2 berechneten Ergebnissen, wurden die in Kapitel 4 implementierten WGTS, DPS, CPS und der erste Vorspektrometer Magnet verwendet. Wenn alle Magnete in Betrieb sind, sollten die Streufelder am geringsten sein. Der Grund liegt an der Platzierung der Magnete, die so geplant wurde, dass ein homogener Feldlinienverlauf entsteht. Dadurch werden die Streufelder außerhalb der Beamtubes klein gehalten. Ist in diesem Fall das Magnetfeld innerhalb der Pumpe zu hoch, muss eine Abschirmung um die TMP angebracht werden.

6.2.1.2. Quench eines Magneten

Wenn ein Magnet quencht, entstehen Streufelder, die für bestimmte Komponenten gefährlich sein können. Fällt ein Magnet schlagartig aus, werden durch das Sicherheitssystem die anderen Magnete dieses Segmentes abgeschaltet. Es dauert etwa eine Minute bis die anderen Magneten heruntergefahren sind. Während diesem Zeitraum sinkt das Magnetfeld

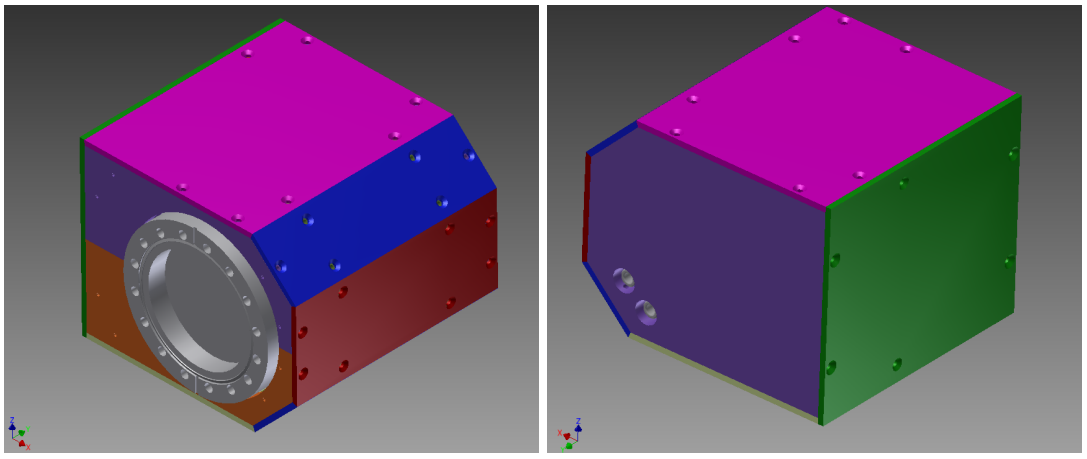


Abbildung 6.3.: Geplante Abschirmung für die HiPace 300. Die beiden Bilder zeigen das CAD-Modell der Magnetfeldabschirmung, das von Rolf Rinderspacher entworfen wurde. Auf der linken Abbildung ist die Vorderseite zu sehen, an der der Flansch mit der Pumpe angeschlossen wird. Rechts wurde das Bild um 180° um die z-Achse gedreht [81].

der anderen Spulen exponentiell ab. Weil dadurch nur für eine sehr kurze Zeit hohe Magnetfelder in der TMP vorherrschen, muss dieser Fall in der Simulation nicht beachtet werden. Die Temperatur in der Pumpe erhält nur einen kleinen Anstieg, der danach exponentiell abfällt.

6.2.1.3. Teilweiser Magnetbetrieb

Während der Inbetriebnahmemessungen werden nicht alle Magnete der größeren Komponenten zur gleichen Zeit an sein. Dadurch können die Streufelder größer sein als wenn alle Magnete an sind. Deshalb wurden die verschiedenen Möglichkeiten in COMSOL eingestellt und das orthogonale Feld an den Pumpen ausgewertet. Bei zu großen Magnetfeldern kann die Abschirmung um die Vakuumpumpe implementiert und der Einfluss derselbigen untersucht werden.

6.2.2. Ergebnisse der COMSOL-Simulation

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der COMSOL-Simulation für die Pumpen an der Transferleitung und an der CPS vorgestellt. Dazu wurde das Magnetfeld an den Orten der Vakuumpumpen untersucht. An den Stellen, an denen das magnetische Feld zu hoch ist, wurde eine Abschirmung implementiert und ihre Wirkung überprüft. Die Abschirmung wurde von Rolf Rinderspacher am KIT entworfen und ist in Abb. 6.3 zu sehen.

Die Abschirmung ist 5 mm dick und besteht aus Stahl (Permeabilität $\mu_r = 4000$). Für die Belüftung der TMP sind Löcher mit verschiedenen Durchmessern angebracht. Außerdem ist auf der Vorderseite ein Flansch zum Anschluss der Pumpe eingebaut. Bei der Implementierung in COMSOL wurden diese Eigenschaften berücksichtigt, da sicher gestellt werden muss, dass dadurch die Wirkung der Abschirmung nicht vermindert wird.

Alle im Folgenden untersuchten Turbomolekularpumpen sind vom Modell *HiPace 300*, die im Betrieb nicht einem stärkeren Magnetfeld als 5 mT ausgesetzt sein sollten (vgl. Anhang C).

6.2.2.1. Vakuumpumpen an der Transferleitung

An der Transferleitung befinden sich drei Turbomolekularpumpen, bei denen das kritische Streufeld untersucht werden muss. Die Transferleitung dient zur Versorgung und zum

Abtransport von Stickstoff und Helium für die WGTS, DPS und CPS. Das R&I-Fließschema ist im Anhang D zu sehen.

TMP über der WGTS (KATRIN-Nr.: 720PTM44002)

Die erste TMP befindet sich etwa oberhalb der Mitte der WGTS und hat einen Abstand von etwa 1,516 m zur Magnetachse (KATRIN-Koordinaten: $x \approx -0{,}656\,\mathrm{m}$, $y \approx 1{,}367\,\mathrm{m}$ und $z \approx -36{,}733\,\mathrm{m}$). Hierfür wurden die unterschiedlichen Fälle untersucht:

- Alle Magnete sind in Betrieb.
- Nur die WGTS Magnete sind ausgeschaltet.
- Nur die DPS Magnete sind ausgeschaltet.
- Nur Teile der drei zusammen geschalteten Magnetspulen der WGTS sind ausgeschaltet.

In allen drei Fällen ist das orthogonale Magnetfeld innerhalb der TMP nicht größer als 5 mT. Der maximale Wert von 2,5 mT wird erreicht, wenn bis auf die gekoppelten Magnetspulen 4-9 (vgl. Abb. 4.2) alle Magnete eingeschaltet sind. Somit wird für diese TMP keine zusätzliche Abschirmung benötigt.

TMP über der DPS (KATRIN-Nr.: 720PTM47002)

Die zweite TMP, deren Streufeld untersucht wurde, ist über der DPS an der Postion zwischen dem ersten und zweiten DPS-Magneten angebracht. Der Abstand zur Magnetachse beträgt etwa 1,573 m (KATRIN-Koordinaten: $x \approx -0{,}61\,\mathrm{m}$, $y \approx 1{,}45\,\mathrm{m}$ und $z \approx -29{,}176\,\mathrm{m}$). Auch für diese Pumpe wurden verschiedene Abläufe untersucht:

- Alle Magnete sind in Betrieb.
- Nur die WGTS Magnete sind ausgeschaltet.
- Nur die DPS Magnete sind ausgeschaltet.
- Nur die CPS Magnete sind ausgeschaltet.

In dem zweiten und dem dritten Fall überschreitet das orthogonale Magnetfeld den kritischen Wert von 5 mT. Aus diesem Grund wurde in COMSOL die in Abb. 6.3 gezeigte Abschirmung an der Position der Pumpe eingebaut. Danach wurde untersucht ob mit der Abschirmung für alle genannten Fälle innerhalb der TMP keine zu hohen Streufelder anliegen.

Der erste Fall, dass alle Magnete in Betrieb sind, ist in Abb. 6.4 zu sehen. Es ist erkennbar, dass durch die Abschirmung das Feld innerhalb der TMP nicht über 1 mT steigt. Das Feld außerhalb der Abschirmung steigt dagegen an zwei Stellen, die gegenüber liegen. Dies hat keine negativen Konsequenzen für andere Bauteile. Wenn die WGTS (siehe Abb. 6.5) oder die DPS (siehe Abb. 6.6) Magnete nicht an sind, ist das Magnetfeld ohne die Abschirmung im kritischen Bereich. Dies zeigt sich in dem dunkelroten Bereich um die Abschirmung herum. Durch den Schutz wird das Streufeld effektiv vom Pumpeninneren abgehalten. Auch die Löcher in der Abschirmung, die für die Kühlung der TMP sowie das Anschließen benötigt werden, haben keine negativen Effekte auf das Magnetfeld im Innern. Im linken Bild von Abb. 6.5 ist der kleine Einfluss eines Loches zu sehen. Auf der rechten oberen Seite der Abschirmung ist ein kleiner Bereich erkennbar, in dem das orthogonale Magnetfeld größer als 5 mT ist. Dieser „Fleck“ hat einen Durchmesser von etwa 3 cm und somit keine Auswirkung auf die Pumpe. Insgesamt sorgt die Abschirmung für einen sicheren Zustand der TMP in allen möglichen Fällen und wird deshalb um die Pumpe eingebaut.

TMP an der CPS Seite (KATRIN-Nr.: 720PTM47002)

Die letzte Pumpe der Transferleitung befindet sich über dem Pumping Port 5 nahe der CPS. Ihr Abstand zur Magnetachse bemisst sich auf etwa 1,573 m (KATRIN-Koordinaten: $x \approx -0{,}61$ m, $y \approx 1{,}45$ m und $z \approx -24{,}3$ m). Wie für die zwei anderen TMP wurden zur Untersuchung verschiedene Konfigurationen betrachtet:

- Alle Magnete sind in Betrieb.
- Nur die WGTS Magnete sind ausgeschaltet.
- Nur die DPS Magnete sind ausgeschaltet.
- Nur die CPS Magnete sind ausgeschaltet.

Auch hier ist sehr gut erkennbar, dass eine Abschirmung benötigt wird, wenn die CPS- (in Abb. 6.11) oder die DPS-Magnete (in Abb. 6.10) nicht in Betrieb sind. Wie bei der mittleren TMP ist der Einfluss des Schutzes deutlich in den Konturenplots sichtbar. Bei allen Abbildungen (6.8 bis 6.11) ist das orthogonale magnetische Feld innerhalb der Pumpe kleiner als 1 mT. Dadurch ist mit dem Einbau der magnetischen Abschirmung ein Betrieb der TMP bei allen möglichen Betriebszuständen gewährleistet.

6.2.2.2. Vakuumpumpen an der CPS

Bei dem Vakuumsystem der CPS sind zwei Turbomolekularpumpen an den beiden Pumping Ports angeschlossen. Die Hauptaufgabe der TMP an PP 1 ist das bei der Regeneration der Argon Frost Schicht freiwerdende Tritium in das Loop-System abzupumpen. Die Pumpe an PP 2 dient der Evakuierung an der Stelle, an der der Forward Beam Monitor eingeführt wird. Beide Vakuumpumpen sind zusätzlich für die Einhaltung des Ultrahochvakuums in der CPS verantwortlich. Außerdem ist eine TMP unterhalb des CPS Kryostaten, die für das Erzeugen des Isolationsvakuums gebraucht wird.

Isolationsvakuumpumpe (KATRIN-Nr.: 320PTM41002)

Die TMP für das Isolationsvakuum befindet sich, von der Strahlachse aus gesehen, etwa unterhalb des dritten Magneten der CPS mit einem Abstand von etwa 1,089 m zur Magnetachse (KATRIN-Koordinaten: $x \approx 0$ m, $y \approx -1{,}05$ m und $z \approx -21{,}306$ m). Für diese Pumpe wurden folgende Fälle untersucht:

- Alle Magnete im STS-Bereich sind im Betrieb.
- Die DPS Magnete sind ausgeschaltet.
- Die CPS Magnete sind ausgeschaltet.
- Der erste Vorspektrometer Magnet ist ausgeschaltet.

Bei allen Fällen ist das orthogonale Magnetfeld nicht größer als 5 mT und die TMP muss somit nicht gegen Streufelder abgeschirmt werden.

Turbomolekularpumpe an Pumping Port 1 (KATRIN-Nr.: 630PTM85205)

Bei der Turbomolekularpumpe am PP1 sind wie bei den bisherigen untersuchten Pumpen verschiedene Bedingungen analysiert worden:

- Alle Magnete im STS-Bereich sind im Betrieb.

- Die DPS Magnete sind ausgeschaltet.
- Die CPS Magnete sind ausgeschaltet.

Ihr Abstand zur Magnetfeldachse beträgt etwa 1,232 m (KATRIN-Koordinaten: $x \approx 1{,}19\,\mathrm{m}$, $y \approx 0{,}32\,\mathrm{m}$ und $z \approx -22{,}94\,\mathrm{m}$). Im Gegensatz zu der TMP für das Isolationsvakuum sind die Magnetfelder höher als die maximale Grenze. Aus diesem Grund wurde die Abschirmung aus Abb. 6.3 an die Position der Pumpe implementiert.

Das Ergebnis für den ersten Fall ist in Abb. 6.12 abgebildet. Es ist erkennbar, dass außerhalb der Abschirmung die Stärke des orthogonalen Magnetfeldes nur teilweise die 5 mT überschreitet. Diese Überschreitung liegt an der Abschirmung, da durch diese zwar das Magnetfeld im Bereich der Pumpe klein gehalten wird, dafür vergrößert es sich außerhalb. Weil für den Wärmehaushalt der TMP nur das innere Magnetfeld eine Rolle spielt, ist dieser Effekt für den Betrieb unwichtig.

Der Verlauf des Magnetfeldes, wenn die DPS Magneten außer Betrieb sind, ist in Abb. 6.13 zu sehen, der Fall der abgeschalteten CPS Magneten in Abb. 6.14. Im Vergleich zu Abb. 6.12 ist das die Abschirmung umgebene orthogonale Magnetfeld rundum größer als 5 mT. Dieser Anstieg stimmt mit der Erwartung durch die Streufelder überein. Auch hier erfüllt die Abschirmung ihre Aufgabe, sodass das Magnetfeld innerhalb der TMP klein genug ist und die Pumpe sich nicht erwärmt. Deshalb kann diese Abschirmung für die Turbomolekularpumpe am PP1 verwendet werden.

Turbomolekularpumpe an Pumping Port 2 (KATRIN-Nr.: 320TMP86220)

Die letzte Turbomolekularpumpe, deren anliegendes Magnetfeld untersucht wurde, ist die am PP2. Der Abstand zur Magnetfeldachse ist etwa 1,329 m (KATRIN-Koordinaten: $x \approx 1{,}29\,\mathrm{m}$, $y \approx 0{,}32\,\mathrm{m}$ und $z \approx -18{,}28\,\mathrm{m}$). Es wurden die folgenden Konfigurationen untersucht:

- Alle Magnete im STS-Bereich sind im Betrieb.
- Die CPS Magnete sind ausgeschaltet.
- Der erste Vorspektrometer Magnet ist ausgeschaltet.

In Abb. 6.15 ist der Fall zu sehen, bei dem alle Magneten in Betrieb sind. Das magnetische Feld außerhalb des Schutzes ist größer als 5 mT, das innerhalb ist kleiner, sodass dieser effektiv das Feld abschirmt. Auch unter den anderen Bedingungen (Abb. 6.16 und 6.17) ist erkennbar, dass die Abschirmung seine Aufgabe erfüllt.

Tabelle 6.1.: Zusammenfassung der untersuchten Turbomolekularpumpen. Die Tabelle gibt einen Überblick über die analysierten Konfigurationen der einzelnen TMP. Dabei ist angegeben, ob das maximale orthogonale Magnetfeld 5 mT überschreitet und, falls eine Abschirmung implementiert wurde, die dazugehörige Abbildung.

Situation	$B_{\max}$ / **mT**	**Kompatibilität**	**Abbildung**
TMP über der WGTS (720PTM44002) – Transferleitung			
Alle Magnete in Betrieb	< 5	erfüllt	
WGTS Magnete aus	< 5	erfüllt	
DPS Magnete aus	< 5	erfüllt	
Teile der WGTS Magnete aus	< 5	erfüllt	
TMP über der DPS (720PTM47002) – Transferleitung			
Alle Magnete in Betrieb	< 5	erfüllt	6.4
WGTS Magnete aus	> 5	mit Abschirmung	6.5
DPS Magnete aus	> 5	mit Abschirmung	6.10
CPS Magnete aus	< 5	erfüllt	6.11
TMP an der CPS Seite (720PTM47002) – Transferleitung			
Alle Magnete in Betrieb	< 5	erfüllt	6.8
WGTS Magnete aus	< 5	erfüllt	6.9
DPS Magnete aus	> 5	mit Abschirmung	6.10
CPS Magnete aus	> 5	mit Abschirmung	6.11
Isolationspumpe CPS (320PTM41002)			
Alle Magnete in Betrieb	< 5	erfüllt	
DPS Magnete aus	< 5	erfüllt	
CPS Magnete aus	< 5	erfüllt	
PS Magnet aus	< 5	erfüllt	
TMP CPS PP1 (630PTM85205)			
Alle Magnete in Betrieb	< 5	erfüllt	6.12
DPS Magnete aus	> 5	mit Abschirmung	6.13
CPS Magnete aus	> 5	mit Abschirmung	6.14
TMP CPS PP2 (320TMP86220)			
Alle Magnete in Betrieb	< 5	erfüllt	6.15
CPS Magnete aus	> 5	mit Abschirmung	6.16
PS Magnet aus	> 5	mit Abschirmung	6.17

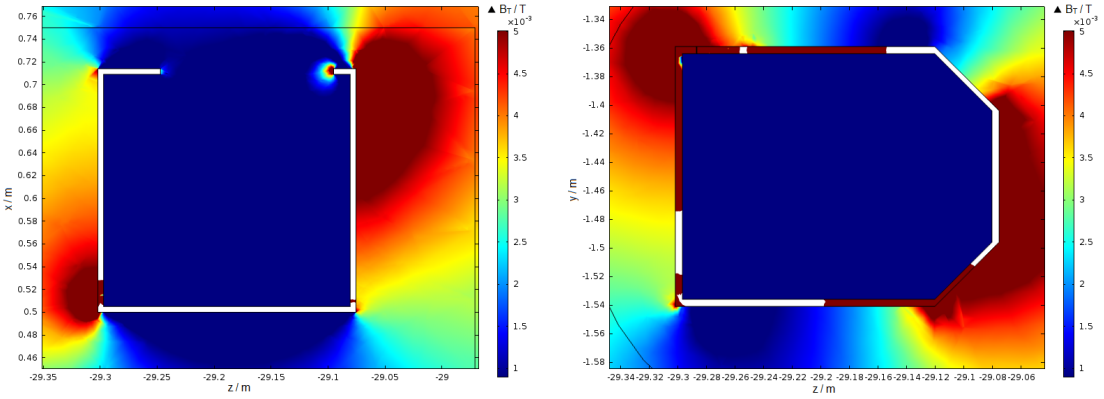


Abbildung 6.4.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS der Transferleitung (720PTM47002) mit allen Magneten in Betrieb. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der mittleren TMP der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation waren alle Magnete der STS-Sektion in Betrieb.

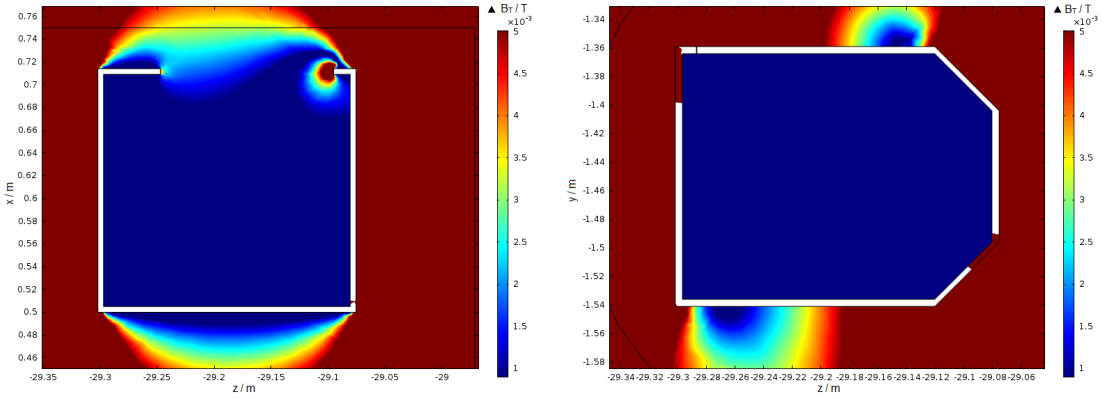


Abbildung 6.5.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS der Transferleitung (720PTM47002) ohne die WGTS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der mittleren TMP der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der WGTS abgeschaltet.

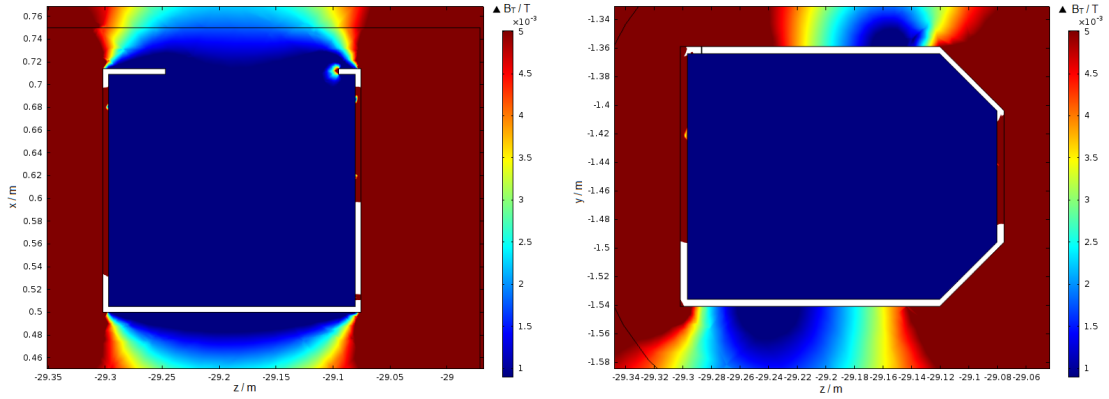


Abbildung 6.6.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS der Transferleitung (720PTM47002) ohne die DPS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der mittleren TMP der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der DPS abgeschaltet.

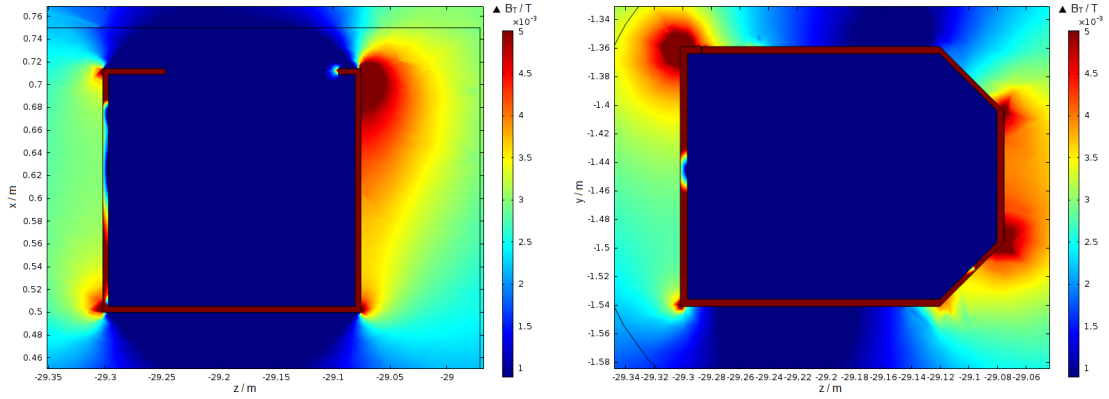


Abbildung 6.7.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS der Transferleitung (720PTM47002) ohne die CPS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der mittleren TMP der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der CPS abgeschaltet.

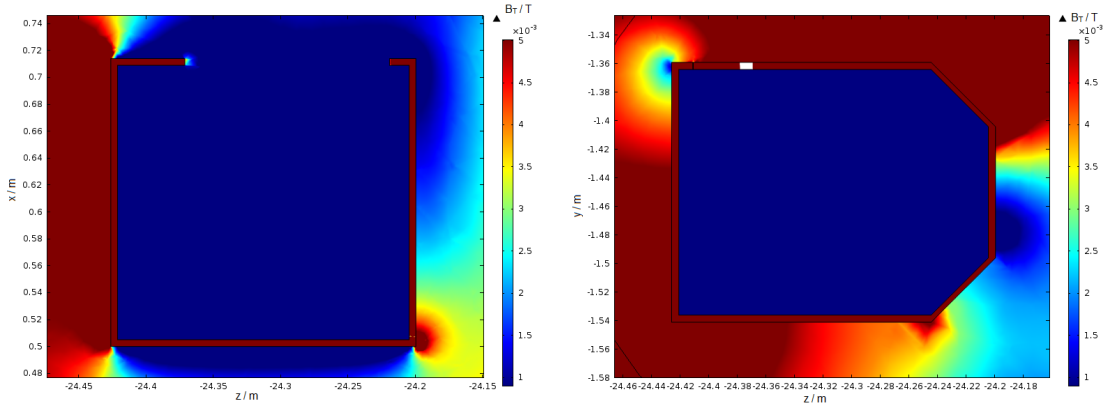


Abbildung 6.8.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) mit allen Magneten in Betrieb. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der TMP auf der CPS Seite der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation waren alle Magnete der STS-Sektion in Betrieb.

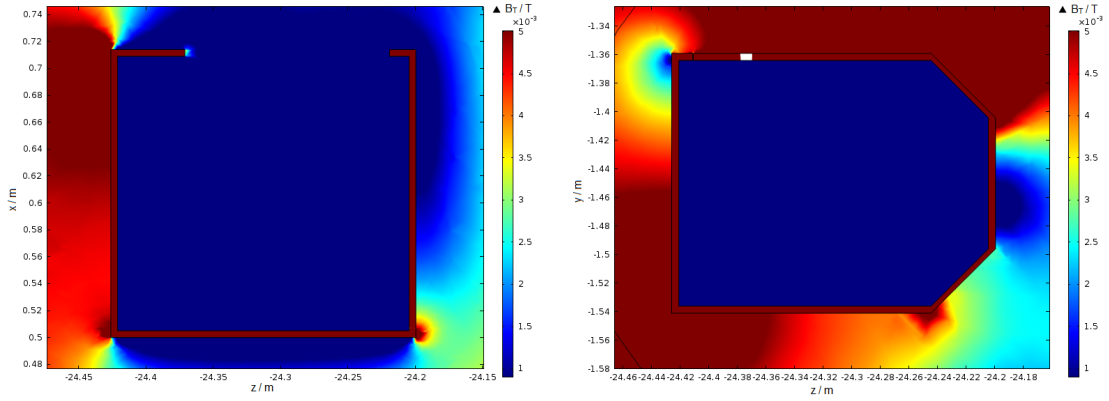


Abbildung 6.9.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) ohne die WGTS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der TMP auf der CPS Seite der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der WGTS abgeschaltet.

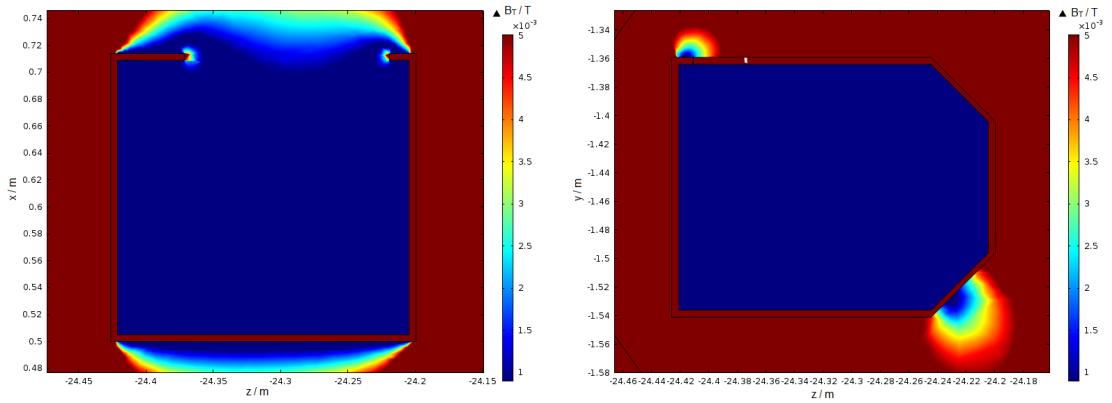


Abbildung 6.10.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) ohne die DPS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der TMP auf der CPS Seite der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der DPS abgeschaltet.

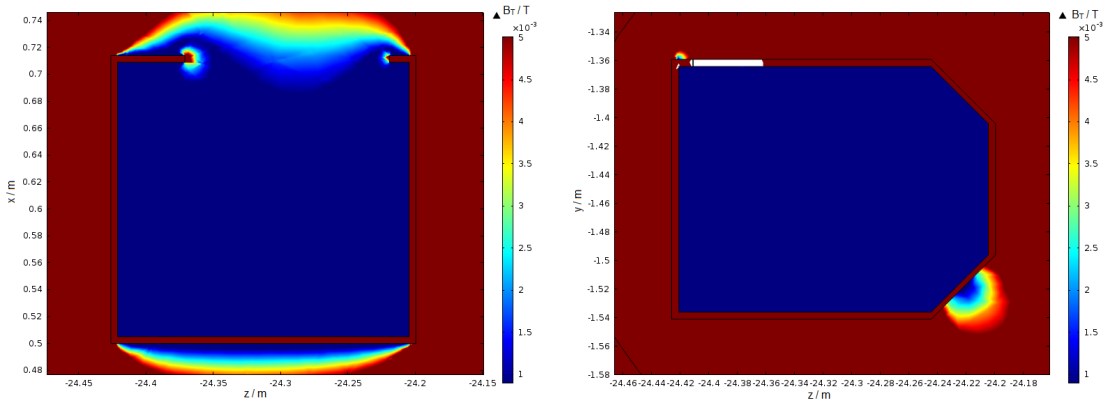


Abbildung 6.11.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) ohne die CPS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die x-z-Ebene der TMP auf der CPS Seite der Transferleitung. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der CPS abgeschaltet.

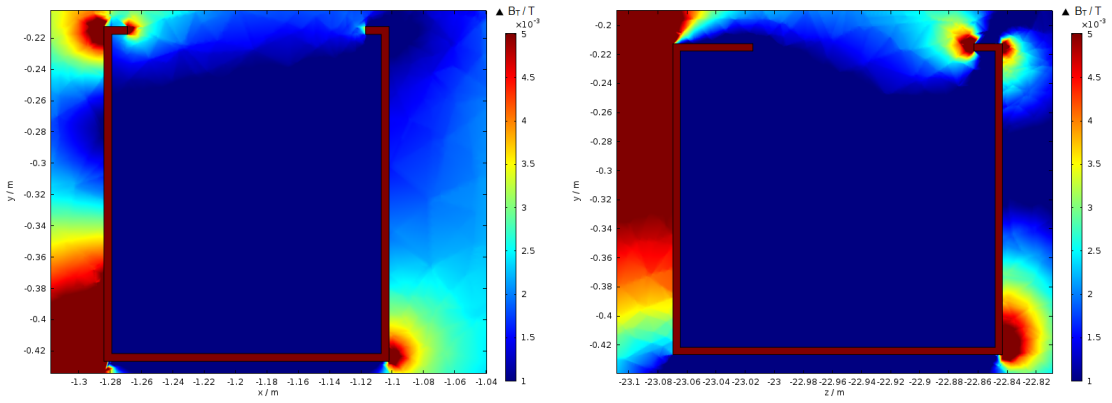


Abbildung 6.12.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP1 der CPS (630PTM85205) mit allen Magneten. Der linke Kontur-Plot zeigt die y-x-Ebene der TMP am PP1 der CPS. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation waren alle Magnete der STS Sektion im Betrieb.

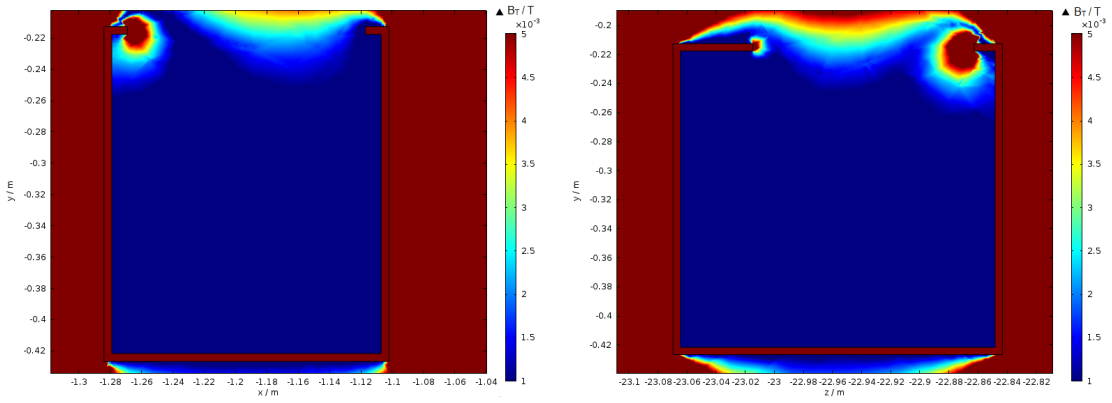


Abbildung 6.13.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP1 der CPS (630PTM85205) ohne die DPS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die y-x-Ebene der TMP am PP1 der CPS. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der DPS abgeschaltet.

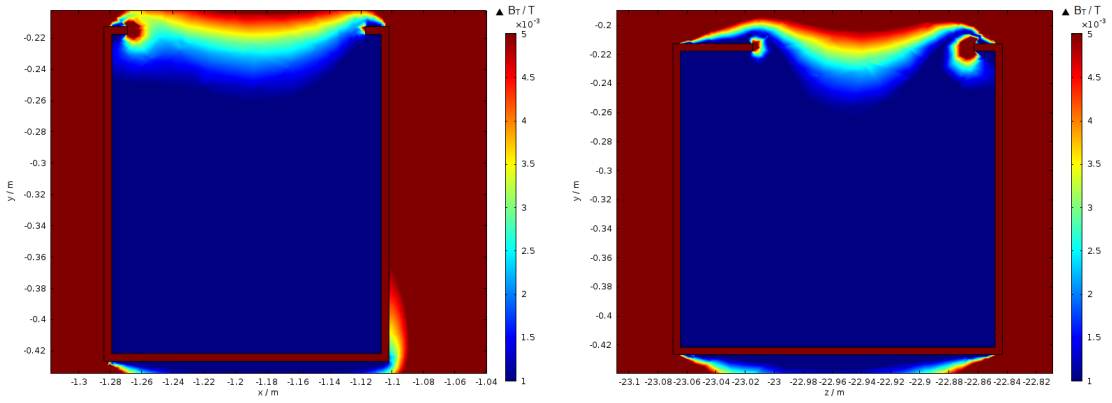


Abbildung 6.14.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP1 der CPS (630PTM85205) ohne die CPS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die y-x-Ebene der TMP am PP1 der CPS. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der CPS abgeschaltet.

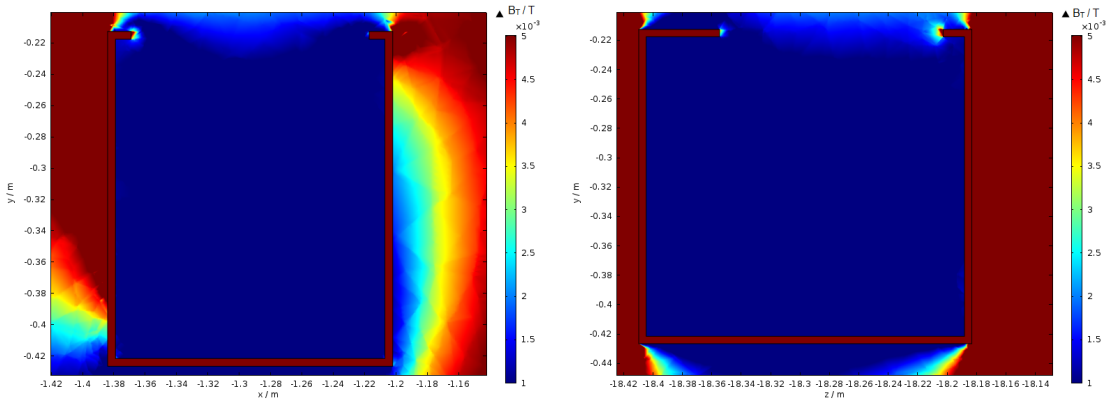


Abbildung 6.15.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP2 der CPS (320TMP86220) mit allen Magneten. Der linke Kontur-Plot zeigt die y-x-Ebene der TMP am PP2 der CPS. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation waren alle Magnete der STS Sektion im Betrieb.

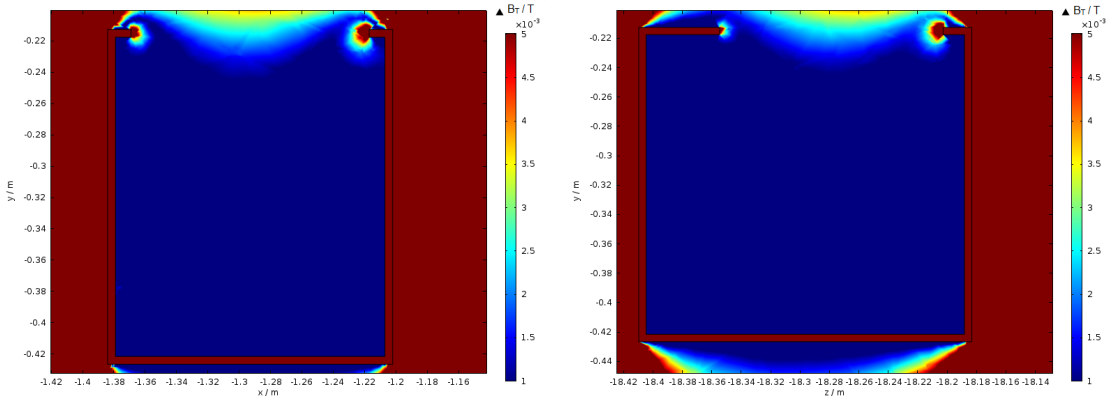


Abbildung 6.16.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP2 der CPS (320TMP86220) ohne die CPS Magnete. Der linke Kontur-Plot zeigt die y-x-Ebene der TMP am PP2 der CPS. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurden die Magnete der CPS abgeschaltet.

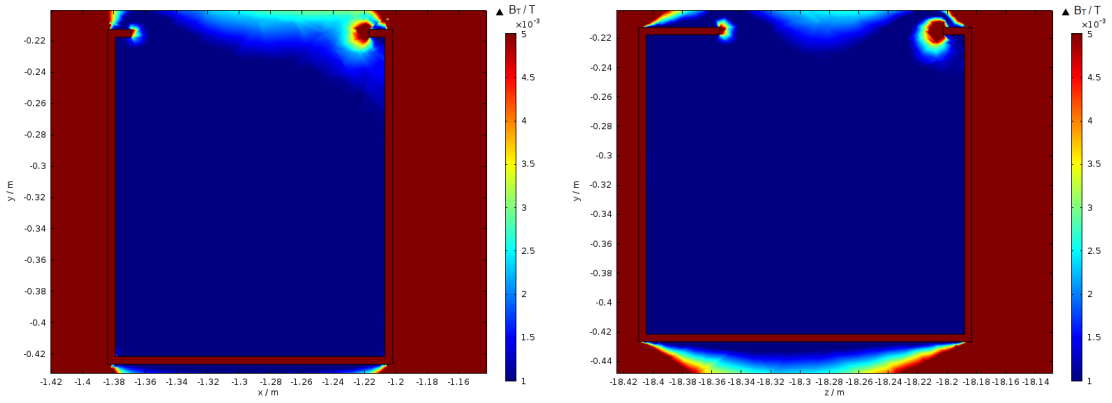


Abbildung 6.17.: Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP2 der CPS (320TMP86220) ohne den Vorspektrometer Magnet. Der linke Kontur-Plot zeigt die y-x-Ebene der TMP am PP2 der CPS. Auf der rechten Seite ist die dazugehörige y-z-Ebene abgebildet. In Farbe ist die Stärke des zur Rotorachse der TMP orthogonalen magnetischen Feldes dargestellt. In dunkelblau sind die Feldstärken unter 1 mT und in dunkelrot über 5 mT. Für die Simulation wurde der Magnet des Vorspektrometers abgeschaltet.

6.3. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Magnetfelder an verschiedenen Turbomolekularpumpen untersucht. Dazu wurde zuerst das Funktionsprinzip einer TMP erläutert und die vier Effekte, die zu einer Wärmeänderung des Rotors führen können, beschrieben. Ein Schwerpunkt lag auf der Induzierung von Strömen durch externe Magnetfelder. Im nächsten Abschnitt wurden die verschiedenen Konfigurationen charakterisiert, die für eine Simulation der Streufelder an den Pumpen beachtet werden müssen. Abschließend wurden für die TMP, bei denen das Magnetfeld den kritischen Wert überschreitet, eine Abschirmung implementiert. Diese erfüllte die Anforderungen und sorgte für ein orthogonales Magnetfeld am Rotor, das unter 1 mT groß ist.

Somit wurde die positive Wirkung der magnetischen Abschirmungen gezeigt, sodass diese hergestellt und anschließend an den entsprechenden Stellen installiert werden können.

7. Leitwert Messung der Argon-Kapillaren in der CPS

Für die Generierung der Argon-Frostschicht in der CPS muss Argon mithilfe von Kapillaren auf die Strahlrohr-Wände befördert werden. Dafür ist der Strömungsleitwert der Kapillaren ein essentieller Parameter, der für die Erzeugung einer homogenen Frostschicht beachtet werden muss. Da die Geometrie der Ar-Kapillaren sehr spezifisch ist, kann mit analytischen Methoden der Leitwert nicht zuverlässig bestimmt werden. Deshalb ist die experimentelle Messung ein wichtiger Bestandteil für die Berechnung des Leitwerts.

Zu Beginn wird in Abschnitt 7.1 ein Überblick über die Theorie des Strömungsleitwerts sowie die Wirkungsweise der Ar-Kapillaren gegeben. Im zweiten Teil 7.2 wird der Aufbau zur Messung skizziert und die daraus erhaltenen Daten analysiert.

7.1. Theorie

Bevor die experimentelle Messung des Leitwerts der Kapillaren geschildert wird, wird zunächst in 7.1.1 der Begriff des Strömungsleitwerts in der Vakuumtechnik eingeführt. Außerdem wird in 7.1.2 die Funktion der Argon-Kapillaren in der CPS beschrieben.

7.1.1. Strömungsleitwert

Um eine Verbindung einer Vakuumpumpe mit der zu evakuierenden Vakuumkammer herzustellen, werden im Normalfall Rohrleitungen verwendet. Damit Gas von der Kammer zur Pumpe fließen kann, wird eine Druckdifferenz Δp benötigt:

$$\Delta p = p_{\text{Kammer}} - p_{\text{Pumpeneinlass}} \ . \tag{7.1}$$

In Analogie zum Ohmschen Gesetz der Elektrotechnik ($R = {}^{U}/_{I}$) kann der Gasfluss q_{pV} mit einer Stromstärke I und die Druckdifferenz Δp mit einem elektrischen Potential U verglichen werden. Dadurch können der Strömungswiderstand W und als dessen Kehrwert der Leitwert C eingeführt werden:

$$W = \frac{\Delta p}{q_{pV}} \ , \tag{7.2}$$

$$C = \frac{1}{W} = \frac{q_{pV}}{\Delta p} \ . \tag{7.3}$$

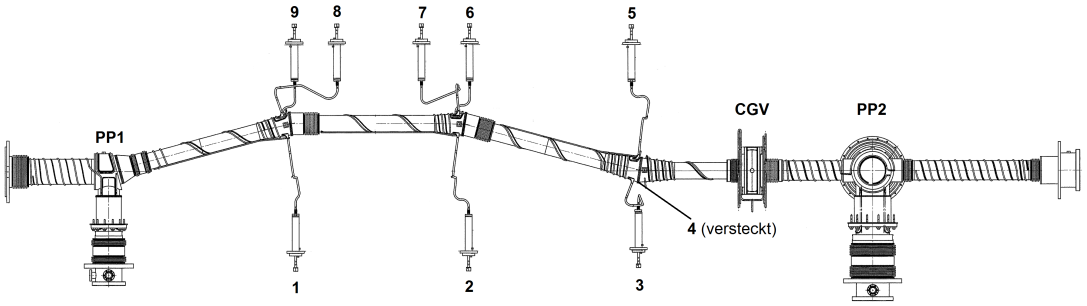


Abbildung 7.1.: Positionen der Argon-Kapillaren der CPS. Die Lage der neun Kapillaren ist in der Geometrie der CPS Strahlrohr-Elemente eingezeichnet. Die Ar-Kapillaren 1, 8 sowie 9 sind an der zweiten Sektion angebracht, 2, 6 sowie 7 an der dritten und 3, 4 (versteckt) sowie 5 an der vierten. Zur Orientierung sind die beiden Pumpstutzen (PP1 und PP2) und der „Cold Gate"-Schieber gekennzeichnet. Das Bild basiert auf der Fertigungsskizze der CPS [74].

Die Einheit des Leitwerts ist standardmäßig ℓ/s. Werden n Leitungsrohre mit verschiedenen Leitwerten C_i hintereinander geschaltet, so entsteht eine Serienschaltung mit dem Leitwert:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n} \ . \tag{7.4}$$

Für eine Parallelschaltung gilt:

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n \ . \tag{7.5}$$

Der Leitwert ist nicht in allen Druckbereichen konstant, sondern hängt vom Strömungsbereich ab. Im molekularen Bereich ist der Leitwert für ein Rohr druckunabhängig, während er im viskosen proportional zum mittleren Druck ist. Deshalb muss für eine Berechnung des Leitwerts immer der jeweilige Druckbereich mit angegeben werden.

7.1.2. Argon-Kapillaren der CPS

Die Argon-Kapillaren sind ein wichtiger Bestandteil für die Generierung der Ar-Frostschicht in den Strahlrohr-Abschnitten 2-5 der CPS. Die Sektionen 2, 3 und 4 beinhalten jeweils drei Kapillaren aus Edelstahl. Für eine vollständige Bedeckung der Beamtube-Wände sind diese unter einem gegenseitigen Winkel von 120° angeschlossen. Alle neun Kapillaren sind etwa 1030 mm lang und haben einen Innendurchmesser von 3,5 mm. Um die Argon-Frostschicht auf die Strahlrohr-Wände zu bringen, sind 23 Öffnungen mit einem Durchmesser von 0,2 mm vorhanden, die in einem regelmäßigen Abstand von 32 mm angebracht sind. Die Kapillaren sind auf der einen Seite über ein Halterohr am Vakuumsystem befestigt und auf der anderen ist ein Draht um sie gewickelt, der mit Schrauben an der Strahlrohr-Wand fixiert ist. Damit Argon nicht in der Kapillare festfriert, ist ein elektrischer Heizer zwischen dem Argon-Einlass und dem Strahlrohr angebracht. Dadurch wird eine Temperatur von mindestens 40 K erreicht. Die Abbildung 7.1 zeigt die Positionen der jeweiligen Ar-Kapillaren in der CPS.

Ein wichtiger Parameter für den Betrieb der Ar-Kapillaren ist der Leitwert, der den Gasfluss charakterisiert. Um eine gleichförmige Beschichtung der Ar-Frostschicht zu erhalten, muss der Gasfluss in die Kapillaren bei verschiedenen Leitwerten unterschiedlich groß eingestellt werden. Weil die Form der Kapillaren sehr komplex ist sowie das durchdringende Argon beim durchfließen von Raumtemperatur auf unter 40 K abgekühlt wird, kann der Leitwert nicht analytisch berechnet werden. Deshalb wurde in [56] mit einer Simulation in MolFlow+

Tabelle 7.1.: Messwerte für den Leitwert der Argon-Kapillaren. Es wurde für jede Argon-Kapillare die Zeit gemessen, die verging bis der Druck p_2 von 200 mbar auf 50 mbar fiel. Der Druck p_1 blieb in diesem Zeitraum bei unter 10^{-1} mbar konstant. Die Messung wurde für jede Kapillare zweimal wiederholt und daraus der Mittelwert $\bar{t}$ gebildet. Außerdem wurde mit Gl. 7.7 der Leitwert mit dem dazugehörigen Fehler in ℓ/s berechnet.

Kapillarenanschluss	t_1 / s	t_2 / s	$\bar{t}$ / s	C / ℓ/s	ΔC / ℓ/s
1	130	130	130	0,117	0,008
2	120	119	120	0,127	0,009
3	84	84	84	0,183	0,013
4	118	118	118	0,129	0,009
5	130	132	131	0,116	0,008
6	134	134	134	0,114	0,008
7	120	120	120	0,127	0,009
8	134	136	135	0,113	0,008
9	197	197	197	0,077	0,005

(eine freie Software-Anwendung, die am CERN entwickelt wurde) der Leitwert analysiert. Außerdem wurde darin eine Ar-Kapillare in einen Teststand eingebaut und der Leitwert für Helium und Argon gemessen.

7.2. Experimentelle Messung

In diesem Abschnitt wird die Messung des Leitwerts der Ar-Kapillaren analysiert. Dazu wird in 7.2.1 der Aufbau der Messapparatur beschrieben und in 7.2.2 die Ergebnisse diskutiert.

7.2.1. Experimenteller Aufbau

Für die Messung des Leitwerts der Argon-Kapillaren wurde das in Abb. 7.2 zu sehende Fließbild aufgebaut. Ein Foto von einem Teil des Aufbaus ist in Abb. 7.3 gezeigt. Zu Beginn der Messung wurde der 15 ℓ-Behälter an den Einlass einer der neun Argon-Kapillaren angeschlossen und anschließend mithilfe der daran angeschlossenen Vakuumpumpe evakuiert. Danach wurde Stickstoff hineingelassen bis ein Druck von 200 mbar im Volumen erreicht wurde. Die verwendete Druckmessröhre zur Überwachung von p_2 ist eine *Leybold DI 2000*, die für einen Messbereich von 1-2000 mbar ausgelegt ist (Datenblatt: siehe Anhang E) [82]. Mit dem Öffnen des Ventils zur Argon-Kapillare wurde mit einer Stoppuhr die Zeitmessung gestartet. Da innerhalb der ersten zwei Sekunden der Wellbalg zwischen dem Behälter und dem Kapillaren-Einlass mit Gas gefüllt wird, fällt der Druck zunächst schlagartig auf etwa 150 mbar ab. Dieser Zeitraum wird in der Auswertung der Messdaten nicht berücksichtigt. Sobald der Druck p_2 auf 50 mbar gefallen ist, wurde das Ventil zum Argon-Einlass geschlossen und die Zeit gestoppt. Für eine zweite Messung mit der selben Methode wurde erneut Stickstoff in den 15 ℓ-Tank gefüllt. Nach der wiederholten Zeitaufzeichnung wurde die Apparatur bei dem nächsten Argon-Einlass aufgebaut.

7.2.2. Auswertung der Messergebnisse

Um den Leitwert mit der gemessenen Zeit zu berechnen, wird Gl. 7.3 benutzt:

$$C = \frac{q_{pV}}{\Delta p} = \frac{\mathrm{d}p_2}{\mathrm{d}t} \cdot V \cdot \frac{1}{\Delta p} \ , \tag{7.6}$$

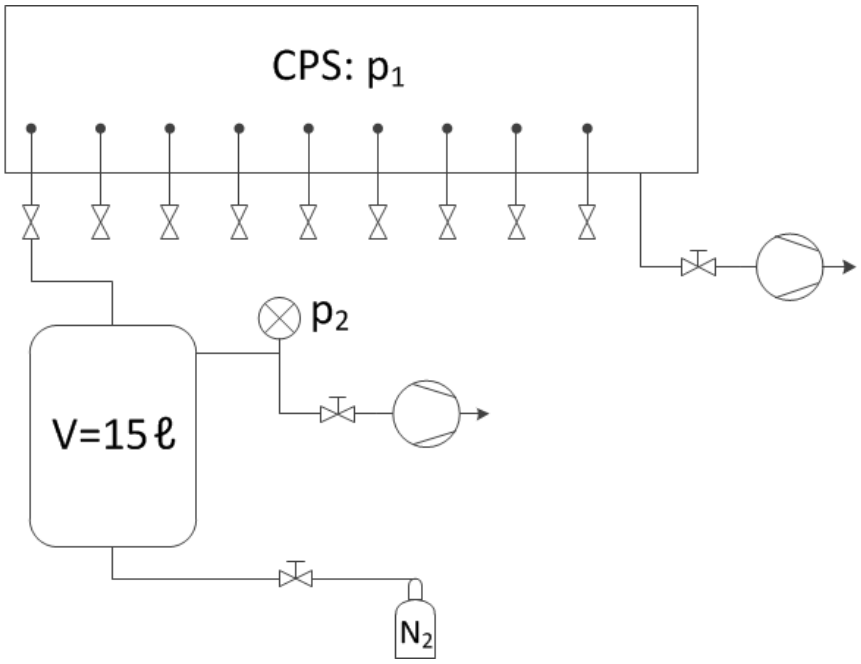


Abbildung 7.2.: Fließbild zur Messung des Ar-Kapillaren Leitwerts. Zu sehen ist das R&I-Schema des experimentellen Aufbaus, das für die Messung des Leitwerts verwendet wurde. Stickstoff konnte über ein Ventil in einen 15 ℓ-Behälter eingeführt werden. An diesem ist ein Drucksensor (p_2) angebracht. Der Behälter kann mithilfe einer Vakuumpumpe evakuiert werden. Zudem ist das Volumen mit einer Ar-Kapillare verbunden. In der Beamtube der CPS wird der Druck ausgelesen (p_1) und sie ist durch eine Vakuumpumpe evakuiert. Für jede neue Messung wird die Verbindung des Behälters auf eine andere Kapillare gewechselt.

mit V als Volumen des Behälters und $\Delta p = p_2 - p_1$. Angewandt auf den Aufbau aus Abb. 7.2 ergibt dies:

$$C = V \cdot \left| \frac{p_2(t_0) - p_2(t_E)}{(\bar{t} - 2\,\mathrm{s}) \cdot (p_2(t_E/2) - p_1)} \right| \ . \tag{7.7}$$

Dabei gilt $V = 15\,\ell$, $p_2(t_0) = 150\,\mathrm{mbar}$, $p_2(t_E) = 50\,\mathrm{mbar}$, $p_1 = 10^{-1}\,\mathrm{mbar} \approx 0\,\mathrm{mbar}$ sowie unter der Annahme eines linearen Abfalls des Druckes im viskosen Bereich $p_2(t_E/2) = 100\,\mathrm{mbar}$. Für $\bar{t}$ werden die gemessenen Werte aus Tab. 7.1 verwendet und 2 s wegen dem Befüllen des Wellbalgs abgezogen. Folgende Fehler wurden auf die Größen angenommen:

- $\Delta V = 0{,}1\,\ell$
- $\Delta p_2(t_E)$ =0,2% (siehe Anhang E [82])
- $\Delta \bar{t} = 1\,\mathrm{s}$
- $\Delta p_2(t_0, t_E/2) = 5\,\mathrm{mbar}$ (größerer Fehler durch den Übergang in den linearen Abfall.)

Da alle Fehler nicht miteinander korreliert sind, kann die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet werden:

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\sum_i (\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i)^2} \ . \tag{7.8}$$

Hier bezeichnet Δx_i den Fehler auf den jeweiligen Parameter x_i, von denen die gesuchte Messgröße f abhängt.

Die Messwerte wurden in Abb. 7.4 zu den in [56] in einem Testaufbau gemessenen Daten hinzugefügt. Dabei muss beachtet werden, dass in [56] Helium und Argon als Testgas für die Messung des Leitwerts verwendet wurde, während der im Rahmen dieser Arbeit

Abbildung 7.3.: Bild der Apparatur zur Messung des Ar-Kapillaren Leitwerts. Ein Teil der für die Messung verwendeten Komponenten sind auf dem Foto abgebildet. Auf der linken Seite ist die Vorpumpe zu sehen, die für die Evakuierung des in der Mitte befindenden 15 ℓ-Behälters sorgt. An dem Volumen ist ein Drucksensor angebracht, das auf der rechten Seite digital abgelesen werden kann (p_2). Der 15 ℓ-Behälter ist mit Stickstoff gefüllt und auf der oberen Seite an eine Ar-Kapillare angeschlossen.

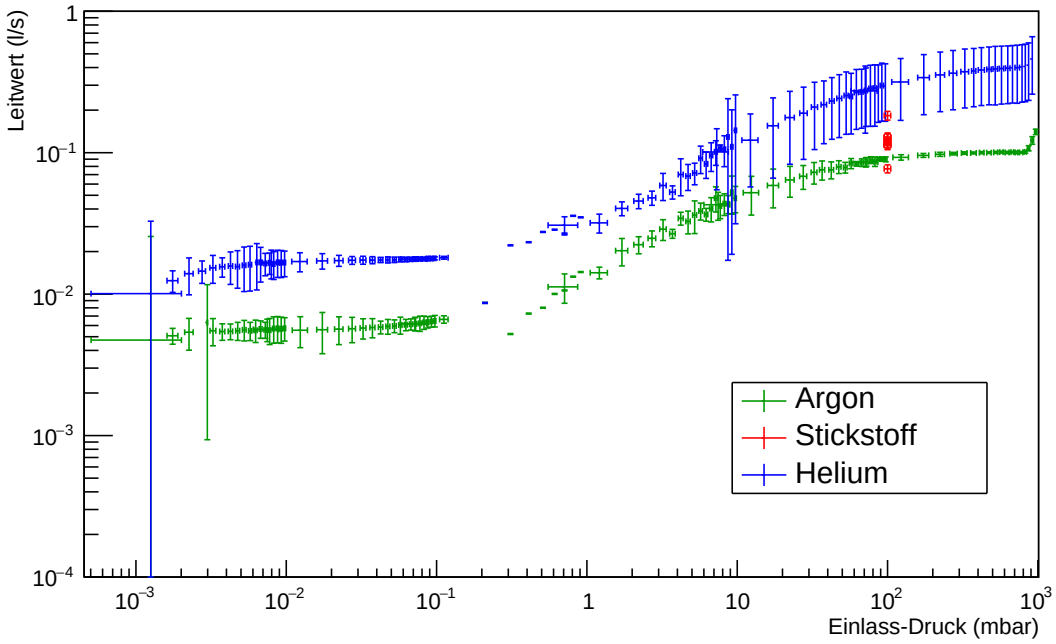


Abbildung 7.4.: Leitwert der Argon-Kapillaren.. Der Leitwert in ℓ/s ist über dem Einlass-Druck aufgetragen, wobei beide Achsen logarithmiert sind. Die grünen Messpunkte der Argon und die blauen der Helium Daten wurde im Rahmen von [56] mit einem Testaufbau gemessen. Die roten Punkte zeigen die Messung mit Stickstoff.

durchgeführten Messung Stickstoff benutzt wurde. Da der pV-Fluss proportional zur mittleren thermischen Geschwindigkeit ($\propto \sqrt{1/M}$) ist, hat die Gasart einen Einfluss auf die Berechnung des Leitwerts. Das ist der Grund für die unterschiedlichen Lagen der Messpunkte für die verschiedenen Gase. Weil Stickstoff mit einer molaren Masse von $M_{N_2} = 28\,\mathrm{g/mol}$ zwischen Helium ($M_{\mathrm{He}} = 4\,\mathrm{g/mol}$) und Argon ($M_{\mathrm{Ar}} = 40\,\mathrm{g/mol}$) liegt, müssen die gemessenen Leitwerte mit dem Verhältnis der molaren Massen korrigiert werden. Wird der Mittelwert aus den Messwerten der Tab. 7.1 gebildet und dieser mit dem Faktor $28/40$ (Verhältnis der molaren Masse) multipliziert, so ergibt sich:

$$\bar{C}_{\mathrm{N_2,korr.}} = (0{,}103 \pm 0{,}007 \pm 0{,}026)\,\ell/\mathrm{s} \tag{7.9}$$

Dieser liegt im Vergleich zu $C_{\mathrm{Ar}} \approx 0{,}092\,\ell/\mathrm{s}$ und $C_{\mathrm{He,korr.}} \approx 0{,}098\,\ell/\mathrm{s}$ innerhalb des Fehlers der Messung. Somit stimmen die Leitwerte mit den theoretischen Erwartungen überein. Im Verlauf des Bildes ist der molekulare Strömungsbereich auf der linken Seite erkennbar, da hier der Leitwert unabhängig vom Eingangdruck ist. Ab einem Einlass-Druck von etwa 10^{-1} mbar erfolgt der Wechsel von der molekularen Strömung in den viskosen Bereich und der Leitwert steigt mit zunehmendem Druck an. Der größere Fehler bei den Helium Daten im viskosen Strömungs-Bereich liegt an der größeren Ungenauigkeit der verwendeten Druckmessröhre in diesem Druckintervall.

In Abb. 7.5 ist der Bereich mit den genommenen Daten an der CPS vergrößert dargestellt. Sieben Leitwerte der Ar-Kapillaren sind im gleichen Bereich von etwa $0{,}123\,\ell/\mathrm{s}$, während der Wert für die dritte Kapillare deutlich größer und der Wert für die neunte deutlich kleiner ist. Diese Abweichungen müssen bei der Präparation der Ar-Frostschicht beachtet werden, damit die Strahlrohr-Wände nicht unterschiedlich stark „bespritzt“ werden. Das kann z. B. mithilfe von Blenden oder verschieden langen Verbindungsröhren kompensiert werden.

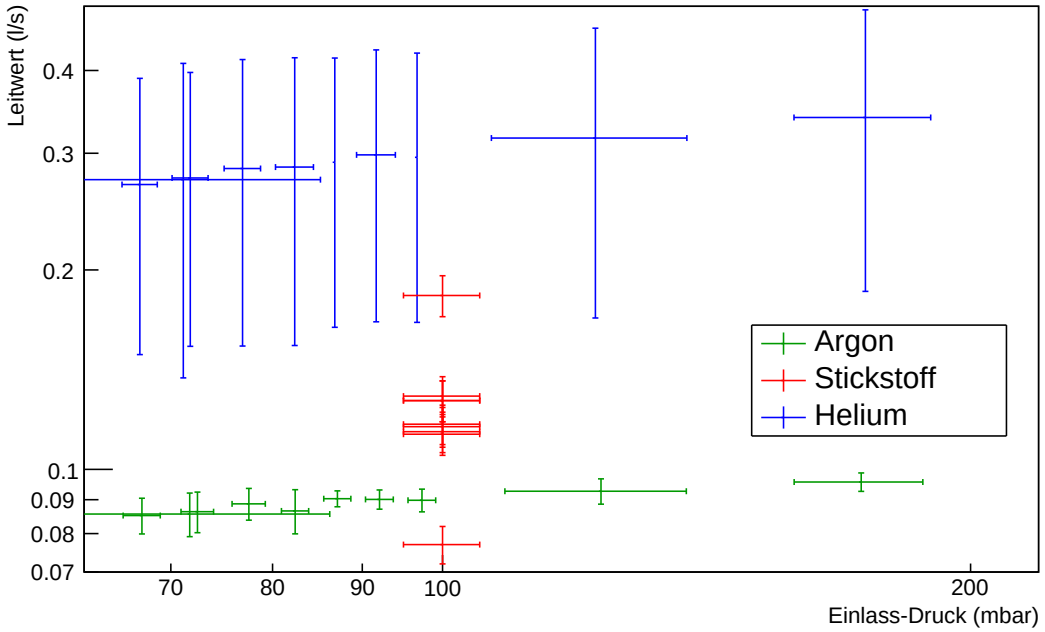


Abbildung 7.5.: Vergrößerter Ausschnitt der Messung des Leitwerts der Argon-Kapillaren. Der Leitwert in $^{\ell}/_{s}$ ist über dem Einlass-Druck aufgetragen, wobei beide Achsen logarithmiert sind. Die grünen Messpunkte der Argon und die blauen der Helium Daten wurde im Rahmen von [56] mit einem Testaufbau gemessen. Die roten Punkte zeigen die Messung mit Stickstoff.

7.3. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Bedeutung der Argon-Kapillaren für den kryogenen Betrieb der CPS hervorgehoben. Dazu wurde zu Beginn der Begriff des Strömungsleitwerts im Zusammenhang mit der Vakuumphysik näher erläutert. Anschließend wurde die Lage der Kapillaren und ihre Funktion in der CPS beschrieben. Im nächsten Teil wurde mit einem extern angeschlossenen Volumen der Leitwert experimentell gemessen. Außerdem wurden die dadurch erhaltenen Daten mit einer vorherigen Messung aus [56] verglichen.

Mit dieser Messung konnte ein wichtiger Beitrag für das Verfahren zur ersten Generierung der Ar-Frostschicht in der CPS geleistet werden. Durch die berechneten Leitwerte können z. B. geeignete Blenden am Argon-Einlasssystem angebracht werden, die für einen gleichmäßigen Gasstrom durch die Kapillaren sorgen. Auf Grund der in dieser Arbeit demonstrierten großen Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation ist damit MolFlow+ ein geeignetes Instrument, um die Maßnahmen für gleichmäßige Ar-Belegung zu simulieren.

8. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Masterarbeit ist Teil des KArlsruher TRItium Neutrino (KATRIN) Experiments. Das Ziel von KATRIN ist die direkte und modellunabhängige Bestimmung der Masse des Elektron-Antineutrinos durch den β^--Zerfall von Tritium mit einer bisher unerreichten Sensitivität von 200 meV bei 90% C.L. Damit dieses Ziel erreicht wird, muss eine möglichst hohe Luminosität der Quelle mit einer sehr präzisen Spektroskopie kombiniert werden.

Die kryogene Pumpstrecke (CPS) ist dabei ein wichtiger Teil der Transport-Sektion, die für den adiabatischen Transport der Elektronen zur Spektrometer Sektion sorgen muss. Der Transport erfolgt über Magnetfelder, deren Stärke für die Systematik von KATRIN wichtig sind. Deshalb muss der Verlauf der Felder entlang der Strahlachse genau bestimmt werden. Dazu können verschiedene Simulationsprogramme verwendet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das von der KATRIN-Kollaboration entwickelte KASSIOPEIA sowie das kommerzielle COMSOL Multiphysics benutzt und verglichen. Der Vorteil von COMSOL ist die Möglichkeit unterschiedliche magnetische Materialien einzubauen und deren Auswirkung auf das Magnetfeld zu untersuchen. Nach der Vorstellung der Wirkungsweise beider Programme wurde die KATRIN Spulen-Geometrie in COMSOL implementiert. Durch den Vergleich der Resultate mit KASSIOPEIA wurde die magnetische Flussdichte entlang der KATRIN-Hauptachse aneinander angepasst. Die nach der Bearbeitung vorhandenen Fehler sind für die Analysen in dieser Arbeit, insbesondere den des Flussschlauch-Transports, vernachlässigbar.

Für das Führen des 191 Tcm^2 Flussschlauchs von der Quelle zum Detektor ist die genaue Position der jeweiligen Magnetspulen sowie den Geometrie-Elementen von großer Bedeutung. Deshalb wurde die mit Lasertracker durchgeführten Positions-Messungen der Spulen und Strahlröhren der CPS in KASSIOPEIA implementiert. Die Ergebnisse der Simulation zeigen, dass der Flussschlauch in der CPS, durch die nicht perfekte axiale Ausrichtung der Spulen, nach oben verschoben wird. Dadurch können die für die Konstruktion geforderten Mindestabstände nicht eingehalten werden. Weil bei der Berechnung jedoch keine Kollisionen entstehen, ist der noch vorhandene Abstand für den Transport der Elektronen ausreichend. Diese Resultate werden Ende des Jahres 2016 mithilfe der gesamten Quell- und Transport-Sektion experimentell überprüft. Mit den in dieser Arbeit eingekreisten Engstellen wurde dabei eine wichtige Vorarbeit geleistet, sodass, in dem Fall einer vorhandenen Kollision, die Position dieser leichter gefunden werden kann. Zusätzlich wurde der Einfluss einer optionalen Getter-Pumpe untersucht, die am Ende der CPS eingebracht werden kann. Durch die getroffenen Maßnahmen ist der Einbau zu jeder Zeit möglich.

Turbomolekularpumpen werden an vielen verschiedenen Komponenten bei KATRIN benutzt, um ein Hochvakuum zu erzeugen. Hohe Magnetfelder führen zu einer Erwärmung des Rotors durch den dadurch induzierten Strom, womit Schäden an der TMP entstehen können. Bei der Inbetriebnahme der einzelnen KATRIN Komponenten ist es möglich, dass nicht alle Magnete in Betrieb sind, sodass die magnetischen Streufelder stärker als im Standardbetrieb sein können. Mithilfe von COMSOL wurde das Streufeld an den Positionen der Pumpen untersucht und im Falle der Überschreitung des kritischen Wertes eine magnetische Abschirmung eingebaut. Mit den Ergebnissen der Simulation konnte gezeigt werden, dass manche TMP in bestimmten Konfigurationen einen Schutz benötigen. Außerdem wurde die positive Wirkung der Abschirmung nachgewiesen, sodass um die gefährdeten Pumpen der magnetische Schutz installiert werden kann.

Die zweite Herausforderung, die die CPS bewältigen muss, ist die Reduzierung des Tritiumflusses um einen Faktor von mindestens 10^7. Da nach der differentiellen Pumpstrecke (DPS) die Sättigung der Pumpleistung für Tritium erreicht ist, wird in der CPS eine etwa $2{,}57\,\mathrm{m}^2$ große Argon-Frostschicht erzeugt. Durch Adsorptions-Prozesse werden dadurch Tritium enthaltende Moleküle an der 4 K kalten Frostschicht gebunden. Die Generierung der Ar-Schicht erfolgt durch Kapillaren, in denen Löcher angebracht sind, damit das Argon auf die Strahlrohr-Wände gelangen kann. Für den Betrieb dieser Kapillaren ist der Strömungsleitwert eine wichtige Kenngröße, der für die spätere Homogenität und Kapazität der Frostschicht entscheidend ist. Weil der Leitwert aufgrund der komplexen Geometrie nicht analytisch berechnet werden kann, sind in einer vorherigen Arbeit [56] Simulationen und Testmessungen durchgeführt worden. Mit der in dieser Arbeit realisierten Messung konnte der Leitwert der neun in der CPS installierten Kapillaren bestimmt werden. Damit wurde zum einen die Ergebnisse aus [56] bestätigt, zusätzlich wurden die Kapillaren identifiziert, bei denen für den späteren Betrieb Vorkehrungen getroffen werden müssen, um Differenzen im Leitwert auszugleichen.

Mit der Lieferung der CPS im Juli 2015 sind Stand Anfang April 2016 alle Installationsarbeiten im TLK abgeschlossen. Nach dem Ausheizen der Strahlrohr-Wände bei 500 K kann mit dem Kaltfahren begonnen werden. Anschließend werden die ersten Messungen im Betriebsmodus durchgeführt, sodass die CPS im Oktober 2016 mit den anderen Großkomponenten zusammengeschlossen werden kann. Dann können die ersten Testmessungen mit dem kompletten KATRIN Aufbau durchgeführt werden.

Anhang

A. C++ Code zur Berechnung des Fehlers der COMSOL Simulation

In diesem Abschnitt wird der C++-Code vorgestellt, der in Kapitel 4 für die Auswertung des absoluten Fehlers von der COMSOL-Simulation im Vergleich zur KASSIOPEIA-Berechnung benutzt wurde:

```
#include <cmath>
#include <iostream>

using namespace std;

void main(char *filename1, char *filename2)
{
//=================================================================
//Definition der Variablen fuer die Auslese der Dateien
double b1,z1,b2,z2;
char line[50];
ifstream getComsol, getKassiopeia;
//=================================================================

//=================================================================
//Oeffnen der in main() genannten Dateien
getComsol.open(filename1, fstream::in);
getKassiopeia.open(filename2, fstream::in);
//=================================================================

//=================================================================
//Definition der Variablen fuer die beiden Schaubilder, auf der x-
    Achse ist die z-Koordinate des KATRIN-Koordinatensystems (Ur-
    sprung in der Mitte des MS), auf der y-Achse das Magnetfeld
int intervall = 10000;
int xmin = -60;
//Es wird nur das Feld bis zum ersten PS-Magneten untersucht
int xmax = -15;
int binsx = abs(xmax - xmin)*intervall;
int ymin = 0;
int ymax = 7;
//=================================================================

//=================================================================
//Die zwei Histogramme fuer die COMSOL und die KASSIOPEIA Daten
    werden erzeugt
TProfile *hpComsol = new TProfile("hpComsol", "B-Feld: Comsol",
    binsx, xmin, xmax, ymin, ymax);
TProfile *hpKassiopeia = new TProfile("hpKassiopeia", "B-Feld:
    Kassiopeia", binsx, xmin, xmax, ymin, ymax);
//=================================================================

//=================================================================
//Einlesen der Dateien (enthalten die z-Koordinate und das B-Feld)
    in die Histogramme und schliessen der Dateien
while(!getComsol.eof())
{
getComsol.getline(line,50);
sscanf(line, "%Lf %Lf", &z1, &b1);
hpComsol->Fill(z1,b1);
}

while(!getKassiopeia.eof())
{
getKassiopeia.getline(line,50);
sscanf(line, "%Lf %Lf", &z2, &b2);
```

```
hpKassiopeia->Fill(z2,b2);
}

getComsol.close();
getKassiopeia.close();
//=================================================================

//=================================================================
//Definition eines Graphen fuer den Plot des absoluten Fehlers
TGraph *graph = new TGraph();
int n = 0;

//Alle Punkte werden aus den Histogrammen ausgelesen
for(int i = 1; i < binsx; i++)
{
b1 = hpComsol->GetBinContent(i);
b2 = hpKassiopeia->GetBinContent(i);
z1 = 1.0*abs(xmin-xmax)/binsx*i + xmin;

if(b2 != 0 && b1 != 0)
{
//Uebergabe der absoluten Fehler-Punkte an den Graphen
graph->SetPoint(n,z1,b2-b1);
cout << fixed;
//Ausgabe der Fehler
cout << setprecision(3) << z1 << " " << setprecision(3) << b2-b1 <<
     endl;
n++;
}
}
//=================================================================

//=================================================================
//Ausgabe der beiden Graphen auf einer Leinwand (Canvas)
TCanvas *c1 = new TCanvas("c1","B-Feld Vergleich",100,100,800,600);
//Beschriftung der x-Achse
hpComsol->GetXaxis()->SetTitle("z (m)");
//Beschriftung der y-Achse
hpComsol->GetYaxis()->SetTitle("B-Feld (T)");
//In rot werden die COMSOL Daten eingezeichnet
hpComsol->SetMarkerColor(2);
//In blau die KASSIOPEIA Daten
hpKassiopeia->SetMarkerColor(4);
//Zeichnen der beiden Plots in die selbe Leinwand
hpComsol->Draw();
hpKassiopeia->Draw("same");
//=================================================================

//=================================================================
//Erstellen einer zweiten Leinwand fuer den Fehler
TCanvas *c2 = new TCanvas("c2","Fehler absolut",900,100,800,600);
//Beschriftung der x-Achse
graph->GetXaxis()->SetTitle("z (m)");
//Beschriftung der y-Achse
graph->GetYaxis()->SetTitle("#Delta B(T)");
//Zeichnen des Graphen in die Leinwand
graph->Draw("ALP");
//=================================================================
}
```

B. C++ Code zur Berechnung des minimalen Abstands

In diesem Abschnitt wird der C++-Code geschildert, der in Kapitel 5 für die Berechnung des minimalen Abstands für alle in KASSIOPEIA berechneten Feldlinien verwendet wurde:

```
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

void main(char *filename, char *filename1)
{
//=================================================================
//Definition der Variablen
double x,y,z,d;
double x1,y1,z1,B1,d1;
double d_min = 1000.0;
double pos_min[3]= {};

double z_min = 0;
double z_max = 100000.0;
int bins = 10000;

double z_min1 = 0;
double z_max1 = 100000.0;
int bins1 = 10000;

double tmp = 1000.0;
int searchbin = 0;
double tmp1 = 1000.0;
int searchbin1 = 0;
char line[100],line1[100];
//=================================================================

//=================================================================
//Definition und Oeffnen der in main() geoeffneten Dateien (die
    zweite Datei ist fuer die von der Staerke des Magnetfelds
    abhaengige Anforderung)
ifstream getdata;
getdata.open(filename, fstream::in);
ifstream getdata1;
getdata1.open(filename1, fstream::in);
//=================================================================

//=================================================================
//Histogramm fuer den minimalen Abstand
TH1F *hpdistance = new TH1F("hpdistance", "Distance", bins, z_min,
    z_max);

//Fuellen der "Bins"
for(int i = 0; i < bins; i++) hpdistance->SetBinContent(i, 1000.0);
//=================================================================

//=================================================================
//Einlesen der ersten Datei (enthaelt x-, y-, z-Koordinaten und den
     Abstand)
while(!getdata.eof())
{
getdata.getline(line,100);
sscanf(line, "%Lf %Lf %Lf %Lf",&x, &y, &z, &d);
//Umrechnung von Meter in Millimeter
d *= 1000;
//Damit die z-Werte positiv sind, wird 30 dazu addiert
```

```
z += 30.0;
//Umrechnung von Meter in Millimeter
z *= 1000;
searchbin = z /((z_max - z_min)/bins);
//Setzen des temporaeren minimalen Abstands
tmp = hpdistance->GetBinContent(searchbin);

//Ueberpruefung ob der aktuelle Wert kleiner ist als der neue von
    einer anderen Elektronlinie
if(d < tmp)
{
hpdistance->SetBinContent(searchbin, d);

//If-Schleife fuer das Finden des absoluten Minimums
if(d < d_min && z < 14000.0 && z > 0.1)
{
d_min = d;
pos_min[0] = x;
pos_min[1] = y;
pos_min[2] = z/1000.0 - 30.0;
}
}
}
getdata.close();
//=================================================================

//=================================================================
//Ausgabe des absoluten Minimums
cout << "Minimaler Abstand:  " << d_min << endl;
cout << "  x = " << pos_min[0] << endl;
cout << "  y = " << pos_min[1] << endl;
cout << "  z = " << pos_min[2] << endl;
//=================================================================

//=================================================================
//Definition eines Graphen fuer den minimalen Abstand
TGraph *grdistance = new TGraph();
int n = 0;

//Fuellen des Graphen mit den Punkten
for(int i = 0; i < bins; i++)
{
tmp = hpdistance->GetBinContent(i);
if(tmp < 999)
{
//Auf die z-Koordinate muessen die vorhin addierten +30 wieder
    abgezogen werden
grdistance->SetPoint(n, (z_max-z_min)/bins*i/1000.0-30, hpdistance
    ->GetBinContent(i));
n++;
}
}
//=================================================================

//=================================================================
//Histogramm fuer das Auslesen des Magnetfelds
TH1F *hpdemand = new TH1F("hpdemand", "Anforderung", bins1, z_min1,
     z_max1);

//Fuellen der "Bins"
for(int i = 0; i < bins1; i++) hpdemand->SetBinContent(i, 1000.0);
//=================================================================

//=================================================================
```

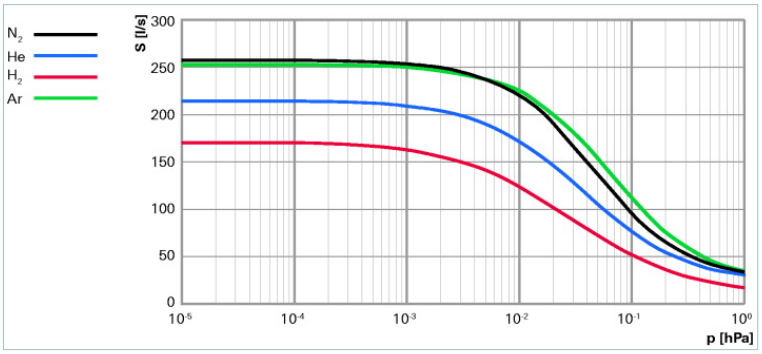
```
//Einlesen der zweiten Datei (enthaelt x-, y-, z-Koordinaten, das
    B-Feld und den Abstand)
while(!getdata1.eof())
{
getdata1.getline(line1,100);
sscanf(line1, "%Lf %Lf %Lf %Lf %Lf",&x1, &y1, &z1, &B1, &d1);

//Gleiche Addition und Multiplikation bei der z-Koordinate
z1 += 30.0;
z1 *= 1000;
searchbin1 = z1 /((z_max1 - z_min1)/bins1);

//Fuer ein staerkeres Magnetfeld als 4 T ist der minimale
    Anforderung 3 mm
if(B1 > 4.)
{
hpdemand->SetBinContent(searchbin1, 3);
}

//Fuer ein schwaecheres Magnetfeld als 4 T ist die minimale
    Anforderung 2 mm + (4T mm/B)
else{
hpmindemand->SetBinContent(searchbin1, 2+(4./B1));
}
}
getdata1.close();
//=================================================================

//=================================================================
//Erstellen eines Graphen fuer die Anforderung
TGraph *forderung = new TGraph();
int n1 = 0;

//Einlesen der Punkte aus hpdemand in den forderung Graphen
for(int i = 0; i < bins1; i++)
{
forderung->SetPoint(n1, (z_max1-z_min1)/bins1*i/1000.0-30 ,
    hpdemand->GetBinContent(i));
n1++;
}
//=================================================================

//=================================================================
//Ausgabe der beiden Graphen auf einer Leinwand (Canvas)
TCanvas *c1 = new TCanvas("c1","Distancetest", 100,100,700,500);
//Beschriftung der x-Achse
grdistance->GetXaxis()->SetTitle("z (m)");
//Beschriftung der y-Achse
grdistance->GetYaxis()->SetTitle("Abstand (mm)");
//Einstellung des angezeigten x-Achsen Bereichs
grdistance->GetXaxis()->SetRangeUser(-24.4,-16.5);
//Einstellung des angezeigten y-Achsen Bereichs
grdistance->GetYaxis()->SetRangeUser(0,30);
//In blau wird der minimale Abstand eingezeichnet
grdistance->SetLineColor(4);
//Zeichnen des Graphen in die Leinwand
grdistance->Draw("AL");
//In rot wird die Anforderung eingezeichnet
forderung->SetLineColor(2);
//Zeichnen des Graphen in die Leinwand
forderung->Draw("L");
//=================================================================
}
```

C. Datenblatt *HiPace 300*

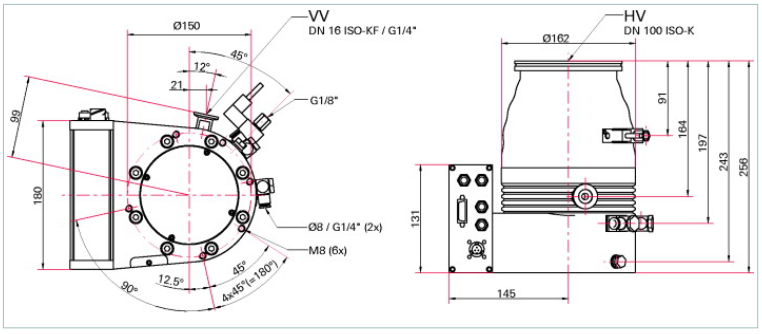
Abbildung ähnlich

HiPace® 300 M mit TM 700, DN 100 ISO-K

- 5-achsig magnetgelagerte Turbopumpe mit einem Saugvermögen von 255 l/s für N_2
- Integrierte digitale Magnetlagerelektronik TM 700
- Für den Einbau in allen Lagen; flexibel durch Anschlussmöglichkeiten für bis zu 4 Zubehörteile
- Mit integrierter Wasserkühlung für maximalen Gasdurchsatz
- Schnittstellen: RS-485, Remote (Profibus/DeviceNet auf Anfrage)
- Die Turbo zeichnet sich durch Vibrationsarmut und Ölfreiheit aus
- Mit patentierter In-field Sensor Kalibrierung
- Inklusive Flutventil und patentiertem "pulsed venting"
- Schutzart: IP 54
- Umfangreiches Zubehör erweitert das Anwendungsspektrum



Maßbild



Technische Daten	HiPace® 300 M mit TM 700, DN 100 ISO-K
Anschlussflansch (Ausgang)	DN 16 ISO-KF
Anschlussflansch (Eingang)	DN 100 ISO-K
Antriebselektronik	mit TM 700
Betriebsspannung	48 (± 5 %) V DC
Drehzahl ± 2 %	60000 min^{-1}
Drehzahl variabel	20-100 %
Einbaulage	Alllagen

www.pfeiffer-vacuum.com PFEIFFER VACUUM Seite 2

Abbildung C.1.: Datenblatt *HiPace 300* Teil 1. Die Angaben wurden aus [83] entnommen.

Technische Daten	HiPace® 300 M mit TM 700, DN 100 ISO-K
Enddruck gemäß PNEUROP	< 1 · 10^{-7} hPa | < 7,5 · 10^{-8} Torr | < 1 · 10^{-7} mbar
Flutanschluss	G 1/8"
Gasdurchsatz bei 0,1 hPa HV-Druck für Ar	11 hPa l/s | 8,25 Torr l/s | 11 mbar l/s
Gasdurchsatz bei 0,1 hPa HV-Druck für H_2	5 hPa l/s | 3,75 Torr l/s | 5 mbar l/s
Gasdurchsatz bei 0,1 hPa HV-Druck für He	8 hPa l/s | 6 Torr l/s | 8 mbar l/s
Gasdurchsatz bei 0,1 hPa HV-Druck für N_2	10 hPa l/s | 7,5 Torr l/s | 10 mbar l/s
Gasdurchsatz bei Enddrehzahl für Ar	13 hPa l/s | 9,75 Torr l/s | 13 mbar l/s
Gasdurchsatz bei Enddrehzahl für N_2	28 hPa l/s | 21 Torr l/s | 28 mbar l/s
Gewicht	13,1 kg | 28,88 lb
Hochlaufzeit	< 2 min
Kompressionsverhältnis für Ar	> 1 · 10^{11}
Kompressionsverhältnis für H_2	5 · 10^{5}
Kompressionsverhältnis für He	> 1 · 10^{8}
Kompressionsverhältnis für N_2	> 1 · 10^{11}
Kühlart, optional	Luft, Konvektion
Kühlart, Standard	Wasser
Kühlwassertemperatur	15-35 °C | 59-95 °F | 288-308 K
Kühlwasserverbrauch	80 l/h
Lagerung	Magnetgelagert
Saugvermögen für Ar	250 l/s
Saugvermögen für H_2	170 l/s
Saugvermögen für He	215 l/s
Saugvermögen für N_2	255 l/s
Schalldruckpegel	≤ 45 dB (A)
Schnittstellen	RS-485, Remote
Schutzart	IP 54
Schwingungsarm	ja
Vorvakuum max. für N_2	20 hPa | 15 Torr | 20 mbar
Zulässiges Magnetfeld max.	5 mT

Bestellnummer	
HiPace® 300 M	**PM P03 950**

www.pfeiffer-vacuum.com PFEIFFER VACUUM Seite 3

Abbildung C.2.: Datenblatt *HiPace 300* Teil 2. Die Angaben wurden aus [83] entnommen.

D. Fließbild Transferleitung

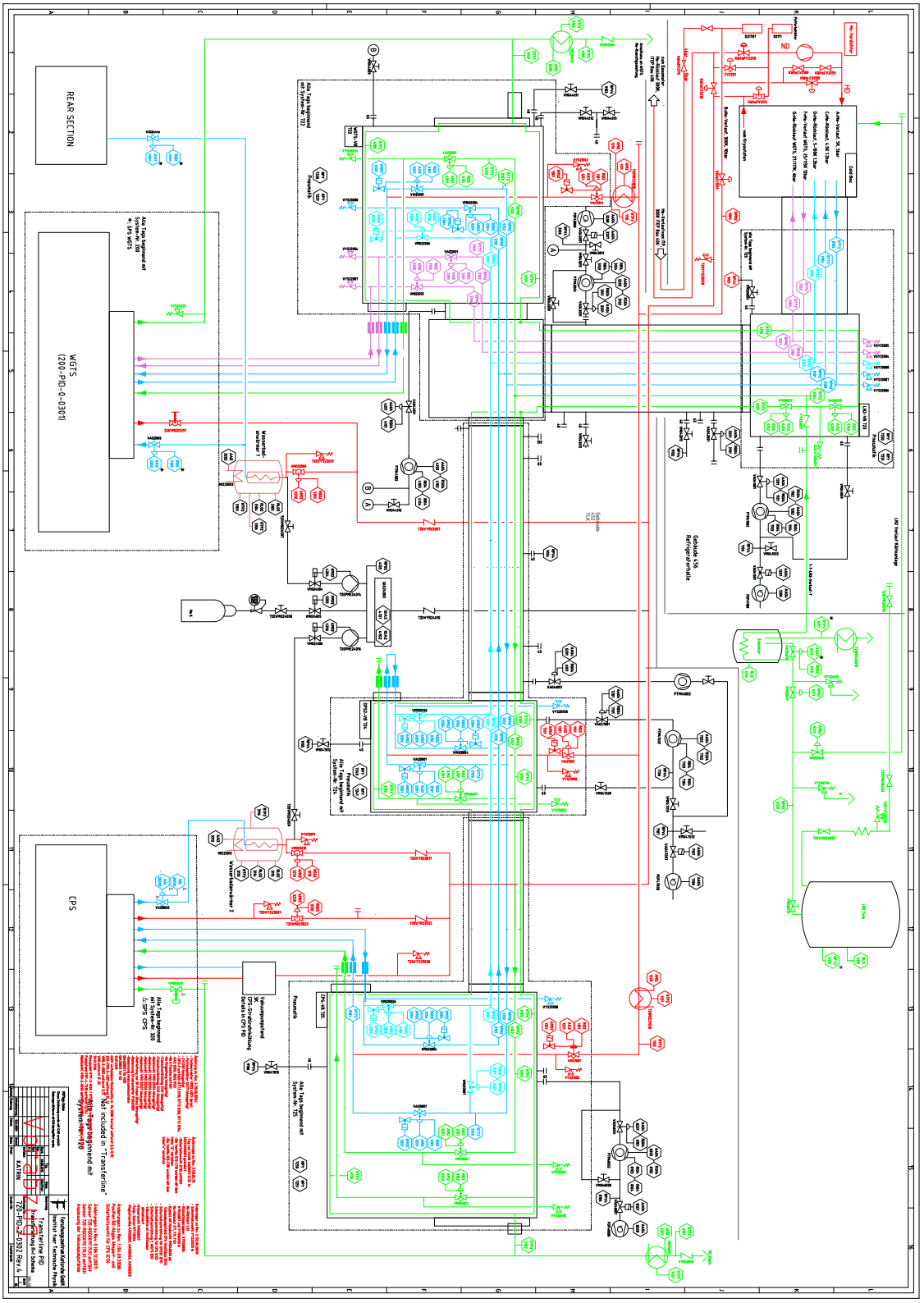


Abbildung D.3.: Fließbild der Transferleitung. Auf dem R&I-Schema sind die einzelnen Komponenten der Transferleitung eingezeichnet. Für die Pumpen PTM-4-4002 (WGTS), PTM-4-7002 (DPS) und PTM-4-8002 (CPS) wurden die Streufelder in Kapitel 6 untersucht.

E. Datenblatt DI2000

Die Meßköpfe lassen sich wahlweise mit Speise- und Anzeigegeräten unseres Programms (MEMBRANOVAC DM11 / DM12, MV 110 S2, PIEZOVAC PV 111, PIEZOVAC PV 20, THERMOVAC TM 321, THERMOVAC TM 20, COMBIVAC CM 351, COMBIVAC CM 32) oder mit Gleichspannungsquellen bis max. 30 V und seperatem Meßwertabgriff betreiben.

1.2 Technische Daten

	DI 200	DI 201	DI 2000	DI 2001
Kat.-Nr.	158 12	158 14	158 13	158 15
Meßbereich	0,1 - 200 mbar		1 - 2000 mbar	
Überlastbereich, max. (abs)	5 bar		10 bar	
Betriebstemperaturbereich	0 - 60 °C			
Meßunsicherheit 1) (±Temperaturfehler)	0,20 % FS*)			
Auflösung	0,05 % FS*)			
Reproduzierbarkeit	0,10 % FS*)			
Linearität	0,20 % FS*)			
Temperaturfehler in % FS*) / 10 K				
Nullpunktdrift	0,10			
Empfindlichkeitsdrift	0,15			

4

	DI 200	DI 201	DI 2000	DI 2001
Meßprinzip	Kapazitiv			
Meßkopfversorgung	Zwei-Leiter-Technik 4 bis 20 mA			
Versorgungsspannung	+ 24 V/DC typ. Betriebsbereich 12-30 V			
Totvolumen	3 cm^3			
Vakuumanschluß	DN16 KF			
Leckrate	$< 1 \cdot 10^{-6}$ mbar·l·s^{-1}			
Gewicht	ca. 0,55 kg			
Schutzart	IP 44			
Medienberührende Werkstoffe	Edelstahl 1.4305 Al_2O_3 (96 %) Keramik;			
	FPM	EPDM	FPM	EPDM

1) Summe aus Linearität, Hysterese und Reproduzierbarkeit
*) FS = Vollausschlag

1.3 Wirkungsweise

Die Meßköpfe haben als Meßelement eine Keramik-Membrane, deren Verformung eine Funktion des zu messenden Druckes ist.

Die Membran ist Teil einer Kapazitätsmeßzelle. Die Aus-

GA 09.116/4.01 - 11/98

4

Abbildung E.4.: Datenblatt der *Leybold DI2000* Druckmessröhre. Auf dem Datenblatt ist der Messfehler des Druckmessgeräts gegeben.

Abkürzungsverzeichnis

CERN **C**onseil **E**uropéen pour la **R**echerche **N**ucléaire (Europäische Organisation für Kernforschung)

CDM **C**old **D**ark **M**atter (Kalte Dunkle Materie)

CPS **C**ryogenic **P**umping **S**ection (Kryogene Pumpstrecke)

DGL **D**ifferential**gl**eichung

DONUT **D**irect **O**bservation of the **NU** **T**au

DPS **D**ifferential **P**umping **S**ection (Differentielle Pumpstrecke)

ECHO **E**lectron **C**apture **H**olmium Experiment

FBM **F**orward **B**eam **M**onitor

GERDA **Ger**manium **D**etector **A**rray

KATRIN **Ka**rlsruher **Tri**tium **N**eutrino Experiment

KIT **K**arlsruher **I**nstitut für **T**echnologie

LARA **La**ser **Ra**man

LEP **L**arge **E**lectron **P**ositron Collider

MAC-E Filter **M**agnetic **A**diabatic **C**ollimation combined with an **E**lectrostatic Filter (Magnetisch adiabatische Kollimation kombiniert mit einem elektrostatischen Filter)

MARE **M**icrocalorimeter **A**rrays for a **R**henium **E**xperiment

PS **P**re **S**pectrometer (Vorspektrometer)

PP **P**ump **P**ort (Pumpstutzen)

SDS **S**pectrometer and **D**etector **S**ection (Spektrometer- und Detektor-Sektion)

SLC **S**tanford **L**inear **C**ollider

SNO **S**udbury **N**eutrino **O**bservatory

STS **S**ource and **T**ransport **S**ection (Quell- und Transport-Sektion)

TLK **T**ritium **L**abor **K**arlsruhe

TMP **T**urbo**m**olekular**p**umpe

WGTS **W**indowless **G**aseous **T**ritium **S**ource (Fensterlose gasförmige Tritiumquelle)

Abbildungsverzeichnis

2.1. Messsignal des DONUT-Experimentes 5
2.2. Elementarteilchen des Standardmodells 5
2.3. Neutrinomassen mit normaler und invertierter Hierarchie 10
2.4. Spektrum des doppelten Betazerfalls 12
2.5. Elektron-Spektrum des einfachen Betazerfalls 14

3.1. MAC-E-Filter Prinzip 18
3.2. Aufbau des KATRIN Experimentes 20
3.3. WGTS Aufbau 21
3.4. DPS Aufbau 22
3.5. CPS Aufbau 23
3.6. Detektor Aufbau 25

4.1. Arbeitsfläche im COMSOL Browser 29
4.2. Konfiguration der KATRIN-Spulen (ohne die Rear-Sektion und das Hauptspektrometer) 30
4.3. Magnetische Flussdichte der Transportstrecke 33
4.4. Magnetische Flussdichte entlang der KATRIN-Strahlachse 33
4.5. Absoluter Fehler der COMSOL Simulation entlang der Hauptachse verglichen mit KASSIOPEIA 34
4.6. Absoluter Fehler der COMSOL Simulation einen Meter über der Hauptachse verglichen mit KASSIOPEIA 35

5.1. Geometrie der CPS 38
5.2. Minimaler Abstand des Flussschlauchs für Design Werte 40
5.3. Euler Winkel 42
5.4. Minimaler Abstand des Flussschlauchs für die realen Werte 43
5.5. Position der äußeren vertikalen Flussschlauchlinien in Beamtube 5 43
5.6. Position der äußeren vertikalen Flussschlauchlinien in Beamtube 7 44
5.7. Vertikaler Positionsverlauf der mittleren Flussschlauchlinie in der CPS . . . 45
5.8. Minimaler Abstand des Flussschlauchs für die realen Werte mit Fehler. . . . 45
5.9. Getter-Halterung 47
5.10. Minimaler Abstand des Flussschlauchs im Bereich von Sektion 7 der CPS . 48
5.11. Minimaler Abstand des Flussschlauchs für den Getter-Korb 48
5.12. Minimaler Abstand des Flussschlauchs für die Getter-Pumpe 49

6.1. Aufbau einer Turbomolekularpumpe 53
6.2. Beispielhaftes Magnetfeld an einem rotierenden Zylinder 55
6.3. Geplante Abschirmung für die HiPace 300 58
6.4. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS der Transferleitung (720PTM47002) mit allen Magneten in Betrieb 63

6.5. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS (720PTM47002) der Transferleitung ohne die WGTS Magnete 63
6.6. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS der Transferleitung (720PTM47002) ohne die DPS Magnete 64
6.7. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP über der DPS der Transferleitung (720PTM47002) ohne die CPS Magnete 64
6.8. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) mit allen Magneten in Betrieb 65
6.9. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) ohne die WGTS Magnete 65
6.10. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) ohne die DPS Magnete 66
6.11. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP an der CPS Seite der Transferleitung (720PTM47002) ohne die CPS Magnete 66
6.12. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP1 der CPS (630PTM85205) mit allen Magneten 67
6.13. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP1 der CPS (630PTM85205) ohne die DPS Magnete 67
6.14. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP1 der CPS (630PTM85205) ohne die CPS Magnete 68
6.15. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP2 der CPS (320TMP86220) mit allen Magneten 68
6.16. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP2 der CPS (320TMP86220) ohne die CPS Magnete 69
6.17. Orthogonales Magnetfeld bei der TMP am PP2 der CPS (320TMP86220) ohne den Vorspektrometer Magnet 69

7.1. Positionen der Argon-Kapillaren der CPS 72
7.2. Fließbild zur Messung des Ar-Kapillaren Leitwerts 74
7.3. Bild der Apparatur zur Messung des Ar-Kapillaren Leitwerts. 75
7.4. Leitwert der Argon-Kapillaren. 76
7.5. Vergrößerter Ausschnitt der Messung des Leitwerts der Argon-Kapillaren . 77

C.1. Datenblatt *HiPace 300* Teil 1 87
C.2. Datenblatt *HiPace 300* Teil 2 88
D.3. Fließbild der Transferleitung 89
E.4. Datenblatt der *Leybold DI2000* Druckmessröhre 90

Tabellenverzeichnis

2.1. Aktuelle Werte für die Parameter der Neutrino-Oszillationen 9

5.1. Position der Achsen der CPS Spulen 41
5.2. Position der Achsen der CPS Beamtubes 41

6.1. Zusammenfassung der untersuchten Turbomolekularpumpen 62

7.1. Messwerte für den Leitwert der Argon-Kapillaren 73

Literaturverzeichnis

[1] Wolfgang Pauli. Offener Brief an die Gruppe der Radioaktivitäten bei der Gauvereins-Tagung zu Tübingen. Dezember 1930.

[2] F. Reines and C. Cowan. Detection of the Free Neutrino. *Phys. Rev. 92*, pages 830–831, 1953.

[3] G. Danby et al. (ALEPH Collaboration). Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 9(1):36–44, 1962.

[4] DONUT Collaboration. Observation of Tau Neutrino Interactions. *Phys. Lett. B*, 504(3):218–224, 2001.

[5] Y. Fukuda et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1562–1567, 1998.

[6] A. Aguilar. et al.: Evidence for Neutrino Oscillations from the Observation of Electron Anti-neutrinos in a Muon Anti-Neutrino Beam. *Phys.Rev.D64:112007,2001*, 2001. `http://arxiv.org/abs/hep-ex/0104049`.

[7] K.A. Olive et al. (Particle Data Group). The Review of Particle Physics (2015). *Chin. Phys. C*, 38, 2014-15.

[8] D. Decamp et al. Determination of the Number of Light Neutrino Species. *Phys. Lett.*, page 519, 1989.

[9] Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg: MissMJ derivative work: Polluks (talk). Standard model of elementary particles: the 12 fundamental fermions and 5 fundamental bosons. `http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg`, Jan 2016.

[10] L. Grodzins M. Goldhaber and A. W. Sunyar. Helicity of Neutrinos. *Phys. Rev.*, 109, 1958.

[11] J. N. Bahcall. Solar Neutrino Cross Sections and Nuclear Beta Decay. *Phys. Review*, 135(1B), 1964.

[12] R. Davis Jr. A review of the homestake solar neutrino experiment. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 32:13–32, 1994.

[13] B. Aharmim et al. (SNO Collaboration). Combined analysis of all three phases of solar neutrino data from the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. C*, 88, 2013.

[14] B. Pontecorvo. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 34(247), 1957.

[15] B. Pontecorvo. Mesonium and anti-mesonium. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 33:549–551, 1957.

[16] Z. Maki et al. Remarks on the Unified Model of Elementary Particles. *Progress of Theoretical Physics*, 28(5), 1962.

[17] B. Pontecorvo. Neutrino Experiments and the Problem of Conservation of Leptonic Charge. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 53:1717–1725, 1967.

[18] JUNO collaboration. Neutrino mass hierarchy in JUNO. `http://www.staff.uni-mainz.de/wurmm/juno.html`, März 2016.

[19] L. Bergström and A. Goobar. *Cosmology and Particle Astrophysics.* Springer, 2006.

[20] D. J. Fixsen. The Temperature of the Cosmic Microwave Background. *The Astrophysical Journal*, 707(2), 2009.

[21] K. Zuber. Neutrino Physics. *CRC Press*, 2, 2011.

[22] P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astr. and Astrophys.*, 2015.

[23] F. Beutler et al. The 6dF Galaxy Survey: baryon acoustic oscillations and the local Hubble constant. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 416(4):3017–3032, 2011.

[24] M. Betoule et al. Improved cosmological constraints from a joint analysis of the SDSS-II and SNLS supernova samples. *Astr. and Astrophys.,*, 568(A22):32, 2014.

[25] M. Goeppert-Mayer. Double Beta-Disintegration. *Phys. Rev.*, 48(6):512–516, 1935.

[26] T. Kirsten and H. W. Mülller. Observation of ^{82}Se double-beta decay in selenium ores. *Earth and Planetary Science Letters*, 6(4):271–274, 1969.

[27] W. H. Furry. On Transition Probabilities in Double Beta-Disintegration. *Phys. Rev.*, 56(12):1184–1193, 1939.

[28] R. Simpson L. Winslow. Characterizing Quantum-Dot-Doped Liquid Scintillator for Applications to Neutrino Detectors. *Journal of Instrumentation*, 7, 2012.

[29] M. Agostini et al. Results on Neutrinoless Double - Decay of ^{76}Ge from Phase I of the GERDA Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 111:122503, 2013.

[30] R. M. Bionta et al. Observation of a neutrino burst in coincidence with supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud. *Phys. Rev. Lett.*, 58(14):1494, 1987.

[31] K.S. Hirata et al. Observation in the Kamiokande-II detector of the neutrino burst from supernova SN1987A. *Physical Review D*, 38(2):448, 1988.

[32] T. J. Loredo und D. Q. Lamb. Bayesian analysis of neutrinos observed from supernova SN 1987A. *Phys. Rev. D*, 65, 2002.

[33] M. Schlösser. *Accurate calibration of the Raman system for the Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment.* Doktor arbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2013.

[34] J. Angrik et al. KATRIN Design Report 2004. *FZKA Scientific Report 7090*, 2005.

[35] K. Assamagan et al. Upper limit of the muon-neutrino mass and charged-pion mass from momentum analysis of a surface muon beam. *Phys. Rev. D*, 53(11):6065, 1996.

[36] R. Barate et al. An upper limit on the τ neutrino mass from three-and five-prong tau decays. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 2(3):395–406, 1998.

[37] M. Sisti et al. New limits from the Milano neutrino mass experiment with thermal microcalorimeters. *Nucl. Inst. Meth. Phys. A*, 520(1-3):125–131, 2004.

[38] A. Nucciotti et al. Neutrino mass calorimetric searches in the MARE experiment. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, Neutrino 2010*, 229-232:155–159, 2012.

[39] S. Eliseev et al. Direct Measurement of the Mass Difference of ^{163}Ho and ^{163}Dy Solves the Q-Value Puzzle for the Neutrino Mass Determination. *Phys. Rev. Lett.*, 115, 2015.

[40] L. Gastaldo et al. The Electron Capture ^{163}Ho Experiment ECHo. *J. Low Temp. Phys.*, 176(5):876–884, 2014.

[41] R. G. H. Robertson and D. A. Knapp. Direct measurement of neutrino mass. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 38:185–215, 1988.

[42] E. Otten. The Mainz neutrino mass experiment. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 32:153–171, 1994.

[43] V. M. Lobashev. A method for measuring the electron antineutrino rest mass. *Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. A*, 240(2):305–310, 1985.

[44] G. Beamson et al. The collimating and magnifying properties of a superconducting field photoelectron spectrometer. *Journal of Physics E*, 13(1):64, 1980.

[45] P. Kruit und F. H. Read. Magnetic Field paralleliser for 2π electronspectrometer and electron-image magnifier. *Journal of Physics E*, 16(4):313, 1983.

[46] A. Picard. *Aufbau und Test eines Solenoid-Retardierungs-Spektrometers zur Bestimmung der Neutrinoruhemasse aus dem Tritium-beta-Zerfall.* Doktorarbeit, Universität Mainz, 1990.

[47] J. D. Jackson. *Classical electrodynamics.* John Wiley & Sons, Inc., 1962.

[48] N. Wandkowsky. *Design and Background Simulations for the KATRIN Main Spectrometer and Air Coil System.* Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2013.

[49] S. Groh. *Modeling of the Response Function and Measurement of Transmission Properties of the KATRIN Experiment.* Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015.

[50] M. Babutzka. *Design and development for the Rearsection of the KATRIN experiment.* Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014.

[51] F. Priester. Status of the KATRIN Rearsection. `http://fuzzy.fzk.de/bscw/bscw.cgi/d1007710/95-TRP-6017-S3-FPriester.pptx`, März 2016.

[52] A. Kosmider. *Tritium Retention Techniques in the KATRIN Transport Section and Commissioning of its DPS2-F Cryostat.* Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2012.

[53] M. Sturm. *Aufbau und Test des Inner-Loop-Systems der Tritiumquelle von KATRIN.* Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2010.

[54] S. Grohmann et al. Precise temperature measurement at 30 K in the KATRIN source cryostat. *Cryogenics*, 51(8):438–445, 2011.

[55] S. Grohmann et al. The thermal behaviour of the tritium source in KATRIN. *Cryogenics*, 55-56, 2013.

[56] A. Jansen. *The Cryogenic Pumping Section of the KATRIN Experiment - Design Studies and Experiments for the Commissioning.* Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015.

[57] S. Reimer. Ein elektrostatisches Dipolsystem zur Eliminierung von Ionen in der DPS2-F des KATRIN Experimentes. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Techologie, 2009.

[58] S. Lukic et al. Measurement of the gas-flow reduction factor of the KATRIN DPS2-F differential pumping section. *Vacuum*, 86(8):1126–1133, 2012.

[59] M. Hackenjos. Die Differentielle Pumpstrecke des KATRIN-Experiments - Inbetriebnahme und Charakterisierung des Supraleitenden Magnetsystems. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015.

[60] R.A. Haefer. *Kryo-Vakuumtechnik*. Springer, 1981.

[61] F. Habermehl. *Electromagnetic measurements with the KATRIN prespectrometer*. Doktorarbeit, Universität Karlsruhe, 2009.

[62] F. Fraenkle. *Background Investigations of the KATRIN Pre-Spectrometer*. Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2010.

[63] S. Mertens. *Study of Background Processes in the Electrostatic Spectrometers of the KATRIN experiment*. Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2012.

[64] S. Görhardt. *Background Reduction Methods and Vacuum Technology at the KATRIN Spectrometers*. Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014.

[65] F. Glueck et al. Electromagnetic design of the large-volume air coil system of the KATRIN experiment. *New Journal of Physics*, 15, 2013.

[66] F. Harms. *Characterization and Minimization of Background Processes in the KATRIN Main Spectrometer*. Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015.

[67] M. Erhardt. Untersuchung der Langzeitstabilitaet des nuklearen Standards fuer die Energieskala des KATRIN-Experiments. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2012.

[68] M. Zboril. *Solid electron sources for the energy scale monitoring in the KATRIN experiment*. Doktorarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2011.

[69] M. Erhardt et al. High-voltage monitoring with a solenoid retarding spectrometer at the KATRIN experiment. *Journal of Instrumentation*, 9, 2014.

[70] J. F. Amsbaugh et al. Focal-plane detector system for the KATRIN experiment. *Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. A*, 778:40–60, 2015.

[71] T.J Corona. *Methodology and Application of High Performance Electrostatic Field Simulation in the KATRIN Experiment*. PhD thesis, UNC Chapel Hill, 2014.

[72] F. Glück. Axisymmetric magnetic field calculation with zonal harmonic expansion. *Progress In Electromagnetics Research B*, 32:351–388, 2011.

[73] Rodolphe Combe. Design Optimization of the KATRIN Transport Section and Investigations of Related Background Contribution. Master's thesis, Karlsruher Institut für Technologie, 2015.

[74] ASG Superconductors. General Assembly Beam Tube (688RM12418 Rev.f).

[75] E. Cavanna et al. KATRIN CPS - TDR. Technical report, ASG Superconductors, 2009.

[76] ASG Superconductors. As built Measurements of the CM after Flipping (MA140517 Rev.5).

[77] ASG Superconductors. Final Check of CPS Beam Tube position at KIT premises (MA153506 Rev.5).

[78] K. Jousten. *Wutz Handbuch Vakuumtechnik*. Karl Jousten, Wiesbaden, vieweg edition, 2004. ISBN 3-528-64884-8.

[79] CERN. Querschnitt durch eine Turbomolekularpumpe. `http://lhc-facts.ch/index.php?page=vakuum`, März 2016.

[80] N. Ogiwara et al. Influence of magnetic fields on turbo-molecular pumps. *Vacuum*, 84:718–722, 2009.

[81] R. Rinderspacher. *Abschirmung PMP04231 Schieber*.

[82] Leybold. Gebrauchsanleitung di2000. `http://www.hvg-verwertung.de/ebay/dokumentation/leybold/Sensoren/DI200_DI2001.pdf`, März 2016.

[83] Pfeiffer Vacuum. Datenblatt HiPace 300. `https://static.pfeiffer-vacuum.com/productPdfs/PMP03950.de.pdf`, März 2016.

Danksagung

Zum Abschluss möchte ich mich bei allen bedanken, die mich während meiner Masterarbeit unterstützt haben. Dabei geht mein besonderer Dank an:

- Prof. Dr. Guido Drexlin, der mir die Möglichkeit gegeben hat, meine Masterarbeit im Rahmen des KATRIN Experimentes durchzuführen.
- Prof. Dr. Ulrich Husemann für die Übernahme der Zweitkorrektur.
- Dr. Markus Steidl für die wissenschaftliche Unterstützung, für die Zeit bei Problemen und vor allem für das Korrekturlesen meiner Arbeit.
- Dr. Alexander Jansen für die große Hilfe beim Einarbeiten in mein Thema und die Unterstützung bei verschiedenen Problemen.
- Dr. Ferenc Glück für die hilfreichen Diskussionen zu der Flussschlauch-Simulation.
- Dr. Woosik Gil für die Unterstützung bei der Planung von Magnetfeldmessungen.
- Norbert Kernert für die Hilfe bei der Leitwert-Messung und beim Einbau der Getter-Halterung.
- Klaus Müller für die Unterstützung bei der Laser-Tracker Messung.
- Dr. Kathrin Valerius für die hilfreichen Korrekturen meines Exposés für die Promotion.
- Dr. Joachim Wolf für das Korrekturlesen der STS-Paper.
- Hendrik Seitz-Moskaliuk für das Organisieren des BaMaDiDo-Seminars und die Möglichkeit einen eigenen Vortrag zu halten.
- Moritz Machatschek für die gemeinsame Zeit beim Schreiben am Wochenende und spät Abends.
- Fabian Friedel und Lutz Schimpf für die schöne Zeit im gemeinsamen Büro.
- Läuft bei KATRIN für das wöchentliche Joggen und den willkommenen Ausgleich zur Arbeit.
- Allen KATRIN Young Scientists, insbesondere Dr. Fabian Harms und Agnes Seher, für das gute Arbeitsklima und die vielen ereignisreichen Stammtisch-Abende.
- Klaus Mehret für das pünktliche Abholen zum Essen und das Kaffee trinken danach.
- Allen Freunden, die mich im Verlauf meines Studiums begleitet haben.

Zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, ohne deren finanzielle und moralische Unterstützung mein Physik-Studium nicht möglich gewesen. Ein besonderer Dank geht auch an meinen Bruder Patrick für das Korrekturlesen von Teilen meiner Arbeit.