

Studien zur Inbetriebnahme der kryogenen Pumpstrecke des KATRIN-Experiments

Studies for commissioning of the Cryogenic Pumping Section at KATRIN experiment

Masterarbeit von

Fabian Friedel

an der Fakultät für Physik Institut für Experimentelle Kernphysik

Erstgutachter: Prof. Dr. G. Drexlin
Zweitgutachter: Prof. Dr. B. Holzapfel
Betreuender Mitarbeiter: Dr. Markus Steidl
Zweiter betreuender Mitarbeiter: Dr. Joachim Wolf

Bearbeitungszeit: 15. Januar 2016 – 11. Januar 2017

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Arbeit selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Änderungen entnommen wurde.
Karlsruhe, den 11.01.2017
(Fabian Friedel)

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung		1
2	Das	Neutrin	o und seine Masse	5
	2.1	Postul	at und Entdeckung	5
	2.2		ige Eigenschaften	6
	2.3		inos in Kosmologie und Astrophysik	8
	2.4		olare Neutrino-Problem	9
	2.5		inooszillationen	11
	2.6		ing der Neutrinomasse	13
3	Das	KATRIN-	-Experiment	21
	3.1	Messp	orinzip	21
	3.2	Aufba	u	23
		3.2.1	Rear-Sektion	24
		3.2.2	Fensterlose, gasförmige Tritium-Quelle	25
		3.2.3	Differentielle Pumpstrecke	26
		3.2.4	Kryogene Pumpstrecke	27
		3.2.5	Vorspektrometer	30
		3.2.6	Hauptspektrometer	30
		3.2.7	Detektor	31
4	Das	Magnet	feld der kryogenen Pumpstrecke	33
	4.1	Konze	pt zur Magnetfeldmessung	35
	4.2		etfeldsimulationen	36
		4.2.1	Simulation des Magnetfelds bei zusätzlicher Verkippung der Spulen	39
		4.2.2	Simulation des Magnetfelds für die Kalibration	43
		4.2.3	Simulation des Magnetfelds bei verschiedenen Spulen-Längen	44
	4.3	Fazit .		45
5	Sim	ulation	des Gasflusses in der kryogenen Pumpstrecke	47
	5.1		orption	47
	5.2	•	DW+	49
	5.3		rige Gasfluss-Simulationen	51
	5.4		er neuen Simulationen	54
	5.5		pt	55
	5.6		Test-Simulationen	58
		5.6.1	Durchführung	59
		5.6.2	Ergebnisse	61

		5.6.3 Optimierung des Analysekonzepts	65
	5.7	Simulation zeitabhängiger Größen in der kryogenen Pumpstrecke	68
		5.7.1 Durchführung	68
		5.7.2 Ergebnisse	70
	5.8	Bewertung des Konzepts und der Ergebnisse	72
	5.9	Temperaturinhomogenitäten der Kaltfalle	76
	5.10	Simulation der Tritium-Desorption am Kaltventil	78
		5.10.1 Durchführung	78
		5.10.2 Ergebnisse	79
	5.11	Fazit	80
6	Kalik	oration der Temperatursensoren der Kaltfalle	81
	6.1	Temperaturmessung mit Rhodium-Eisen-Sensoren	81
	6.2	Verhalten von Rhodium-Eisen-Sensoren im Magnetfeld	82
	6.3	Durchführung der Kalibration	84
	6.4	Fazit	88
7		au und Kalibration des Deuterium-Einlasssystems für die kryogene Pump-	
	strec		89
	7.1	Aufbau	89
	7.2	Kalibration	91
		7.2.1 Durchführung	92
		7.2.2 Ergebnisse	93
	7.3	Fazit	94
8	Zusa	mmenfassung	95
Lit	eratu	r	99
A	Anha	ing	105
	A.1	Relative Magnetfeldabweichungen für eine maximale Verkippung der Spu-	
		, ,	106
	A.2	Herleitung einer Differentialgleichung zur Beschreibung des Gasflusses	
		7 6	107
	A.3	Technische Zeichnungen	109
	A.4	Zusätzliche Ergebnisse der Simulation zeitabhängiger Größen in der kryo-	
		genen Pumpstrecke	110

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schwache Wechselwirkungsprozesse der Neutrinos	8
2.2	Das solare Neutrino-Energie-Spektrum	10
2.3	Feynman-Diagramm für den neutrinolosen doppelten Betazerfall	15
2.4	Das Beta-Spektrum	17
3.1	Der MAC-E-Filter	22
3.2	Der Aufbau von KATRIN	24
3.3	Schema der WGTS	25
3.4	Modell der DPS	27
3.5	Modell der CPS	28
3.6	Längsschnitt durch das Strahlrohr der CPS-Sektionen 2 - 5	28
3.7	Schema des Detektors	32
4.1	Schematische Darstellung des Flussschlauchs in der CPS	34
4.2	Einlass zur Magnetfeldmessung in Sektion 7 der CPS	36
4.3	Euler-Winkel	37
4.4	Magnetfeldkomponenten B_x , B_y und B_z der CPS-Sektion 7 aufgetragen	20
4.5	über der z-Achse	38
4.5	Der magnetische Flussschlauch in der x - z und der y - z -Ebene	39
4.6	Änderungen des Magnetfelds in allen drei Raumrichtungen mit einer zusätzlichen Verkippung der Spule 7 in <i>y</i> -Richtung gegenüber den Werten	
	von ASG	41
4.7	Relative Änderungen des Magnetfelds in allen drei Raumrichtungen mit einer zusätzlichen Verkippung der Spule 7 in <i>y</i> -Richtung gegenüber den	
	Werten von ASG	42
	Western von 1860 in the international and international an	12
5.1	Schematische Darstellung der Kryosorption in der CPS	49
5.2	Modell des CPS-Strahlrohrs in Molflow+	52
5.3	Erste Ergebnisse für $R(t)$ bei $\frac{\Delta t}{\tau_{\rm des}} = 1\%$	63
5.4	Erste Ergebnisse für $R(t)$ bei $\frac{\Delta t}{\tau_{\rm des}} = 0.01\%$	63
5.5	Die Desorptionsraten der CPS-Segmente aufgetragen über der Zeit und	
	dem Ort	64
5.6	Vergleich der Ergebnisse für $R(t)$ für zwei verschiedene Analysemethoden	66
5.7	Vergleich der Ergebnisse für $R(t)$ für drei verschiedene Analysemethoden	68
5.8	Modell des CPS-Strahlrohrs mit DPS-PP5 in Molflow+	69
5.9	Simulierter Reduktionsfaktor im Standardmessbetrieb für verschiedene	
	Stickingkoeffizienten $\alpha_{\bullet} = 0.0: 0.1: 0.2: 0.3: 0.4: 0.5: 0.6: 0.7$	71

5.10	den Inbetriebnahmemessungen für verschiedene Stickingkoeffizienten	
	$\alpha_{Ar} = 0.0; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	71
5.11	Proportionalitätsfaktor $k=R/\frac{p_{\rm PP1}}{p_{\rm PP2}}$ für verschiedene Stickingkoeffizienten	
	$\alpha_{Ar} = 0.0; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	72
5.12	Der Reduktionsfaktor in Abhängigkeit der Zeit bei verschieden großen	
	Zeitintervallen Δt	74
5.13	Fehler der Matrixelemente durch die Unterteilung der CPS	75
5.14	Simuliertes Temperaturprofil des CPS-Strahlrohrs	77
5.155.16	Kumuliertes Histogramm der Temperaturverteilung der Kaltfläche Der Reduktionsfaktor der CPS für eine homogene und eine inhomogene	77
	Temperaturverteilung entlang des Strahlrohrs	78
5.17	Modell des CPS-Strahlrohrs in Molflow+ für die Simulation der Desorption	
	am Kaltventil	79
6.1	Ein RF-800-Sensor	82
6.2	Kennlinie und Sensitivität eines RF-800-Sensors	82
6.3	Magnetfeldbedingte Abweichung bei der Temperaturmessung eines RF-	
	800-Sensors	83
6.4	Positionen und Kennnummern der RF-Sensoren im Strahlrohr der CPS .	84
6.5	Zeitlicher Verlauf des Spulenstroms der CPS während der Datennahme für	
	die Kalibration	85
6.6	Abhängigkeit der Temperaturmesswerte von der Stromstärke an den Ma-	
	gnetspulen	85
7.1	Fließbild des Deuterium-Einlasssystems	90
7.2	Das Deuterium-Einlasssystem	91
7.3	Der zeitliche Verlauf des Drucks an der Baratron-Messröhre des Deuterium-	
	Einlasssystems während des Auspumpvorgangs in logarithmischer Dar-	
	stellung	93
A.1	Relative Änderungen des Magnetfelds in allen drei Raumrichtungen mit	
	einer zusätzlichen Verkippung der Spulen 6 und 7 in y -Richtung gegenüber	
	den Werten von ASG	106
A.2	Technische Zeichnungen von DPS-PP5 und Strahlrohr 5 der DPS	109
A.3	Simuliertes Druckverhältnis von Pumpstutzen 1 zu Pumpstutzen 2 bei Standardmessbetrieb für verschiedene Stickingkoeffizienten	
	$\alpha_{Ar} = 0.0; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	110
A.4	Proportionalitätsfaktor $k=R/\frac{p_{\rm PP1}}{p_{\rm PP2}}$ für den Standardmessbetrieb bei ver-	
	schiedenen Stickingkoeffizienten $\alpha_{Ar} = 0.0$; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7	110

Tabellenverzeichnis

2.1	Die sechs Quarks	6
2.2	Die sechs Leptonen	7
2.3	Die Eichbosonen und das Higgs-Boson	7
2.4	Die aktuellen Werte der Oszillationsparameter	13
4.1	Abweichungen in den Spulenpositionen nach den Angaben der Firma ASG	34
4.2 4.3	Parameter der Verkippung von Spule 7	37
	± 0.2 mm auf der <i>y</i> -Koordinate	40
4.4	Toleranzen auf die Positionsgenauigkeit der Kalibrationsmessung des Ma-	4.4
4.5	gnetfelds in Sektion 7	44
1.0	Spule 7 um ±1 mm	44
5.1	Überblick über die vier Simulationen zur Bestimmung des Reduktionsfak-	
	tors der CPS	52
5.2	Überblick über die ersten 106 Test-Simulationen mit $\alpha_{Ar} = 0,7$	61
5.3	Überblick über einige Daten der Test-Simulationen 1 - 4	62
5.4	Überblick über die Anzahl an Desorptionen der Test-Simulationen 5 - 106	62
5.5	Die Anschlussbedingungen der Simulationen des Standardmessbetriebs	
	von KATRIN und der Inbetriebnahmemessungen mit Deuterium	70
5.6	Simulationsergebnisse der Desorption am Kaltventil	79
6.1	Die Parameter aus der Anpassung der Temperaturmesswerte an die Strom-	
	stärke der Magnetspulen	87
7.1	Die Parameter aus der Anpassung von exponentiellen Funktionen an die	
	gemessenen Druckwerte innerhalb des Deuterium-Einlasssystems für ver-	
	schiedene Kalibriergase	94

1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einer Komponente des **Ka**rlsruher **Tri**tium **N**eutrino Experiments (KATRIN), der kryogenen Pumpstrecke (CPS). Das Experiment befindet sich am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) Campus Nord und dient der direkten und modellunabhängigen Messung der Neutrinomasse mit einer Sensitivität von $200 \text{ meV}/c^2$ bei einem Konfidenzniveau (C. L.) von 90%.

Damit wird die bestehende Massenobergrenze ([1], [2]) um eine Größenordnung reduziert werden [3], was einen wichtigen Beitrag zur Neutrinophysik darstellt. Dieses spezielle Gebiet gehört zur Teilchenphysik, die sich mit den fundamentalen Eigenschaften und Wechselwirkungen von Elementarteilchen beschäftigt. Hier waren Neutrinos lange Zeit in das Standardmodell der Teilchenphysik als masselose, elektrisch neutrale und schwach wechselwirkende Spin-1/2-Teilchen eingebettet. Seit dem nobelpreisgekrönten Nachweis von Neutrinooszillationen um die Jahrtausendwende ist hingegen belegt, dass die Masse nicht Null sein kann.

Eine Messung der absoluten Masse wäre nicht nur revolutionär für die Teilchenphysik, sondern hätte auch weitreichende Konsequenzen für die Astrophysik und die Kosmologie. Neutrinos spielen dort in zahlreichen Prozessen eine Rolle, von der Kernfusion in der Sonne und dem Energietransport bei Supernovae bis hin zur Strukturbildung im frühen Universum.

Es gibt verschiedene experimentelle Konzepte zur Bestimmung dieses wichtigen Parameters. Die Untersuchung des einfachen Betazerfalls beruht ausschließlich auf kinematischen Überlegungen und ist deswegen als modellunabhängig zu bevorzugen. Das KATRIN-Experiment nutzt Tritium als Beta-Emitter. Bei dem Zerfall entsteht neben dem Helium-Tochterkern ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino. Letzteres ist aufgrund seiner verschwindend geringen Wechselwirkung nicht nachweisbar. Stattdessen wird das Energie-Spektrum der Elektronen vermessen. Dazu werden sie von ihrem Entstehungsort in der fensterlosen, gasförmigen Tritium-Quelle entlang von Magnetfeldlinien adiabatisch bis zu einer Kombination aus zwei Energiefiltern - dem Vor- und Hauptspektrometer - transportiert. An diesen Spektrometern liegt ein variables elektrostatisches Filter-Potential in Kombination mit einem inhomogenen Magnetfeld an. Als Resultat passieren nur hochenergetische Elektronen diese Barriere und erreichen einen Silizium-Pixel-Detektor, der sie zählt. So kann der Endpunkt des Beta-Spektrums vermessen werden, an den in der darauffolgenden Analyse eine Funktion angepasst wird, die als Parameter das Quadrat der Neutrinomasse enthält [4].

Zum Gelingen dieses Experiments liefert die sogenannte Transportstrecke, bestehend aus differentieller Pumpstrecke (DPS) und CPS, einen entscheidenden Beitrag. Sie gewährleistet zum einen den adiabatischen Transport der Elektronen mittels einer Anordnung

supraleitender Magnetspulen. Zum anderen verhindert sie, dass Tritium-Moleküle in den Spektrometerbereich vordringen, wo sie Untergrundereignisse verursachen würden. Dies wird durch eine Reduktion des Tritium-Flusses um mindestens 14 Größenordnungen gewährleistet. Die CPS trägt dazu wenigstens sieben Größenordnungen bei, wofür sie das Prinzip der Kryosorption bei Temperaturen von 3 - 4,5 K nutzt. Tritium-Moleküle adsorbieren an einer Argon-Schicht, die auf der Strahlrohr-Innenwand präpariert ist. Ohne diese Maßnahme wären die Untergrundraten durch das in die Spektrometer gelangende Tritium so hoch, dass Beta-Elektronen nicht statistisch signifikant nachgewiesen werden könnten.

Die Inbetriebnahme der CPS ist also von entscheidender Bedeutung für das Gelingen des Experiments. Sie wird seit Juli 2015 intensiv vorangetrieben und voraussichtlich im Frühjahr 2017 abgeschlossen. Die Inbetriebnahmemessungen umfassen die erstmalige Evakuierung des Vakuumsystems, die Abkühlung des Strahlrohrs auf unter 4 K, die ersten Tests der supraleitenden Magnete und die erste Präparation der Argon-Schicht mit anschließender Charakterisierung. Bei der Charakterisierung ist vorgesehen, Deuterium-Gas in das Strahlrohr einzulassen und den Druck nahe der beiden Enden zu messen. Dazwischen findet die Kryosorption an der Argon-Schicht statt, auf deren Effizienz auf diesem Weg geschlossen werden kann.

Diese Arbeit liefert einen Beitrag zu den Inbetriebnahmemessungen durch Simulationen, Kalibration von Sensoren und die Entwicklung eines Gas-Einlasssystems.

Die Simulationen betreffen zum einen das Magnetfeld innerhalb der CPS. Laut Spezifikation sollten die Feldlinien im Zentrum des Strahlrohs exakt parallel zur Strahlachse verlaufen. Aufgrund von Ungenauigkeiten beim Einbau sind die Magnetspulen jedoch gegenüber der Strahlachse leicht verkippt im Kryostat verbaut. Die Simulationen sollen Aufschluss darüber geben, ob dies einen messbaren Effekt auf das Magnetfeld hat. Dann könnte durch eine Magnetfeldmessung auf die exakte Spulenposition geschlossen werden. Außerdem ist eine Kalibration zwischen Spulenstrom und resultierender Magnetfeldstärke notwendig. Eine entsprechende Messung innerhalb des Strahlrohrs wäre sehr zeitaufwendig. Durch die Simulationen lässt sich ermitteln, ob eine solche Kalibrationsmessung auch außerhalb der CPS mit hinreichender Genauigkeit durchführbar ist.

Zum anderen sollen Gasfluss-Simulationen einen entscheidenen Beitrag zum Verständnis des Kryosorptionsprozesses in der CPS liefern. Hierzu wurde ein Modell entwickelt, das zeit- und ortsabhängige Phänomene berücksichtigt. Dazu gehören variierende Bedeckungen der Argon-Schicht durch Tritium-Moleküle und damit zusammenhängend die erneute Desorption von Teilchen nach einer Adsorption. Diese Prozesse sind wichtig, um die Reduktion des Gasflusses durch die CPS quantifizieren zu können. Wird parallel die Druckverteilung simuliert, können beide Größen - Reduktion und Druck - miteinander in Beziehung gesetzt werden. Bei der Charakterisierung der Argon-Schicht mit Deuterium-Gas werden wie bereits erwähnt nur Drücke gemessen. Ein Rückschluss auf die Reduktion wäre also ohne Simulationen nicht möglich. Die Arbeiten und Ergebnisse zu den zeit- und ortsaufgelösten Simulationen sind das zentrale Thema dieser Masterarbeit.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Temperaturüberwachung am CPS-Strahlrohr, wofür einige Sensoren angebracht sind. Für die niedrigen Temperaturen sind spezielle Widerstandsthermometer aus einer Rhodium-Eisen-Legierung geeignet, die ebenfalls bei hohen

Temperaturen noch messen können, was beim Ausheizen des Vakuumsystems von Vorteil ist. Ein Nachteil ist ihr magnetfeldabhängiger Widerstand, der die Messergebnisse verfälscht. Die Temperaturausgabe der Sensoren muss deshalb auf das Magnetfeld der CPS kalibriert werden. Dafür sind Daten der ersten Magnet-Tests vorhanden.

Als letzte vorbereitende Maßnahme für die Charakterisierung der Argon-Schicht mit Deuterium-Gas wurde ein Gas-Einlasssystem entworfen, aufgebaut und kalibriert. Damit soll der Gasfluss über mehrere Größenordnungen geregelt und gemessen werden.

Die Durchführung und die Ergebnisse der beschriebenen Vorhaben sind Bestandteil der Kapitel 4 - 7. Zur Einordnung dieser Arbeit in den wissenschaftlichen Kontext dient Kapitel 2 über die Grundlagen der Neutrinophysik. Darauf aufbauend folgt in Kapitel 3 eine Beschreibung des KATRIN-Experiments im Allgemeinen, sowie der CPS im Speziellen. Den Abschluss bildet eine Zusammenfassung.

2 Das Neutrino und seine Masse

Die Neutrinophysik ist mit ihren knapp 100 Jahren ein vergleichsweise junges Forschungsgebiet. Dennoch hat das leichteste bisher bekannte Teilchen eine bewegte Geschichte vorzuweisen. Davon zeugt nicht zuletzt der Nobelpreis aus dem Jahr 2015, der für die Entdeckung der Neutrinooszillation und der damit einhergehenden Bestätigung einer Masse ungleich Null verliehen wurde ([5], [6]).

Ein genauerer Blick auf die bereits bekannten Phänomene und die Bedeutung der Neutrinophysik lohnt sich aber vor allem wegen der immer noch zahlreichen offenen Fragen, wie z. B. nach der absoluten Massenskala der Neutrinos.

2.1 Postulat und Entdeckung

Das Neutrino wurde 1930 von Wolfgang Pauli als elektrisch neutrales Teilchen mit halbzahligem Spin postuliert [7]. Diese Eigenschaften ergaben sich aus der Kinematik des β -Zerfalls, den es aus moderner Sicht in zwei Varianten gibt:

$$\beta^{-}: \qquad {}_{Z}^{A}X \to {}_{Z+1}^{A}Y + e^{-} + \overline{\nu}_{e} \beta^{+}: \qquad {}_{Z}^{A}X \to {}_{Z-1}^{A}Y + e^{+} + \nu_{e}.$$
 (2.1)

Dabei sind X und Y das Mutter-, bzw. das Tochternuklid, A und Z die Massen- bzw. Ordnungszahl, e^- ein Elektron, e^+ ein Positron, v_e ein Elektron-Neutrino und \overline{v}_e ein Elektron-Antineutrino. Das Positron ist das Antiteilchen des Elektrons, hat also ein entgegengesetztes Ladungsvorzeichen. Ohne das Neutrino läge hier ein Zwei-Körper-Zerfall vor. Dessen Energie-Spektrum besteht lediglich aus einer diskreten Linie bei der Zerfallsenergie. Bei einem Drei-Körper-Zerfall jedoch ergäbe sich ein kontinuierliches Spektrum, was der Beobachtung entsprach.

Um für eine solche Reaktion die Erhaltung der elektrischen Ladung zu gewährleisten, postulierte Pauli das neue Teilchen als ungeladen.

Der Spin des Neutrinos ist eine Konsequenz aus dem identischen Spin von Nukliden mit gleicher Massenzahl A und dem halbzahligen Spin des Elektrons.

Im Jahr 1956 folgte die Entdeckung des Neutrinos durch Clyde L. Cowan und Frederick Reines am Los Alamos National Laboratory ([8], [9]). Bei ihrem Experiment nutzte man Reaktorneutrinos, die durch β -Zerfälle von Spaltprodukten in Kernkraftwerken entstehen. Der Nachweis erfolgte in einem Detektor aus mehreren Schichten. Zwei davon enthielten in Wasser gelöstes Cadmiumchlorid (CdCl₂). Die Reaktorneutrinos reagieren mit den Protonen des Wassers in Form des sogenannten inversen β -Zerfalls:

$$\overline{\nu}_e + p \to e^+ + n. \tag{2.2}$$

Dabei wechselwirkt ein Elektron-Antineutrino $\overline{\nu}_e$ mit einem Proton p und es entstehen ein Neutron n und ein Positron e^+ . Trifft das Positron im Detektormaterial auf ein Elektron, annihilieren sie zu zwei Photonen mit einer jeweiligen Energie von 511 keV. Die Wassertanks waren von insgesamt drei Schichten mit Flüssigszintillatoren umgeben, in denen die Photonen mit den gebundenen Elektronen wechselwirken. Dadurch entsteht eine Kaskade von Photonen im sichtbaren Bereich, die mit Photomultipliern nachweisbar sind. Das Neutron hingegen stößt einige Male mit den Wasserstoffkernen, verliert dadurch Energie und wird schließlich durch einen Cadmium-Kern eingefangen. Der angeregte Kern geht nach der Emission eines Photons wieder in den Grundzustand über. Detektiert man auch dieses Photon, erhält man zwei Signale, die zeitlich um einige Mikrosekunden verzögert sind. Diese verzögerte Koinzidenz ist der Nachweis des inversen β -Zerfalls und damit des Neutrinos.

Die lange Zeitspanne zwischen Paulis Postulat und der ersten Entdeckung ist durch den sehr kleinen Wirkungsquerschnitt $\sigma \approx 6 \cdot 10^{-44} \, \mathrm{cm}^2$ [10] von Reaktion (2.2) zu erklären.

Aktuell sind insgesamt drei Neutrino-Generationen bekannt: das bereits diskutierte Elektron-Neutrino (ν_e), das Myon-Neutrino (ν_μ) und das Tau-Neutrino (ν_τ). Letztere wurden 1962 von Leon M. Lederman, Melvin Schwartz und Jack Steinberger am Brookhaven National Laboratory [11], bzw. 2000 von Martin L. Perl et al. im DONUT-Experiment am Fermilab [12] entdeckt.

2.2 Wichtige Eigenschaften

Die drei Neutrino-Generationen sind Teil des Standardmodells der Teilchenphysik. Dabei handelt es sich um die Theorie der Elementarteilchen, ihrer Eigenschaften und Wechselwirkungen.

Es gibt einerseits Fermionen mit halbzahligem Spin. Sie sind weiter unterteilbar in Quarks (siehe Tabelle 2.1) und Leptonen (siehe Tabelle 2.2), zu denen die Neutrinos zählen. Jedes Fermion hat ein Antiteilchen, dessen Parameter bis auf die ladungsartigen Eigenschaften (Ladung, elektrisches und magnetisches Moment) identisch sind.

Zusätzlich existieren Bosonen mit ganzzahligem Spin (siehe Tabelle 2.3). Dazu gehören Eichbosonen mit Spin Eins, welche die Wechselwirkungen übertragen und das Higgs-Boson mit Spin Null.

Quark	Generation	Elektrische Ladung	Masse
up (u)	1	$+\frac{2}{3}e$	$2.3_{-0.5}^{+0.7} \frac{\text{MeV}}{c^2}$
down (d)	1	$-\frac{1}{3}e$	$4.8_{-0.3}^{+0.5} \frac{\frac{1}{c^2}}{\frac{MeV}{c^2}}$
charm (c)	2	$+\frac{2}{3}e$	$(1,275 \pm 0,025) \frac{\text{GeV}}{c^2}$ $(95 \pm 5) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
strange (s)	2	$-\frac{1}{3}e$	$(95 \pm 5) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
top (t)	3	$+\frac{2}{3}e$	$(173,21 \pm 0,51 \pm 0,71) \frac{\text{GeV}}{c^2}$
bottom (b)	3	$-\frac{1}{3}e$	$(4.18 \pm 0.03) \frac{\text{GeV}}{c^2}$

Tabelle 2.2: Die sechs Leptonen und ihre Eigenschaften [13].

Lepton	Generation	Elektrische Ladung	Masse
Elektron-Neutrino (v_e)	1	0	$< 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Elektron (e)	1	-e	$(0.510998928 \pm 0.000000011) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Myon-Neutrino (ν_{μ})	2	0	$< 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Myon (μ)	2	-e	$(105,6583715 \pm 0,0000035) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Tau-Neutrino (v_{τ})	3	0	$< 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Tau (τ)	3	-e	$(1776,86 \pm 0.12) \frac{\text{MeV}}{c^2}$

Tabelle 2.3: Die Eichbosonen und das Higgs-Boson [13]. Gluonen müssen sowohl Farbe als auch Antifarbe tragen. Aus der Gruppentheorie folgen dafür acht mögliche Kombinationen, die Gluonen bilden demnach ein Oktett.

Boson	Kopplung an	Elektrische Ladung	Masse
Photon (γ)	Elektrische Ladung	0	0
8 Gluonen (g)	Farbladung	0	0
W^+		+ <i>e</i>	$(80,385 \pm 0,015) \frac{\text{GeV}}{c^2}$
W^-	Schwache Ladung	-е	$(80,385 \pm 0,015) \frac{\text{GeV}}{c^2}$
Z^0		0	$(80,385 \pm 0,015) \frac{\text{GeV}}{c^2}$ $(80,385 \pm 0,015) \frac{\text{GeV}}{c^2}$ $(91,1876 \pm 0,0021) \frac{\text{GeV}}{c^2}$
Higgs (H ⁰)	Masse	0	$(125,09 \pm 0,21 \pm 0,11) \frac{\text{GeV}}{c^2}$

Das Standardmodell beinhaltet drei fundamentale Wechselwirkungen, die elektromagnetische, die starke und die schwache. Wie stark Teilchen über eine bestimmte Wechselwirkung interagieren, hängt von ihrer jeweiligen Ladung ab. Im Fall des Elektromagnetismus ist das die elektrische Ladung, an die das Photon koppelt. Bei der starken Wechselwirkung koppelt das Gluon an die sogenannte Farbladung und in der schwachen Wechselwirkung koppeln die W- und Z-Bosonen an die schwache Ladung.

Masse erhalten die Teilchen durch den sogenannten Higgs-Mechanismus mittels einer Kopplung an das Higgs-Boson.

Der Higgs-Mechanismus generiert im Standardmodell keine Neutrinomassen, da sie als masselos angesehen werden. Diese Annahme gründet auf der gemessenen Helizität von $h(\nu)=-1$ [14]. Die Helizität oder auch Händigkeit ist die Projektion des Spins auf die Bewegungsrichtung. Entsprechend gilt für das Antineutrino $h(\overline{\nu})=+1$. Für massebehaftete Teilchen wäre die Helizität nicht so eindeutig, da bei ihnen beide Werte gemessen werden könnten. Seit der Entdeckung der Neutrinooszillationen, auf die später noch genauer eingegangen wird, ist jedoch erwiesen, dass Neutrinos eine Ruhemasse besitzen, wenn auch die kleinste im gesamten Teilchenspektrum.

Im Standardmodell sind Neutrinos Dirac-Fermionen. Sie haben also Spin 1/2 und jede Generation hat ein Antiteilchen. Was man bisher im Experiment für Antineutrinos gehalten hat, könnten aber lediglich Neutrinos mit Helizität h=+1 sein. In diesem Fall wäre das Neutrino ein Majorana-Fermion ohne Antiteilchen.

Neutrinos wechselwirken ausschließlich schwach (siehe Abbildung 2.1). Sie tragen weder

elektrische Ladung noch Farbladung. Demzufolge findet eine Kopplung nur an die Bosonen W^{\pm} (geladener Strom) und Z^0 (neutraler Strom) statt. Über geladene Ströme wandeln sich Neutrinos in ihre leptonischen Partner um. Da schwache Wechselwirkungen bei niedrigen Energien sehr kleine Reaktionswahrscheinlichkeiten haben, besitzen Neutrino-Reaktionen sehr geringe Wirkungsquerschnitte.

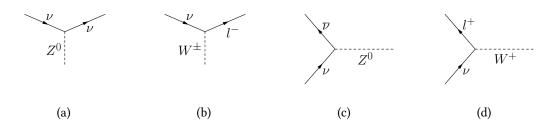


Abbildung 2.1: Die schwachen Wechselwirkungsprozesse der Neutrinos als Feynman-Diagramme dargestellt. Die Zeitachse verläuft von links nach rechts und die Ortskoordinate von unten nach oben. Bei einem neutralen Strom (a) koppeln die Neutrinos an ein \mathbb{Z}^0 -Boson. Wegen der Ladungserhaltung wandelt sich bei einem geladenen Strom (b) das Neutrino in ein negativ geladenes Lepton um. Ebenso möglich sind Annihilationen von Neutrino und Antineutrino (c) oder Neutrino und seinem Lepton-Partner (d).

2.3 Neutrinos in Kosmologie und Astrophysik

Neben der Bedeutung des Neutrinos in der Teilchenphysik ist es auch an verschiedenen Prozessen der Kosmologie und Astrophysik beteiligt [10].

Erreichen beispielweise massereiche Sterne ihr Lebensende, kollabiert ihr Kern und es kommt zu einer Typ II-Supernova, wobei ein großer Teil der Energie über Neutrino-Emission abgegeben wird. Durch Detektion dieser Neutrinos lassen sich Eigenschaften der Supernova bestimmen.

Auch im frühen Universum findet sich eine reichhaltige Quelle von Neutrinos, die über Reaktionen der schwachen Wechselwirkung erzeugt wurden. Als das Universum nach ca. 1 s so stark abgekühlt war, dass keine Elektron-Positron-Paare mehr erzeugt wurden, annihilierten diese nur noch zu Photonen und Neutrinos. Letztere bilden heute den kosmischen Neutrino-Hintergrund und könnten mit ihrer Masse zur dunklen Materie beitragen, deren Ursprung bis dato ungeklärt ist.

Zusätzlich sind Neutrinos Nebenprodukt von hochenergetischer kosmischer Strahlung, die aus dem Weltall auf die Erdatmosphäre trifft und mit dieser wechselwirkt. Die kosmische Strahlung besteht zu ca. 99% aus Hadronen, also gebundenen Zuständen aus Quarks. Dabei stellen Protonen den weitaus größten Anteil. Weitere Bestandteile sind Elektronen (ca. 1%) und Photonen (ca. 0,01%). Trifft diese Strahlung auf die obere Schicht der Atmosphäre und wechselwirkt beispielweise mit Stickstoff- oder Sauerstoffkernen, entstehen als Sekundärteilchen unter anderem Pionen und Kaonen, gebundene Zustände aus einem Quark und einem Antiquark.

In einer Reaktion der schwachen Wechselwirkung entstehen schlussendlich Neutrinos:

$$\pi^{+}/K^{+} \to \mu^{+} + \nu_{\mu}$$

$$\downarrow e^{+} + \nu_{e} + \overline{\nu}_{\mu}$$

$$\pi^{-}/K^{-} \to \mu^{-} + \overline{\nu}_{\mu}.$$

$$\downarrow e^{-} + \overline{\nu}_{e} + \nu_{\mu}$$

$$(2.3)$$

Neutrinos werden ebenfalls in den Kernfusionsprozessen der Sonne erzeugt, die bei mehreren Millionen Kelvin im Sonnenkern stattfinden. Die wichtigsten Erzeugungsmechanismen sind [15]:

$$p + p \to {}^{2}\text{H} + e^{+} + \nu_{e}$$

$$p + e^{-} + p \to {}^{2}\text{H} + \nu_{e}$$

$${}^{7}\text{Be} + e^{-} \to {}^{7}\text{Li} + \nu_{e}$$

$${}^{8}\text{B} \to {}^{8}\text{Be}^{*} + e^{+} + \nu_{e}$$

$${}^{3}\text{He} + p \to {}^{4}\text{He} + e^{+} + \nu_{e}.$$

$$(2.4)$$

Jede Reaktion tritt mit einer bestimmten Häufigkeit und Energie auf (siehe Abbildung 2.2). Im Gegensatz zu Photonen können die entstehenden Neutrinos ungehindert an die Oberfläche gelangen. Auf der Erde liefern sie eine störungsfreie und nur um wenige Minuten verzögerte Information über die Vorgänge im Innern der Sonne.

Eben diese Sonnenneutrinos waren der erste Hinweis auf neue Physik jenseits des Standardmodells, namentlich die Neutrinooszillationen, die für das viele Jahre unverstandene solare Neutrino-Problem verantwortlich sind.

2.4 Das solare Neutrino-Problem

Die Vorgänge in der Sonne werden im Standardsonnenmodell von John Bahcall beschrieben, mit dem er den erwarteten Neutrinofluss auf der Erde berechnen konnte ([16], [17]). Das Pionierexperiment Homestake unter der Leitung des Chemikers Raymond Davis Jr. war ab 1970 als erstes in der Lage, diese Berechnungen experimentell zu prüfen ([18], [19]). Dabei handelte es sich um ein radiochemisches Experiment in der Homestake Goldmine in South Dakota (USA) mit 615 t C_2Cl_4 als Detektormaterial. Die Neutrinos reagieren mit dem Chlor und es entsteht Argon:

$$^{37}\text{Cl} + \nu_e \to ^{37}\text{Ar} + e^-.$$
 (2.5)

Nach einer Expositionszeit von 60-70 Tagen extrahiert man die wenigen entstandenen Argon-Atome aus dem Detektorvolumen. Es hat eine Halbwertszeit von 35 Tagen, nach der es über einen Elektroneneinfang wieder zu ³⁷Cl zerfällt. Das Chlor-Atom liegt nun in einem energetisch angeregten Zustand vor und geht über die Emission eines Auger-Elektrons wieder in den Grundzustand über. In einem Proportionalzählrohr erfolgt der Nachweis dieses Elektrons und damit der Neutrino-Reaktion.

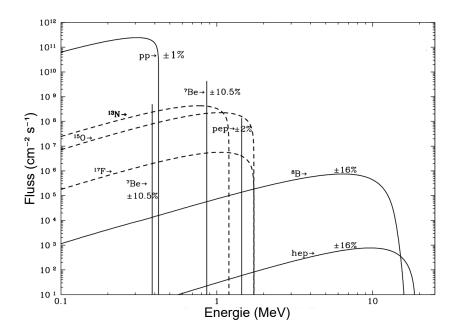


Abbildung 2.2: Das solare Neutrino-Energie-Spektrum nach dem Standardsonnenmodell [15]. Die *pp*-Reaktion tritt in der Sonne am häufigsten auf und liefert dementsprechend den größten Fluss an Neutrinos. Wegen den niedrigen Energien sind diese Neutrinos trotzdem schwer zu detektieren. Bei der ⁸B-Reaktion treten bei immer noch hinreichendem Fluss die größten Energien auf.

Der gemessene Neutrino-Fluss betrug jedoch nur ein Drittel der theoretischen Vorhersage durch das Standardsonnenmodell. Zunächst war unklar, ob es sich bei diesem sogenannten solaren Neutrino-Problem um einen Effekt der Neutrinophysik handelte oder das Verständnis der Sonne fehlerhaft war. Das Defizit konnte durch die Experimente GALLEX [20], GNO [21], SAGE [22] und Kamiokande [23] bestätigt werden. Dabei gelangen GALLEX und SAGE die erste Beobachtung der niederenergetischen *pp*-Neutrinos (siehe Abbildung 2.2).

Das solare Neutrino-Problem wurde schließlich durch neue Experimentierkonzepte gelöst. Sie ermöglichten eine Beobachtung in Echtzeit und waren sensitiv auf andere Neutrino-Generationen. So fand man heraus, dass die vermissten Neutrinos tatsächlich im Detektor ankamen, nur in Gestalt einer anderen Neutrino-Generation. Die Elektron-Neutrinos waren nämlich auf dem Weg zur Erde oszilliert.

Dieser Verdienst ist dem Sudbury Neutrino Observatory (SNO) [5] in Kanada unter der Leitung von Arthur McDonald zuzuschreiben. In einem Tank mit 1000 t schwerem D_2O gelang der Nachweis von drei verschiedenen Reaktionen:

$$v_e + {}^{2}H \rightarrow 2p + e^{-}$$

$$v_i + {}^{2}H \rightarrow p + n + v_i$$

$$v_i + e^{-} \rightarrow v_i + e^{-}.$$
(2.6)

Die beiden letzten Wechselwirkungen sind offensichtlich unabhängig von der Art des Neutrinos. Somit konnte der Gesamtfluss von der Sonne bestimmt werden, der in sehr guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert war.

Neben den Neutrinooszillationen der solaren Neutrinos konnte dieser Effekt auch für atmosphärische Neutrinos durch das Super-Kamiokande-Experiment unter der Leitung von Takaaki Kajita nachgewiesen werden [6]. In der Kamioka-Mine in Japan nutzte man einen 50000 t schweren Detektor aus Wasser, mit dessen Molekülen die Neutrinos schwach wechselwirken und Elektronen bzw. Myonen erzeugen. Aufgrund der relativistischen Energien entsteht Cherenkov-Licht, das von insgesamt 11200 Photomultipliern nachgewiesen wird.

Kajita und McDonald erhielten im Jahr 2015 für die Entdeckung der Neutrinooszillation den Nobelpreis. Neben der Bestätigung des Standardsonnenmodells ist die große Erkenntnis aus dieser Entdeckung die Tatsache, dass Neutrinos eine nicht verschwindende Masse haben. Um zu verstehen, warum das so ist, lohnt sich ein genauerer Blick auf die theoretischen Grundlagen [10].

2.5 Neutrinooszillationen

Neutrinooszillationen begannen als rein theoretisches Konzept, entwickelt von Bruno Pontecorvo Ende 1950 ([24], [25]) und von Ziro Maki, Masami Nakagawa und Shoichi Sakata im Jahr 1962 [26]. Dabei handelt es sich um oszillierende Übergänge der Form $v_{\alpha} \leftrightarrow v_{\beta}$ mit $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$. Diese Neutrinoarten nennt man Flavoureigenzustände. Sie haben keine bestimmte Masse und treten nur bei Reaktionen der schwachen Wechselwirkung in Erscheinung. Sie bilden ein Orthonormalsystem und entsprechen Linearkombinationen der Masseneigenzustände v_i mit festen Massen:

$$|\nu_{\alpha}\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i} |\nu_{i}\rangle \text{ und umgekehrt } |\nu_{i}\rangle = \sum_{\alpha=1}^{3} U_{\alpha i}^{*} |\nu_{\alpha}\rangle.$$
 (2.7)

U ist die unitäre Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata-Matrix (PMNS-Matrix), für die also $U^{\dagger}U=1$ gilt. Als 3 x 3-Matrix hat sie vier freie Parameter: die drei schwachen Mischungswinkel θ_{12} , θ_{13} und θ_{23} und eine CP-verletzende Phase δ .

Nimmt man an, dass sich Neutrinos wie ebene Wellen verhalten, kann man die stationären Masseneigenzustände zeitlich entwickeln:

$$|\nu_i(x,t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}(E_i t - px)} |\nu_i\rangle. \tag{2.8}$$

Wegen $pc \gg m_i c^2$ und $x \approx ct$ gilt:

$$E_i = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \approx pc + \frac{m_i^2 c^3}{2p} \approx E + \frac{m_i^2 c^4}{2E}.$$
 (2.9)

Damit verschwindet die Ortsabhängigkeit und man erhält:

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot \frac{m_i^2 c^4}{2E} t} |\nu_i\rangle. \tag{2.10}$$

Es folgt die Zeitentwicklung des Flavourzustands $|\nu_{\alpha}\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i} |\nu_{i}\rangle$:

$$|\nu(t)\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i} e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot \frac{m_{i}^{2} c^{4}}{2E} t} |\nu_{i}\rangle = \sum_{i,\beta=1}^{3} U_{\alpha i} U_{\beta i}^{*} e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot \frac{m_{i}^{2} c^{4}}{2E} t} |\nu_{\beta}\rangle.$$
 (2.11)

Die Übergangsamplitude zwischen Flavour ν_{α} und ν_{β} ist somit:

$$A(\alpha \to \beta; t) = \langle \nu_{\beta} | \nu(t) \rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i} U_{\beta i}^{*} e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot \frac{m_{i}^{2} c^{4}}{2E} t}. \tag{2.12}$$

Quadriert man den Betrag dieses Ergebnisses ergibt sich die Übergangswahrscheinlichkeit:

$$P(\alpha \to \beta; t) = |A(\alpha \to \beta; t)|^{2}$$

$$= \sum_{i,j} U_{\alpha i} U_{\alpha j}^{*} U_{\beta i}^{*} U_{\beta j} e^{-\frac{i}{\hbar} (m_{i}^{2} - m_{j}^{2}) \frac{e^{4} t}{2E}}$$

$$= \sum_{i,j} U_{\alpha i} U_{\alpha j}^{*} U_{\beta i}^{*} U_{\beta j} e^{-\frac{i}{\hbar} \Delta m_{i j}^{2} \frac{e^{3} L}{2E}}.$$
(2.13)

Im letzten Schritt wurde die quadrierte Massendifferenz $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ und der Abstand L = ct zwischen der Entstehung von $|v_\alpha\rangle$ und dem Beobachtungsort eingeführt. Zusammen mit den Mischungswinkeln $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ und der Energie E bestimmen diese Parameter das Oszillationsverhalten. Anhand von Gleichung (2.13) ist also ersichtlich, warum ohne eine Massendifferenz die Übergangswahrscheinlichkeit Null wäre. In diesem Fall wären keine Oszillationen beobachtbar.

Betrachtet man vereinfachend nur eine Oszillation zwischen zwei Flavoureigenzuständen, also $\nu_{\alpha} \leftrightarrow \nu_{\beta}$, wird die PMNS-Matrix zu einer 2 x 2-Matrix mit einem einzigen Mischungswinkel:

$$\begin{pmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_i \\ v_j \end{pmatrix}. \tag{2.14}$$

Gleichung (2.13) erhält dadurch die Form

$$P(\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}) = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{c^3}{\hbar}\Delta m_{ij}^2 \frac{L}{4E}\right). \tag{2.15}$$

Die Oszillationsamplitude $\sin^2(2\theta)$ ist maximal für $\theta = \pi/2$ (maximale Mischung). Ein Experiment zur Messung von Neutrinooszillationen sollte ein optimales Verhältnis von

$$\frac{L}{E} \sim \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4\hbar}{\Delta m_{ij}^2 c^3} \tag{2.16}$$

aufweisen, da in diesem Bereich maximale Sensitivität gegeben ist.

Bei solaren Neutrinos ist dieser Parameter für die ν_e - ν_μ -Mischung optimal. Die Experimente SNO und Borexino [27] konnten dieses Phänomen untersuchen. Borexino lieferte dabei nicht nur präzise Werte für die Oszillationsparameter, sondern auch Untersuchungen

des Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein-Effekts (MSW-Effekt, [28], [29]). Er sagt aus, dass Neutrinos im Sonneninnern durch Streuvorgänge verschiedene effektive Massen erhalten, was ihr Oszillationsverhalten verändert. Diesem Effekt ist es zu verdanken, dass für die quadrierte Massendifferenz Δm_{21} das positive Vorzeichen bekannt ist.

Atmosphärische Neutrinos geben Aufschluss über die v_{μ} - v_{τ} -Mischung. Wie bereits erwähnt, forscht auf diesem Gebiet das Experiment Super-Kamiokande.

Für die ν_e - ν_τ -Mischung ist man auf künstliche Quellen angewiesen. Hier kann man Reaktorneutrinos nutzen, die aus den β -Zerfällen der Spaltprodukte in einem Kernkraftwerk entstehen. Die ersten Ergebnisse lieferten hier die Experimente Daya Bay [30], RENO [31] und Double Chooz [32]. Die aktuellen Werte für die Oszillationsparameter sind in Tabelle 2.4 aufgeführt.

Offensichtlich sagen die Oszillationsparameter nur etwas über Massendifferenzen, nicht aber über absolute Massen aus. Weil außerdem das Vorzeichen von Δm_{32}^2 aktuell noch unbekannt ist, gibt es drei mögliche Szenarien für die Massenhierarchie.

Normale Massenhierarchie: Die Massen sind gemäß $m_1 < m_2 < m_3$ geordnet und sind klein im Vergleich zu den Massendifferenzen.

Invertierte Massenhierarchie: Der Wert für m_3 ist entgegen der Intuition der kleinste, es ist also $m_3 < m_1 < m_2$.

Quasi-entartete Massenhierarchie: Für die drei Massen gilt $m_1 \approx m_2 \approx m_3$, weil sie bedeutend größer sind als die jeweiligen Massendifferenzen.

Um zu klären welches der Szenarien zutrifft, führt letztlich kein Weg an einer Messung der absoluten Neutrinomasse vorbei.

2.6 Messung der Neutrinomasse

Es gibt verschiedene Ansätze zur Bestimmung der Neutrinomasse [33].

Kosmologischer Ansatz

Die Neutrinos aus dem frühen Universum stellen einen Teil der dunklen Materie. Dabei handelt es sich um nicht-baryonische Materie, die einen dominierenden Anteil an der

Tabelle 2.4: Die aktuellen Werte für die Oszillationsparameter [13].

Parameter	Wert		
$\sin(2\theta_{12})$	$0,846 \pm 0,021$		
$\sin(2\theta_{23})$	$0,999^{+0,001}_{-0.018}$	Normale Massenhierarchie	
$\sin(2\theta_{23})$	$1,000^{+0,000}_{-0.017}$	Invertierte Massenhierarchie	
$\sin(2\theta_{13})$	$(8.5 \pm 0.5) \cdot 10^{-2}$		
Δm_{21}^2	$(7,53 \pm 0,18) \cdot 10^{-5} \mathrm{eV}^2$		
$ \Delta m_{32}^{ar{2}} $	$(2,44 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \mathrm{eV}^2$	Normale Massenhierarchie	
$ \Delta m_{32}^{22} $	$(2,49 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \mathrm{eV}^2$	Invertierte Massenhierarchie	

Dichte des Universums hat. Sie ist unterteilbar in kalte, warme und heiße dunkle Materie. Diese Klassifikation bezieht sich auf die Temperaturen und damit auf die Geschwindigkeiten zum Zeitpunkt der Entkopplung. Neutrinos sind Kandidaten für die heiße dunkle Materie, da sie sich zum Zeitpunkt ihrer Entkopplung ($t \approx 1$ s) wegen ihrer kleinen Masse mit relativistischen Geschwindigkeiten bewegten. Heute ist das wegen der Ausdehnung und Abkühlung des Universums nicht mehr der Fall. Die kosmischen Neutrinos haben nur noch eine Temperatur von $T_{\nu} = 1,95$ K [34]. Wegen den dementsprechend kleinen Energien sind sie nach aktuellem Forschungsstand nicht direkt nachweisbar. Jedoch ist ihr Einfluss bei Untersuchungen zur Strukturbildung im frühen Universum messbar. Die damals entstandenen Dichte-Fluktuationen waren die Keimzellen für die Galaxien-Bildung. Relativistische Neutrinos liefern dazu einen Beitrag, da sie sich auf kleinen Skalen nicht gravitativ binden lassen. Dieser Beitrag ist wegen der hohen Anzahl, die sich auch heute noch an ihrer Dichte von 339 $\frac{1}{cm^3}$ [34] erkennen lässt, nicht zu vernachlässigen.

Eine wichtige Informationsquelle aus dem frühen Universum ist die kosmische Hintergrundstrahlung, entdeckt im Jahr 1965 [35], die bei einer Zeit $t\approx 380000$ Jahre erzeugt wurde, als die Atomkerne mit den Elektronen rekombinierten und die mittlere freie Weglänge der Photonen abrupt zunahm. Wegen der Expansion des Universums und der damit verbundenen Rotverschiebung der Photonen liegt ihre durchschnittliche Temperatur heute bei T=2,73 K [36]. Die einzelnen Werte schwanken um diesen Mittelwert im Bereich von $10~\mu$ K. Diese Temperaturfluktuationen sind mit gleichartigen Dichtefluktuationen verknüpft. Photonen die einem Gravitationspotential entweichen werden rotverschoben und damit kälter, diejenigen welche in ein Gravitationspotential eintreten werden blauverschoben, also wärmer. An dieses beobachtete Spektrum der Fluktuationen kann man Modellrechnungen anpassen, die, neben zahlreichen anderen kosmologischen Parametern, die Summe der Neutrinomassen enthält. Die theoretischen Berechnungen basieren auf dem Λ CDM-Modell, wonach das Universum von dunkler Energie (Λ) und kalter dunklen Materie (CDM) dominiert wird. Es enthält eine Vielzahl weiterer freier Parameter neben der Summe der Neutrinomassen.

Das Weltraumteleskop Planck konnte aus seiner aktuellsten Vermessung der kosmischen Hintergrundstrahlung eine Obergrenze von

$$\sum_{i=1}^{3} m(v_i) \le 0.59 \,\frac{\text{eV}}{c^2} \tag{2.17}$$

für die Summe der Neutrinomassen ableiten [37]. Das Standardmodell der Kosmologie bietet zusätzlich die Möglichkeit, auch heutige Strukturen im Universum theoretisch zu berechnen. Projekte wie die Galaxiendurchmusterung Sloan Digital Sky Survey (SDSS) [38] liefern dazu die Beobachtungsdaten. Eine Kombination der Ergebnisse von SDSS und Planck ergibt die aktuell niedrigste Obergrenze [39]:

$$\sum_{i=1}^{3} m(\nu_i) \le 0.12 \, \frac{\text{eV}}{c^2}. \tag{2.18}$$

Man beachte, dass es sich hier nicht um eine direkte Messung der Masse handelt, sondern um eine Modellanpassung, aus der das Ergebnis nur eines von vielen Parameterwerten ist.

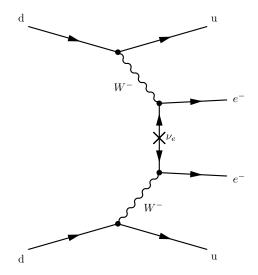


Abbildung 2.3: Der neutrinolose doppelte Betazerfall $(0v\beta^-\beta^-)$ als Feynman-Diagramm dargestellt. Die Neutronen in einem Atomkern enthalten zwei down-Quarks. Zerfällt eines davon in ein up-Quark, werden sie zu Protonen. Dieser Vorgang wird jeweils von der Emission eines W-Bosons begleitet, das in ein Elektron-Neutrino und ein Elektron zerfällt. Die beiden Neutrinos annihilieren und nur die Elektronen können dem Kern entweichen.

Neutrinoloser doppelter Betazerfall

Der neutrinolose doppelte Betazerfall $(0v\beta\beta)$ wurde zum ersten Mal im Jahr 1939 von Wendell H. Furry beschrieben [40]. Bei diesem Prozess geschehen in einem Kern zwei β -Zerfälle gleichzeitig. Dabei entsteht ein Tochterkern, zwei geladene Leptonen und zwei Neutrinos, die jedoch sofort annihilieren (siehe Abbildung 2.3). Damit das möglich ist, müssen die Neutrinos entgegen dem Standardmodell Majorana-Fermionen sein. Darüber hinaus werden zum Zeitpunkt des Zerfalls beide Neutrinos mit gleicher Helizität erzeugt. Für eine Annihilation müssen sie aber unterschiedliche Händigkeit besitzen. Eines der Neutrinos muss also seine Händigkeit zwischen Emission und Annihilation ändern. Das ist nur bei massebehafteten Teilchen möglich.

Wie bei einem einfachen β -Zerfall gibt es zwei mögliche Prozesse:

$$0\nu\beta^{-}\beta^{-}: \qquad {}_{Z}^{A}Y \to {}_{Z+2}^{A}X + 2e^{-} \text{ und}$$

$$0\nu\beta^{+}\beta^{+}: \qquad {}_{Z}^{A}Y \to {}_{Z-2}^{A}X + 2e^{+}.$$
(2.19)

Hier liegt offensichtlich ein Zwei-Körper-Zerfall vor. Im Gegensatz zum einfachen oder zum doppelten Betazerfall mit Neutrinos ist das Energie-Spektrum deswegen diskret. Um die Zerfallsbreite zu vermessen, ist die Energieauflösung von heutigen Detektoren jedoch noch zu gering. Stattdessen bestimmt man die Halbwertszeit. Aus der Theorie der schwachen Wechselwirkung folgt für diese Größe [41]:

$$(T_{1/2}^{0\nu})^{-1} = G^{0\nu}(Z, Q_{\beta\beta})|M^{0\nu}|^2 \langle m_{\beta\beta} \rangle^2.$$
 (2.20)

Hier ist $G^{0\nu}(Z,Q_{\beta\beta})$ der Phasenraumfaktor bei bestimmter Ordnungszahl Z und Endpunktsenergie des Spektrums $Q_{\beta\beta}$ und $M^{0\nu}$ das Kernmatrixelement. Die effektive Majorana-Masse $m_{\beta\beta}$ ist eine kohärente Summe aus den Massen der einzelnen Eigenzustände:

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle = \left| \sum_{i=1}^{3} U_{ei}^{2} m_{i} \right|. \tag{2.21}$$

Die Matrixelemente U_{ei} sind zwar bezüglich ihres Betrages identisch mit den Elementen der PMNS-Matrix, enthalten jedoch zusätzlich zwei Majorana-Phasen α_j . Deshalb könnte es auch zu einer negativen Interferenz der Massenterme kommen.

Viele Parameter des neutrinolosen doppelten Betazerfalls sind identisch mit denen des einfach Betazerfalls. Es ergeben sich also mithilfe der Bestimmung der Majorana-Masse auch

Bedingungen für die effektive Masse des Neutrinos $m_{\beta} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} |U_{ei}|^2} m_i^2$. Sind umgekehrt beide Massen bekannt, so kann man Rückschlüsse auf die beiden Majorana-Phasen ziehen. Das Pionierexperiment Heidelberg-Moskau unter der Leitung von Hans Klapdor-Kleingrothaus nutzte in den Jahren 1990 bis 2003 ⁷⁶Ge als Emitter und veröffentlichte ein Ergebnis von $\langle m_{\beta\beta} \rangle = 0.32^{+0.03}_{-0.03}$ eV [42]. Es ist jedoch umstritten und konnte von aktuelleren Experimenten nicht bestätigt werden, die bis jetzt alle nur eine Untergrenze für die Halbwertszeit angeben konnten.

Das Experiment GERDA konnte unter Hinzuziehung von Daten der Vorgängerexperimente HDM und IGEX den aktuell höchsten Wert von $T_{1/2}^{0\nu}>3,0\cdot 10^{25}$ Jahren [43] festlegen.

Ein Rückschluss von dieser Halbwertszeit auf die Neutrinomasse ist aber nur unter der Prämisse möglich, dass die Theorie der Majorana-Fermionen auf Neutrinos zutrifft. Außerdem gibt es in Gleichung (2.20) neben der unbekannten effektiven Majorana-Masse noch große theoretische Unsicherheiten in der Berechnung des Kernmatrixelements.

Die einzige Möglichkeit einer modellunabhängigen Bestimmung der Neutrinomasse ist die kinematische Methode, da hier nur die vielfach experimentell bestätigten Grundprinzipien der Kinematik, wie die Energie- und Impulserhaltung, vorausgesetzt werden. Es gibt unterschiedliche Ansätze wie die Messung der Flugzeit von Neutrinos aus Supernovae oder Beschleunigerexperimente. Im Folgenden soll jedoch der Fokus auf den Experimenten zum einfachen Betazerfall liegen, da ein solches maßgeblich für die vorliegende Arbeit ist.

Einfacher Betazerfall

Die Phänomenologie des β -Zerfalls wurde bereits in Kapitel 2.1 beschrieben. Die Zerfallsenergie teilt sich zwischen Neutrino und geladenem Lepton auf. Der Rückstoß des Kerns ist wegen seiner großen Masse bei der Energiebilanz in erster Näherung zu vernachlässigen. Es ergibt sich also das bereits erwähnte kontinuierliche Energie-Spektrum.

Die Auswirkungen einer nicht verschwindenden Neutrinomasse auf dieses Spektrum lassen sich intuitiv verstehen. Das Neutrino verlässt den Atomkern mit der Energie $E_v = \sqrt{(p_v c)^2 + (m_v c^2)^2}$. Die Minimalenergie hat es also für $p_v = 0 \, \text{eV}/c$. Diese Energie fehlt dem Elektron mindestens, das Spektrum endet also nicht bei der Zerfallsenergie E_0 , sondern bei $E_0 - m_v c^2$.

Abbildung 2.4 zeigt diesen Effekt auf den Endpunkt des Spektrums. Neben der Verschiebung der Kurve verändert sich auch ihr Verlauf nahe am Endpunkt. Eine genaue Vermessung dieses Bereichs liefert demzufolge die Neutrinomasse. Die Energie-Auflösung einer solchen

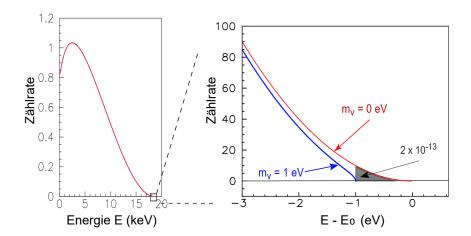


Abbildung 2.4: Das Energie-Spektrum des β -Zerfalls von Tritium und die Vegrößerung des Endpunkts [3]. Die Energie am Endpunkt beträgt $E_0=18,6$ keV. Die rote Kurve zeigt das Spektrum für eine verschwindende Neutrinomasse. Die blaue Kurve illustriert den Effekt einer Masse von $m_{\nu}=1$ eV.

Messung muss jedoch wegen der Kleinheit des Effekts sehr hoch sein. In der Theorie lässt sich der Verlauf des Spektrums folgendermaßen beschreiben [3]:

$$\frac{dN}{dE} = C \cdot F(Z, E) \cdot p \cdot (E + m_e c^2) \cdot (E_0 - E) \cdot [(E_0 - E)^2 - m_v^2]^{\frac{1}{2}} \cdot \theta(E_0 - E - m_v). \quad (2.22)$$

Dabei ist E die kinetische Energie, m_e die Masse, p der Impuls und E_0 die maximale Energie des Elektrons. Weiterhin bezeichnet F(Z,E) die Fermi-Funktion, die den Einfluss der Ladungsverteilung des zurückbleibenden Atoms auf das Elektron beschreibt. Die Stufen-Funktion $\theta(E_0 - E - m_{\nu_e})$ gewährleistet die Energieerhaltung. Der Faktor zu Beginn ist gegeben durch $C = G_F^2 \cos^2 \theta_C |M|^2 / (2\pi^3)$ mit der Fermi-Konstante G_F , dem Cabibbo-Winkel θ_C und dem Kernmatrixelement M.

Gleichung (2.22) ist zu entnehmen, dass die Messgröße das Quadrat der Neutrinomasse ist, für die im Fall einer quasi-entarteten Massenhierarchie gilt:

$$m_{\nu}^2 = \sum_{i=1}^3 |U_{ei}|^2 m_i^2. \tag{2.23}$$

Diese sogenannte effektive Neutrinomasse ist eine inkohärente Summe von Massen der Eigenzustände. Zusammen mit den bereits bekannten Parametern aus den Neutrinooszillationen sind bei Messung der Masse des Elektron-Neutrinos somit indirekt auch alle anderen Massen bekannt.

Mit den bisherigen Erkenntnissen über den β -Zerfall kann man einige Anforderungen an das verwendete Nuklid stellen:

- 1. Eine niedrige Energie am Endpunkt des Spektrums E_0 erhöht die erreichbare Auflösung.
- 2. Eine kurze Halbwertszeit $T_{1/2}^{\beta}$ gewährleistet eine hohe Quell-Aktivität.

- 3. Eine relativ simple atomare und molekulare Struktur ermöglicht eine exakte und einfache Berechnung von eventuellen Korrekturen, wie eine Wechselwirkung von β -Elektronen mit der übrigen Quelle. Mit einer einfachen Struktur geht auch eine niedrige Ordnungszahl einher, was wiederum unerwünschte Streuprozesse minimiert.
- 4. Der β -Zerfall muss offensichtlich erlaubt oder sogar übererlaubt sein. Übererlaubte Zerfälle haben den Vorteil, dass ihre Kernmatrixelemente (siehe Gl. 2.22) nicht von der Energie der Elektronen abhängen und deshalb auch nicht energieabhängig berechnet werden müssen.

Mit den aufgelisteten Kriterien kann man sich auf die Suche nach passenden Nukliden machen. Das erste Kriterium wird von 187 Re mit der niedrigst möglichen Endpunkts-Energie von $Q=2,46~{\rm keV}$ [44] erfüllt. Demgegenüber steht eine sehr hohe Lebenszeit von $T_{1/2}^{\beta}=4,3\cdot 10^{10}~{\rm Jahren}$ [44] und eine komplexe atomare Struktur. In Form kryogener Bolometer werden sie trotzdem eingesetzt. Kryogene Bolometer eröffnen die Möglichkeit einer Quelle, die gleichzeitig als Detektor dient. Die Zerfallsenergie wandelt sich darin in Wärmeenergie um, was zu einer messbaren Temperaturerhöhung führt. Dieses Vorgehen ermöglicht die Vermessung des gesamten Beta-Spektrums, nicht aber die ausschließliche Betrachtung der Region am Ende. Bei gleichzeitigen Ereignissen führt das zu falschen Energien jenseits des Endpunkts. Um diesen Effekt zu kontrollieren, werden nur sehr leichte Bolometer mit Massen von wenigen Milligramm eingesetzt. Die Aktivität ist bei solch leichten Quellen entsprechend gering, weshalb für höhere Aktivitäten viele Bolometer nötig sind. Zusätzlich sind die zur Zeit erreichbaren Energieauflösungen noch zu gering. Aktuell strebt das Experiment MARE [45] das Ziel einer Sensitivität auf die Neutrinomasse kleiner als 1 eV an.

Gleiches gilt für das Experiment ECHo [46], das sich mit dem Holmium-Isotop ¹⁶³Ho beschäftigt. Das Neutrino entsteht hier bei einem Elektroneneinfang.

Momentan stehen diese Experimente mit ihrer Sensitivität jedoch noch ungefähr um eine Größenordnung hinter denen mit Tritium zurück.

Tritium ist das schwerste Wasserstoff-Isotop und erfüllt alle wichtigen Kriterien. Es hat mit $E_0 = 18,6$ keV eine niedrige Energie am Endpunkt und eine geringe Halbwertszeit von $T_{1/2}^{\beta} = 12,3$ Jahren [44]. Der β -Zerfall von Tritium ist übererlaubt und mit zwei Neutronen und einem Proton hat es eine relativ einfache Kernstruktur.

Ein Nachteil ist allerdings, dass Tritium in der Natur stets in molekularer Form vorliegt. Der β -Zerfall verläuft folgendermaßen:

$$T_2 \to He_3^+T + e^- + \overline{\nu}_e.$$
 (2.24)

Das Tochtermolekül kann zu höheren Vibrations- oder Rotationsniveaus angeregt werden. Diese Energie fehlt den beiden Leptonen, was eine unerwünschte systematische Fehlerquelle darstellt, die bei der Analyse berücksichtigt werden muss.

Der Aufbau und das Messprinzip von Tritium-Experimenten wird in Kapitel 3 am Beispiel des Karlsruher Tritium Neutrino Experiments (KATRIN) erklärt. Die Experimente in Mainz [1] und Troitsk [2] stellen aktuell die weltweit schärfste Obergrenze für die Neutrinomasse aus einer kombinierten Analyse der Daten [13]:

$$m(\nu_e) < 2.0 \text{ eV}.$$
 (2.25)

3 Das KATRIN-Experiment

Das KATRIN-Experiment [3] am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) hat die Bestimmung der effektiven Masse des Elektron-Antineutrinos mit einer Sensitivität von $200 \text{ meV}/c^2$ bei einem Konfidenzniveau (C. L.) von 90% zum Ziel. Das entspricht einer Verbesserung der bisherigen Werte um eine Größenordnung.

Für dieses Ziel ist eine hohe Statistik erforderlich, womit eine Betriebszeit von fünf Jahren einhergeht. Die reine Messzeit wird drei Jahre betragen.

Das Messprinzip baut auf die Vorgängerexperimente in Mainz und Troitsk auf und wurde bis an die Grenzen technischer Realisierbarkeit optimiert.

3.1 Messprinzip

Der physikalische Prozess, den KATRIN untersucht, ist der β -Zerfall von Tritium. Die Neutrinomasse wird durch die Spektroskopie des resultierenden Energie-Spektrums der β -Elektronen (siehe Kapitel 2.6) am Endpunkt bestimmt. Die Spektroskopie erfolgt mithilfe eines elektrostatischen Filters, dem sogenannten MAC-E-Filter.

Das Funktionsprinzip eines MAC-E-Filters ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Zwei Zylinderspulen erzeugen ein inhomogenes, achsensymmetrisches Magnetfeld in einem Vakuumtank. Die β -Elektronen treten aus der Quelle mit isotroper Verteilung in diesen Tank ein. Zwischen Impuls \vec{p} und Magnetfeld \vec{B} liegt der Polarwinkel θ , es existiert also eine Impuls-Komponente parallel $p_{||} = |\vec{p}| \cdot \cos(\theta)$ und eine Impuls-Komponente senkrecht $p_{\perp} = |\vec{p}| \cdot \sin(\theta)$ zu den Magnetfeldlinien. Wegen der senkrechten Komponente tritt eine Lorentzkraft auf, welche die Elektronen zu einer Zyklotronbewegung um die Magnetfeldlinien zwingt [47]. Die Elektroden im Vakuumtank erzeugen eine Hochspannung, die der longitudinalen Bewegung eine Potentialbarriere entgegenstellt. Den Elektronen steht nur die longitudinale Energie $E_{||}$ zur Verfügung, um gegen diese Barriere anzukommen. Um sensitiv auf die Gesamtenergie E zu sein, muss der transversale Teil E_{\perp} möglichst komplett in den longitudinalen Teil $E_{||}$ übersetzt werden. An dieser Stelle macht man sich die adiabatische Invarianz des magnetischen Flusses $\phi = \int BdA$ zunutze [47]. Als adiabatisch bezeichnet man einen Prozess, bei dem die auftretenden Energieverluste zu vernachlässigen sind.

Für den magnetischen Fluss gilt also $\phi = \int BdA = \text{konst.}$ im gesamten Experiment. Am Anfang und Ende des Messaufbaus sind die Feldstärken maximal, der Durchmesser also minimal. In der Ebene inmitten des Spektrometers, der sogenannten Analysierebene, ist es umgekehrt. Dieser Aufbau ermöglicht die adiabatische Transformation von transversaler in longitudinale Energie. Das ist mit einer kurzen Rechnung leicht ersichtlich. Mit dem Zyklotronradius $r_{\text{Zykl}} = p_{\perp}e^{-1}B^{-1}$ [47], wobei e die Elementarladung ist, folgt für den

magnetischen Fluss einer Zyklotronbewegung:

$$\phi = B \cdot A_{\rm Zykl} = B \cdot \pi r_{\rm Zykl}^2 \propto \frac{p_{\perp}^2}{B} \propto \frac{E_{\perp}}{B} = \text{konst.}$$
 (3.1)

Demnach verringert sich die Transversal-Energie bei kleiner werdender Magnetfeldstärke. Aufgrund der Energieerhaltung geschieht dies zugunsten der longitudinal gerichteten Energie. In der Analysierebene erhält man so eine maximale Energie $E_{||}$.

Mit diesem Prinzip ist es möglich, die Hälfte der β -Elektronen aus der Quelle über die Magnetfeldlinien zu führen und für die Analyse zu nutzen. Das sind insgesamt alle, die eine Impulskomponente in Detektor-Richtung haben. Davon überwindet nur ein Bruchteil die elektrostatische Barriere, deren Hochspannung konstant auf ca. -18,6 kV gehalten wird. Das resultierende elektrische Feld ist genau wie das magnetische inhomogen, aber mit einem Maximum in der Analysierebene, wo die longitudinale Energie-Komponente maximal

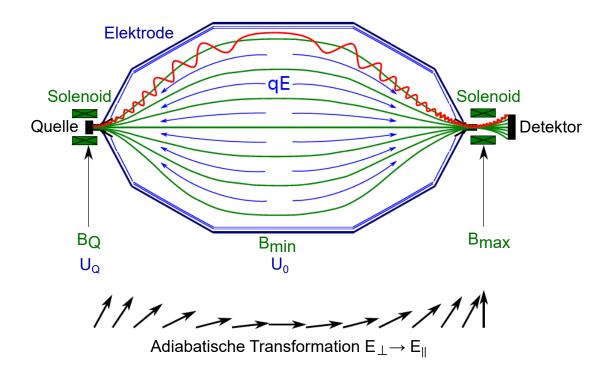


Abbildung 3.1: Das Funktionsprinzip eines MAC-E-Filters (mit Änderungen entnommen aus [48]). Die supraleitenden Solenoid-Magnete erzeugen ein inhomogenes Magnetfeld, entlang dem die Elektronen aus der Tritium-Quelle eine Zyklotronbewegung vollführen. Durch die adiabatische Invarianz des magnetischen Flusses transformiert sich die zum Magnetfeld senkrechte Energie-Komponente bei einem negativen Magnetfeldgradienten zu einer parallelen Komponente. Ist diese groß genug, um das elektrische Potential qU zu übertreffen, erzeugt das entsprechende Elektron ein Signal im Detektor.

ist. Reicht sie bei einem Elektron trotzdem nicht aus - es gilt also $E_{||} < eU_0 \approx 18,6~{\rm keV}$ - so wird es reflektiert und wandert entlang der Magnetfeldlinien zurück in die Quelle. Das magnetische und elektrische Feld müssen sehr genau aufeinander abgestimmt sein, damit es nach Abschluss der adiabatischen Transformation $E_{\perp} \rightarrow E_{||}$ zu einer solchen Reflexion kommt.

Eine vollständige Transformation $E_{\perp} \rightarrow E_{||}$ kann allerdings nie erreicht werden, da Gleichung (3.1) bei $E_{\perp}=0$ nicht mehr erfüllt wäre. Deswegen können Elektronen mit E=18,6 keV nur bei einem Winkel $\theta=0^{\circ}$ zum Detektor gelangen. Alle anderen brauchen zusätzliche Energie, die bei größtmöglichem Eintrittswinkel θ maximal wird. Dieses Maximum bezeichnet man als die Energieauflösung eines MAC-E-Filters ΔE . Aus Gleichung (3.1) folgt mit $B_{\min}=0,3$ mT in der Analysierebene, $B_{\max}=6$ T am Detektor und $E_{\perp,\max}=18,6$ keV bei $\theta=90^{\circ}$:

$$\Delta E = B_{\min} \frac{E_{\perp,\max}}{B_{\max}} = 0.93 \text{ eV}. \tag{3.2}$$

Neben den technologischen Herausforderungen, die das eben beschriebene Prinzip mit sich bringt, gibt es eine Reihe von systematischen Effekten und Untergrundprozessen, die es zu beachten gilt. Davon soll exemplarisch ein Prozess näher beschrieben werden, der für diese Arbeit relevant ist.

Ein T_2 -Molekül, das von der Quelle bis in den Vakuumtank des Spektrometers gelangt, kann durch seinen radioaktiven Zerfall ein Untergrund-Ereignis verursachen [3]. Der Zerfall wird in 15% der Fälle von einem niederenergetischen Sekundärelektron begleitet. Das passiert, wenn das β -Elektron Atome des Restgases ionisiert. Die Hälfte der so entstehenden Elektronen erreicht nach einer Beschleunigung den Detektor mit einer Energie nahe des Endpunkts im Beta-Spektrum. Die Anforderung an den Partialdruck von Tritium im Spektrometer ist deswegen mit $p(T_2) \leq 10^{-20}$ mbar entsprechend streng. Dieser Wert kann nur mit speziellen Pumpen erreicht werden, die zusammen mit den übrigen Komponenten im Folgenden etwas detaillierter betrachtet werden.

3.2 Aufbau

Abbildung 3.2 gibt einen ersten Überblick über den Aufbau. Das Experiment ist unterteilbar in eine Reihe einzelner Komponenten.

- 1. Die **Rear-Sektion** befindet sich am rückwärtigen Ende des Aufbaus und ist unter anderem für die Überwachung der Quellaktivität zuständig.
- 2. In der fensterlosen gasförmigen Tritium-Quelle (WGTS) findet der β -Zerfall statt.
- 3. Die **differentielle Pumpstrecke (DPS)** bildet den ersten Teil der Transportstrecke. Sie ist zuständig für die adiabatische Führung der β -Elektronen und die Reduktion des Tritium-Flusses.
- 4. Zusätzlich gehört zur Transportstrecke die **kryogene Pumpstrecke (CPS)**, die tiefe Temperaturen für den Pump-Prozess des Tritiums nutzt.

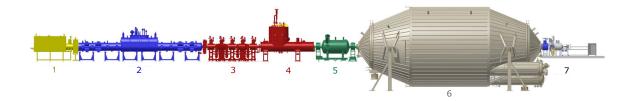


Abbildung 3.2: Eine Übersicht über den Aufbau des KATRIN-Experiments (mit Änderungen entnommen aus [49]) mit einer Länge von ca. 70 m. An die Rear-Sektion (1) und die WGTS (2) schließen sich die Transportstrecke mit DPS (3) und CPS (4), das Vor- (5) und Hauptspektrometer (6) und der Detektor (7) an. Das Hauptspektrometer ist in der Realität zusätzlich von Luftspulen umgeben, die das Erdmagnetfeld abschirmen.

- 5. Die erste Komponente des Spektrometer-Systems ist das **Vorspektrometer**, das als energetischer Filter für die β -Elektronen dient.
- Das Hauptspektrometer präzisiert den Filterprozess zusätzlich und ist damit die wichtigste Komponente, um die angestrebte Sensitivität auf die Neutrinomasse zu erreichen.
- 7. Der **Silizium-Detektor** zählt die β -Elektronen, welche die Filter passiert haben.

Jede dieser Komponenten ist hochkomplex und unterliegt spezifischen Anforderungen, die essentiell für das Gelingen des Experiments sind.

3.2.1 Rear-Sektion

Die Rear-Sektion ([50], [51], [52]) befindet sich am rückseitigen Ende der Quelle, in welcher der Tritium-Zerfall stattfindet. Hierher gelangt der überwiegende Teil der β -Elektronen entweder direkt aus der Quelle oder nach der Reflexion in den Spektrometern.

Wie viele Elektronen die Quelle pro Zeit verlassen wird durch die Quellaktivität quantifiziert. Diese muss stabil gehalten werden, um einen möglichst geringen Einfluss auf das Messergebnis zu haben. Änderungen in der Quellaktivität werden von der Rear-Sektion auf 0,1% genau gemessen. Für diese Aufgabe gibt es die *rear wall*, die mit Gold beschichtete Rückwand der Tritium-Quelle am Übergang zur Rear-Sektion. Bei einer Wechselwirkung von β -Elektron mit den Gold-Atomen entsteht Röntgenstrahlung, die spektroskopisch erfasst wird [53].

Ein wichtiger Parameter für die WGTS ist die totale Säulendichte ρd . Dabei handelt es sich um die Volumendichte des Tritiums integriert über die gesamte Länge der Quelle. Sie ist wichtig wegen den Streueffekten, die in der Analyse der Messung berücksichtigt werden müssen. Eine Elektronenkanone, die hinter der *rear wall* platziert ist, liefert Elektronen mit einer wohldefinierten Energie, die inelastisch mit den Elektronen der WGTS streuen. Das Streuverhalten ist ein Maß für die Säulendichte, die so mit einer Genauigkeit von 0,1% überwacht werden kann.

Neben weiteren Aufgaben wie der Messung von Eigenschaften des Hauptspektrometers

mit der Elektronenkanone, ist die Definition des elektrischen Potentials der Elektronen in der Quelle von entscheidender Bedeutung. Schließlich ist für das Prinzip des elektrostatischen Filters die Potentialdifferenz zwischen Quelle und Analysierebene des Spektrometers eine wichtige Größe, die genau bekannt und stabil sein muss. Deswegen liegt an der *rear wall* eine elektrische Spannung an, die das Potential zusammen mit der Austrittsarbeit für Elektronen festlegt.

3.2.2 Fensterlose, gasförmige Tritium-Quelle

Die WGTS ([3], [51]) beinhaltet das Tritium und dient als Quelle für die β -Elektronen. Sie besteht aus einer zylinderförmigen Strahlröhre mit 10 m Länge und 90 mm Durchmesser (siehe Abbildung 3.3). Der große Durchmesser gewährleistet eine hohe Luminosität bei einer Quellaktivität von 1,7 · 10¹¹ Bq.

Die Strahlröhre wird durch eine Einlasskapillare in der Mitte bei einer nominellen Temperatur von 27 K mit Tritium-Gas gefüllt. Die niedrige Temperatur soll Dopplerverschiebungen der Elektron-Energien minimieren, aber gleichzeitig noch ausreichend hoch sein, sodass keine Kondensation an den Wänden stattfindet und eine Clusterbildung der Tritium-Moleküle zu T_3 , T_4 usw. verhindert wird. Letzteres würde das Streuverhalten der β -Elektronen verändern, was wiederum in der Analyse berücksichtigt werden müsste.

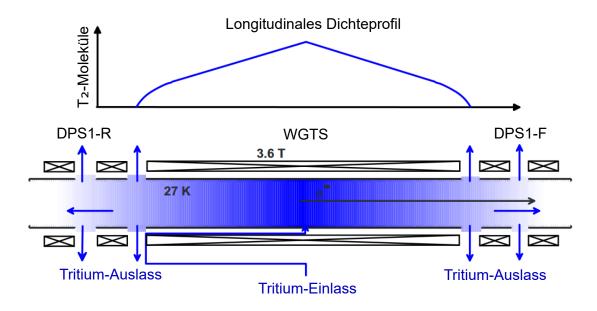


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau der WGTS (mit Änderungen entnommen aus [3]). Die Magnete sind in schwarz und das Dichteprofil in blau abgebildet. Letzteres ergibt sich aus der Diffusion der Moleküle vom Einlass in der Mitte zu beiden Enden der Quelle hin, wo ein Teil abgepumpt wird. An den Enden gibt es keine Fenster als Barriere, sodass der Weg vorwärts in Richtung DPS bzw. rückwärts in Richtung Rear-Sektion frei ist.

Ein komplexes Zwei-Phasen-Neon-Kühlsystem [51] stellt die Konstanz dieser tiefen Temperatur sicher und liefert eine Stabilität, welche den Sollwert von $\Delta T = \pm 30\,\mathrm{mK}$ um eine Größenordnung unterbietet [54]. Die Verflüssigung des Neons erfolgt durch Kühlung mit gasförmigem Helium.

Das Tritium-Gas hat eine hohe Isotopenreinheit $\epsilon_T > 95\%$, die von einem Laser-Raman-Spektroskopie-System (LARA) überwacht wird [55].

Befindet sich das Gas nach der Injektion in der Quelle, kann es zu beiden Enden der WGTS diffundieren. Dort schließen sich die Pumpstationen DPS1-F (in Vorwärtsrichtung) und DPS1-R (in Rückwärtsrichtung) an. Insgesamt zwölf differentielle Turbomolekularpumpen (TMP) befördern 99% des Tritiums in ein geschlossenes System (das *Loop*-System), wo es aufbereitet und wieder am Einlass injiziert wird. Die Anzahl der Moleküle sinkt durch den Pumpprozess um zwei Größenordnungen.

Supraleitende Spulen erzeugen ein Magnetfeld von 3,6 T innerhalb der Quelle und in DPS1-R, das die β -Elektronen führt. In DPS1-F erreicht die Magnetfeldstärke einen Maximalwert von 5,6 T. Die Elektronen starten ihren Weg Richtung Detektor in einem 191 Tcm²-Flussschlauch.

3.2.3 Differentielle Pumpstrecke

Die DPS-2F ([3], [56]), die über den sogenannten *Pumping Port 0* (DPS-PP0) an die DPS-1F anschließt, ist der erste Teil der Transportstrecke. Zu ihr gehört zusätzlich die CPS, die über den *Pumping Port 5* (DPS-PP5) mit der DPS-2F verbunden ist. Die Transportstrecke sorgt einerseits dafür, dass der Elektronenfluss adiabatisch in einer Zyklotronbewegung entlang der Feldlinien im Strahlrohr verläuft. Andererseits ist es zur Reduzierung des Untergrunds wichtig, die Tritium-Moleküle daran zu hindern das Vorspektrometer zu erreichen. Die Flussrate muss deshalb auf einen Wert kleiner als 10^{-14} mbar· ℓ /s reduziert werden.

Die DPS-2F ist in fünf Strahlrohr-Elemente mit einer jeweiligen Länge von 1 m und einem Durchmesser von 90 mm aufgeteilt (siehe Abbildung 3.4). Jedes dieser Elemente ist von einer supraleitenden Spule umgeben, die ein Magnetfeld der Stärke 5,5 T [57] erzeugt. Die einzelnen Elemente sind zueinander um 20° verkippt, um den Molekülen den direkten Weg durch die DPS zu versperren.

Zwischen benachbarten Elementen befindet sich jeweils ein Pumpstutzen mit einer Turbomolekularpumpe, deren Pumpleistung mehr als 2000 ℓ /s für Tritium beträgt. Sowohl das Strahlrohr als auch die Pumpen befinden sich auf Raumtemperatur.

Monte-Carlo-Simulationen haben ergeben, dass dieses Pump-Prinzip einen Reduktionsfaktor $R = Q_{\rm in}/Q_{\rm out} = 10^5$ ermöglicht. Dabei sind $Q_{\rm in}$ und $Q_{\rm out}$ die Massenflüsse am Anfang und am Ende der DPS-2F. Die DPS-1F erreicht durch ihr differentielles Pumpen schon eine Reduktion um zwei Größenordnungen, insgesamt ist der Reduktionsfaktor am Ende der gesamten DPS also $R = 10^7$, was die Flussrate auf 10^{-7} mbar· ℓ/s reduziert.

Neben den neutralen Molekülen soll die DPS-2F auch Ionen zurückhalten, die sich bspw. durch Stoßionisation mit β -Elektronen bilden ([57], [58]). Zu diesem Zweck gibt es eine Ringelektrode auf einem Potential von +100 V im letzten Strahlrohr-Element. Für die Ana-

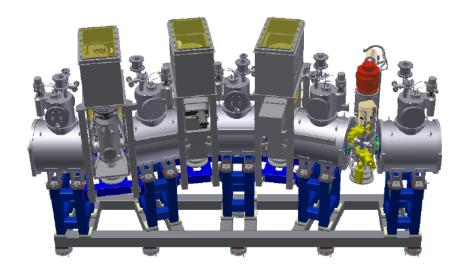


Abbildung 3.4: Modell der DPS [59]. Die fünf Strahlrohr-Elemente werden durch jeweils einen Pumpstutzen getrennt. In der Abbildung fehlen die Turbomolekularpumpen, die an der Unterseite der Pumpstutzen montiert werden.

lyse von Ionen ist am Anfang des Strahlrohrs zusätzlich ein FT-ICR¹-Element angebracht, das die Ionen elektromagnetisch einfängt und klassifiziert. Um die Anzahl an Ionen zu reduzieren, sind in den drei zentralen Strahlrohr-Elementen Dipol-Elektroden angebracht, mit denen geladene Teilchen aus dem Flussschlauch entfernt werden.

Die Aufgabe der Ionenanalyse und -rückhaltung ist von hoher Relevanz, da sie im Gegensatz zu neutralen Molekülen nicht in der Transportstrecke abgepumpt werden, sondern entlang der Magnetfeldlinien in den Spektrometerbereich gelangen und zum Untergrund beitragen.

3.2.4 Kryogene Pumpstrecke

Auf der CPS ([3], [56], [60], [61]) liegt der zentrale Fokus dieser Arbeit. Sie schließt sich über den sogennanten DPS-PP5 an die DPS-2F an und ist ca. 6,5 m lang (siehe Abbildung 3.5). Das Funktionsprinzip ist das kryogene Pumpen, das den Tritiumfluss um weitere sieben Größenordnungen auf eine Flussrate von 10^{-14} mbar· ℓ/s verringern soll.

Das Strahlrohr besteht aus sieben Elementen aus mit Gold beschichtetem Edelstahl. Die Sektionen 2 - 4 besitzen eine Schikane von 15° um die Tritium-Moleküle zu einer Kollision mit der Innenwand zu zwingen. Zwischen Sektion 5 und 6 befindet sich ein Vakuumschieber auf Stickstofftemperatur, das sogenannte Kaltventil. Ein Pumpstutzen verbindet jeweils Sektion 1 und 2 bzw. Sektion 6 und 7.

Das Pump-Prinzip der CPS beruht auf der Kryosorption der Moleküle an den Strahlrohrwänden (siehe Kapitel 5.1). Die Gold-Schicht der Sektionen 2 - 5 trägt eine 3 - 4,5 K kalte Argon-Schicht, auf der das Tritium adsorbiert. Das Argon wird anfangs durch schmale Öffnungen in speziellen Einlass-Kapillaren in den Sektionen 2 - 4 eingelassen und homogen verteilt. Zur Vergrößerung der Oberfläche sind die Innenwände des Strahlrohrs nicht glatt,

 $^{^{1}}$ Fouriertransformations-Ionenzyklotronresonanz.

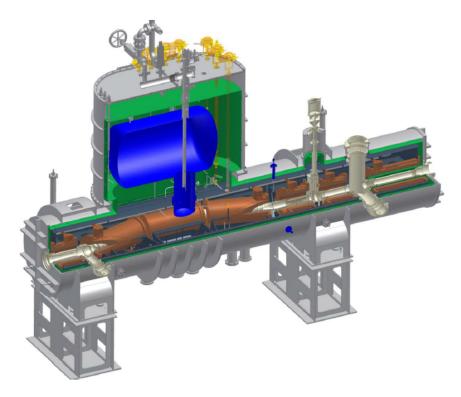


Abbildung 3.5: Modell der CPS [56]. Der gesamte Kryostat beinhaltet das Helium-Kühlsystem (blau), das Strahlungsschild (grün), die Magnetmodule (braun) und das Strahlrohr (silber). Aus dem Kryostat austretend sind die beiden Pumpstutzen 1 (links) und 2 (rechts) zu erkennen. Dazwischen liegt das Kaltventil.

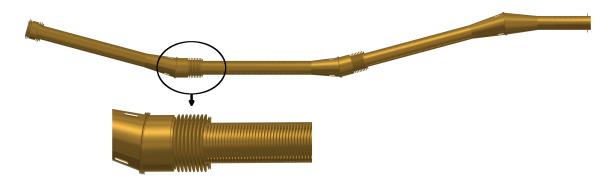


Abbildung 3.6: Längsschnitt durch das Strahlrohr der Kaltfalle (Sektionen 2 - 5). Zu sehen ist die vergoldete Innenwand des Strahlrohrs, die zylinderförmigen Strahlrohr-Elemente sowie die Konen und Wellbälge dazwischen. Eine vergrößerte Darstellung des Übergangs von Sektion 2 zu Sektion 3 lässt die Lamellen auf der Innenwand erkennen.

sondern mit Lamellen versehen. Dies ist in Abbildung 3.6 in Form eines Längsschnitts durch das CAD-Modell der Strahlrohr-Elemente 2 - 5 dargestellt. Ebenso ist die genaue Geometrie und Anordnung der einzelnen Bereiche des Strahlrohrs abgebildet, die für diese Arbeit entscheidend ist und deswegen im Folgenden näher beschrieben wird.

- **Sektion 1:** Die erste Sektion ist 647 mm lang bei einem Durchmesser von 148,4 mm und befindet sich auf einer Temperatur von 77 K. Für die mechanische Flexibilität sorgt ein Wellbalg. Innerhalb der Röhre befindet sich ein Kupferschild mit einem minimalen Durchmesser von 96,3 mm zur Abschirmung der Wärmestrahlung von der DPS-2F und zur Reduktion der Leitfähigkeit am Eingang.
- **Pumpstutzen 1:** Der erste Pumpstutzen führt seitlich aus dem Strahlrohr und dem Kryostat hinaus. Zur Evakuierung des Vakuumsystems ist eine TMP angebracht, sowie ein Kaltkathoden-Vakuumsensor und ein Restgasanalysator (RGA) zur Druckmessung.
- Sektionen 2 4: Die Sektionen 2 4 sind gegeneinander um 15° verkippt und an den Enden durch Wellbälge sowie Konen verbunden. Im Betrieb tragen sie bei einer Temperatur zwischen 3 und 4,5 K die Argon-Schicht, auf der das Tritium adsorbiert. Der Einlass des Argons erfolgt durch drei Kapillaren mit 23 Löchern, die einen Durchmesser von 0,2 mm haben. Jedes Element hat eine Länge von 720 mm und einen Durchmesser von 95,3 mm. Pro Sektion sind 90 äquidistante Lamellen mit einem inneren Durchmesser von 75,2 mm angebracht. Zu beiden Enden hin nimmt der Innendurchmesser der Lamellen zu.
- **Sektion 5:** Die fünfte Sektion ist 570 mm lang, hat den gleichen minimalen Durchmesser wie die Sektionen 2 4 und wird ebenfalls bei 3 4,5 K betrieben. Eine direkte Argon-Präparation findet hier nicht statt, da das benachbarte Kaltventil frei von Kontamination gehalten werden soll. Trotzdem kondensiert Argon beim Einlass auf der Oberfläche von Sektion 5.
- Kaltventil: Das Kaltventil besteht aus Edelstahl und ist thermisch über zwei Wellbälge von Sektion 5 und 6 entkoppelt. Ventil und Bälge haben zusammen eine Länge von 428,8 mm. Der Durchmesser der Ventilöffnung ist 112 mm.
- **Sektion 6:** Die sechste Sektion ist 352,4 mm lang und hat einen Durchmesser von 112 mm. Sie befindet sich auf einer Temperatur von 77 K.
- **Pumpstutzen 2:** Der zweite Pumpstutzen führt sowohl seitlich als auch nach oben aus dem Kryostaten hinaus. Es sind eine TMP, ein RGA, ein Pirani- und ein Kaltkathoden-Vakuumsensor angebracht.
- **Sektion 7:** Die letzte Sektion ist 700,2 mm lang und hat einen Durchmesser von 112 mm bei einer Temperatur von 77 K.

Jede Sektion ist durch eine supraleitende Spule einem maximalen Magnetfeld von 5,6 T ausgesetzt. Detaillierte Informationen zum Magnetfeld finden sich in Kapitel 4. Nach 60 Tagen Betriebszeit erfolgt die Regeneration des Argons, um eine Aktivität des adsorbierten Tritiums größer als 1 Ci $(3,7 \cdot 10^{10} \, \text{Bq})$ zu vermeiden. Die mittlere Bedeckung

der Kaltfalle liegt dann bei 1%. Während der Regeneration sind das Eingangs- und das Kaltventil geschlossen. Die Sektionen 1 - 5 sowie der Pumpstutzen 1 und das Kaltventil werden auf 100 K erwärmt. Anschließend wird gasförmiges Helium durch eine Kapillare am Kaltventil injiziert, mit dem das Argon aus dem System gespült wird.

Für die Kühlung auf kryogene Temperaturen ist ein komplexes Kühlsystem aus drei Kühlkreisläufen nötig. Ein Kreislauf mit flüssigem Stickstoff bei einer Temperatur von 77 K kühlt die Sektionen 1, 6 und 7. Die Kühlung der eigentlichen Kaltfalle in den Sektionen 2 - 5 erfolgt durch zwei Helium-Kreisläufe der Temperatur 3 und 4,5 K. Für einen thermischen Kontakt sorgen Kühlschlangen um das Strahlrohr.

Am zweiten Pumpstutzen ist derzeit zusätzlich die Anbringung eines Geräts zur Überwachung des Elektronenflusses geplant, der *Forward Beam Monitor*. Eine Änderung gibt Aufschluss über Variationen der Quellparameter. Außerdem soll eine kondensierte Krypton-Quelle zur Kalibration angebracht werden. Die innere Konversion von ^{83m}Kr liefert dafür Elektronen bei wohldefinierter Energie nahe dem Endpunkt des Tritium-Beta-Spektrums.

Die Tritium-Rückhaltung der CPS ist zentraler Gegenstand dieser Arbeit und wird in Kapitel 5 eingehender untersucht.

3.2.5 Vorspektrometer

Das Vorspektrometer ([3], [62]) ist das erste von zwei auf dem Prinzip des MAC-E-Filters basierenden Komponenten. Es stellt sicher, dass nur die Elektronen in das Hauptspektrometer gelangen, die näher als 300 eV an dem Endpunkt des Tritium-Beta-Spektrums liegen. Die niederenergetischeren Elektronen würden lediglich durch Stöße mit Restgasatomen zum Untergrund beitragen. So reduziert sich die Rate der β -Elektronen auf 10^3 s⁻¹.

Das Vorspektrometer ist ein zylindrischer Edelstahltank mit einer Länge von ca. 3,4 m und einem Durchmesser von ca. 1,7 m. Er wird durch zwei TMP und Getterpumpen evakuiert. An den beiden Enden erzeugen zwei supraleitende Magnete ein Magnetfeld der Stärke 4,5 T. Innerhalb des Tanks befinden sich Drahtelektroden für die Feinjustierung des elektrischen Felds. Die Hochspannung beträgt -18,3 kV, wobei die Wand des Vakuumtanks auf einem leicht positiveren Potential als die Drahtelektroden im Innern liegt. Das dient der Rückhaltung von Elektronen, die durch kosmische Strahlung aus der Wand gelöst werden können.

Das Vorspektrometer erreicht mit dieser Anordnung eine Energieauflösung von $\Delta E = 70$ eV.

3.2.6 Hauptspektrometer

Das Hauptspektrometer ([3], [49]) ist die Schlüsselkomponente zur Bestimmung der Neutrinomasse nach dem in Kapitel 3.1 beschriebenen Prinzip. Es ist ein Vakuumtank aus Edelstahl mit 23,3 m Länge und 10 m Durchmesser. Zwei supraleitende Magnete erzeugen das stark inhomogene Feld, das eine Energieauflösung von E=0,93 eV möglich macht. Es erreicht seine maximale Stärke am Eingang mit 4,5 T und am Detektor mit 6 T.

Die Qualitätsanforderungen an das Vakuum im 10^{-11} mbar-Bereich sind extrem hoch. In drei Pumpstutzen sind Getterpumpen angebracht, die durch sechs TMP an den äußeren Pumpstutzen ergänzt werden.

Der Spektrometertank liegt auf einem Potential von -18,6 kV. Dazu kommen zwei Lagen aus Drahtelektroden im Innern [63], die auf einem leicht negativeren Potential betrieben werden, um Elektronen aus der Wand zurückzuhalten, genau wie im Vorspektrometer. Zur Kompensation des Erdmagnetfelds ist das Hauptspektrometer von Luftspulen mit 12,6 m Durchmesser umgeben [64].

Die Rate an Elektronen, die schlussendlich den Detektor erreichen, beläuft sich nach dem elektrostatischen Filtern nur noch auf einen Bereich zwischen $0.5 \, \mathrm{s}^{-1}$ und $100 \, \mathrm{s}^{-1}$ bei einer Untergrundrate von $0.5 \, \mathrm{s}^{-1}$.

3.2.7 Detektor

Der Detektor ([3], [65]) zählt die β -Elektronen, die beide elektrostatischen Filter überwinden konnten (siehe Abbildung 3.7). Es ist eine pin-Diode mit 148 Pixeln auf einem Silizium-Wafer. Der Detektor-Magnet sorgt mit einem Magnetfeld von 3,6 T dafür, dass die β -Elektronen auf einen der Pixel treffen. Davor befindet sich der Pinch-Magnet mit einer Feldstärke von 6 T, der größten im gesamten Experiment. Er dient zur magnetischen Reflexion aller β -Elektronen mit einem anfänglichen Polarwinkel von $\theta > 51^\circ$ gemäß der adiabatischen Transformation $E_{\parallel} \rightarrow E_{\perp}$ bei positivem Magnetfeldgradienten. Diese Elektronen hätten einen großen Einfluss auf die systematischen Unsicherheiten des Experiments. Sie legen einen weiten Weg von Quelle zu Detektor zurück und verlieren dementsprechend mehr Energie durch Synchrotronstrahlung und Streuung als Elektronen mit kleinen anfänglichen Polawinkeln.

Die Detektor-Pixel sind kreisförmig angeordnet mit einem Durchmesser von 9 cm. Ankommende β -Elektronen deponieren im Halbleiter Energie und erzeugen sogenannte Elektron-Loch-Paare. Das bedeutet, gebundene Elektronen werden angeregt und weisen eine höhere Beweglichkeit auf. Bei einer angelegten Gegenspannung führen diese Elektronen zu einem messbaren Signal.

Der Detektor selbst befindet sich im Ultrahochvakuum, in dem ein Druck von weniger als 10^{-10} mbar herrscht. Die Ausleseelektronik liegt dahinter im Hochvakuum bei einem Druck von 10^{-6} mbar. Den Abschluss bildet die Datenaufnahme bei Normaldruck.

Für eine niedrige Untergrundrate sorgt einerseits das strahlungsarme Material um den Detektor und andererseits eine Abschirmung gegen kosmische Strahlung und natürliche Radioaktivität aus Blei und Kupfer. Diese könnte noch von kosmischen Myonen durchdrungen werden, da sie kaum mit den Materialien wechselwirken. Signale von Myonen dürfen in der Analyse nicht berücksichtigt werden, weswegen ein Myon-Veto aus Plastik-Szintillatoren den Detektor zylinderförmig umschließt. Zusätzlich ist eine Elektrode zur Nachbeschleunigung der β -Elektronen installiert. So ist eine Detektion bei Energien mit niedrigerer Untergrundrate möglich.

Die Segmentierung des Detektors ist für das bessere Verständnis der elektrostatischen und magnetischen Eigenschaften der Spektrometer, des Untergrundverhaltens und der Variation von Quellparametern erforderlich. Eine hohe Energieauflösung vereinfacht die Trennung von Signal und Untergrund. Der Nachweis erfolgt mit einer Effizienz $\epsilon > 90\%$.

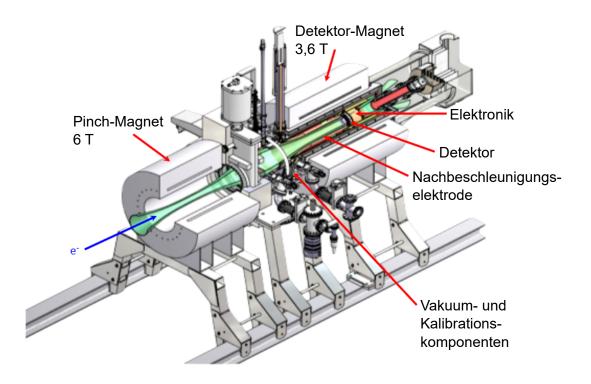


Abbildung 3.7: Schematischer Aufbau des Detektors (mit Änderungen entnommen aus [66]). Die β -Elektronen treffen in einem Flussschlauch von 191 Tcm² auf den Detektor. Davor können sie bei Bedarf noch von der Nachbeschleunigungselektrode auf höhere Energien gebracht werden. Das Messsignal wird von einer speziellen Ausleseelektronik verarbeitet. Die Magnetfeldstärke am Detektor ist geringer als am Eingang. Bei einem konstanten Flussschlauch vergrößert sich dadurch die Nachweisfläche.

4 Das Magnetfeld der kryogenen Pumpstrecke

Die CPS wurde von der Firma ASG Superconductors S.p.A. in Genua, Italien gefertigt und im Juli 2015 an das KIT ausgeliefert. Eine der Hauptaufgaben ist der adiabatische Transport der Elektronen entlang der Magnetfeldlinien.

Das Magnetfeld wird von supraleitenden Spulen erzeugt, die das Strahlrohr umschließen und gemäß den Konstruktionsvorgaben exakt parallel dazu verlaufen. Das Strahlrohr setzt sich aus sieben Sektionen mit jeweils einer Magnetspule zusammen. Die Spulen führen im Betrieb von KATRIN einen Strom der Stärke 200 A, wodurch eine Feldstärke von bis zu 5,69 T im Zentrum der Sektionen herrscht. Der magnetische Fluss, der auf den Detektor abgebildet wird, beträgt über den gesamten Versuchsaufbau durchweg 191 Tcm², weshalb die Feldlinien in den Zentren der Sektionen sehr eng verlaufen, wohingegen sie sich in den Konen zwischen den Elementen, den Pumpstutzen und im Kaltventil aufweiten (siehe Abbildung 4.1).

Kalibration

Um einem gegebenen Spulenstrom I eine Magnetfeldstärke B zuordnen zu können, ist eine Kalibration nötig. Der analytische Zusammenhang ist $B=c\cdot I$ mit dem Kalibrationsfaktor c. Er muss im Rahmen der Inbetriebnahmemessungen hinreichend genau bestimmt werden. Die Stärke des Magnetfelds trägt quadratisch zum Energieverlust der Elektronen durch Synchrotronstrahlung bei. Diese müssen mit einer Genauigkeit von $\Delta E_{\rm Sync}/E_{\rm Sync} \leq 10\%$ simuliert werden, damit ein systematischer Fehler von $2,3\cdot 10^{-3}~{\rm eV}^2$ auf das Neutrino-Massenquadrat nicht überschritten wird [69]. Bei der Kalibrationsmessung ist deswegen die Bedingung $\Delta B/B \leq 5\%$ einzuhalten.

Position und Abmessung der Spulen

Zur exakten Berechnung des magnetischen Flusses und zur Vermeidung von Kollisionen der Elektronen mit der Strahlrohr-Innenwand, müssen Position, Ausrichtung sowie geometrische Abmessung der Spulen genau bekannt sein. Zur Orientierung dient das CPS-Koordinatensystem. Es ist ein Rechtssystem, in dem die x-Achse nach Westen, die y-Achse nach oben und die z-Achse in Strahlrichtung zeigt. Der Ursprung liegt in der Mitte des Ventils V2, das sich etwa 45,6 cm vor dem Eingangsflansch der CPS in DPS-PP5 befindet.

ASG berichtete von Abweichungen zwischen den Bemessungsvorgaben und den realisierten Werten für die Spulenpositionen [67]. Die genaue Differenz zwischen spezifizierten und tatsächlichen Werten sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Die Diskrepanzen liegen im Bereich von 0,00 bis 1,60 mm. Der Einfluss dieser Abweichungen auf den Verlauf der Magnetfeldlinien wurde simuliert [68]. Die Ergebnisse zeigten eine Annäherung des sensitiven

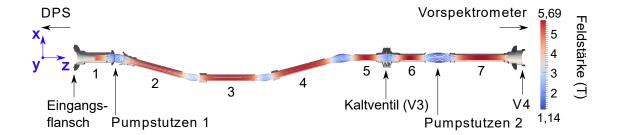


Abbildung 4.1: Eine schematische Darstellung des magnetischen Flussschlauchs im Strahlrohr der CPS von oben (mit Änderungen entnommen aus [61]). Zur Orientierung sind links die Richtungen des CPS-Koordinatensystems skizziert. Die einzelnen Sektionen der CPS sind mit den Nummern 1 bis 7 gekennzeichnet. Am linken Ende besteht am Eingangsflansch eine Verbindung zum DPS-PP5. Rechts befindet sich das Ventil V4 zum Vorspektrometer. Das Magnetfeld ist in den Zentren der einzelnen Elemente mit einem Maximalwert von 5,69 T am stärksten. In den Konen zwischen den Elementen, den Pumpstutzen und dem Kaltventil V3 werden die schwächsten Werte mit einem Minimalwert von 1,14 T erreicht.

Tabelle 4.1: Die Differenz zwischen den ursprünglich durch den Konstruktionsbericht vorgegebenen (Index v) und den schlussendlich realisierten (Index r) Positionen der Magnetspulen ([67], [68]). Alle Angaben sind in CPS-Koordinaten. Es handelt sich um Messwerte, die bei Raumtemperatur aufgenommen und in Werte für eine Betriebstemperatur von 4K umgerechnet wurden. RS steht für die Rückseite und DS für die dem Detektor zugewandte Seite der Spulen.

Spulenposition	$x_v - x_r \text{ (mm)}$	$y_v - y_r \text{ (mm)}$
Spule 1 RS	0,50	-0,10
Spule 1 DS	0,50	0,50
Spule 2 RS	0,30	1,10
Spule 2 DS	0,40	1,60
Spule 3 RS	-0,20	-0,80
Spule 3 DS	0,00	1,30
Spule 4 RS	-0,30	0,30
Spule 4 DS	-0,50	1,20
Spule 5 RS	0,50	0,10
Spule 5 DS	0,20	0,30
Spule 6 RS	0,00	0,10
Spule 6 DS	0,50	0,00
Spule 7 RS	-0,20	-0,30
Spule 7 DS	0,20	-0,80

Flussschlauchs an die Wände des CPS-Strahlrohrs von bis zu 0,9 mm in Sektion 7. Diese niedrigen Werte unterschreiten die Anforderungen an den Sicherheitsabstand deutlich. Reale Messwerte des Magnetfelds innerhalb des Strahlrohrs lagen jedoch nicht vor. Ebenso ist eine gewisse Skepsis gegenüber den Werten aus Tabelle 4.1 angebracht, da mehrmalige Messungen in den äußeren Sektionen zu anderen Ergebnissen führten.

Um Klarheit zu erlangen, wurde im Dezember 2014 für die Inbetriebnahme ein Konzept zur Messung der magnetischen Feldstärke in Sektion 7 der CPS vorgeschlagen [70]. Es beinhaltet einerseits die Kalibration zwischen Spulenstrom und Magnetfeldstärke. Andererseits soll die fehlerhafte Bauweise der Magnetspulen überprüft und deren Auswirkungen auf das Magnetfeld in der CPS gemessen werden.

4.1 Konzept zur Magnetfeldmessung

Im Zuge der Kalibration werden der Strom durch die supraleitenden Spulen sowie die nominelle Magnetfeldstärke im Zentrum von Sektion 7 der CPS simultan gemessen.

Die erforderlichen Genauigkeiten sind besser als 0,1% für die Magnetfeldmessung und besser als 160 ppm für die Positionierung des Messgeräts. Ein NMR 1 -Sensor, basierend auf dem Prinzip der Kernspinresonanz, liefert eine Genauigkeit von weniger als 10 ppm bei einem Magnetfeld der Stärke B = 5,6 T.

Für die exakte Positionierung ist ein langer Einlass in Sektion 7 vorgesehen (siehe Abbildung 4.2). An das Ende der CPS ist das Schieberventil V4 als Verbindung zum Vorspektrometer angebracht. Der Einlass kann daran mit seinem Flansch fixiert werden. Mit einer Länge von 855 mm erreicht er das Zentrum des Strahlrohrs 7.

Der Strom ist mit einem Gleichstromwandler messbar.

Eine zweite Messung soll Aufschluss über die fehlerhafte Spulengeometrie und Ausrichtung geben. Mit einer dreiachsigen Hall-Sonde wird das Profil des Magnetfelds entlang der Strahlachse gemessen. Das entspricht den drei Komponenten B_x , B_y und B_z entlang der z-Achse. Bei der Messung wird der gleiche Einlass wie für den NMR-Sensor verwendet, über den die Hall-Sonde vom Endflansch V4 ($z=6,3890\,\mathrm{m}$) sukzessive in das Zentrum von Sektion 7 ($z=5,6152\,\mathrm{m}$) bewegt wird. Die Messgenauigkeit des Apparats ist besser als 1% für alle Feldrichtungen, kann jedoch auf bis zu 0,1% in der Hauptachse erhöht werden, falls das Feld ausreichend homogen ist und viele Messwerte aufgenommen werden.

Sowohl der NMR-Sensor als auch die Hall-Sonde werden über den Einlass in einer speziell angefertigten Halterung an einem Messstab in die CPS eingeführt.

Von dem gemessenen Magnetfeldprofil allein kann allerdings noch nicht auf die Ausrichtung und Geometrie der Spulen geschlossen werden. Erst der Vergleich der Messergebnisse mit Simulationen, basierend auf verschiedenen Spulen-Parametern, macht das möglich. Außerdem kann so geklärt werden, ob überhaupt ein messbarer Effekt zu erwarten ist.

¹Nuclear magnetic resonance.

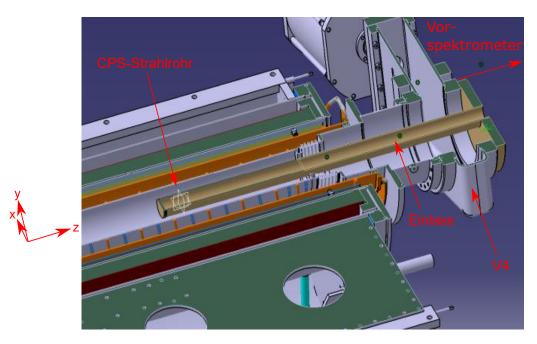


Abbildung 4.2: Der Einlass zur Magnetfeldmessung in Sektion 7 der CPS am Endflansch V4, der im KATRIN-Betrieb als Verbindung zum Vorspektrometer dient (mit Änderungen entnommen aus [70]). Zusätzlich ist links das CPS-Koordinatensystem skizziert.

Die Kalibrationsmessung im Zentrum von Sektion 7 ist hingegen in jedem Fall erfolgversprechend. Mit ihr geht aber ein großer Zeitaufwand einher: Sie ist nur im kalten Zustand durchführbar. Das anschließende Entfernen des Einlasses erfordert die Öffnung des Strahlrohrs und somit eine Wiedererwärmung mit anschließender Wiederabkühlung. Dieser Prozess würde mindestens zwei Monate dauern und den Zeitplan des Experiments verzögern. Eine Alternative wäre eine Kalibrationsmessung außerhalb der CPS. Um zu klären, ob dies mit hinreichender Genauigkeit durchführbar ist, sind ebenfalls Simulationen nötig.

4.2 Magnetfeldsimulationen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden für das beschriebene Messkonzept Magnetfeldsimulationen durchgeführt, die auf bereits vorhandene Arbeiten aufbauen [68]. Einerseits wird damit untersucht, ob von einer Messung des Magnetfelds auf die Position der supraleitenden Spulen geschlossen werden kann. Andererseits gilt es, die Notwendigkeit der Kalibrationsmessung zu analysieren.

Für die Simulation wurde das objektorientierte Framework KASSIOPEIA verwendet.² Es dient der theoretischen Berechnung der Bahnkurven von Teilchen in elektromagnetischen Feldern auf Basis der Programmiersprache C++ und ist Teil des Softwarepakets

²Für nähere Informationen siehe z. B. [69].

KASPER. Für eine Berechnung von Teilchenbahnen sind zwei KASPER-Pakete essentiell: KGeoBag ermöglicht die Definition einer Geometrie durch die sich das Teilchen bewegt und KEMField dient der Feldberechnung. Im Fall der CPS geschieht letzteres, indem das magnetische Feld nach zonalen Kugelflächenfunktionen entwickelt wird [71].

Auf dieser Basis simuliert KASSIOPEIA die Bahn eines frei wählbaren geladenen Teilchens durch das gesamte Experiment. Im vorliegenden Fall wurden Elektronen verwendet. Haben diese den kompletten Aufbau durchquert, kann der Nutzer sich die relevanten Parameter an einer beliebigen Position ausgeben lassen.

Die CPS-Geometrie wurde bereits in KGeoBag implementiert [72]. Nachträglich können Komponenten beliebig verschoben oder verkippt werden. Bei einer Verkippung kann man drei Euler-Winkel angeben (siehe Abbildung 4.3). In Tabelle 4.2 sind diese für die Verkippung von Spule 7 aufgeführt. Sie wurden aus den Messwerten von ASG gemäß

Tabelle 4.2: Eine Übersicht über die Parameter der Verkippung von Spule 7 [68]. Δx , Δy und Δz bezeichnen die Differenz zwischen den Koordinaten der Rück- und der Detektor-Seite der Magnetspule. Daraus sind die Euler-Winkel α , β und γ bestimmbar.

$\Delta x \text{ (mm)}$	∆ <i>y</i> (mm)	Δz (mm)	α (°)	β (°)	γ (°)
0,40	0,50	826,30	38,660	0,044	0

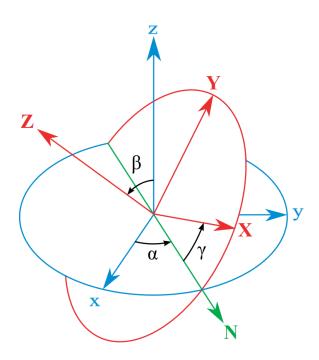


Abbildung 4.3: Die Drehung eines Koordinatensystems mit den Achsen x,y und z um die Euler-Winkel α,β und γ [73].

folgender Formeln berechnet:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right) \tag{4.1}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right) \tag{4.1}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{\Delta z}\right)$$

$$\gamma = 0$$
 (Axialsymmetrie). (4.3)

Analog wurden die Euler-Winkel für die anderen sechs Magnetspulen aus den Messwerten von ASG bestimmt.

Mit dieser Geometrie konnte das Magnetfeld aller drei Raumrichtungen für x = y = 0 m entlang der z-Achse in Sektion 7 der CPS simuliert werden (siehe Abbildung 4.4). Die B_z -Komponente ist erwartungsgemäß dominierend mit einem Betrag von einigen Tesla. Die Beträge der Komponenten B_x und B_y sind um drei Größenordnungen kleiner, sodass

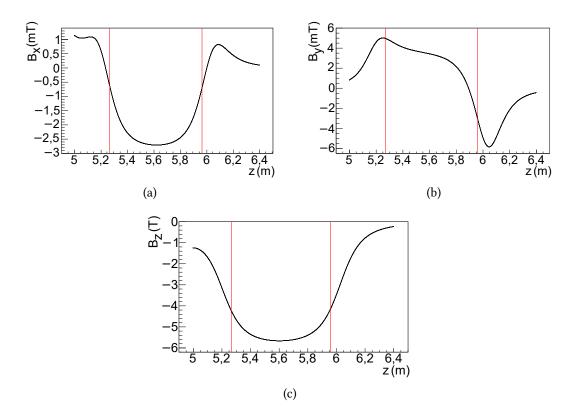


Abbildung 4.4: Die Magnetfeldkomponenten B_x (a), B_y (b) und B_z (c) der CPS-Sektion 7 bei x = y = 0 m und 5 m < z < 6,4 m. Die roten Linien markieren Anfang (z = 5,2651 m) und Ende (z = 5,9653 m) von Sektion 7. Für die Simulation wurden die von ASG gemessenen Maße und Positionen der Magnetspulen verwendet [67].

das Magnetfeld fast parallel zur z-Achse verläuft. Für die maximalen Beträge gilt:

$$|B_x|_{\text{max}} \approx 2.71 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

 $|B_y|_{\text{max}} \approx 5.90 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ (4.4)
 $|B_z|_{\text{max}} \approx 5.66 \text{ T}.$

In der Mitte der Sektion ($z=5,6152\,\mathrm{m}$) ist das Feld am homogensten, während es an den Enden mit einem starken Gradienten abfällt. Die Schwankungen über den gesamten Bereich liegen für B_z in der Größenordnung von mehreren Tesla und für B_x und B_y im Bereich einiger Millitesla. Bei den x- und y-Komponenten ist diese Inhomogenität in Relation zu den Beträgen noch größer als bei der z-Komponente. Diese Magnetfeldanteile könnten deshalb sensitiver als B_z auf eine Änderung der Spulenparameter reagieren. Diesen Effekt zu untersuchen ist wichtig, um zu klären, ob bei der vorgeschlagenen Magnetfeldmessung ein Rückschluss auf die Spulen-Positionen und -Geometrien möglich ist. Damit könnten die unsicheren Messangaben von ASG überprüft werden.

4.2.1 Simulation des Magnetfelds bei zusätzlicher Verkippung der Spulen

In Abbildung 4.5 ist der simulierte magnetische Flussschlauch in Sektion 7 der CPS-Geometrie dargestellt [68]. Bei den Berechnungen wurden die Spulen-Positionen gemäß den Korrekturen von ASG aus Tabelle 4.1 verwendet. Abbildung 4.5 zeigt die horizontale *x-z*-Ebene (a) und die vertikale *y-z*-Ebene (b). Da der magnetische Flussschlauch kreisförmig ist, sind damit alle anderen Ebenen festgelegt. In der horizontalen Ansicht kommt es zwar zu Engstellen, diese sind aber noch nicht so ausgeprägt wie in der vertikalen Ebene. Hier gibt es für den Flussschlauch kaum noch Toleranz nach oben. Wäre die Position der

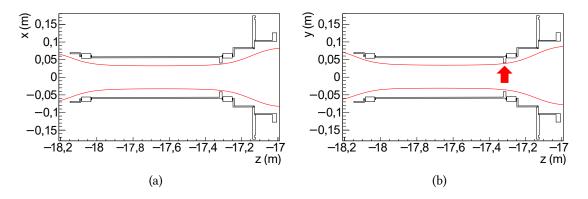


Abbildung 4.5: Der magnetische Flussschlauch in Sektion 7 der CPS in der horizontalen x-z-Ebene (a) und der vertikalen y-z-Ebene (b) [68]. Das Koordinatensystem stimmt mit dem der CPS überein, nur der Ursprung liegt hier im Zentrum des Hauptspektrometers. Man erkennt, dass der Flussschlauch in der x-z-Ebene zu beiden Seiten einen nahezu gleich großen Abstand zur CPS-Geometrie hat. In der y-z-Ebene liegt eine stärkere Asymmetrie vor. Dies führt zu einer kritischen Engstelle bei z = -17,308 m, in welcher sich der Flussschlauch bis auf 0,9 mm der Wand annähert.

Magnetspulen noch etwas ungünstiger, könnte es zu einer Kollision der Magnetfeldlinien mit dem oberen Teil der Wand kommen. Für die verwendeten Messergebnisse von ASG wurde ein maximaler Messfehler von $\pm 0,2$ mm angenommen. Im ungünstigsten Fall liegt also eine zusätzliche Verschiebung der Rückseite relativ zur Detektorseite um 0,4 mm vor. Bei der x-z-Ebene wäre das tolerierbar, in der y-z-Ebene nicht. Aus diesem Grund wird im Folgenden nur die y-Richtung als relevant angesehen.

Eine zusätzliche Verkippung um 0,4 mm in der y-Richtung kann in KGeoBag in Form der Euler-Winkel aus den Gleichungen (4.1) - (4.3) angegeben werden. Sie sind Tabelle 4.3 zu entnehmen. Die minimale Änderung der Werte von Δx und Δz wurde bei der Berechnung der Winkel vernachlässigt.

Mit dieser zusätzlichen Verkippung der Spule 7 wurde erneut das Magnetfeld in allen drei Raumrichtungen für x = y = 0 m an verschiedenen z-Positionen simuliert. Dabei gilt:

$$B_x^{\pm 0,2 \text{ mm}} = B_x^{\text{ASG}} + \Delta B_x$$

$$B_y^{\pm 0,2 \text{ mm}} = B_y^{\text{ASG}} + \Delta B_y$$

$$B_z^{\pm 0,2 \text{ mm}} = B_z^{\text{ASG}} + \Delta B_z$$

$$(4.5)$$

mit den Abweichungen ΔB . Der Wert $B^{\rm ASG}$ bezieht sich dabei auf das simulierte Magnetfeld mit den von ASG gemessenen Spulenpositionen (siehe Abbildung 4.4) und der Wert $B^{\pm 0,2\,\mathrm{mm}}$ auf die Feldstärke bei zusätzlicher Verkippung von Spule 7 um $\pm 0,2\,\mathrm{mm}$ in y-Richtung.

Die Differenzen ΔB sind in Abbildung 4.6 über der z-Koordinate aufgetragen. Der abgebildete Bereich deckt die zweite Hälfte von Sektion 7 ab, in der die Messung mit der Hall-Sonde geplant ist. Die Ergebnisse lassen erkennen, dass die Abweichungen stark mit der Position auf der z-Achse variieren. Für die maximalen Beträge gilt:

$$|\Delta B_x|_{\text{max}} \approx 3.76 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

 $|\Delta B_y|_{\text{max}} \approx 2.70 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ (4.6)
 $|\Delta B_z|_{\text{max}} \approx 1.65 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$

Diese Werte sind sehr klein, weswegen sie nur mit einer hohen Auflösung gemessen werden können. Die y-Komponente weist den größten Betrag auf, da die Magnetspule in y-Richtung verkippt wurde.

Wie bereits in Kapitel 4.1 erwähnt, beträgt die Messgenauigkeit der Hall-Sonde 1% auf alle

Tabelle 4.3: Eine Übersicht über die Parameter der Verkippung von Spule 7 mit einem zusätzlichem Fehler von $\pm 0,2$ mm auf der y-Koordinate. $\Delta x, \Delta y$ und Δz bezeichnen die Differenz zwischen den Koordinaten der Rück- und der Detektor-Seite der Magnetspule. Daraus sind die Euler-Winkel α, β und γ berechenbar.

$\Delta x \text{ (mm)}$	$\Delta y \text{ (mm)}$	Δz (mm)	α (°)	β (°)	γ (°)
0,40	0,90	826,30	23,962	0,068	0

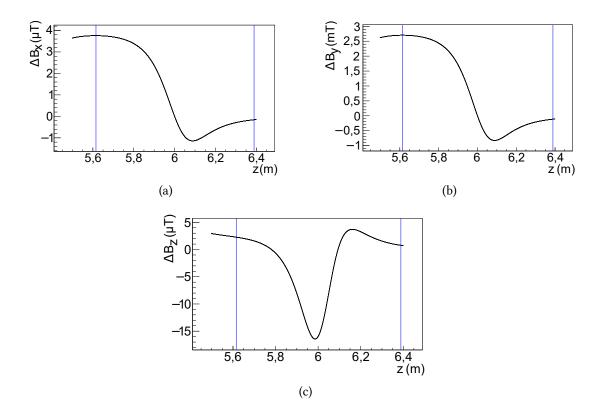


Abbildung 4.6: Die Differenzen ΔB_x (a), ΔB_y (b) und ΔB_z (c) zwischen den Magnetfeldstärken, die sich mit den von ASG gemessenen Werten ergeben und denen, die aus einer zusätzlichen Verkippung von Spule 7 in y-Richtung resultieren. Die blauen Linien markieren die Position des Zentrums von Sektion 7 ($z=5,6152\,\mathrm{m}$) und des Endflanschs V4 ($z=6,3890\,\mathrm{m}$). Somit ist der gesamte relevante Bereich für das Messkonzept aus Kapitel 4.1 abgedeckt. Für die anderen Koordinaten gilt $x=y=0\,\mathrm{m}$.

Raumrichtungen und in der Hauptachse sogar bis zu 0,1%. Um herauszufinden, in welchen Bereichen man mit dieser Genauigkeit sensitiv ist, sind die relativen Abweichungen $\Delta B_x/B_x$, $\Delta B_y/B_y$ und $\Delta B_z/B_z$ in Abbildung 4.7 über der z-Koordinate aufgetragen. Zusätzlich kennzeichnen horizontale Linien die Grenzen der Messauflösung. Werte innerhalb dieser Grenzen sind experimentell nicht zugänglich.

Betrachtet man die Abweichungen $\Delta B_x/B_x$, so sind die meisten Werte zu klein für eine Messung. Die Grenze von 1% wird lediglich an zwei Stellen überschritten, bei z=6,0016 m und z=6,0017 m. Hier betragen die Abweichungen $\Delta B_x/B_x=1,2\%$, bzw. $\Delta B_x/B_x=-1,5\%$, es handelt sich also um sehr kleine Werte, die gerade an der Grenze des experimentell zugänglichen liegen.

Bei $\Delta B_y/B_y$ verhält es sich anders. Hier übertreffen die Werte die Messgenauigkeit um mehrere Größenordnungen. Die Abweichungen in y-Richtung wären somit sehr gut messbar

In der Hauptachse sind die Werte für $\Delta B_z/B_z$ stets um ca. zwei Größenordnungen zu klein. Hier ist demnach kein messbarer Effekt zu erwarten.

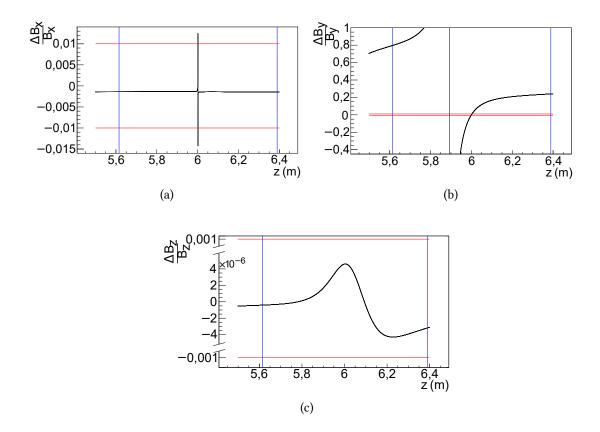


Abbildung 4.7: Die relativen Differenzen $\Delta B_x/B_x$ (a), $\Delta B_y/B_y$ (b) und $\Delta B_z/B_z$ (c) aufgetragen über der z-Koordinate. Die blauen Linien markieren die Position des Zentrums von Sektion 7 ($z=5,6152\,\mathrm{m}$) und des Endflanschs V4 ($z=6,3890\,\mathrm{m}$). Somit ist der gesamte relevante Bereich für das Messkonzept aus Kapitel 4.1 abgedeckt. Für die anderen Koordinaten gilt $x=y=0\,\mathrm{m}$. Die horizontalen roten Linien markieren die Grenzen der Messauflösung, die in der x und der y-Achse 1% und in der z-Achse 0,1% beträgt. Damit sind prinzipiell alle Werte messbar, die außerhalb des roten Bereichs liegen.

Als Fazit kann man festhalten, dass eine Messung von B_y mit einer Hall-Sonde sensitiv auf eine Verkippung der Spule 7 wäre. Auf das Magnetfeld in Sektion 7 haben jedoch auch die benachbarten Magnetmodule einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss. Aus diesem Grund wurden die eben beschriebenen Simulationen und Überlegungen auch für eine zusätzliche Verkippung von Magnetspule 6 um ± 0.2 mm in y-Richtung durchgeführt. Die Ergebnisse weisen qualitativ kaum Unterschiede zu einer exklusiven Verkippung von Spule 7 auf. An der grundlegenden Aussage der Untersuchung würde sich also nichts ändern. Der Einfluss einer Verkippung der Magnetspule 6 ist somit zu vernachlässigen. Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass es zumindest schwer sein wird, von der Magnetfeldmessung auf die Spulen-Position zu schließen. In der besprochenen Simulation wurde der maximal mögliche Fehler angenommen, die Verkippung kann daher in der Realität

³Für die Ergebnisse siehe Anhang A.1.

auch kleiner ausfallen. Selbst bei maximaler Verkippung ist die Messunsicherheit in der Hauptachse zu groß. Die x-Komponente des Magnetfelds ist nur schwer zugänglich, da sie von der Hall-Sonde nur an zwei Stellen gemessen werden könnte. Selbst dort überschreiten die Werte nur wenig den minimal messbaren Wert. Lediglich bei der y-Komponente wäre ein messbarer Effekt zu erwarten.

4.2.2 Simulation des Magnetfelds für die Kalibration

Bei der Kalibration zwischen Spulenstrom und Magnetfeld mit dem NMR-Sensor im Zentrum von Sektion 7 (x=y=0 m, z=5,6152 m) muss die Bedingung $\Delta B/B \leq 5\%$ erfüllt werden. Das entspricht der Erwartung, da innerhalb der Magnetspulen stets ein sehr homogenes Feld herrscht. Um den Zeit- und Arbeitsaufwand zu minimieren, wäre es aber günstiger, die Kalibration außerhalb der CPS durchzuführen, bspw. am Endflansch V4. Hier ist das Magnetfeld hingegen viel inhomogener als im Innern. Simulationen sollen Aufschluss geben, ob die Homogenität außerhalb trotzdem noch ausreichend ist, um die Forderung $\Delta B/B \leq 5\%$ zu erfüllen.

Für das Zentrum von Sektion 7 ($z=5,6152\,\mathrm{m},\,B=5,66\,\mathrm{T}$) und die Position am Endflansch V4 ($z=6,3890\,\mathrm{m},\,B=0,245\,\mathrm{T}$) sind die folgenden absoluten Ungenauigkeiten noch akzeptabel:

Zentrum Sektion 7:
$$\Delta B = 5\% \cdot 5,66 \text{ T} \approx 250 \text{ mT}$$

Endflansch V4: $\Delta B = 5\% \cdot 0,245 \text{ T} \approx 12,5 \text{ mT}.$ (4.7)

Es handelt sich dabei nur um grob gerundete Angaben, da zunächst nur eine erste Abschätzung angestrebt wurde. Mit diesen Werten folgen Toleranzen von ± 125 mT bzw. $\pm 6,25$ mT. Die NMR-Probe muss ausreichend genau positioniert werden, sodass die Messung im Rahmen dieser Abweichungen bleibt. Um das sicherzustellen wurden Magnetfeldberechnungen im Zentrum und am Endflansch durchgeführt. Aus den resultierenden Daten kann man ablesen, wie groß die Positionsabweichungen sind, damit das Magnetfeld um ΔB vom wahren Wert abweicht.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.4 aufgelistet. Sie beinhaltet jeweils eine Simulation für die Spulen-Position nach den Angaben von ASG und eine Simulation für eine zusätzliche Verkippung von Spule 6 und 7 um $0,4\,\mathrm{mm}$. Es wurden die axiale (z) und die radiale (r) Richtung untersucht. Im Zentrum von Sektion 7 ist das Magnetfeld sehr homogen und dementsprechend überschreitet man erwartungsgemäß die Toleranzen erst bei einigen Zentimetern Abstand vom eigentlichen Messpunkt.

Für eine Messung außerhalb der CPS sind die Werte am Endflansch V4 interessant. Auch hier ist das Magnetfeld in der radialen Richtung über einige Zentimeter stabil. Kritisch wird es erst in der Hauptachse. Hier hat man nur ca. 5 mm Spielraum. Trotzdem ist das mehr als ausreichend für den NMR-Sensor, der eine Auflösung von 160 ppm hat. Zwischen den Ergebnissen für die Positionsangaben des Herstellers und der zusätzlichen Verkippung gab es keinen qualitativen Unterschied.

Tabelle 4.4: Die Toleranzen auf die Positionsgenauigkeit der Kalibrationsmessung für Abweichungen im Magnetfeld von $\Delta B = \pm 250\,\mathrm{mT}$ (Zentrum Sektion 7) und $\Delta B = \pm 12,5\,\mathrm{mT}$ (V4). Dabei bezeichnet r den radialen Abstand zur Strahlachse z. Die Ergebnisse sind für eine Simulation mit den Spulen-Positionen nach ASG und mit einer zusätzlichen Verkippung der Spulen 6 und 7 um 0,4 mm angegeben.

	Verkippung nach ASG	Zusätzliche Verkippung um 0,4 mm
Zentrum Sektion 7	$\Delta r = 14.1 \mathrm{cm}$	$\Delta r = 14.1 \mathrm{cm}$
(r = 0 m, z = 5,6152 m)	$\Delta z = \begin{cases} +13.3 \text{ cm} \\ -15.2 \text{ cm} \end{cases}$	$\Delta z = \begin{cases} +13.3 \text{ cm} \\ -15.2 \text{ cm} \end{cases}$
		$\Delta z = \begin{pmatrix} -15,2 \text{ cm} \end{pmatrix}$
Endflansch V4	$\Delta r = 6,78 \mathrm{cm}$	$\Delta r = 6,79 \mathrm{cm}$
(r = 0 m, z = 6,3890 m)	$\Delta z = \begin{cases} +5.1 \text{ mm} \\ -4.9 \text{ mm} \end{cases}$	$\Delta z = \begin{cases} +5.1 \text{ mm} \\ -4.9 \text{ mm} \end{cases}$
	$-4.9 \mathrm{mm}$	$-4.9 \mathrm{mm}$

Als Resultat dieser Diskussion ist festzuhalten, dass die Messung des Magnetfelds durch einen NMR-Sensor mit einer Genauigkeit von $\Delta B/B \leq 5\%$ auch außerhalb der CPS direkt am Endflansch V4 durchgeführt werden kann. Eine Öffnung des Strahlrohrs ist damit nicht mehr nötig.

4.2.3 Simulation des Magnetfelds bei verschiedenen Spulen-Längen

Einen weiteren Effekt auf das Magnetfeld in der CPS könnte eine Spulen-Länge haben, die von den Konstruktionsvorgaben abweicht. Dieser Fall wurde ebenfalls simuliert, um sichergehen zu können, dass auch dann die Ergebnisse der vorangegangenen Simulationen noch zutreffen.

Die Länge von Spule 7 beträgt laut den Herstellerangaben l=82,63 cm mit einem Fehler von ± 1 mm. Das Magnetfeld im Zentrum von Sektion 7 und am Endflansch V4 wurde jeweils mit Spulen der Länge $l\pm 1$ mm simuliert. Wie sich diese Längenänderung auf die Feldstärke auswirkt, ist Tabelle 4.5 zu entnehmen.

Tabelle 4.5: Die Änderungen der magnetischen Feldstärke für eine Längenänderung von Spule 7 um ±1 mm. Die Ergebnisse sind bei einer zusätzlichen Verkippung der Spule um 0,4 mm identisch.

	$\Delta l = +1 \mathrm{mm}$	$\Delta l = -1 \mathrm{mm}$
Zentrum Sektion 7	$B = 5,654 \mathrm{T}$	$B = 5,666 \mathrm{T}$
(r = 0 m, z = 5,6152 m)	$\Delta B = -6 \mathrm{mT}$	$\Delta B = +6 \mathrm{mT}$
Endflansch V4	$B = 0,24561 \mathrm{T}$	$B = 0,24486 \mathrm{T}$
(r = 0 m, z = 6,3890 m)	$\Delta B = +0.37 \text{ mT}$	$\Delta B = -0.38 \mathrm{mT}$

Die Auswirkungen bewegen sich für das Zentrum von Sektion 7 und den Endflansch im Bereich von 1 mT bzw. 0,1 mT. Diese Änderung ist kaum noch mit einer Hall-Sonde aufzulösen und kann vernachlässigt werden.

4.3 Fazit

Die Simulationen des Magnetfelds haben ergeben, dass eine Kalibrationsmessung auch mit hinreichender Genauigkeit außerhalb der CPS möglich ist. Zusätzlich wäre eine Abweichung der Spulen-Position in der y-Komponente des Magnetfelds mit hoher Genauigkeit messbar. In den x- und z-Komponenten des Magnetfelds wäre der Effekt hingegen zu klein. Ein möglicher Konstruktionsfehler bei der Länge der Spule 7 in der Größenordnung ± 1 mm würde das Magnetfeld außerdem kaum beeinflussen.

Aufgrund dieser Ergebnisse wurde das in Kapitel 4.1 beschriebene Konzept verworfen. Eine Kalibrationsmessung außerhalb der CPS erfolgte nicht. Stattdessen wurde auf Ergebnisse einer Kalibrationsmessung zurückgegriffen, die vor dem Einbau der Spulen in die CPS mit einer Genauigkeit von etwa 1% durchgeführt wurde. Dies verringerte den zeitlichen Aufwand erheblich.

Allerdings ist die genaue Position der Magnetspulen nun weiterhin unbekannt und experimentell nicht zugänglich. Es besteht damit immer noch ein Restrisiko für den adiabatischen Transport der Elektronen. Zuverlässige Aussagen lassen sich erst treffen, wenn das Experiment zum ersten Mal den Betrieb aufnimmt.

5 Simulation des Gasflusses in der kryogenen Pumpstrecke

Neben dem adiabatischen Transport der Elektronen ist die Hauptaufgabe der CPS die Reduktion des Tritium-Flusses um mindestens sieben Größenordnungen auf eine Flussrate von weniger als $10^{-14}\,\mathrm{mbar}\cdot\ell/\mathrm{s}$. Diese Anforderung kann nicht durch handelsübliche Vakuumpumpen erfüllt werden. Stattdessen wird das Prinzip der Kryosorption genutzt. Bei diesem Prozess gibt es einige wichtige Kenngrößen, die aktuell noch nicht gemessen wurden, aber für den reibungslosen Ablauf des Pumpvorgangs relevant sind. Zum augenblicklichen Zeitpunkt können nur Simulationen ein besseres Verständnis liefern.

Diese Simulationen und ihre Ergebnisse sind Gegenstand des vorliegenden Kapitels. Nach der Beschreibung der physikalischen und technischen Grundlagen wird ein eigens

erarbeitetes Konzept zur Simulation der komplexen Phänomene in der CPS vorgestellt. Darin werden zeitabhängige, elementare Prozesse integriert, die zur Bestimmung des Reduktionsfaktors unabdingbar sind. Ferner sind die Simulationen notwendig, um aus experimentell zugänglichen Größen auf den Reduktionsfaktor schließen zu können.

Da es sich um eine neuartige Vorgehensweise handelt, wurde das zugrundeliegende Prinzip zunächst in diversen Test-Simulationen überprüft und mit den daraus gewonnenen Erkenntnissen verbessert.

Anschließend konnten mit dem optimierten Konzept weitere Simulationen durchgeführt werden. Die für den Betrieb der CPS relevanten Ergebnisse werden vorgestellt. Es folgt eine kritische Beurteilung der Resultate.

Eine Grundannahme bei diesen Studien ist stets eine homogene Temperaturverteilung entlang des Strahlrohrs der CPS. Die Auswirkungen einer inhomogenen Temperaturverteilung werden ebenfalls diskutiert.

Den Abschluss bildet eine Simulation der Wahrscheinlichkeit, dass Tritium nach einer Desorption am Kaltventil bis in das Vorspektrometer gelangt.

5.1 Kryosorption

Die Kryosorption ist eine physikalische Adsorption von Gasmolekülen auf einer kondensierten Oberfläche. Dabei gehen die Moleküle in einer exothermen Reaktion eine Van-der-Waals-Bindung ein. Die schwache Bindung zwischen adsorbierten Molekülen (Adsorbat) und Oberfläche (Adsorbens) erfordert tiefe Temperaturen. Der genaue Pumpvorgang kann in folgende Schritte unterteilt werden [74]:

1. Ein Gasteilchen trifft unter einem bestimmten Einfallswinkel auf den Adsorbens.

- 2. Mit der Wahrscheinlichkeit α (Stickingkoeffizient) wird das Molekül adsorbiert. Eine Reflexion findet mit der Wahrscheinlichkeit $1-\alpha$ statt.
- 3. Das adsorbierte Teilchen diffundiert längs der Oberfläche sowie in tiefere Lagen der Kondensatschicht.
- 4. Nach der charakteristischen Verweildauer τ_{des} kommt es zu einer Desorption. Das erfordert die Bindungsenergie E_B . Das Teilchen bewegt sich danach wieder frei im Vakuum, kann aber zum wiederholten Mal an einer anderen Stelle adsorbiert werden.

Einer auf diesen Vorgängen basierenden Pumpe kann eine Pumpleistung $S=\dot{V}$ zugewiesen werden. Sie ist ein Maß für das pro Zeit abgepumpte Volumen eines Gases bei Temperatur T und Druck p. Bei einer Kryopumpe ist diese Größe keine Konstante. Das hängt damit zusammen, dass nicht beliebig viele Moleküle gebunden werden können, da der Adsorbens irgendwann ein Bedeckungsmaximum erreicht. Der Bedeckungsgrad ist definiert als [74]:

$$\theta = \frac{\text{Anzahl der besetzten Adsorptionsplätze}}{\text{Anzahl der vorhandenen Adsorptionsplätze}}.$$
 (5.1)

Mit wachsendem Bedeckungsgrad sinkt α von einem anfänglichen Wert α_0 auf den finalen Wert Null. Dies kann in erster Näherung durch den Zusammenhang $\alpha = \alpha_0 \cdot (1 - \theta)$ beschrieben werden [75]. Damit verringert sich auch das Saugvermögen immer mehr. Das Bedeckungsmaximum nennt man Kapazität des Adsorbens. Eine effiziente Kryopumpe hat eine hohe Kapazität und Pumpleistung. Für die langfristige Rückhaltung von Molekülen ist zusätzlich die charakteristische Desorptionszeit [74] wichtig:

$$\tau_{\rm des} = \tau_0 \cdot e^{\frac{E_B}{RT}}.\tag{5.2}$$

Es handelt sich um die statistisch gemittelte Zeit zwischen Adsorption und Re-Desorption des Adsorbats. Sie hängt von der Schwingungsdauer senkrecht zur kondensierten Oberfläche $\tau_0 \approx 10^{-13}\,\mathrm{s}$ [74], der universellen Gaskonstante $R=8,314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$, der Betriebstemperatur T und der molaren Bindungsenergie E_B ab. Bei der Kryosorption sind Bindungsenergien von $E_B < 2\,\mathrm{kJ/mol}$ [74] üblich.

In der CPS ist die endgültige Betriebstemperatur noch nicht festgelegt. Sie bewegt sich im Bereich T=3 - 4,5 K [76], was die charakteristische Desorptionszeit über mehrere Größenordnungen unbestimmt lässt. Die Kryopumpe nutzt als Adsorbens kondensiertes Argon. Als Unterlage ist eine dünne Gold-Schicht über dem Edelstahl des Strahlrohrs vorhanden (siehe Abbildung 5.1). Das Argon wird präpariert, indem es in gasförmigem Zustand durch kleine Öffnungen in den Einlass-Kapillaren in das Strahlrohr gelangt und auf der Gold-Oberfläche kondensiert. So bildet sich eine poröse Schicht von wenigen Mikrometern Dicke. Die Verwendung von Argon bietet viele Vorteile. Als Edelgas ist es chemisch inaktiv und hat eine hohe Wärmeleitfähigkeit, sodass es effektiv zusammen mit der Kryo-Oberfläche gekühlt werden kann. Durch die Ausbildung einer porösen Struktur vergrößert sich die effektive Oberfläche, was eine höhere Bedeckung ermöglicht. Außerdem ist für KATRIN von besonderer Bedeutung, dass es möglich ist, die Argon-Schicht

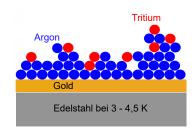


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der Kryosorption in der CPS (mit Änderungen entnommen aus [77]). Das Tritium geht eine Van-der-Waals-Bindung mit dem kondensierten Argon ein und wird so abgepumpt. Eine Gold-Schicht sorgt für eine saubere und wärmeleitende Unterlage für den Adsorbens.

alle 60 Tage durch eine Erwärmung des Strahlrohrs auf 100 K komplett zu entfernen und neu aufzutragen. Durch diese Maßnahme wird die Tritium-Aktivität der Schicht unter 1 Ci gehalten und ihre Pumpeigenschaften werden erneuert.

Mit dem Prinzip der Kryosorption, Argon als Adsorbens und der speziellen Geometrie der CPS ist die effektive Rückhaltung von Tritium möglich. Die entscheidende Größe hierfür ist der Reduktionsfaktor, der als Quotient aus Tritium-Flussrate am Eingang $Q_{\rm in}$ und Tritium-Flussrate am Ausgang $Q_{\rm out}$ definiert ist. Er muss die Bedingung

$$R = \frac{Q_{\rm in}}{Q_{\rm out}} > 10^7 \tag{5.3}$$

erfüllen. Um die Einhaltung dieser Bedingung zu testen, kann man den Gasfluss mit Molflow+ simulieren.

5.2 Molflow+

Molflow+ ([78], [79]) ist ein TPMC¹-Programm für Windows zur Simulation des Gasflusses in komplexen Geometrien im Molekularflussbereich ($p < 10^{-3}$ mbar). Die aktuelle Version wurde 2008 am Europäischen Kernforschungszentrum CERN entwickelt und basiert auf der Erzeugung von Monte-Carlo-Zufallszahlen. Der Name leitet sich vom molekularen Fluss ab, der eine Strömung im Vakuum beschreibt, bei der die Teilchen ausschließlich mit den Wänden und nicht untereinander wechselwirken. Dies ist eine gute Näherung für die Strömungen in der CPS.

Um mit einem komplexen Vakuumsystem wie der CPS simulieren zu können, wird zunächst eine Geometrie benötigt. Diese kann unabhängig von Molflow+ in einem CAD-Programm erstellt und anschließend importiert werden. Die Verarbeitung in Molflow+ erfolgt gemäß der Finite-Elemente-Methode. D. h. die Geometrie wird in Polygone zerlegt, sogenannte *Facets*. Sie werden zu einer Gesamtoberfläche des Vakuumsystems zusammengefasst. Dieser Vorgang kann zu offenen Stellen in der Oberfläche führen, den sogenannten Lecks. Den *Facets* können verschiedene Parameter zugewiesen werden, die als Randbedingungen für die Simulation dienen:

¹ Test Particle Monte Carlo.

- Ein *Facet* kann als ein- oder zweiseitig definiert werden. Damit ist die Fläche sensitiv auf die Bewegungsrichtung von Testteilchen.
- Eine Desorption ist mit der Festlegung einer Ausgasrate einstellbar. Die Menge an desorbierenden Teilchen von einer Fläche ist proportional zur Rechenleistung der verwendeten CPU. Erfolgen Desorptionen von mehreren *Facets*, skaliert die jeweilige Anzahl an desorbierten Teilchen mit der definierten Ausgasrate.
- Der Stickingkoeffizient $\alpha \in [0,1]$ einer *Facet* entspricht der Wahrscheinlichkeit, ein auftreffendes Teilchen zu adsorbieren. Dieser Wahrscheinlichkeit entspricht die Pumpleistung S.
- Die Opazität (Undurchlässigkeit) ∈ [0,1] ist für auftreffende Teilchen die Wahrscheinlichkeit, mit der sie an einer Fläche reflektiert werden, anstatt sie zu durchdringen.
- Die Reflexionsart entscheidet darüber, unter welchem Winkel Teilchen an einer *Facet* reflektiert werden. Hier bietet Molflow+ die Einstellungen *diffus* und *spiegelnd*.

Will man in der existierenden Geometrie zusätzliche Flächen einfügen, kann man einzelne Punkte definieren, die Vertices. Werden diese durch Linien verbunden, entsteht eine neue Fläche. Die Vertices einer Fläche heißen Indizes.

Sind alle Rahmenbedingungen festgelegt, kann die Simulation gestartet werden. Der Rechenprozess von Molflow+ ist folgendermaßen unterteilbar:

- 1. Teilchen desorbieren von den festgelegten *Facets* entsprechend ihrer Ausgasrate in eine vom Zufallsgenerator bestimmte Richtung und werden durch die Geometrie verfolgt.
- 2. Die Teilchen werden an den *Facets* des Systems entweder reflektiert oder adsorbiert, je nach definiertem Stickingkoeffizient α . Bei einer Adsorption werden sie in den weiteren Berechnungen ignoriert und ein neues Teilchen kann desorbieren. Mit der Wahrscheinlichkeit 1- α erfolgt eine Reflexion des Teilchens und die Berechnung seiner Trajektorie wird fortgesetzt. Im ungünstigsten Fall treffen Teilchen auf Lecks zwischen den Flächen und verlassen die Geometrie. Es gilt daher, die Anzahl solcher offenen Stellen im Modell frühzeitig zu minimieren.
- 3. Man kann die Simulation jederzeit stoppen und später wieder aufnehmen. Am Ende gibt es für jedes *Facet* drei Ausgaben: die Anzahl an aufgetroffenen Teilchen (*Hits*) sowie die Anzahl an Adsorptionen und Desorptionen. Da es sich um einen Zählprozess handelt, ist die Poisson-Statistik anzuwenden, die jeder Anzahl N einen statistischen Fehler \sqrt{N} zuweist. Je länger die Simulationsdauer ist, desto kleinere relative Fehler sind zu erwarten.

Nach der Simulation können die Ausgabeparameter genutzt werden, um damit Größen wie die Transmissionswahrscheinlichkeit des Systems oder den Druck an einer bestimmten Stelle zu berechnen.

Ein Nachteil dieses Prinzips ist, dass nur schwerlich zeitabhängige Prozesse simuliert

werden können. In der CPS spielen diese jedoch eine große Rolle, wie im nächsten Kapitel dargestellt wird.

5.3 Bisherige Gasfluss-Simulationen

Im Rahmen einer Doktorarbeit gab es bereits Bestrebungen, mit einer Molflow-Simulation den Reduktionsfaktor aus Gleichung (5.3) zu bestimmen [61]. Die CPS-Geometrie wurde zu diesem Zweck basierend auf technischen Zeichnungen im CAD-Programm Autodesk Inventor erstellt und anschließend in Molflow+ importiert (siehe Abbildung 5.2). Der Stickingkoeffizient der Flächen V2 und V4 wurde auf den Wert $\alpha=1$ gesetzt. Die Kaltfalle in den Sektionen 2 - 5 ist mit Argon beschichtet und wurde für Deuterium und Tritium mit einem Stickingkoeffizient $\alpha=0.7$ beschrieben. Eine Desorption findet nur von V2 statt. Das entspricht dem Gaseinlass, der aus der DPS kommt. Der Desorptionswinkel folgt einer Kosinus-Verteilung. Die Anzahl an desorbierten Teilchen dividiert durch die Anzahl an adsorbierten Teilchen an V4 ergibt den Reduktionsfaktor:

$$R = \frac{D_{V2}}{A_{V4}}. (5.4)$$

Bei dieser komplexen Geometrie und der hohen Stickingwahrscheinlichkeit kommt, unter Annahme von Bedingung (5.3), von 10^7 desorbierenden Teilchen höchstens eines bei V4 an. Für eine angestrebte statistische Unsicherheit von 10% müssen mindestens 100 Teilchen am Ausgang gezählt werden. Das erfordert mehr als 10^9 Desorptionen an V2 und damit eine enorme Rechenzeit.

Aus diesem Grund wurde die CPS-Geometrie in vier Teilen simuliert (siehe Abbildung 5.2 und Tabelle 5.1). Sie werden durch die zusätzlich eingefügten Hilfsflächen H_1 - H_4 begrenzt. Es handelt sich um zweiseitige *Facets*, deren Normalenvektoren sowohl flussabwärts in Richtung Vorspektrometer (+) als auch flussaufwärts in Richtung DPS (-) zeigen. Dadurch ist es möglich, die *Hits* auf einer Fläche H_i in Richtung Vorspektrometer (H_{i+}) zu zählen. Dies entspricht der Anzahl an Teilchen, welche den betrachteten Teil der CPS verlassen. Die Desorption fand für jeden Teil entsprechend am jeweiligen Eingang statt.

So ist die Berechnung einer Transmissionswahrscheinlichkeit für jeden Abschnitt möglich:

$$P_i = \frac{\text{Gezählte Teilchen am Ausgang}}{\text{Gezählte Teilchen am Eingang}}.$$
 (5.5)

Die Transmissionswahrscheinlichkeit für die gesamte CPS ergibt sich als Produkt:

$$P = \Pi_i P_i = \frac{H_{2+}}{D_{V2}} \cdot \frac{H_{3+}}{H_{2+}} \cdot \frac{H_{4+}}{H_{3+}} \cdot \frac{A_{V4}}{H_{4+}} = (6.78 \pm 0.94_{\text{stat}} \pm 1.93_{\text{sys}}) \cdot 10^{-17}. \tag{5.6}$$

Der Kehrwert dieses Ergebnisses entspricht dem Reduktionsfaktor, der also im Bereich von 10^{17} liegt. Das sind zehn Größenordnungen mehr als verlangt.

Bewertung

Für eine erste Abschätzung des Reduktionsfaktors ist das beschriebene Simulationsprinzip sicherlich geeignet. Es vernachlässigt jedoch sämtliche zeitabhängigen Phänomene der CPS, für die Molflow+ nicht ausgelegt ist. Sie sind im Folgenden aufgeführt ([74], [75]).

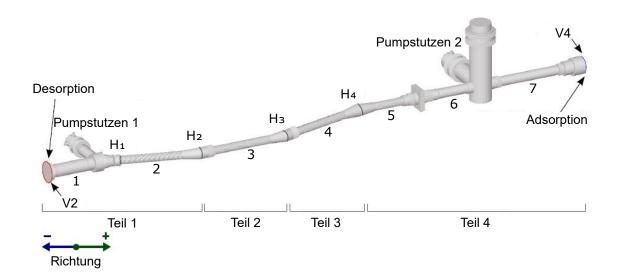


Abbildung 5.2: Das in Molflow+ importierte Modell des CPS-Strahlrohrs (mit Änderungen entnommen aus [61]). Es sind die Ventile V2 und V4 am Ein- und Ausgang gekennzeichnet, sowie die Sektionen 1 - 7, die beiden Pumpstutzen und die zusätzlichen Hilfsflächen H_1 , H_2 , H_3 und H_4 . Sie begrenzen die vier Teile in welche die Geometrie für die Simulation zerlegt wird. An V2 findet der Gaseinlass in Form einer Desorption statt. In den Sektionen 2 - 5 befindet sich die Kaltfalle. Der Gasauslass findet durch eine Adsorption an V4 statt.

Tabelle 5.1: Überblick über die vier Simulationen zur Bestimmung des Reduktionsfaktors der CPS. Die zugewiesenen Stickingkoeffizienten α der Facets V2 und V4 sowie der Argon-Schicht sind angegeben.

Simulierter Teil der CPS	Desorption	Eingang	Ausgang	$lpha_{ m V2}$	$\alpha_{\rm Ar}$	$lpha_{ m V4}$
1	V2	V2	H_2	1	0,7	1
2	H_1	H_2	H_3	1	0,7	1
3	${\sf H}_2$	H_3	H_4	1	0,7	1
4	H_3	H_4	V4	1	0,7	1

1. **Zeitliche Änderung des Bedeckungsgrads:** Im Laufe der Zeit nimmt der Bedeckungsgrad θ aus Gleichung (5.1) für die Argon-Schicht immer mehr zu. Dadurch werden Stickingkoeffizient und damit Pumpleistung immer geringer. Dieser Effekt wird mit der Zeit für immer größere Teile der Argon-Schicht relevant. Die weit flussabwärts liegenden Teile des Adsorbens nehmen zu Beginn nur wenige Moleküle auf, da diese schon direkt hinter dem Einlass abgepumpt werden. Sind die Flächenelemente dort jedoch vollständig bedeckt, so adsorbieren an ihnen keine Moleküle mehr und auch im hinteren Teil der CPS wächst der Bedeckungsgrad. Für $t \to \infty$ ist der Bedeckungsgrad $\theta = 1$ für die gesamte Kaltfalle und damit die Pumpleistung $S = 0 \, \ell/\mathrm{s}$.

- 2. **Re-Desorption des Adsorbats:** Einmal adsorbierte Moleküle haften nicht für ewig am Adsorbens, wie das etwa in einer Molflow-Simulation der Fall ist. Nach einer charakteristischen Zeit τ_{des} erfolgt im Mittel eine Re-Desorption.
- 3. **Diffusionsprozesse adsorbierter Moleküle:** Die Moleküle des Adsorbats können sowohl entlang der Oberfläche als auch in tiefere Schichten des Adsorbens diffundieren.

Die Vorgänge 1 und 2 sorgen für eine größere Transmissionswahrscheinlichkeit als in Gleichung (5.6) angegeben. Damit ist ein niedrigerer Reduktionsfaktor zu erwarten. Abweichungen vom Ergebnis werden dabei mit fortschreitender Zeit immer signifikanter. Der unter 3 genannte Prozess wurde bis jetzt noch nicht eingehender untersucht und wird auch im Folgenden vernachlässigt. Die Auswirkung von thermischen Diffusionsprozessen abzuschätzen ist schwer, da sie nicht gerichtet sind. Eine Diffusion in das Adsorbens hinein ist dabei ein wünschenswerter Effekt, da so die maximal mögliche Bedeckung der Argon-Schicht wächst und die unter 1 und 2 genannten Prozesse verzögert werden.

Ein weiteres Problem ist der Raumwinkel, unter dem die Teilchen in einen jeweiligen Abschnitt eintreten. Bei einer Desorption folgt er einer Kosinus-Verteilung. Das entspricht aber nicht der Verteilung bei einem Eintritt der Moleküle in einen der vier Teile der CPS, da sie vorher mindestens einmal an den Wänden reflektiert wurden. Die Geschwindigkeitsverteilung ist deswegen vorwärts gerichtet.

Um diesem Effekt entgegenzuwirken wurde für die Desorption immer die Fläche vor dem eigentlichen Einlass ausgewählt. Zum Beispiel fand bei der Simulation von Teil 2 der CPS die Desorption von $Facet\ H_1$ statt (vgl. Abbildung 5.2). Diese Maßnahme verringert den systematischen Fehler, welcher mit der Einteilung in vier Abschnitte einhergeht, eliminiert ihn aber nicht gänzlich. Die Winkelverteilung unterscheidet sich weiterhin von einer, bei der die Moleküle schon bei V2 in das System eintreten.

Die Anschlussbedingungen an die Nachbarkomponenten DPS und Vorspektrometer wurden durch Stickingkoeffizienten von Eins an V2 und V4 beschrieben. Für V4 ist das eine geeignete Wahl, da das Vorspektrometer mit 1,68 m [80] einen viel größeren Durchmesser hat, als das CPS-Strahlrohr in Sektion 7 mit 11,2 cm [61]. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Molekül wieder in die CPS eintritt, ist also gering. Bei V2 hingegen schließt sich flussaufwärts der *Pumping Port 5* (DPS-PP5) an, welcher vergleichbare Abmessungen wie das CPS-Strahlrohr in Sektion 1 hat. Hier kann ein Teilchen also durchaus mehrmals zwischen CPS und DPS hin und her wandern ohne so weit vorzudringen, dass es von der TMP im letzten Pumpstutzen der DPS abgepumpt wird. Die Pumpleistung an V2 sollte also kleiner als Eins sein.

Aufgrund der aufgeführten Mängel wurde ein neues Simulationskonzept erarbeitet, das zwar auf dem beschriebenen Prinzip aufbaut, jedoch vor allem in der Analyse einen völlig neuen Weg einschlägt.

5.4 Ziel der neuen Simulationen

Das neu erarbeitete Simulationskonzept hat ein besseres Verständnis der Pumpvorgänge in der CPS zum Ziel. Zu diesem Zweck ist eine Simulation des Gasflusses mit hoher Statistik erforderlich.

Die im vorherigen Kapitel beschriebene Simulation dieses Gasflusses hatte einen zeitunabhängigen Reduktionsfaktor R als Ergebnis. Aussagekräftiger wäre jedoch ein zeitabhängiger Reduktionsfaktor R(t). Nur so kann festgestellt werden, ob die Pumpleistung der CPS auch nach einer Messperiode von 60 Tagen noch ausreichend ist. Von den zeitabhängigen Phänomenen soll insbesondere die Desorption des Adsorbats mit einbezogen werden. Dieser Vorgang wird im Wesentlichen von der aktuell noch unbekannten charakteristischen Desorptionszeit $\tau_{\rm des}$ von Tritium auf Argon bestimmt. Diese hängt stark von der Temperatur der Argon-Schicht ab.

Weiterhin werden die Simulationen vor dem Hintergrund der für 2017 geplanten Inbetriebnahmemessungen der CPS durchgeführt. Unter anderem ist eine Bestimmung des Reduktionsfaktors mit D_2 -Molekülen geplant. Über mehrere Stunden soll ein konstanter Massenfluss $Q_{\rm in}$ in die CPS eingespeist werden. Die Gasmenge ist dabei äquivalent zu der erwarteten Menge eines Betriebs von 60 Tagen.

Mit einer Messung des Absolutdrucks an den Pumpstutzen 1 und 2 kann das Druckverhältnis $p_{\rm PP1}/p_{\rm PP2}$ in Abhängigkeit der Zeit bestimmt werden. Eine direkte Messung des Reduktionsfaktors R ist nicht möglich. Um einen Zusammenhang $R=k(t)\cdot p_{\rm PP1}/p_{\rm PP2}$ zwischen beiden Größen herzustellen, ist die Simulation des Proportionalitätsfaktors k(t) erforderlich. Es ist vorgesehen, das Druckverhältnis $p_{\rm PP1}/p_{\rm PP2}$ unter den Bedingungen der Inbetriebnahmemessungen und den Reduktionsfaktor R unter den Bedingungen des Standardmessbetriebs von KATRIN zu simulieren. Diese Szenarien unterscheiden sich durch die Stellung der Ventile V2 und V4. Liegen zeitabhängige Simulationsergebnisse für beide Größen vor, ergibt der Quotient den Faktor k(t).

Der zeitliche Verlauf des Reduktionsfaktors ist zusätzlich abhängig von verschiedenen Parametern der Argon-Schicht wie α und $\tau_{\rm des}$. Ihr Einfluss kann wie folgt beschrieben werden.

- Stickingkoeffizient α : Der exakte Zusammenhang zwischen dem Stickingkoeffizient der Argon-Schicht und dem Reduktionsfaktor der CPS ist nicht bekannt. Naheliegend ist jedoch, dass ein größerer Wert von α zu einem größeren Reduktionsfaktor führt. Für sinkende α sollte sich der Reduktionsfaktor einem Minimum annähern, der für $\alpha=0.0$ gegeben ist. In der Simulation mit Molflow+ muss ein konstanter Wert für den Stickingkoeffizienten angenommen werden, obwohl er eine Funktion des Bedeckungsgrads ist. Um ebenfalls Effekte von variierenden α -Werten analysieren zu können, sind mehrere Simulationen mit verschiedenen Stickingkoeffizienten vorgesehen.
- Charakteristische Desorptionszeit τ_{des} : Für niedrige Werte von τ_{des} fällt der Reduktionsfaktor mit der Zeit rapide ab. Bei $\tau_{des} \to \infty$ bleibt der Reduktionsfaktor über der Zeit konstant, solange der Bedeckungsgrad noch so gering ist, dass α = konst. gegeben ist.

Mithilfe eines Vergleichs zwischen experimentellem und theoretischem Reduktionsfaktor können diese Parameter voraussichtlich bestimmt oder zumindest eingrenzt werden.

5.5 Konzept

Die bereits in Molflow+ importierte Geometrie der CPS (siehe Abbildung 5.2) wurde zunächst übernommen. Die Simulation des Gaseinlasses durch eine Desorption von V2 blieb ebenfalls identisch. Für die Berücksichtigung der Re-Desorption der Tritium-Moleküle wurde die Kaltfalle, d. h. die Sektionen 2 - 5, in 102 einzelne Segmente der Länge 3,2 cm unterteilt. Das entspricht in einem Strahlrohr-Element vier hintereinander liegenden Lamellen. Diese Auswahl stellt einen Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand dar. In den Konen der CPS setzt sich die Oberfläche aus anderen Polygonen als in der Mitte der Elemente zusammen, dort konnte diese standardisierte Länge deswegen nicht eingehalten werden. Somit variieren die insgesamt 102 Segmente etwas in der Länge. Sie verteilen sich folgendermaßen auf die CPS-Sektionen:

• **Sektion 2:** Segment 1 - 27,

• **Sektion 3:** Segment 28 - 57,

• Sektion 4: Segment 58 - 88,

• **Sektion 5:** Segment 89 - 102.

Es sind 102 Simulationen vorgesehen, in der die Teilchen von jeweils einem der Segmente desorbieren. Zusätzlich sind vier Simulationen nötig, um den Gaseinlass gemäß dem in Kapitel 5.3 beschriebenen Konzept zu modellieren. Insgesamt sind also 106 Simulationen vorgesehen. Bei jeder einzelnen davon wird für jedes Segment i die Anzahl der $Hits\ N_{\rm hit,i}$ und Adsorptionen $N_{\rm ads,i}$ berechnet. Bei bekannter Gesamtanzahl an Desorptionen $N_{\rm des}$ pro Simulation lassen sich zweierlei Wahrscheinlichkeiten berechnen.

- $U_{\mathbf{des,j}}^{\mathbf{ads,i}} = \frac{N_{\mathbf{ads,i}}}{N_{\mathbf{des,j}}}$ entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass ein von Segment j desorbiertes Teilchen an Segment i adsorbiert wird.
- $V_{\mathbf{des,j}}^{\mathbf{hit,i}} = \frac{N_{\mathbf{hit,i}}}{N_{\mathbf{des,j}}}$ entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass ein von Segment j desorbiertes Teilchen auf Segment i trifft.

Dabei gilt $j \in [0, 102]$ und $i \in [1, 103]$ für $U_{\mathrm{des, j}}^{\mathrm{ads, i}}$, wobei j = 0 für das Eingangsventil V2; i, j = 1 - 102 für die 102 Segmente und i = 103 für das Ausgangsventil V4 steht. Bei $V_{\mathrm{des, j}}^{\mathrm{hit, i}}$ ist $j \in [0, 102]$ und $i \in [1, 105]$. Die Indizes i = 104 und i = 105 stehen für die Flächen des Pumpstutzens 1 und 2, in denen sich die Druckmessröhren befinden. Mit diesen Wahrscheinlichkeiten kann man eine 103×103 - und eine 103×105 - Matrix aufstellen:

$$U = \begin{pmatrix} U_{\text{des},0}^{\text{ads},1} & \dots & U_{\text{des},102}^{\text{ads},1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{\text{des},0}^{\text{ads},103} & \dots & U_{\text{des},102}^{\text{ads},103} \end{pmatrix} \text{ und } V = \begin{pmatrix} V_{\text{des},0}^{\text{hit},1} & \dots & V_{\text{des},102}^{\text{hit},1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{\text{hit},105}^{\text{hit},105} & \dots & V_{\text{des},102}^{\text{hit},105} \end{pmatrix}.$$
(5.7)

Diese Matrizen enthalten sämtliche für den Desorptionsprozess relevanten Informationen. Sie sind der Ausgangspunkt für alle weiteren Berechnungen. Die einzelnen Elemente werden direkt aus den Daten der Simulationen bestimmt und in ein Tabellenkalkulationsprogramm eingefügt. Darauf aufbauend können die folgenden Rechenschritte durchgeführt werden.

Zeitabhängige Modellierung des Desorptionsprozesses

Um den Prozess der Desorption korrekt zu beschreiben, muss ein zeitabhängiges Modell verwendet werden. Die grundlegende Idee für alle weiteren Berechnungen ist die Unterteilung der Zeit zwischen Gaseinlass t_0 und jeweils betrachtetem Zeitpunkt t_n in n Zeitintervalle der Länge Δt .

Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ s wird das erste Gas in die CPS eingelassen, was in der Simulation einer Desorption von V2 entspricht. Während des gesamten Zeitraums bleibt der Gaseinlass konstant.

Im ersten Zeitintervall Δt bewegen sich die Teilchen durch das Strahlrohr, treffen auf die einzelnen Segmente der kalten Wand und adsorbieren bei jedem Hit mit der Wahrscheinlichkeit α . Im Tabellenkalkulationsprogramm wird berechnet, wie viele Moleküle bis $t=1\cdot \Delta t$ auf jedem der 102 Segmente adsorbiert werden, wie hoch also die Bedeckung am Ende des ersten Zeitintervalls ist.

Ab diesem Zeitpunkt können die adsorbierten Teilchen re-desorbieren. Die zum gesamten Gasfluss beitragenden Moleküle stammen nun also nicht mehr ausschließlich von der Desorption an V2, sondern auch aus der Re-Desorption von allen Segmenten, die zwischen t_0 und t_1 Teilchen adsorbiert haben.

Die benötigten Desorptionsraten der Segmente für die Zeit zwischen $t_{n-1} = (n-1) \cdot \Delta t$ und $t_n = n \cdot \Delta t$ werden aus ihrer Belegung zum Zeitpunkt t_{n-1} abgeleitet. Unter der Annahme einer charakteristischen Verweildauer $\tau_{\rm des} \gg \Delta t$ gilt $D_i(t_n) \approx \Delta t/\tau_{\rm des} \cdot A_i(t_n)$, wobei $A_i(t_n)$ bzw. $D_i(t_n)$ die Anzahl an adsorbierten bzw. desorbierten Molekülen des Segments i zum Zeitpunkt t_n sind.

Berechnung charakteristischer Größen aus den Simulationsdaten

Bis auf wenige frei wählbare Parameter wie dem Zeitintervall Δt oder dem Massenfluss am Eingang der CPS Q_0 werden die für das Modell erforderlichen Berechnungen ausschließlich mit den Simulationsdaten aus den Matrizen in Gleichung (5.7) durchgeführt. Die einzelnen Rechenschritte sind im Folgenden aufgeführt.

Die Anzahl an adsorbierten Molekülen an Segment i bei verschiedenen Zeitpunkten ist von zentraler Bedeutung.

 $t_0 = 0$ s : Zu Beginn sind noch alle Segmente frei von Molekülen, d.h. es gilt

$$A_i(t_0) = 0. (5.8)$$

 $t_1 = \Delta t$: Nach dem ersten Zeitintervall beträgt die eingelassene Gasmenge $Q_0 \cdot \Delta t$ mit dem Massenfluss Q_0 in die CPS. Davon wird auf Segment i adsorbiert:

$$A_i(t_1) = Q_0 \cdot \Delta t \cdot U_{\text{des V2}}^{\text{ads,i}}.$$
 (5.9)

 $t_n = n \cdot \Delta t$ und $i \in [1, 102]$: Für einen beliebigen Zeitpunkt t_n werden auf Segment i adsorbiert:²

$$A_{i}(t_{n}) = A_{i}(t_{n-1}) + Q_{0} \cdot \Delta t \cdot U_{\text{des,V2}}^{\text{ads,i}} + \sum_{j=1}^{102} \left(A_{j}(t_{n-1}) \frac{\Delta t}{\tau_{\text{des}}} U_{\text{des,j}}^{\text{ads,i}} \right) - A_{i}(t_{n-1}) \frac{\Delta t}{\tau_{\text{des}}}.$$
 (5.10)

Der erste Term steht für die zum Zeitpunkt t_{n-1} adsorbierten Moleküle. Der zweite Term ist der Beitrag durch den Gaseinlass am Eingang. Der dritte Term repräsentiert die Re-Desorption von den Segmenten. Der Faktor $A_j(t_{n-1})\Delta t/\tau_{\rm des}$ stellt die von Segment j desorbierte Gasmenge dar. Multipliziert man diese Größe mit $U_{\rm des,j}^{\rm ads,i}$, so erhält man die im Intervall Δt von j desorbierte und auf i adsorbierte Gasmenge. Der vierte Term ist die von Segment i im Intervall Δt desorbierte Gasmenge.

 $t_n = n \cdot \Delta t$ und i = 103: Am Ausgangsventil V4 ist keine Desorption zu beachten, weshalb speziell hier gilt:

$$A_{103}(t_n) = A_{103}(t_{n-1}) + Q_0 \cdot \Delta t \cdot U_{\text{des,V2}}^{\text{ads,i}} + \sum_{j=1}^{102} \left(A_j(t_{n-1}) \frac{\Delta t}{\tau_{\text{des}}} U_{\text{des,j}}^{\text{ads,103}} \right).$$
 (5.11)

Das vorrangige Ziel dieses Modells ist die Berechnung des Reduktionsfaktors in Abhängigkeit der Zeit. Die Transmissionswahrscheinlichkeit $P_{\text{trans}}(t)$ der CPS ist bei einem beliebigen Zeitpunkt t_n gegeben durch:

$$P_{\text{trans}}(t_n) = \frac{Q_{\text{out}}}{Q_{\text{in}}} = \frac{Q_0 \cdot U_{\text{des},0}^{\text{ads},103} + \sum_{j=1}^{102} \left(\frac{A_j(t_{n-1})}{\tau_{\text{des}}} U_{\text{des},j}^{\text{ads},103} \right)}{Q_0}.$$
 (5.12)

Der Kehrwert ergibt den Reduktionsfaktor:

$$R(t_n) = \frac{1}{P_{\text{trans}}(t_n)}. (5.13)$$

Durch dieses Verfahren erhält man n Werte für R, die in einem R-t-Diagramm die gesuchte Kurve ergeben. Für große Zeiten t sollte sich ein signifikanter Abfall ergeben.

Bei den Inbetriebnahmemessungen der CPS wird eine Absolutdruckmessung an den Pumpstutzen 1 und 2 durchgeführt. Das Druckverhältnis entspricht jedoch nicht dem Reduktionsfaktor. Erst anhand der Simulationsergebnisse kann man von der einen Größe auf die andere schließen. Es ist also eine Berechnung des Druckverhältnisses aus den Simulationsdaten nötig. Allgemein ist der Druck auf ein Segment i ausgehend von einem Segment j [79]:

$$p_{ij}(t) = \frac{4}{\bar{c}} \frac{Q_j(t)}{F_i} \frac{N_{\text{hit,i}}}{N_{\text{des,j}}} = \frac{4}{\bar{c}} \frac{Q_j(t)}{F_i} \cdot V_{\text{des,j}}^{\text{hit,i}}.$$
 (5.14)

Dabei ist \bar{c} die mittlere thermische Geschwindigkeit, $Q_j(t) = A_j(t) \cdot k_B T / \tau_{\rm des}$ mit der Boltzmann-Konstante k_B und der Temperatur T, $N_{\rm des,j}$ die Anzahl desorbierter Teilchen

²Eine ausführlichere mathematische Behandlung dieser Verteilungsfunktion findet sich in Anhang A.2.

von Segment j, $N_{\text{hit},i}$ die Anzahl an Hits auf Segment i und F_i die Fläche von Segment i. Ausgehend von dieser Gleichung kann der Druck auf Segment i zu verschiedenen Zeitpunkten berechnet werden.

 $t_0 = 0 s$:

$$p_i(t_0) = 0 \text{ mbar} \tag{5.15}$$

 $t_1 = \Delta t$:

$$p_i(t_1) = \frac{4}{\bar{c}} \frac{Q_0 \cdot k_B T}{F_i} \cdot V_{\text{des,V2}}^{\text{hit,i}}$$
(5.16)

 $t_n = n \cdot \Delta t$:

$$p_{i}(t_{n}) = p_{i}(t_{1}) + \sum_{j=1}^{102} p_{ij} = p_{i}(t_{1}) + \sum_{j=1}^{102} \left(\frac{4}{\bar{c}} \frac{A_{j}(t_{n-1}) \cdot k_{B}T}{F_{i} \cdot \tau_{\text{des}}} V_{\text{des},j}^{\text{hit},i} \right)$$

$$= \frac{4 \cdot k_{B}T}{\bar{c} \cdot F_{i}} \left(Q_{0} \cdot V_{\text{des},V2}^{\text{hit},i} + \sum_{j=1}^{102} \left(\frac{A_{j}(t_{n-1})}{\tau_{\text{des}}} V_{\text{des},j}^{\text{hit},i} \right) \right)$$
(5.17)

Die gesuchte Größe ist das Druckverhältnis von Pumpstutzen 1 (PP1) zu Pumpstutzen 2 (PP2):

$$\frac{p_{\text{PP1}}(t_n)}{p_{\text{PP2}}(t_n)} = \frac{\frac{4}{\bar{c}} \frac{Q_0 \cdot k_B T}{F_{\text{PP1}}} \cdot V_{\text{des},\text{V2}}^{\text{hit},\text{PP1}} + \sum_{j=1}^{102} \frac{4}{\bar{c}} \frac{A_j(t_{n-1})}{r_{\text{des}}} \frac{k_B T}{F_{\text{PP1}}} V_{\text{des},j}^{\text{hit},\text{PP1}}}{\frac{4}{\bar{c}} \frac{Q_0 \cdot k_B T}{F_{\text{PP2}}} \cdot V_{\text{des},\text{V2}}^{\text{hit},\text{PP2}} + \sum_{j=1}^{102} \frac{4}{\bar{c}} \frac{A_j(t_{n-1})}{r_{\text{des}}} \frac{k_B T}{F_{\text{PP2}}} V_{\text{des},j}^{\text{hit},\text{PP2}} \\
= \frac{\frac{Q_0}{F_{\text{PP1}}} \cdot V_{\text{des},\text{V2}}^{\text{hit},\text{PP1}} + \sum_{j=1}^{102} \frac{A_j(t_{n-1})}{r_{\text{des}}} \frac{1}{F_{\text{PP1}}} V_{\text{des},j}^{\text{hit},\text{PP1}}}{V_{\text{des},j}^{\text{hit},\text{PP2}}} \cdot V_{\text{des},j}^{\text{hit},\text{PP2}} + \sum_{j=1}^{102} \frac{A_j(t_{n-1})}{r_{\text{des}}} \frac{1}{F_{\text{PP2}}} V_{\text{des},j}^{\text{hit},\text{PP2}}.$$
(5.18)

Diese Größe korreliert mit dem Reduktionsfaktor in der Form

$$R(t_n) = k(t_n) \cdot \frac{p_{\text{PP1}}(t_n)}{p_{\text{PP2}}(t_n)}.$$
(5.19)

Mit den aus den Simulationsdaten errechneten Werten für $R(t_n)$ aus Gleichung (5.13) und $p_{\text{PP1}}(t_n)/p_{\text{PP2}}(t_n)$ aus Gleichung (5.18) ergibt sich der Faktor $k(t_n)$, der in Kombination mit den Ergebnissen der Inbetriebnahmemessungen verwendet wird, um den wahren Reduktionsfaktor herauszufinden.

5.6 Erste Test-Simulationen

Das beschriebene Konzept für die Simulation und anschließende Analyse beruht ausschließlich auf den Grundlagen der Kryosorption und der Statistik und wurde speziell für die CPS erarbeitet. Aus diesem Grund muss das Prinzip im Vorfeld in einigen Test-Simulationen validiert werden. Darüber hinaus gilt es, eventuelle Schwachstellen auszumachen und zu beseitigen.

Dieses Kapitel ist den ersten Tests gewidmet. Die Ergebnisse sind nur vorläufig und dienen

lediglich der Überprüfung, ob das erarbeitete Konzept plausible Resultate liefert. Die für den Betrieb der CPS relevanten endgültigen Ergebnisse werden anschließend in Kapitel 5.7 vorgestellt.

5.6.1 Durchführung

Sowohl die Simulation als auch die Analyse benötigen einige frei wählbare Eingabeparameter. Diese sind während eines Durchgangs fix, können aber für einen neuen Versuch variiert werden.

- Die freien Parameter der Simulation sind die dimensionslosen Stickingkoeffizienten von V2, der Argon-Schicht und V4: α_{V2} , α_{Ar} , α_{V4} .
- Die freien Parameter der Analyse sind der Massenfluss am Eingang (in 1/s), die Größe des Zeitintervalls (in s) sowie die charakteristische Desorptionszeit (in s) und die Anzahl an Zeitintervallen: Q₀, Δt, τ_{des}, n. Da es sich bei der Desorptionszeit von Tritium auf Argon aktuell noch um eine Unbekannte handelt, ist zusätzlich eine Koordinaten-Transformation t → t/τ_{des} vorgesehen, sodass sich neue Parameter ergeben: Q₀, Δt/τ_{des}, 1, n. Alle Ergebnisse werden damit relativ zur Desorptionszeit angegeben.
 Sowohl der Druck p_i(t) als auch die Anzahl adsorbierter Teilchen A_i(t) sind proportional zum Massenfluss Q₀. Deswegen hat Q₀ keinen Einfluss auf die Berechnung des Reduktionsfaktors und des Druckverhältnisses zwischen den Pumpstutzen und wird in der Analyse Q₀ = 1 Teilchen/s gesetzt.

Bei der Simulation wurde $\alpha_{V4}=1$ beibehalten (vgl. Kapitel 5.3). Für den Stickingkoeffizienten am Eingang α_{V2} wurde ein realistischerer Wert abgeschätzt. Ein flussaufwärts gerichtetes Molekül bewegt sich zunächst durch den DPS-PP5, und das Strahlrohr-Element 5 (DPS-ST5), bis es im letzten Pumpstutzen der DPS abgepumpt wird. Ein Maß für die Gasmenge, die pro Zeit bis zu diesem Pumpstutzen gelangt, ist der effektive Leitwert $C_{\rm eff}$ von DPS-PP5 und Strahlrohr-Element 5. Bei einer Reihenschaltung berechnet er sich aus den Kehrwerten der einzelnen Leitwerte [75]:

$$\frac{1}{C_{\text{eff}}} = \frac{1}{C_{\text{DPS-PP5}}} + \frac{1}{C_{\text{DPS-ST5}}} \Leftrightarrow C_{\text{eff}} = \frac{C_{\text{DPS-PP5}} \cdot C_{\text{DPS-ST5}}}{C_{\text{DPS-PP5}} + C_{\text{DPS-ST5}}}.$$
 (5.20)

Sowohl DPS-PP5 als auch das Strahlrohr wurden als zylindrische Rohre angenähert, damit der Leitwert mit der Formel

$$C_{\text{Rohr}} = \frac{\pi}{12} \bar{c} \frac{d^3}{l} \tag{5.21}$$

analytisch berechnet werden kann [75]. Dabei ist \bar{c} die mittlere thermische Geschwindigkeit, d der Durchmesser und l die Länge des Rohrs.

Die Maße wurden aus technischen Zeichnungen übernommen.³ Für das Strahlrohr ist $d_{\rm ST5}=10\,{\rm cm}$ und $l_{\rm ST5}=98,7\,{\rm cm}$. Bei DPS-PP5 wurde ein mittlerer Durchmesser ermittelt: $d_{\rm DPS-PP5}=(30,6\,{\rm cm}+26,0\,{\rm cm})/2=28,3\,{\rm cm}$. Die Länge beträgt $l_{\rm DPS-PP5}=40,82\,{\rm cm}$.

In der Simulation ist am Eingang der CPS lediglich die Fläche V2 implementiert, die als

³Siehe Anhang A.3.

Kreisblende mit einem Stickingkoeffizient α_{V2} dient. Bei einer Fläche A hat diese Blende den Leitwert [75]

$$C_{\text{Blende}} = \alpha_{\text{V2}} \cdot \bar{c} \cdot \frac{A}{4} \tag{5.22}$$

mit der mittleren thermischen Geschwindigkeit \bar{c} . Setzt man diese Größe mit dem effektiven Leitwert aus Gleichung (5.20) gleich, so ergibt sich bei einer Blendenfläche A=476,4 cm²:

$$\alpha_{V2} = 0.0219. \tag{5.23}$$

Der Stickingkoeffizient der Argon-Schicht α_{Ar} wurde vorerst auf dem Wert 0,7 belassen.⁴

Das Verhältnis $\frac{\Delta t}{\tau_{\rm des}}$ wurde auf 1% festgelegt. Kleinere Werte wären genauer, würden aber auch den Rechenaufwand vervielfachen.

Die Anzahl der Zeitintervalle wurde auf n=200 festgelegt, womit der Bereich von t=0 s bis $t=2 \cdot \tau_{\rm des}$ abgedeckt wird.

Als Test des erarbeiteten Konzepts wurde das erste Simulationspaket durchgeführt und ausgewertet. Es handelt sich um 106 Simulationen, die in Tabelle 5.2 mit den wichtigsten Parametern aufgeführt sind. Die ersten vier sind für eine Berechnung des Reduktionsfaktors analog zum in Kapitel 5.3 vorgestellten Vorgehen, in dem die CPS in vier Bereiche unterteilt wurde (siehe Abbildung 5.2). Das heißt insbesondere, dass sämtliche Wahrscheinlichkeiten aus der jeweils ersten Spalte der Matrizen U und V aus Gleichung (5.7) mit dieser Methode berechnet wurden. Dafür ist eine Fallunterscheidung notwendig.

- 1. Liegt das betrachtete Segment i in Teil 1 der CPS, also $i \in (1, 27)$, so gilt: $U_{\text{des},0}^{\text{ads},i} = \frac{N_{\text{ads},i}}{N_{\text{des},0}}$ bzw. $V_{\text{des},0}^{\text{hit},i} = \frac{N_{\text{hit},i}}{N_{\text{des},0}}$.
- 2. Ist das Segment i ein Element aus Teil 2 der CPS, also $i \in (28, 57)$, so gilt: $U_{\text{des},0}^{\text{ads},i} = \frac{N_{\text{hit},\text{H}_2}}{N_{\text{des},0}} \frac{N_{\text{ads},i}}{N_{\text{hit},\text{H}_2}} \text{ bzw. } V_{\text{des},0}^{\text{hit},i} = \frac{N_{\text{hit},\text{H}_2}}{N_{\text{des},0}} \frac{N_{\text{hit},i}}{N_{\text{hit},\text{H}_2}}.$
- 3. Gehört das Segment i zu Teil 3 der CPS, also $i \in (58, 88)$, so gilt: $U_{\rm des,0}^{\rm ads,i} = \frac{N_{\rm hit,H_2}}{N_{\rm des,0}} \frac{N_{\rm hit,H_3}}{N_{\rm hit,H_2}} \frac{N_{\rm ads,i}}{N_{\rm hit,H_2}} \ {\rm bzw.} \ V_{\rm des,0}^{\rm hit,i} = \frac{N_{\rm hit,H_2}}{N_{\rm des,0}} \frac{N_{\rm hit,H_3}}{N_{\rm hit,H_2}} \frac{N_{\rm hit,i}}{N_{\rm hit,H_3}}.$
- 4. Befindet sich das Segment i in Teil 4 der CPS, also $i \in (89, 102)$, so gilt: $U_{\text{des},0}^{\text{ads},i} = \frac{N_{\text{hit},\text{H}_2}}{N_{\text{des},0}} \frac{N_{\text{hit},\text{H}_3}}{N_{\text{hit},\text{H}_2}} \frac{N_{\text{hit},\text{H}_4}}{N_{\text{hit},\text{H}_3}} \frac{N_{\text{ads},i}}{N_{\text{hit},\text{H}_4}} \text{ bzw. } V_{\text{des},0}^{\text{hit},i} = \frac{N_{\text{hit},\text{H}_2}}{N_{\text{des},0}} \frac{N_{\text{hit},\text{H}_3}}{N_{\text{hit},\text{H}_4}} \frac{N_{\text{hit},\text{H}_4}}{N_{\text{hit},\text{H}_4}} \frac{N_{\text{hit},\text{H}_4}}{N_{\text{hit},\text{H}_4}}.$

In den restlichen 102 Simulationen findet eine Desorption von jeweils einem Segment der Argon-Schicht statt. Hier wurde vorerst auf eine Unterteilung der CPS in vier Bereiche verzichtet, eine Fallunterscheidung ist also nicht notwendig. Der Grund sind die im Vergleich zur Gasmenge und Einlassrate am Eingang niedrigen Bedeckungen und Desorptionsraten der Segmente. Die statistischen Fehler der 102 Simulationen haben deswegen kaum Gewicht.

In Molflow+ ist ein Abbruch jederzeit möglich, sodass der Nutzer selbst entscheiden kann,

⁴Dieser Wert stammt aus der Fachliteratur [74] und wurde bei dem CPS-Testexperiment TRAP bestätigt [76].

Tabelle 5.2: Überblick über die ersten 106 Test-Simulationen mit $\alpha_{Ar} = 0.7$. Die zugewiesenen Stickingkoeffizienten α der *Facets* V2 und V4 sind angegeben.

Simulation	Desorption	Simulierter Bereich	$lpha_{ m V2}$	$\alpha_{\rm Ar}$	$lpha_{ m V4}$
1	V2	V ₂ - H ₂	0,0219	0,7	1
2	H_1	H_2 - H_3	0,0219	0,7	1
3	${\sf H}_2$	H_3 - H_4	0,0219	0,7	1
4	H_3	H_4 - V_4	0,0219	0,7	1
5	Segment 1	V_2 - V_4	0,0219	0,7	1
6	Segment 2	V_2 - V_4	0,0219	0,7	1
:	÷	:	:	:	:
105	Segment 101	V_2 - V_4	0,0219	0,7	1
106	Segment 102	V_2 - V_4	0,0219	0,7	1

wie groß der statistische Fehler der gezählten Adsorptionen, Desorptionen und Hits ist. Für die ersten vier Simulationen wurde ein Fehler von 10% auf die Anzahl der Hits angestrebt, d.h. ein Abbruch erfolgte frühestens bei 100 Hits. Bei Desorptionen von den einzelnen Segmenten sollten mindestens $5 \cdot 10^7$ Desorptionen stattfinden. In der Analyse wurden bei der Berechnung der Matrixelemente nur Werte berücksichtigt, welche die Bedingung $U_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{ads,i}} = N_{\mathrm{ads,i}}/N_{\mathrm{des,j}} \geq \frac{20}{5 \cdot 10^7} = 4 \cdot 10^{-7}$ bzw. $V_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{hit,i}} = N_{\mathrm{hit,i}}/N_{\mathrm{des,j}} \geq \frac{20}{5 \cdot 10^7} = 4 \cdot 10^{-7}$ erfüllen. Andernfalls wurde das entsprechende Matrixelement gleich Null gesetzt. Alle Simulationen dieses ersten Durchgangs wurden an einem Desktop-PC des Instituts innerhalb einer CPU-Zeit von ungefähr 830 Stunden ausgeführt.

5.6.2 Ergebnisse

Einige wichtige Zahlen der Simulationen sind in den Tabellen 5.3 und 5.4 aufgeführt. Da die Geometrie schon für die vorhergehenden Simulationen verwendet wurden, überrascht es nicht, dass sich die relative Anzahl der Lecks in Grenzen hält. Die Gesamtheit der Ergebnisse füllt eine Tabelle mit 12402 Zeilen (117 pro Simulation), in der jeweils die Anzahl an Desorptionen, Adsorptionen und Hits für jedes Segment und noch einige ausgewählte Facets steht. Sie ist aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nicht aufgeführt. Aus diesen Werten wurden die Matrizen U und V aus Gleichung (5.7) berechnet. Das Matrix-Element $U_{\rm des,V2}^{\rm ads,V4}$ entspricht der Transmissionswahrscheinlichkeit von Ventil V2 bis Ventil V4 zum Zeitpunkt $t_1 = \Delta t$:

$$P_{\text{trans}}(t_1) = U_{\text{des,V2}}^{\text{ads,V4}} = (1,02 \pm 0,143) \cdot 10^{-15}.$$
 (5.24)

Bei einem Vergleich mit dem Ergebnis aus Gleichung (5.6) ist eine Abweichung von fast zwei Größenordnungen festzustellen. Die Diskrepanz konnte nicht abschließend geklärt werden.

Als ersten Test des theoretischen Konzepts wurde zusätzlich die Zeitabhängigkeit des Reduktionsfaktors gemäß den Gleichungen (5.8) bis (5.13) berechnet. Das Ergebnis ist in

Tabelle 5.3: Überblick über einige Daten der Test-Simulationen 1 - 4. Die *Hits* beziehen sich auf die Anzahl der Treffer in Richtung Vorspektrometer. Die Anzahl der Lecks, also der offenen Stellen in der Geometrie, ist ebenfalls angegeben. Diese Zahlen sind relativ zu den Desorptionen sehr klein, die CPS-Geometrie ist also hinreichend dicht.

Simulation	Anzahl Desorp-	Anzahl Hits	Anzahl Hits	Anzahl Lecks
	tionen	am Eingang	am Ausgang	Anzani Lecks
1	$3,81 \cdot 10^7$	_	$1,24 \cdot 10^5 (H_2)$	$1,70 \cdot 10^4$
2	$9,44 \cdot 10^{8}$	$3,51 \cdot 10^5 (H_2)$	$1,00 \cdot 10^2 (H_3)$	$6,12 \cdot 10^5$
3	$6,97 \cdot 10^9$	$9,74 \cdot 10^6 (H_3)$	$2,13 \cdot 10^2 (H_4)$	$2,94 \cdot 10^4$
4	$2,85 \cdot 10^8$	$4.01 \cdot 10^5 (H_4)$	$2,02 \cdot 10^2 \text{ (V}_4)$	$1,41 \cdot 10^3$

Tabelle 5.4: Überblick über die Test-Simulationen 5 - 106. Vor allem am Ende der Geometrie ist die Anzahl der Lecks sehr gering.

Simulation	Anzahl Desorptionen	Anzahl Lecks
5	$5,10 \cdot 10^7$	$5,65 \cdot 10^3$
6	$2,02 \cdot 10^8$	$8,31 \cdot 10^3$
:	:	: :
105	$5,01 \cdot 10^7$	$2,40 \cdot 10^{1}$
106	$6,82 \cdot 10^8$	$5,34 \cdot 10^2$

Abbildung 5.3 dargestellt. Es ist ein glatter Verlauf erkennbar. Bis zum Zeitpunkt $t=2\cdot\tau_{\rm des}$ fällt der Wert um ca. drei Größenordnungen. Schon zum Zeitpunkt t_2 ist der Reduktionsfaktor von $R(t_1)=9,80\cdot10^{14}$ auf $R(t_2)=8,33\cdot10^{14}$ gefallen. Aus diesem Grund lohnt sich ein genauerer Blick auf den Bereich $t/\tau_{\rm des}<0,01$, weswegen die Berechnungen noch einmal mit einem kleineren Zeitintervall $\Delta t/\tau_{\rm des}=0,01\%$ im Bereich $0,0001\leq t/\tau_{\rm des}\leq0,01$ durchgeführt wurden (siehe Abbildung 5.4). Auch hier ist eine stetige Abnahme zu erkennen, allerdings in linearer Form. Dies ist wohl auf den kleinen Zeitbereich zurückzuführen, in dem die Kurve in der Näherung geradlinig verläuft. Aufschlussreich ist bei beiden Grafiken, dass es nicht etwa zu einem konstanten Reduktionsfaktor kommt, der dann erst bei zunehmender Bedeckung langsam abfällt. Vielmehr verringern sich die Werte zu Beginn am schnellsten und erst am Ende flacht die Kurve etwas ab.

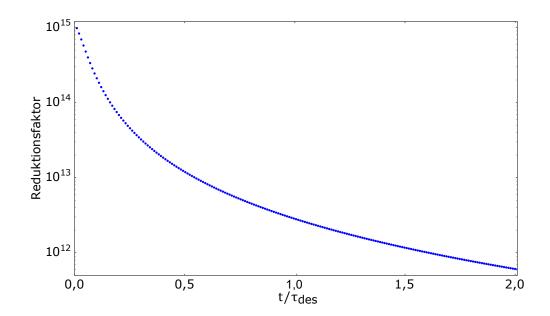


Abbildung 5.3: Der zeitliche Abfall des Reduktionsfaktors für $\Delta t/\tau_{\rm des}=1\%$ im Bereich 0,01 $\leq t/\tau_{\rm des}\leq 2$,0. Der Stickingkoeffizient der Kaltfalle ist 0,7. Bei den Berechnungen wurde die CPS nur für den Gasfluss durch den Eingang in vier separate Bereiche unterteilt, für die Desorption von den einzelnen Segmenten nicht.

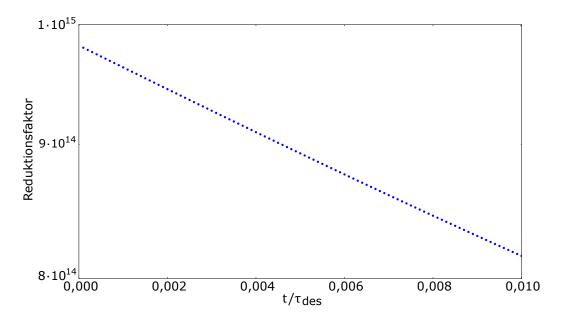


Abbildung 5.4: Der zeitliche Abfall des Reduktionsfaktors für $\Delta t/\tau_{\rm des}=0.01\%$ im Bereich $0.0001 \le t/\tau_{\rm des} \le 0.01$.

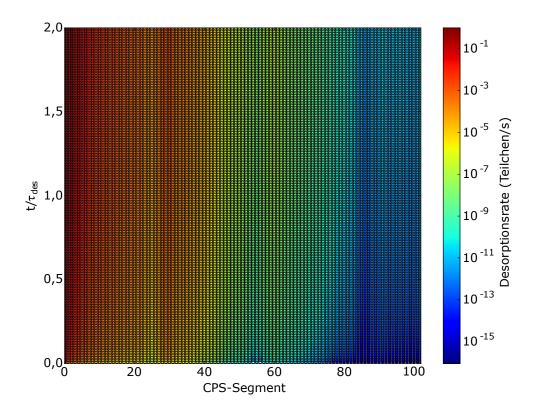


Abbildung 5.5: Die Desorptionsraten der CPS-Segmente aufgetragen über der Zeit und dem Ort.

Zur Kontrolle wurde ebenfalls für jedes Segment die Desorptionsrate

$$R_D^i(t_n) = \frac{A_i(t_n)}{\tau_{\text{des}}}$$
 (5.25)

berechnet, wobei diese abhängig von der Desorptionsrate an V2 ist, die dem anfangs gewählten Massenfluss in die CPS $Q_0 = 1$ Teilchen/s entspricht. Die Ergebnisse für das gesamte CPS-Vakuumsystem (V2 und die Segmente 1 - 102) sind in Abbildung 5.5 für verschiedene Zeiten zu sehen. Die Desorptionsraten variieren über einen Bereich von 15 Größenordnungen. Erwartungsgemäß sind sie am Eingang am größten und nehmen flussabwärts stark ab. Neben einer räumlichen ist auch eine zeitliche Abhängigkeit erkennbar: Die Desorptionsraten werden auf ausnahmslos allen Segmenten immer größer.

An den Übergängen der einzelnen Sektionen ist die Folge der Schikane um 15° sichtbar (z. B. an den Segmenten 27 - 30; 57 - 62 und 91). Hier treffen mehr Moleküle auf als in den vorherigen Segmenten. Das Resultat sind höhere Bedeckungsgrade und dementsprechend höhere Desorptionsraten.

Aus dem Diagramm kann man eine zentrale Erkenntnis über das bisherige Vorgehen gewinnen. In Kapitel 5.6.1 wurde argumentiert, dass eine Unterteilung der CPS für die Desorption von den Segmenten nicht nötig wäre, da die Desorptionsraten und Gasmengen

im Vergleich zum Einlass zu vernachlässigen sind.

Bei genauerer Betrachtung der simulierten Desorptionsraten erhält man für die ersten drei Segmente bei $t/\tau_{\rm des}=2$: $R_D^{i=1}(t_{200})=0,50$ Teilchen/s; $R_D^{i=2}(t_{200})=0,23$ Teilchen/s und $R_D^{i=3}(t_{200}) = 0.13$ Teilchen/s. Das Argument kann damit widerlegt werden, weil diese Werte gegenüber dem Massenfluss am Eingang $Q_0 = 1$ Teilchen/s nicht mehr zu vernachlässigen sind. Die Desorptionsraten fallen zwar bei den weiteren Segmenten recht schnell für $t/ au_{\mathrm{des}}=2$ ist die Desorptionsrate von Segment 9 bereits unterhalb von 1% von Q_0 jedoch würden diese für $t/\tau_{\rm des}\gg 1$ ebenfalls Q_0 überbieten. Aus diesem Grund wurde das Analysekonzept modifiziert.

5.6.3 Optimierung des Analysekonzepts

Die CPS wurde für die Simulation des Massenflusses durch den Eingang bis zum Ende in vier Bereiche unterteilt (siehe Abbildung 5.2). Für die Simulationen, in denen eine Desorption von den Segmenten der Kaltfalle stattfindet, erfolgte diese Unterteilung nicht. Die ersten Simulationen ergaben allerdings, dass die Desorptionsraten der einzelnen Segmente der Kaltfalle mit fortschreitender Zeit gegenüber der Einlassrate nicht mehr vernachlässigbar sind. Deswegen wurde entschieden, die Unterteilung der CPS für alle Simulationen durchzuführen. Dies erfordert aber keine weiteren Simulationen, sondern nur eine Variation in der Berechnung der Matrixelemente aus Gleichung (5.7). Bisher wurde nur die erste Spalte der Matrizen mit der Fallunterscheidung aus Kapitel 5.6.1 berechnet. Für das weitere Vorgehen ist diese Fallunterscheidung in der folgenden Form für ausnahmslos alle Matrixelemente anzuwenden.

- 1. Liegen die betrachteten Segmente i und j im selben Teil der CPS, so gilt: $U_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{ads,i}} = \frac{N_{\mathrm{ads,i}}}{N_{\mathrm{des,j}}}$ bzw. $V_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{hit,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,i}}}{N_{\mathrm{des,j}}}$.
- 2. Sind die Segmente i und j Elemente in benachbarten Teilen der CPS mit der Grenzfläche H_x , so gilt: $U_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{ads,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H_x}}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{ads,i}}}{N_{\mathrm{hit,H_x}}} \text{ bzw. } V_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{hit,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H_x}}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H_x}}}{N_{\mathrm{hit,H_x}}}.$
- 3. Liegt zwischen den Segmenten i und j ein Strahlrohr-Element mit den Grenzflächen
 $$\begin{split} &H_x \text{ und } H_y, \text{ so gilt:} \\ &U_{\text{des,j}}^{\text{ads,i}} = \frac{N_{\text{hit,H}_x}}{N_{\text{des,j}}} \frac{N_{\text{hit,H}_y}}{N_{\text{hit,H}_x}} \frac{N_{\text{ads,i}}}{N_{\text{hit,H}_y}} \text{ bzw. } V_{\text{des,j}}^{\text{hit,i}} = \frac{N_{\text{hit,H}_x}}{N_{\text{des,j}}} \frac{N_{\text{hit,H}_y}}{N_{\text{hit,H}_x}} \frac{N_{\text{hit,H}_y}}{N_{\text{hit,H}_y}}. \end{split}$$

$$U_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{ads,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H_x}}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H_y}}}{N_{\mathrm{hit,H_x}}} \frac{N_{\mathrm{ads,i}}}{N_{\mathrm{hit,H_y}}} \text{ bzw. } V_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{hit,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H_x}}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H_y}}}{N_{\mathrm{hit,H_x}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H_y}}}{N_{\mathrm{hit,H_y}}}.$$

4. Befinden sich zwischen den Segmenten i und j insgesamt zwei Sektionen der CPS

mit den Flächen
$$H_x$$
, H_y und H_z , so gilt:
$$U_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{ads,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H}_x}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H}_z}}{N_{\mathrm{hit,H}_y}} \frac{N_{\mathrm{hit,H}_z}}{N_{\mathrm{hit,H}_z}} \frac{N_{\mathrm{ads,i}}}{N_{\mathrm{hit,H}_z}} \text{ bzw. } V_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{hit,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H}_x}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H}_y}}{N_{\mathrm{hit,H}_z}} \frac{N_{\mathrm{hit,H}_z}}{N_{\mathrm{hit,H}_y}} \frac{N_{\mathrm{hit,H}_z}}{N_{\mathrm{hit,H}_z}}.$$

Stellt man die Matrizen auf diese Weise auf, ergeben sich im Vergleich zu den ersten Simulationen signifikante Änderungen (siehe Abbildung 5.6). Es sind nicht nur qualitative Unterschiede im Verlauf der Kurven zu erkennen, sondern auch numerische Abweichungen von bis zu zwei Größenordnungen.

Auffallend ist ebenso, dass der Reduktionsfaktor bei Anwendung der neuen Methode größer wird. Das widerspricht der Erwartung. Die Unterteilung der CPS sollte auch bei

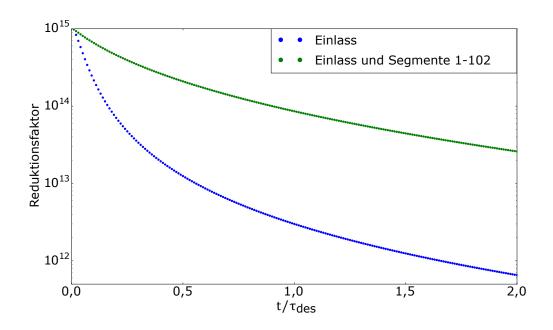


Abbildung 5.6: Der zeitliche Verlauf des Reduktionsfaktors im Vergleich für zwei verschiedene Analysekonzepte. Einmal wurde die CPS nur für die Simulation des Gasflusses am Einlass in vier Bereiche unterteilt (blau) und das andere Mal auch für die Segmente der Kaltfalle (grün).

kleiner Statistik gewährleisten, dass Moleküle Segmente erreichen, die weit vom Ort ihrer Desorption entfernt liegen. Vor der Unterteilung kamen hier keine oder nur wenige Teilchen an, sodass das entsprechende Matrixelement gleich Null gesetzt wurde. Mit der Unterteilung ist dieses Matrixelement zwar immer noch klein, aber nicht gleich Null, sodass es seinen Beitrag zur Transmissionswahrscheinlichkeit aus Gleichung (5.12) leistet. Als Resultat sollte der Wert der Transmissionswahrscheinlichkeit nach der Unterteilung größer ausfallen als bei den Test-Simulationen. Gemäß Gleichung (5.13) ist für den Reduktionsfaktor dementsprechend ein kleinerer Wert zu erwarten. Tatsächlich trifft dies nicht zu, Grund dafür ist ein Raumwinkeleffekt.

Der Raumwinkel, unter dem ein von Segment j desorbiertes Molekül bspw. auf die Grenzfläche H_2 trifft, unterscheidet sich signifikant vom Raumwinkel eines von der davor liegenden Fläche H_1 desorbierenden Teilchen. Die Moleküle, die den längeren Weg von H_1 zurückgelegt haben, werden auf diesem statistisch häufiger reflektiert. Sie wechselwirken dementsprechend häufiger mit der Wand als ein Molekül, das von einem Segment desorbiert und mit hoher Wahrscheinlichkeit gerade durch das Strahlrohr fliegt, ohne dabei auf eine Wand zu treffen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen abgepumpt wird, ist somit höher durch die Unterteilung der CPS in Teilbereiche, was den größeren Reduktionsfaktor erklärt.

Um diesem Effekt entgegenzuwirken muss man die Raumwinkel für beide Fälle angleichen. Dafür ist wiederum eine Modifizierung der Fallunterscheidung zur Berechnung der

Matrixelemente nötig. Zwischen dem Segment der Desorption und dem der Adsorption muss mindestens ein komplettes Strahlrohr-Element liegen:

1. Liegen die betrachteten Segmente *i* und *j* im selben oder in einem benachbarten Teil der CPS, so gilt:

$$\begin{array}{l} \text{der CPS, so gilt:} \\ U_{\text{des,j}}^{\text{ads,i}} = \frac{N_{\text{ads,i}}}{N_{\text{des,j}}} \text{ bzw. } V_{\text{des,j}}^{\text{hit,i}} = \frac{N_{\text{hit,i}}}{N_{\text{des,j}}}. \end{array}$$

2. Sind die Segmente i und j durch mindestens einen Teil der CPS mit der Endfläche H_x getrennt, so gilt:

$$U_{\text{des,j}}^{\text{ads,i}} = \frac{N_{\text{hit,H}_x}}{N_{\text{des,j}}} \frac{N_{\text{ads,i}}}{N_{\text{hit,H}_x}} \text{ bzw. } V_{\text{des,j}}^{\text{hit,i}} = \frac{N_{\text{hit,H}_x}}{N_{\text{des,j}}} \frac{N_{\text{hit,i}}}{N_{\text{hit,H}_x}}.$$

3. Befinden sich zwischen den Segmenten i und j insgesamt zwei Sektionen mit den Endflächen H_x und H_y , so gilt:

$$U_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{ads,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H_{y}}}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H_{y}}}}{N_{\mathrm{hit,H_{x}}}} \frac{N_{\mathrm{ads,i}}}{N_{\mathrm{hit,H_{y}}}} \text{ bzw. } V_{\mathrm{des,j}}^{\mathrm{hit,i}} = \frac{N_{\mathrm{hit,H_{x}}}}{N_{\mathrm{des,j}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H_{y}}}}{N_{\mathrm{hit,H_{y}}}} \frac{N_{\mathrm{hit,H_{y}}}}{N_{\mathrm{hit,H_{y}}}}.$$

Mit dieser alternativen Vorgehensweise ergeben sich wiederum andere Matrizen für die Adsorption und Hits, mithilfe derer neue Werte für den Reduktionsfaktor R(t) errechnet werden können.

Es ist jedoch eine längere Simulationszeit nötig, denn bei den festgelegten $5 \cdot 10^7$ Desorptionen pro Simulation wird meistens keine ausreichende Statistik an den Grenzflächen H erreicht. Eine Simulation der Desorption von Segment 1 benötigt bspw. rund $5 \cdot 10^8$ Desorptionen für eine Anzahl von gerade einmal 10 Hits an der Fläche H_2 . Wegen diesem Zuwachs an erforderlicher Simulationszeit wird die Unterteilung der CPS und damit auch die eben beschriebene Fallunterscheidung ausschließlich für Segmente der zweiten Sektion der CPS durchgeführt, d.h. für die Segmente 1 - 27. In dieser Sektion fallen die Desorptionsraten vom ersten bis zum letzten Segment bereits um sieben Größenordnungen (vgl. Abbildung 5.5). Für alle weiteren Sektionen sind die Desorptionsraten und Bedeckungen entsprechend so gering, dass die Statistik nicht ausreichend ist, um eine Unterteilung der CPS erforderlich zu machen.

Die Ergebnisse dieses neu erarbeiteten Konzepts werden in Abbildung 5.7 mit denen der bisher verwendeten Methoden verglichen. Die Werte des Reduktionsfaktors fallen, wie anfangs erwartet, kleiner aus als ohne Unterteilung des ersten Teils der CPS. Somit ergeben sich zwar die kleinsten aber gleichzeitig realistischsten Reduktionsfaktoren.

Die Abweichungen zwischen den einzelnen Analysemethoden bewegen sich in einem Bereich von mindestens einer Größenordnung. Daran sieht man, dass die Ergebnisse sehr sensitiv auf jede Änderung des Konzepts sind. Eine Unterteilung der CPS für alle Simulationen mit mindestens einem Strahlrohr-Element zwischen dem Ort der Desorption und dem der Adsorption würde noch niedrigere und auch genauere Werte für den Reduktionsfaktor liefern. Aufgrund der immensen Rechenzeit von mehreren Monaten bis Jahren sind solche Simulationen allerdings nicht mehr realisierbar.

Nach den beschriebenen Analysen wurde die letzte Methode für das weitere Vorgehen verwendet, da sie die realistischsten Ergebnisse produziert (siehe rote Kurve in Abbildung 5.7). Mit auf diesem Prinzip aufbauenden Simulationen sind hinreichend genaue Berechnungen wichtiger zeitabhängiger Größen wie dem Reduktionsfaktor oder Druck im System für verschiedene Randbedingungen möglich.

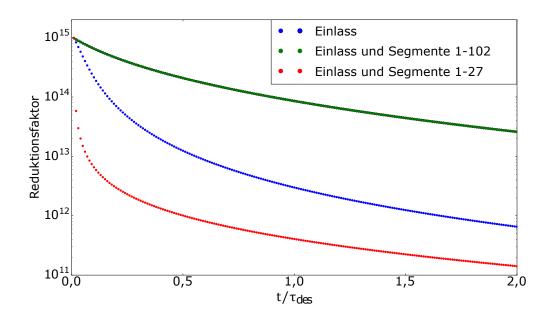


Abbildung 5.7: Der zeitliche Verlauf des Reduktionsfaktors im Vergleich für drei verschiedene Analysekonzepte. Die CPS wurde einmal nur für die Simulation des Gasflusses am Einlass in vier Bereiche unterteilt (blau), einmal zusätzlich für die gesamte Kaltfalle (grün) und einmal für den Einlass und die Segmente 1 - 27 in Teil 1 der CPS mit mindestens einem Strahlrohr-Element zwischen Desorption und Adsorption (rot).

5.7 Simulation zeitabhängiger Größen in der kryogenen Pumpstrecke

Nach den ersten Test-Simulationen und einer Überarbeitung des Analysekonzepts können nun für das Experiment aussagekräftige Simulationen durchgeführt werden. Dabei unterscheiden sich die Simulationen von den Tests dahingehend, dass auch andere Stickingkoeffizienten betrachtet werden und die CPS-Geometrie etwas erweitert wurde. Im Folgenden werden diese Simulationen und ihre Ergebnisse vorgestellt, die sowohl für den Standardbetrieb der CPS als auch für die Inbetriebnahmemessungen relevant sind.

5.7.1 Durchführung

Im Rahmen der Simulationen wurde die CPS-Geometrie erweitert (siehe Abbildung 5.8). Um die Anschlussbedingungen genauer zu simulieren wurde im Modell das Strahlrohr bis zum DPS-Pumpstutzen DPS-PP4 fortgeführt, in dem eine TMP das Tritium abpumpt. Die Verbindung besteht aus dem DPS-PP5 sowie dem DPS-ST5, dem letzten Strahlrohr-Element der DPS, und wurde bereits in Molflow+ importiert [81]. Die Verbindung mit der CPS-Geometrie erfolgte durch die zusätzliche Fläche V2, die das Ventil in DPS-PP5 repräsentiert. Zusätzlich wurde der Aufbau um das Kaltventil V3 ergänzt.

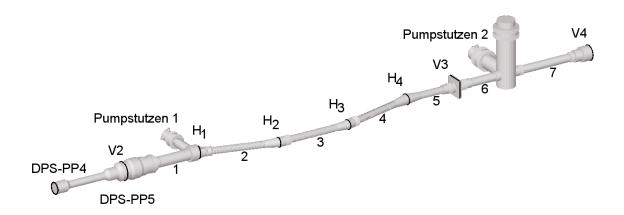


Abbildung 5.8: Das erweiterte Modell des CPS-Strahlrohrs in Molflow+. Im Wesentlichen wurde der DPS-PP5 ergänzt und zwei zusätzliche Flächen für die Ventile V2 und V3 eingefügt. Die Geometrie wird vom letzten Pumpstutzen der DPS, dem DPS-PP4, und dem Ventil V4 begrenzt.

In den Simulationen wurden zwei verschiedene Mess-Szenarien berücksichtigt. Neben dem Betrieb der CPS in der eigentlichen Neutrinomassen-Messung (Standardmessbetrieb), sollen auch Resultate für die Inbetriebnahmemessungen mit Deuterium erzielt werden. Die jeweiligen Anschlussbedingungen an die Nachbarkomponenten DPS und Vorspektrometer sind in Tabelle 5.5 aufgeführt. Im Standardmessbetrieb ist das Ventil V2 offen, d. h. die Opazität und der Stickingkoeffizient sind Null. Ebenso ist das Ventil V4 offen, jedoch gilt $\alpha_{\rm V4}=1$, da aus dem Vorspektrometer nur wenige Teilchen wieder zurückkommen. Es wird angenommen, dass ein Molekül, das bis zum Pumpstutzen 4 der DPS vordringt mit hoher Wahrscheinlichkeit durch die TMP abgepumpt wird, sodass hier in Näherung $\alpha=1$ gilt. Das Kaltventil V3 ist immer durchlässig, hat also Opazität Null, da es im Messbetrieb geöffnet ist. Im Fall der Inbetriebnahmemessungen sind die Ventile V2 und V4 geschlossen, sodass sie in der Simulation opak sind und keine Pumpleistung haben ($\alpha=0$).

Wegen der unterschiedlichen Randbedingungen für die beiden Mess-Szenarien sind also alle Simulationen in zweifacher Ausführung zu realisieren.

Mit der erweiterten Geometrie wurden erneut die Simulationen mit $\alpha_{\rm Ar}=0.7$ durchgeführt. Wie in den Kapiteln 5.1 und 5.3 beschrieben, nimmt der Stickingkoeffizient jedoch mit zunehmenden Bedeckungsgrad ab. In Molflow+ können Simulationen aber nur bei festen Parametern durchgeführt werden. Als Kompromiss wurde entschieden, mit unterschiedlichen Stickingkoeffizienten zu simulieren. Um den Aufwand an Rechenleistung in einem vernünftigen Rahmen zu halten, wurden pro Mess-Szenario acht Simulationspakete mit den Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}=0.0$; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7 erstellt. Werte größer als 0,7 wurden nicht als sinnvoll erachtet. Zum einen ist es unrealistisch, dass sich $\alpha_{\rm Ar}$ noch vergrößert und zum anderen würde der Reduktionsfaktor der CPS erwartungsgemäß die Bedingung $R>10^7$ einhalten. Je kleiner $\alpha_{\rm Ar}$ jedoch wird, desto wahrscheinlicher ist,

Tabelle 5.5: Die Anschlussbedingungen der CPS für die Simulationen des Standardmessbetriebs von KATRIN und der Inbetriebnahmemessungen mit Deuterium. Aufgeführt sind die Stickingkoeffizienten α und die Opazitäten op der jeweiligen Facets.

	PP4	V2	V3	V4
Standardmessbetrieb	$op = 1, \alpha = 1$	$op = 0, \alpha = 0$	$op = 0, \alpha = 0$	$op = 1, \alpha = 1$
Inbetriebnahme	$op = 1$, $\alpha = 1$	$op = 1$, $\alpha = 0$	$op = 0, \alpha = 0$	$op = 1$, $\alpha = 0$

dass diese Bedingung nicht mehr erfüllt werden kann. Der Fall $\alpha_{\rm Ar}=0$,0 repräsentiert einen Betriebsausfall der Kaltfalle.

Die Parameter der Analyse betragen analog zu den Test-Simulationen $Q_0=1$ Teilchen/s, $\Delta t/\tau_{\rm des}=1\%$ und n=200. Das optimierte Analysekonzept aus Kapitel 5.6.3 wurde angewendet.

Insgesamt sind für dieses Konzept pro Stickingkoeffizient und Mess-Szenario 106 Simulation nötig. Lediglich bei $\alpha_{Ar} = 0,0$ ist nur eine Simulation durchzuführen, nämlich der Standardmessbetrieb mit der Desorption von V2 und der Adsorption an DPS-PP4 und V4. Die Kaltfalle hat in diesem Fall keine Pumpleistung.

Zusammengefasst ergeben sich für zwei Mess-Szenarien und acht verschiedene Sticking-koeffizienten 1486 Simulationen. Das entspricht nach einer groben Abschätzung ca. 728 CPU-Tagen, also fast zwei CPU-Jahren. Dieser enorme Rechenaufwand konnte mit etwas mehr als 20 Desktop-PCs des Instituts in 2,5 Monaten geleistet werden.

5.7.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse für den Reduktionsfaktor sind in Abbildung 5.9 zu sehen. Außer bei $\alpha_{\rm Ar}=0.0$ - hier liegt ein konstanter Wert von $R\approx 13.2$ vor - fallen alle Kurven erwartungsgemäß mit der Zeit ab. Nach $t=2\cdot \tau_{\rm des}$ beträgt dieser Abfall zwei bis drei Größenordnungen. Es entspricht ebenfalls der Erwartung, dass kleinere Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}$ zu kleineren Reduktionsfaktoren führen. Die Ergebnisse zeigen, dass selbst ein vergleichsweise niedriger Stickingkoeffizient $\alpha_{\rm Ar}=0.1$ nach zwei charakteristischen Desorptionszeiten immer noch $R=6.3\cdot 10^8$ liefert, also mehr als eine Größenordnung mehr als der geforderte Mindestwert $R=10^7$.

Abbildung 5.10 zeigt das simulierte Druckverhältnis bei der Inbetriebnahmemessung.⁵ Es weist ein in Abhängigkeit der Zeit qualitativ ähnliches Verhalten auf wie der Reduktionsfaktor. Jedoch ist das Druckverhältnis um etwa eine Größenordnung kleiner. Bei $\alpha_{\rm Ar}=0.0$ liegt ein konstanter Wert $p_{\rm PP1}/p_{\rm PP2}\approx2.2$ vor.

In Abbildung 5.11 ist der Proportionalitätsfaktor $k \approx R/\frac{p_{\rm PP1}}{p_{\rm PP2}}$ aufgetragen. Er gibt den Zusammenhang zwischen Reduktionsfaktor im Standardmessbetrieb und dem Druckverhältnis bei den Inbetriebnahmemessungen wieder. Die Werte liegen in einem Bereich

⁵Das simulierte Druckverhältnis für den Standardmessbetrieb von KATRIN ist in Anhang A.4 enthalten.

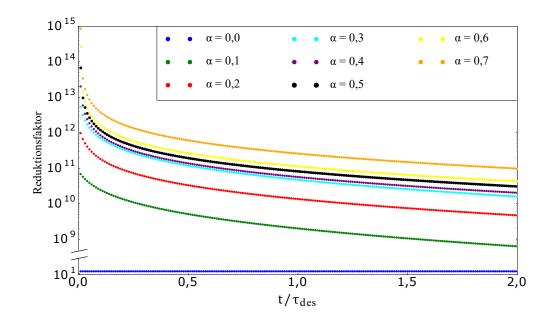


Abbildung 5.9: Simulierter Reduktionsfaktor im Standardmessbetrieb für verschiedene Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}=0.0$; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7. Für $\alpha_{\rm Ar}=0.0$ liegt der Wert konstant bei $R\approx13.2$.

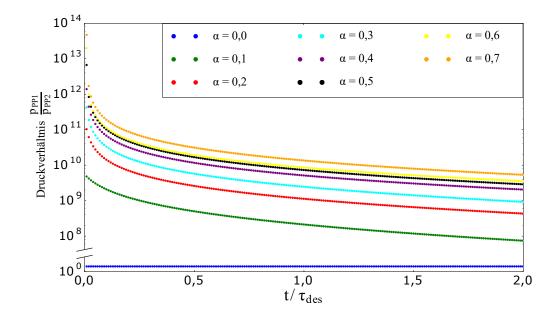


Abbildung 5.10: Simuliertes Druckverhältnis von Pumpstutzen 1 zu Pumpstutzen 2 bei den Inbetriebnahmemessungen für verschiedene Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}=0.0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.5;\ 0.6;\ 0.7.$ Für $\alpha_{\rm Ar}=0.0$ liegt der Wert konstant bei $p_{\rm PP1}/p_{\rm PP2}\approx2.2$.

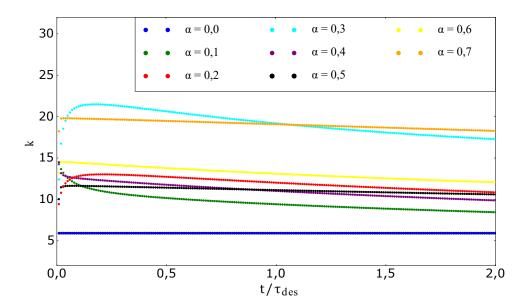


Abbildung 5.11: Proportionalitätsfaktor $k=R/\frac{p_{\rm PP1}}{p_{\rm PP2}}$ für verschiedene Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}=0.0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.5;\ 0.6;\ 0.7.$ Dabei ist R der Reduktionsfaktor im Standardmessbetrieb und $p_{\rm PP1}/p_{\rm PP2}$ das Druckverhältnis bei der Inbetriebnahme der CPS mit geschlossenen Ventilen V2 und V4. Für $\alpha_{\rm Ar}=0.0$ liegt der Wert konstant bei $k\approx5.9$.

zwischen 8,5 bei $\alpha=0,1$ und 21,5 bei $\alpha=0,3$. Eine Ausnahme bildet der kleinste Wert 5,9 für $\alpha=0,0$. Da der Faktor k nur von der Geometrie der CPS abhängt und nicht von den Stickingkoeffizienten der Kaltfalle, entspräche es der Erwartung, dass die simulierten Werte näher beieinanderliegen. Dies ist aufgrund der systematischen und statistischen Fehler der Simulation und der anschließenden Analyse nicht so. Trotzdem ist die Streuung der Werte noch akzeptabel unter Berücksichtigung der großen Zahlen mit entsprechenden Unsicherheiten, die in die Berechnung eingehen. Damit ist zumindest die Größenordnung der Zahlen für die Interpretation der Deuterium-Messung bekannt. Zum Vergleich ist der simulierte Proportionalitätsfaktor $k=R/\frac{p_{\rm PP1}}{p_{\rm PP2}}$, bei dem sowohl der Reduktionsfaktor als auch das Druckverhältnis aus der Simulation des Standardmessbetriebs stammen, in Anhang A.4 enthalten.

5.8 Bewertung des Konzepts und der Ergebnisse

Die aufgeführten Ergebnisse sind keineswegs fehlerfrei und wie die ersten Untersuchungen in Kapitel 5.6.3 gezeigt haben, verändern sie sich schon bei kleinsten Änderungen des Analysekonzepts. Deswegen lohnt eine eingehende Betrachtung der auftretenden systematischen Fehler und ihrer Auswirkungen, damit eine Aussage über die Genauigkeit

⁶Eine eingehende Diskussion der auftretenden Fehler folgt in Kapitel 5.8.

der Ergebnisse getroffen werden kann.

Im Simulationsprozess sind, neben der statistischen, folgende Unsicherheiten zu beachten:

- 1. Zeitliche Änderung des Bedeckungsgrads: Mit zunehmender Bedeckung θ aus Gleichung (5.1) nimmt der Stickingkoeffizient der Argon-Schicht ab und ist damit keine Konstante mehr, wie in der Simulation angenommen. Dieser Effekt ist vor allem für die Segmente relevant, die am Anfang der Kaltfalle liegen. Im hinteren Bereich ist die Bedeckung so gering, dass der Effekt zu vernachlässigen ist. Betrachtet man lediglich eine Betriebszeit von 60 Tagen, nach der die Schicht im Standardmessbetrieb regeneriert wird, liegt die mittlere Bedeckung bei 1%. Um den resultierenden Fehler auf den berechneten Reduktionsfaktor abzuschätzen, kann man annehmen, dass das erste Prozent der Kaltfläche zu 100% bedeckt ist und damit keine Pumpleistung mehr hat und die restlichen 99% frei von Molekülen sind. Weiterhin ist es sinnvoll, einen exponentiellen Zusammenhang zwischen Reduktionsfaktor R und Länge R0 der Kaltfläche anzunehmen: R10 R10 R10 R10 der Reduktionsfaktor bei R21 der Reduktionsfaktor bei R32 R32 R33 R42 R43 R43 R44 R44 R44 R54 R56 R56 R66 R67 R67 R68 R68 R68 R68 R68 R68 R68 R79 R79
- 2. **Unbekannte Maximal-Bedeckung:** Ab einer gewissen Anzahl adsorbierter Moleküle ist die Fläche des Adsorbens gesättigt, die Pumpleistung ist dann Null. Diese Maximal-Bedeckung ist unbekannt und kann somit nicht in der Simulation berücksichtigt werden. Bei Untersuchungen eines Messzyklus von 60 Tagen ist dieser Effekt aber ebenfalls von untergeordneter Bedeutung.

Die Analyse mit den Daten aus den Simulationen beinhaltet die folgenden systematischen Fehler:

1. **Deuterium statt Tritium:** Bei der physikalischen Bindung an den Adsorbens ist es eine sinnvolle Annahme, dass sich Deuterium und Tritium exakt gleich verhalten. In der Analyse wird jedoch nicht berücksichtigt, dass Tritium radioaktiv ist und durch die deponierte Zerfallsenergie zusätzliche Desorptionen von der Kaltfalle verursachen kann. Dies beeinflusst die mittlere Verweildauer, sodass sich ein effektiver Wert ergibt: $\tau_{\rm des,eff}^{-1} = \tau_{\rm des}^{-1} + \tau_{\rm Zerfall}^{-1} = \tau_{\rm des}^{-1} + N_{\rm des}\tau_{\rm T}^{-1}$.

Dabei ist $\tau_{\rm des}$ die mittlere Verweildauer auf dem Adsorbat, $\tau_{\rm T}=5.6\cdot 10^8$ s die Lebensdauer eines Tritium-Moleküls und $N_{\rm des}$ die Anzahl an adsorbierten Molekülen, die als Folge eines einzigen radioaktiven Zerfalls desorbieren.

Die Anzahl N_{des} hängt von der Bedeckung am Ort des Zerfalls ab.

Geht man vereinfachend von einem konstanten Wert $N_{\rm des}=1000$ aus, so folgt daraus $\tau_{\rm Zerfall}=5,6\cdot 10^5$ s = 6,5 d. Dieser Wert ist etwa eine Größenordnung kleiner als die Dauer eines Messzyklus von 60 Tagen. Als Folge davon wäre die Tritium-Rückhaltung der CPS sehr ineffektiv. Obwohl der Wert für $N_{\rm des}$ unrealistisch hoch angesetzt wurde, sind intensive Studien zur radioaktiv induzierten Desorption nötig, die gesondert durchgeführt werden [82].

2. **Diskretisierung der Zeit:** Bei der Zeit handelt es sich um eine kontinuierliche Größe, im angewendeten Modell wird sie allerdings diskretisiert. Je größer die

Schrittweite Δt der numerischen Integration ist, desto ungenauer werden die Berechnungen. Um die Auswirkung einer feineren Unterteilung zu untersuchen, wurde der Fall $\Delta t/\tau_{\rm des}=0.01$ mit den Ergebnissen für $\Delta t/\tau_{\rm des}=0.001$ und $\Delta t/\tau_{\rm des}=0.0001$ verglichen. Für alle drei Fälle wurde der Reduktionsfaktor für $\alpha_{\rm Ar}=0.7$ in Abhängigkeit der Zeit bestimmt (siehe Abbildung 5.12). Für kleine Zeiten weichen die Ergebnisse für $\Delta t/\tau_{\rm des}=0.01$ um bis zu ca. 100% von den genaueren Resultaten ab. Die Übereinstimmung wird jedoch mit zunehmender Zeit immer größer, sodass bei ca. $t/\tau_{\rm des}=0.2$ die Abweichungen zu vernachlässigen sind. Da für den Messbetrieb von KATRIN vor allem längere Zeiträume von Bedeutung sind, da hier der Reduktionsfaktor die niedrigsten Werte annimmt, ist der Fehler durch die Unterteilung der Zeit kaum relevant.

3. **Unterteilung der CPS in Teilbereiche:** Um zu große Simulationszeiten zu vermeiden, wurde die CPS bei der Analyse in Teilbereiche untergliedert (siehe Kapitel 5.6.3). Bei diesem Vorgehen unterscheidet sich aber der Raumwinkel, unter dem die Moleküle in eine bestimmte Sektion eintreten, von dem einer Simulation der CPS als Ganzes. Als Folge erhält man einen systematischen Fehler auf die Bedeckungen bestimmter Segmente in der jeweiligen Sektion. Dieser Fehler geht direkt in die Matrixelemente aus Gleichung (5.7) ein. Ein Vergleich der Matrixelemente mit und ohne Unterteilung liefert einen Hinweis auf die Größe des Fehlers. Dazu wurde über mehrere Wochen eine Simulation mit $\alpha_{\rm Ar}=0.1$ ohne Unterteilung der CPS durchgeführt. Insgesamt wurden 17,56 · 10 9 Moleküle desorbiert, sodass auch im hinteren Teil der CPS eine hohe Statistik an Adsorptionen gewährleistet war. Die Matrixelemente

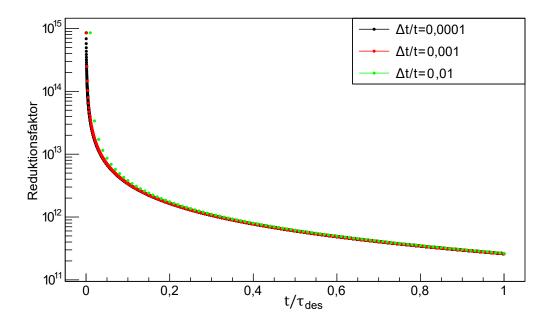


Abbildung 5.12: Der Reduktionsfaktor in Abhängigkeit der Zeit bei verschieden großen Zeitintervallen Δt .

ergeben sich demnach einfach aus dem Quotient der Anzahl der Adsorptionen und der Anzahl der Desorptionen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.13(a) zu sehen. Dort werden sie mit den Matrixelementen verglichen, die aus einer Unterteilung der CPS resultieren. Diese Unterteilung legt drei Bereiche fest. Der erste endet bei Segment 58, markiert durch die grüne Linie im Diagramm. Sektion 4 der CPS stellt den zweiten Teil dar, der bei Segment 88 endet. Den Schluss bildet der dritte Teil, also die Segmente 89 bis 102. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Werte ab Segment 58 signifikant unterscheiden. Die relative Abweichung der Werte mit der Unterteilung zu denen ohne sind in Abbildung 5.13(b) aufgetragen. Vor Segment 58 liegt diese Abweichung im Mittel bei Null. Danach sind die Werte, bei denen die CPS unterteilt wird, zunächst systematisch größer und dann kleiner als diejenigen, in der die CPS als Ganzes simuliert wird. Dies ist auf den bereits diskutierten Unterschied in den Raumwinkeln zurückzuführen. Die maximale Abweichung beträgt etwa 160% nach oben bzw. etwa 50% nach unten.

Die Diskussion der systematischen Fehler zeigt, dass manche die Ergebnisse kaum beeinflussen und deswegen zu vernachlässigen sind. Neben der zeitlichen Änderung des Bedeckungsgrads liefert aber vor allem die Unterteilung der CPS in Teilbereiche einen signifikanten Beitrag zum Gesamtfehler. Dies äußert sich in systematisch falsch berechneten Matrixelementen. Aufgrund der enormen Rechenzeiten für eine Simulation ohne Unterteilung ist dieser Fehler jedoch unvermeidbar. Seine Auswirkung auf Ergebnisse wie den Reduktionsfaktor oder das Druckverhältnis von Pumpstutzen 1 zu 2 sollten gemäß den hier dargelegten Überlegungen einen Faktor 2 nicht überschreiten, die Größenordnung der in Kapitel 5.7.2 aufgeführten Resultate bleibt also korrekt.

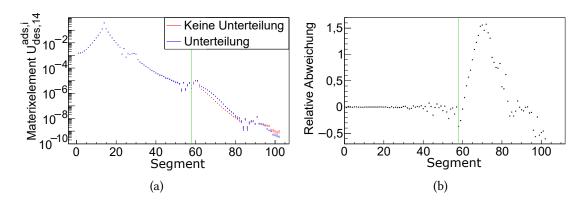


Abbildung 5.13: Die berechneten Elemente der Matrix U aus Gleichung (5.7) für eine Desorption von Segment 14 mit und ohne Unterteilung der CPS (a). Die Daten entstammen einer Simulation mit $\alpha_{\rm Ar}=0,1$. Der statistische Fehler ist durch die Fehlerbalken angegeben. Die grüne Linie markiert den Beginn der Unterteilung ab Sektion 4 (Segment 58). Die Abweichungen zwischen den Werten sind rechts aufgetragen (b). Sie sind relativ zu den Werten ohne Unterteilung angegeben.

5.9 Temperaturinhomogenitäten der Kaltfalle

Erste Messungen und Simulationen des Wärmetransports in der CPS ergaben, dass das Strahlrohr nicht wie spezifiziert auf einer konstanten Temperatur unter 3,5 K betrieben werden kann ([82], [83]). Dies hat mehrere Gründe. Zum einen sind die Kühlschlangen am Strahlrohr nicht überall gleich eng gewickelt. So stehen die Regionen zwischen zwei Wicklungen mit der aktiven Kühlung nur über die schlechte Wärmeleitung von Edelstahl in Kontakt. Zum anderen hat ein großer Teil von Sektion 5 seit einer Reparatur keinen direkten thermischen Kontakt zur Kühlschlange mehr. Zur Erwärmung des Strahlrohrs tragen außerdem Schrauben des nicht aktiv gekühlten Strahlungsschilds bei, die an der Außenwand aufsitzen.

Insgesamt ergibt sich aus einer Simulation, die all diese Effekte berücksichtigt, das in Abbildung 5.14 gezeigte Temperaturprofil des Strahlrohrs. Die Regionen nahe der Kühlschlange sind auf der gewünschten Temperatur von 3 K. Dazwischen werden Werte von mehr als 5 K erreicht. Besonders die Konen und Teile der Sektion 5 weisen hohe Temperaturen auf. In Abbildung 5.15 sind die verschiedenen Temperaturen des Strahlrohrs in einem kumulierten Histogramm aufgeführt. Nur ca. 30% der Kaltfläche hat eine Temperatur kleiner als 3,5 K. Ca. 20% der Fläche hat in diesem Fall sogar eine Temperatur größer als 5 K.

Diese Ergebnisse verändern die Rahmenbedingungen der Kryosorption erheblich. Im bisher angewendeten Modell befindet sich die gesamte Kaltfalle auf einer konstanten Temperatur. Diese Annahme ist nicht mehr gültig, sodass die Ergebnisse aus den vorangegangenen Abschnitten noch einmal überprüft werden müssen.

Alle bisherigen Resultate sind in Abhängigkeit der Zeit angegeben. Es handelt sich aber nicht um eine absolute, sondern um eine zu $\tau_{\rm des}$ relative Zeit. Dabei stand die Größe $\tau_{\rm des}$ ursprünglich für die Desorptionszeit der Kaltfalle bei einer bestimmten Temperatur. Sie muss jetzt durch eine über die gesamte Fläche gemittelte Zeit ersetzt werden. Zu diesem Zweck wird die Kaltfläche in n Teilbereiche unterteilt, jede mit einer bestimmten Temperatur T_i . Damit ergibt sich der folgende mit der Oberfläche gewichtete Mittelwert für die charakteristische Desorptionszeit:

$$\bar{\tau}_{\text{des}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \tau_0 e^{\frac{E_B}{RT_i}} A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}.$$
 (5.26)

Dabei ist $\tau_0 = 10^{-13}$ s die Schwingungsdauer senkrecht zur kondensierten Oberfläche, $R = 8,314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$ die universelle Gaskonstante, E_B die Bindungsenergie, A_i die Fläche des Teilbereichs i, T_i dessen Temperatur und n die Gesamtzahl an Teilbereichen.

Zur Berechnung wurde jede Sektion des kalten Teils des Strahlrohrs in azimuthaler Richtung in 30 Bereiche und in vertikaler Richtung in 100 Bereiche unterteilt. Bei einer Bindungsenergie von $E_B = 1.2 \text{ kJ/mol}$ erhält man damit:

$$\bar{\tau}_{\text{des}} = 5.34 \cdot 10^6 \,\text{s} = 62 \,\text{d}.$$
 (5.27)

Als Vergleichswert liegt die charakteristische Desorptionszeit bei einer konstanten Temperatur von 3 K bei

$$\tau_{\rm des} = 7.85 \cdot 10^7 \,\text{s} = 908 \,\text{d}.$$
 (5.28)

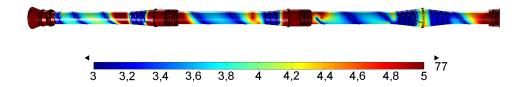


Abbildung 5.14: Simuliertes Temperaturprofil der Sektionen 2 - 5 des CPS-Strahlrohrs. Der Temperaturbereich zwischen 3 und 5 K wurde aus Darstellungsgründen gewählt. Die eigentliche maximale Temperatur beträgt 77 K am ersten Konus, der noch mit dem wärmeren Pumpstutzen 1 der CPS in Kontakt steht.

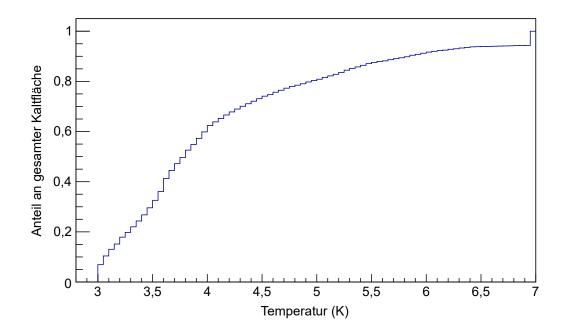


Abbildung 5.15: Die kumulierte Temperaturverteilung der Kaltfläche. Bei $T=7\,\mathrm{K}$ wurden zusätzlich alle Werte größer als $7\,\mathrm{K}$ eingetragen.

Nutzt man zusätzlich zu diesen beiden Werten die Ergebnisse aus Abbildung 5.9, so ergibt sich das in Abbildung 5.16 dargestellte Resultat. Die inhomogene Temperaturverteilung am Strahlrohr reduziert die Werte für den Reduktionsfaktor systematisch um etwas mehr als eine Größenordnung. Die Abbildung deckt einen Zeitraum von 60 Tagen ab. Nach dieser Zeit wird die Argon-Schicht regeneriert und der Reduktionsfaktor beträgt $R=2,64\cdot10^{11}$. Trotz der erhöhten Temperatur an diversen Stellen des Strahlrohrs wäre dieser Wert noch mehr als vier Größenordnungen größer als der spezifizierte.

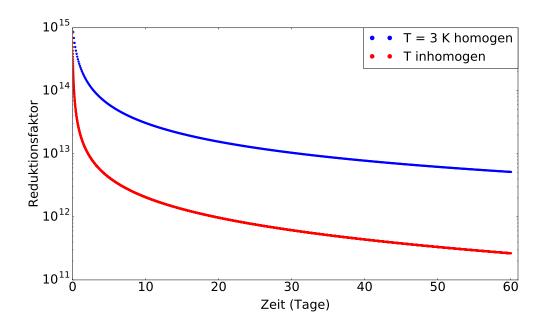


Abbildung 5.16: Der Reduktionsfaktor bei $\alpha=0.7$ und $E_B=1.2$ kJ/mol im Fall einer homogenen und einer inhomogenen Temperaturverteilung entlang des Strahlrohrs.

5.10 Simulation der Tritium-Desorption am Kaltventil

Wie bereits erwähnt, wird nach einer Messperiode von 60 Tagen die kontaminierte Argon-Schicht der CPS entfernt und eine neue Lage aufgetragen. Währenddessen ist das Kaltventil geschlossen, damit es nicht zu einer Kontamination der CPS-Sektionen 6 und 7 kommt. Bei der Regeneration kann Tritium am Kaltventil adsorbieren. Wird das Ventil nach dem Regenerieren wieder geöffnet, kann das Tritium desorbieren und in das Vorspektrometer gelangen, wo es zum Untergrund beiträgt. Die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Prozess kann simuliert werden.

5.10.1 Durchführung

Für die Simulation der Tritium-Desorption am Kaltventil wurde die CPS-Geometrie aus Abbildung 5.17 verwendet. Die Oberfläche der Desorption ist markiert. Die gewählten Randbedingungen entsprechen denen des Standardmessbetriebs (siehe Tabelle 5.5). Während der Regeneration werden die Sektionen 1 - 5, der Pumpstutzen 1 und das Kaltventil auf 100 K erwärmt. Bei diesen Temperaturen findet keine Kryosorption mehr statt, entsprechend ist $\alpha_{\rm Ar}=0.0$. Allerdings folgt auf die Regeneration eine erneute Präparation des Argons bei tiefen Temperaturen. Hier ist die Kaltfalle wieder voll einsatzfähig. Da die Desorptionszeit τ_{des} nicht bekannt ist, kann die Desorption der am Kaltventil verbliebenen Moleküle auch in diesem späteren Zustand noch stattfinden. Deswegen wurde mit den Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}=0.0$; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7 simuliert.



Abbildung 5.17: Modell des CPS-Strahlrohrs in Molflow+ für die Simulation der Desorption am Kaltventil V3 und Adsorption an V4.

5.10.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse der Simulationen sind in Tabelle 5.6 aufgeführt. Bei $\alpha_{\rm Ar}=0.0$ dringen $(83.6\pm1.0)\%$ der Moleküle nach einer Desorption vom Kaltventil in das Vorspektrometer ein. Dies wäre der Fall, wenn direkt im Anschluss an die Regeneration, während die Temperatur des Strahlrohrs noch ca. 100 K beträgt, das Kaltventil geöffnet würde. Aus Sicherheitsgründen bleibt es deswegen geschlossen, bis die Betriebstemperatur zwischen 3 und 4,5 K erreicht ist. Dann gilt $\alpha=0.7$. Hier gelangen die desorbierenden Moleküle nur noch mit einer Wahrscheinlichkeit von $(14.5\pm0.2)\%$ in das Vorspektrometer. Alle anderen werden von der Kaltfalle abgepumpt. Die Abkühlung bewirkt also, dass ca. 70% weniger Moleküle in den Spektrometer-Bereich vordringen. Mit zunehmender Bedeckung verringert sich der Stickingkoeffizient wieder. Dabei steigt die Wahrscheinlichkeit auf bis zu $(20.1\pm0.1)\%$ bei $\alpha=0.1$.

Tabelle 5.6: Simulationsergebnisse der Desorption am Kaltventil. Das Verhältnis der Adsorption an Ventil V4 zur Desorption von Kaltventil V3 entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass ein Molekül nach Desorption vom Kaltventil in das Vorspektrometer gelangt.

$\alpha_{\rm Ar}$	Desorption V3	Adsorption V4	Verhältnis	σ _{Verhältnis}
0,0	16935	14160	0,836	0,010
0,1	318749	63931	0,201	0,001
0,2	115031	20514	0,178	0,001
0,3	77130	12666	0,164	0,002
0,4	65121	10378	0,159	0,002
0,5	67805	10458	0,154	0,002
0,6	83963	12647	0,151	0,001
0,7	70532	10212	0,145	0,002

Aus den Ergebnissen ist ersichtlich, dass die am Kaltventil desorbierenden Tritium-Moleküle mit einer nicht zu vernachlässigenden Wahrscheinlichkeit in das Vorspektrometer eindringen. Bei einer aktiven Kaltfalle liegen die Werte zwischen ca. 15% und 20%.

5.11 Fazit

Es ist gelungen ein Modell zu entwickeln und systematisch zu optimieren, das die komplexen Pumpprozesse der CPS in Abhängigkeit der Zeit beschreibt. Als Ergebnisse der Anwendung dieses Modells wurden für den Betrieb von KATRIN essentielle Parameter wie der Reduktionsfaktor für verschiedene Stickingwahrscheinlichkeiten der Kaltfalle bestimmt. Außerdem wurde der Zusammenhang zwischen gemessenen Drücken an den Pumpstutzen des Systems und dem Reduktionsfaktor berechnet. Dies ist von entscheidender Bedeutung zur Interpretation der für 2017 geplanten Inbetriebnahmemessungen. Es konnte gezeigt werden, dass dieses Modell ebenfalls auf eine Kaltfalle mit inhomogener Temperaturverteilung anwendbar ist.

Die Möglichkeit, dass Tritium durch Desorption vom Kaltventil bis ins Vorspektrometer gelangt, wurde ebenfalls berücksichtigt und simuliert. Es ist festzuhalten, dass dies bei aktiver Argon-Schicht für etwa ein Fünftel der desorbierenden Moleküle zutrifft.

6 Kalibration der Temperatursensoren der Kaltfalle

Um einen reibungslosen Betrieb der CPS zu gewährleisten, ist eine kontinuierliche Kontrolle der Temperaturen innerhalb des Strahlrohrs unerlässlich. Zu diesem Zweck sind dort Temperatursensoren angebracht, die kontinuierlich ausgelesen werden.

Es handelt sich um Widerstandsthermometer aus verschiedenen Metallen. In den Sektionen 1, 6 und 7 befinden sich Sensoren aus Platin. Mit einer minimal messbaren Temperatur von ca. 73 K sind diese Messinstrumente jedoch ungeeignet zur Temperaturerfassung der Argon-Schicht, die sich auf 3 K befindet.

Dort kommen Rhodium-Eisen-Sensoren (RhFe) zum Einsatz, die ebenso für hohe Temperaturen während des Ausheizens geeignet sind und über eine große Langzeitstabilität verfügen. Der Betrieb im Magnetfeld beeinflusst allerdings die Widerstandsmessung, da Eisen ferromagnetisch ist. Bei einer Feldstärke von bis zu 5,6 T ist dieser Effekt stark ausgeprägt. Die Sensoren müssen deswegen für einen Betrieb im Magnetfeld kalibriert werden. Die Durchführung und Ergebnisse dieser Kalibration werden in diesem Kapitel vorgestellt.

6.1 Temperaturmessung mit Rhodium-Eisen-Sensoren

In Abbildung 6.1 ist ein RhFe-Sensor dargestellt. Es handelt sich um den Typ RF-800, der in den Sektionen 2 - 5 der CPS zur Temperaturmessung verwendet wird. Der Aufbau besteht aus einem gewickelten Draht, der von einem zylindrischen Gehäuse aus Keramik umschlossen wird. Vier Platindrähte führen aus dem Zylinder heraus und dienen als elektrische Kontakte [84].

Bei dem Messprinzip macht man sich die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands zunutze. Der Grund für die Abhängigkeit ist der Einfluss der Temperatur auf die thermischen Gitterschwingungen, die von den Atomen des Leiters ausgeführt werden. An diesen Atomen streuen die Leitungselektronen abhängig vom aktuellem Schwingverhalten verschieden stark.

Der Widerstand ändert sich je nach Material unterschiedlich mit der Temperatur. Diese Information steckt in der charakteristischen Kennlinie eines Sensors, welche für einen RF-800-Sensor Abbildung 6.2(a) zu entnehmen ist. Der Sensor hat einen positiven Temperaturgradienten und gehört damit zu den PTC¹-Widerständen. Die doppelt logarithmische Auftragung lässt einen exponentiellen Zusammenhang erkennen. Die Sensitivität $S = \frac{dR}{dT}$ in Abbildung 6.2(b) hat dementsprechend einen hohen Betrag, fällt aber im Bereich von 30 K signifikant ab. Der RF-Sensor weist einen vergleichsweise großen Messbereich von

 $^{^{1}} Positive \ Temperature \ Coefficient.$



Abbildung 6.1: Ein RF-800-Sensor (a) [85]. Zu sehen sind das Gehäuse aus Keramik und die daraus austretenden Anschlussdrähte. Im Schaltbild (b) ist zusätzlich der zu messende RF-Widerstand (R) abgebildet (mit Änderungen entnommen aus [86]). Die daran angeschlossenen Drähte dienen der Spannungsmessung (U) bei hohem Widerstand und der Strommessung (I) bei niedrigem Widerstand.

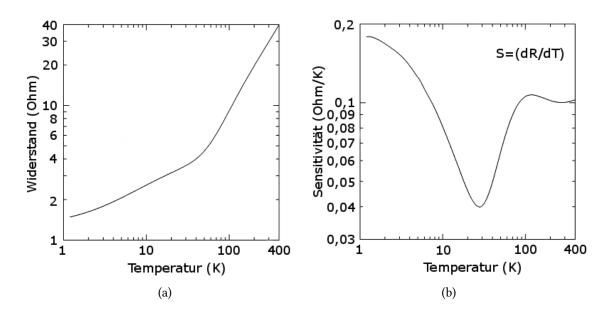


Abbildung 6.2: Die doppelt logarithmisch aufgetragene Kennlinie (a) und Sensitivität $S = \frac{dR}{dT}$ (b) eines RF-800-Sensors zwischen 1 und 400 K (mit Änderungen entnommen aus [87]).

1 bis 500 K auf. Darüber hinaus ist seine hohe Langzeitstabilität für den Betrieb in der CPS während des Standardmessbetriebs von KATRIN von essentieller Bedeutung.

6.2 Verhalten von Rhodium-Eisen-Sensoren im Magnetfeld

Bei Eisen handelt es sich um einen Ferromagneten. Das bedeutet, dass die magnetischen Momente der Atome in einem äußeren Magnetfeld dazu neigen, sich parallel anzuordnen. Es entsteht eine messbare Magnetisierung parallel zum externen Feld, was zum

sogenannten anisotropen magnetoresistiven Effekt führt. Die Leiterelektronen streuen unterschiedlich stark, je nachdem wie die Ausrichtung der atomaren Dipole relativ zur Stromrichtung ist. Fließt der Strom parallel zur Magnetisierungsachse, so streuen sie stärker als in senkrechter Richtung. Der Widerstand ist dementsprechend vom Winkel zwischen beiden Richtungen abhängig. Die Differenz zwischen den Widerständen mit und ohne Magnetfeld nennt man Magnetwiderstand. Dieser Effekt wurde für die RF-Sensoren der CPS schon eingehend untersucht [84].

In einem Kalibriersystem wurden die Sensoren bei verschiedenen Temperaturen unter 10 K einem Magnetfeld von bis zu 9 T ausgesetzt. Dabei wurde jeweils der Widerstand gemessen. Ein Vergleich mit dem passenden Wert der Kennlinie liefert den Magnetwiderstand. Mithilfe der gegebenen Sensitivität $S = \frac{dR}{dT}$ (vgl. Abbildung 6.2(b)) lässt sich die resultierende Abweichung bei der Temperaturangabe im Magnetfeld berechnen. Diese Abweichung ist in Abbildung 6.3 für eine parallele (a) und eine senkrechte (b) Ausrichtung des Sensors zum Magnetfeld aufgetragen. Bei der parallelen Ausrichtung ergeben sich größere Temperaturwerte, der Magnetwiderstand ist also höher. Das entspricht der Erwartung eines winkelabhängigen Streuverhaltens der Leiterelektronen. Insgesamt zeigt sich eine quadratische Abhängigkeit der gemessenen Temperatur von der Magnetfeldstärke. Auffallend ist, dass diese Abhängigkeit für verschiedene wahre Temperaturen quantitativ variiert. Wenngleich dieser Effekt nicht stark ausgeprägt ist, sollte er bei der Durchführung der Kalibration beachtet werden.

Die geometrische Anordnung der relevanten RF-Sensoren am Strahlrohr der CPS ist Abbildung 6.4 zu entnehmen. Die meisten Sensoren liegen mittig in einer Sektion. Sie sind

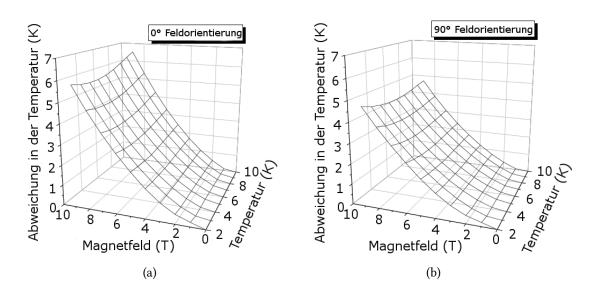


Abbildung 6.3: Magnetfeldbedingte Abweichung bei der Temperaturmessung eines RF-800-Sensors der parallel (a) und senkrecht (b) zum äußeren Feld ausgerichtet ist (mit Änderungen entnommen aus [84]). Sind die Stärke und Richtung des Magnetfelds bekannt, können die Messwerte anhand dieser Kalibrationskurven korrigiert werden.

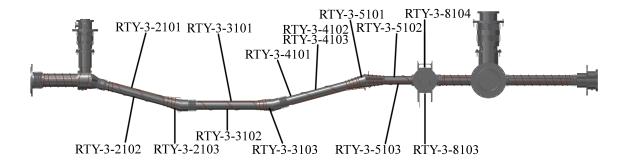


Abbildung 6.4: Die Positionen und Kennnummern der RF-Sensoren im Strahlrohr der CPS.

parallel zu den Strahlrohrwänden ausgerichtet und damit auch zu den Magnetfeldlinien. Zusätzlich sind Sensoren an den Konen angebracht, die einen halben Öffnungswinkel von 4,77° aufweisen. Die Magnetfeldlinien weiten sich dort ihrerseits auf, sodass näherungsweise eine parallele Ausrichtung gegeben ist.

6.3 Durchführung der Kalibration

Im Standardmessbetrieb von KATRIN herrschen in der CPS Magnetfeldstärken von bis zu 5,6 T. Die Werte schwanken jedoch im Bereich des Strahlrohrs (vgl. Abbildung 4.1). Da die Temperatursensoren räumlich verteilt sind, werden sie unterschiedlichen Magnetfeldstärken ausgesetzt. Um eine Berechnung des Magnetfelds an jedem einzelnen Ort der Sensoren zu vermeiden, wurde mithilfe des Stroms durch die supraleitenden Spulen kalibriert. Der maximale Spulenstrom beträgt 200 A. Im Rahmen der Inbetriebnahmemessungen wurde aktuell ein Maximalwert von 180 A erreicht. Für diese Messung ist der Verlauf des Spulenstroms über der Zeit in Abbildung 6.5 angegeben. Dem abgebildeten Zeitraum entstammen die Daten für die Kalibration. Der Strom wurde mit einem konstanten Gradienten erhöht, wobei bei den Werten I = 120 A, 150 A, 170 A, 180 A für einige Minuten ein Plateau auftritt.

Die von den RF-Sensoren ausgelesenen Temperaturwerte sind in Abbildung 6.6 über dem jeweils gleichzeitig ausgelesenen Spulenstrom aufgetragen. Sie weisen eine quadratische Abhängigkeit von der Stromstärke auf. Die Steigungen variieren je nach Lage am Strahlrohr. Sensoren nahe am Zentrum einer Sektion sind den stärksten Magnetfeldern ausgesetzt, sodass die Steigung groß ist (RTY-3-2101, -2102, -3101, -3102, usw.). Die Sensoren in den Konen erfahren schwächere Felder und zeigen dementsprechend eine geringere Abhängigkeit (RTY-3-2103, -3103 und -5101). Neben den Sensoren der aktiv gekühlten Kaltfalle wurde ebenfalls das Verhalten der baugleichen Messinstrumente am Kaltventil untersucht (RTY-3-8103 und -8104). Sie zeigen auf den ersten Blick keinerlei Abhängigkeit vom Spulenstrom. Für genauere Aussagen muss eine Funktion angepasst werden.

Weiterhin fällt auf, dass einigen Stromwerten zwei verschiedene Temperaturen des gleichen Sensors zugewiesen sind. Besonders deutlich ist dies bspw. am Sensor RTY-3-2101 zu erkennen. Dieser Effekt ist auf eine elektromagnetische Induktion im Sensormaterial zurückzuführen. Bei einer Änderung des magnetischen Flusses wird eine Spannung induziert,

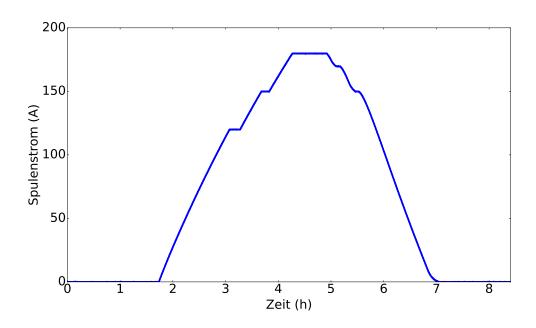


Abbildung 6.5: Der zeitliche Verlauf des Spulenstroms der CPS während der Datennahme für die Kalibration.

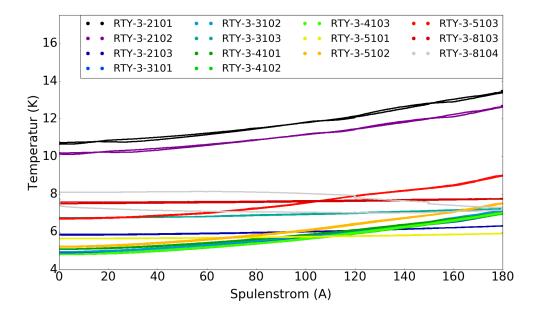


Abbildung 6.6: Die Abhängigkeit der Temperaturmesswerte von der Stromstärke an den Magnetspulen bis zu einem Maximalwert von 180 A. Die tatsächlichen Temperaturen wurden während der gesamten Messzeit konstant gehalten und entsprechen den Werten bei I=0 A.

je nach Vorzeichen der Flussänderung eine positive oder eine negative. So entstehen zwei getrennte Kurven, die dem ansteigenden bzw. abnehmenden Stromverlauf in Abbildung 6.5 zuzuordnen sind. Für die Werte $I=120\,\mathrm{A},\,150\,\mathrm{A},\,170\,\mathrm{A},\,180\,\mathrm{A}$ sind die Temperaturwerte hingegen eindeutig. Genau an diesen Punkten wurde der Strom für einige Minuten konstant gehalten.

Für die Kalibration wurde an die Messpunkte aus Abbildung 6.6 eine quadratische Funktion der Form

$$T_{\text{Sensor}} = a \cdot I^2 + b \cdot I + T_0 \tag{6.1}$$

angepasst. Dabei ist $T_{\rm Sensor}$ die durch den Sensor gemessene Temperatur, I der Spulenstrom sowie a und b die Koeffizienten aus der Anpassung. T_0 ist die wahre Temperatur, die der bei I=0 A gemessenen entspricht.

Die Ergebnisse der Anpassung sind in Tabelle 6.1 enthalten. Die statistischen Fehler liegen bei den Sensoren direkt an der Kaltfalle bei wenigen Prozent. Die Funktion aus Gleichung (6.1) gibt den Verlauf also hinreichend genau wieder. Bei den Sensoren RTY-3-2101 und -2102 wurde keine Anpassung vorgenommen, da sie aufgrund eines technischen Defekts falsche Werte für T_0 ausgaben. Die Lage dieser Sensoren relativ zu den Magnetspulen unterscheidet sich nicht von denen in den Sektionen 3 und 4, sodass aus deren Parametern ein Mittelwert berechnet und für Sektion 2 verwendet wurde.

Die Sensoren RTY-3-8103 und -8104 liegen nicht mehr im Bereich der Kaltfalle. Die Anpassungen der quadratischen Funktion weisen hier die größten Fehler auf. Ebenso widerspricht es der Erwartung, dass bei Sensor RTY-3-8104 negative Werte für die Parameter a und b vorliegen. Dies ist nicht mit den bisher beschriebenen Modellen des magnetfeldabhängigen elektrischen Widerstands vereinbar und muss Ursache eines Hardwarefehlers sein.

Mit den Parametern aus Tabelle 6.1 ist eine Kalibration möglich. Der wahre Temperaturwert T_0 kann aus dem vom jeweiligen Sensor gemessenen wie folgt berechnet werden:

$$T_0 = T_{\text{Sensor}} - a \cdot I^2 - b \cdot I. \tag{6.2}$$

Bei der Anwendung ist zu beachten, dass diese Werte nur für die Temperaturen T_0 aus Tabelle 6.1 gültig sind. Dies ist in Abbildung 6.3 erkennbar, in der die Anpassungsparameter mit der Temperatur T_0 variieren. Bei dieser Variation handelt es sich zwar maximal um 0,25 K, dennoch sollte direkt vor der Aufnahme des regulären Messbetriebs die Kalibration gemäß beschriebenem Konzept wiederholt werden.

Tabelle 6.1: Die Parameter aus der Anpassung der Temperaturmesswerte an die Stromstärke der Ma-Werten nicht um Parameter der Anpassung handelt, sondern um Mittelwerte aus den Werten für die Sensoren in Sektion 3 und 4. Die mit ** gekennzeichneten Temperaturwerte entstammen nicht dem Datensatz für die Kalibrierung, sondern späteren Messungen gnetspulen nach Gleichung (6.1). Es ist zu beachten, dass es sich bei den mit * markierten ohne Magnetfeld. Die statistischen Fehler aus der Anpassung sind ebenfalls angegeben.

)			4)	0
Sensor	$a\left(rac{ ext{K}}{ ext{A}^2} ight)$	$b\left(rac{ ext{K}}{ ext{A}} ight)$	T_0 (K)	$\sigma_a\left(rac{ ext{K}}{ ext{A}^2} ight)$	$\sigma_b\left(rac{ ext{K}}{ ext{A}} ight)$	$\sigma_{T_0}\left(\mathrm{K} ight)$
RTY-3-2101	$(4,915 \cdot 10^{-5})^*$	$(3,214\cdot 10^{-3})^*$	$(5,070)^{**}$	$(4,656 \cdot 10^{-8})^*$	$(7,829 \cdot 10^{-6})^*$	1
RTY-3-2102	$(4,915 \cdot 10^{-5})^*$	$(3,214\cdot 10^{-3})^*$	$(5,150)^{**}$	$(4,656 \cdot 10^{-8})^*$	$(7,829 \cdot 10^{-6})^*$	1
RTY-3-2103	$1,317 \cdot 10^{-5}$	$1,756 \cdot 10^{-4}$	5,874	$5,537 \cdot 10^{-8}$	$9,312 \cdot 10^{-6}$	$2,440 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-3101	$4,816 \cdot 10^{-5}$	$2,974 \cdot 10^{-3}$	4,892	$1,151 \cdot 10^{-7}$	$1,936 \cdot 10^{-5}$	$5,074 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-3102	$4,989 \cdot 10^{-5}$	$3,199 \cdot 10^{-3}$	4,953	$7,564 \cdot 10^{-8}$	$1,272 \cdot 10^{-5}$	$3,334 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-3103	$1,061 \cdot 10^{-5}$	$7,867 \cdot 10^{-4}$	6,764	$6,382 \cdot 10^{-8}$	$1,073 \cdot 10^{-5}$	$2,813 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-4101	$4,206 \cdot 10^{-5}$	$3,292 \cdot 10^{-3}$	5,092	$7,724 \cdot 10^{-8}$	$1,299 \cdot 10^{-5}$	$3,404 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-4102	$4,825 \cdot 10^{-5}$	$3,418 \cdot 10^{-3}$	4,810	$8,889 \cdot 10^{-8}$	$1,495 \cdot 10^{-5}$	$3,917 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-4103	$5,032 \cdot 10^{-5}$	$3,266 \cdot 10^{-3}$	4,818	$8,831 \cdot 10^{-8}$	$1,485 \cdot 10^{-5}$	$3,892 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-5101	$7,012 \cdot 10^{-6}$	$2,363 \cdot 10^{-4}$	5,658	$3,595 \cdot 10^{-8}$	$6,046 \cdot 10^{-6}$	$1,584 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-5102	$5,244 \cdot 10^{-5}$	$3,396 \cdot 10^{-3}$	5,222	$1,246 \cdot 10^{-7}$	$2,095 \cdot 10^{-5}$	$5,491 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-5103	$5,575 \cdot 10^{-5}$	$2,659 \cdot 10^{-3}$	6,710	$1,725 \cdot 10^{-7}$	$2,900 \cdot 10^{-5}$	$7,600 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-8103	$3,926 \cdot 10^{-6}$	$4,903 \cdot 10^{-4}$	7,555	$1,471 \cdot 10^{-7}$	$2,473 \cdot 10^{-5}$	$6,482 \cdot 10^{-4}$
RTY-3-8104	$-1,260 \cdot 10^{-5}$	$-1,360 \cdot 10^{-3}$	7,859	$1,509 \cdot 10^{-6}$	$2,537 \cdot 10^{-4}$	$6,649 \cdot 10^{-3}$

6.4 Fazit

Die Kalibration der Temperatursensoren in der Kaltfalle der CPS hat einen direkten Zusammenhang zwischen gemessenem Temperaturwert und angelegtem Spulenstrom aufgezeigt. Die Messdaten können durch eine quadratiche Funktion beschrieben werden. Aus der Anpassung einer solchen Funktion ergaben sich Parameter, die für den Messbetrieb verwendbar sind, wobei Folgendes zu beachten ist:

- 1. Die Werte der Kalibration sind nicht allgemein für alle Anfangstemperaturen T_0 gültig. Je nachdem wo die Temperatur liegt, bevor man die Sensoren dem Magnetfeld aussetzt, können sich andere Werte ergeben. Die Abweichungen sind mit maximal 0,25 K zwar gering, trotzdem sollte die Kalibration wiederholt werden, wenn die Betriebstemperatur der CPS endgültig festgelegt wurde.
- 2. Die Interpretation des magnetfeldabhängigen Verhaltens des Sensors RTY-3-8104 lässt auf einen Hardwarefehler schließen. Die Kalibration ist darum für diesen Sensor nicht gültig.
- 3. Während der Kalibration traten außerdem Hysterese-Effekte bei der Temperatur auf, die auf Induktionseffekte zurückzuführen sind und die Anpassung einer Funktion erschweren. Bei einer erneuten Kalibration sollte der Spulenstrom bei mehreren Werten für einige Minuten konstant gehalten werden, um eine Induktion zu vermeiden.

7 Aufbau und Kalibration des Deuterium-Einlasssystems für die kryogene Pumpstrecke

Ein wichtiger Teil der Inbetriebnahmemessungen der CPS besteht aus der Charakterisierung der Kaltfalle. Sie umfasst die Bestimmung des Gasfluss-Reduktionsfaktors und der Gas-Kapazität der Oberfläche. Die dafür notwendige Messung ist für das Jahr 2017 geplant. Es ist vorgesehen, Deuterium-Gas an DPS-PP5 in das Strahlrohr einzulassen und den absoluten sowie den partiellen Druck an beiden Pumpstutzen der CPS zu messen. Die eingelassene Gasmenge soll der Menge an Tritium nach einer Messperiode von 60 Tagen gleichkommen. Das entspricht einer Aktivität von 1 Ci. Mit der Annahme von T_2 -Molekülen beträgt die erforderliche Gasmenge $0,42\,\mathrm{mbar}\cdot\ell$ bei Raumtemperatur. Bei den Inbetriebnahmemessungen soll diese Menge in Form von D_2 -Molekülen innerhalb einiger Stunden eingelassen werden. Um einen kontrollierten Gaseinlass zu gewährleisten, ist ein spezielles Vakuumsystem entworfen worden. Im Folgenden wird der Aufbau und die Kalibration dieses Systems näher beschrieben.

7.1 Aufbau

Das Einlasssystem für das Deuterium-Gas soll einen wohldefinierten Gasfluss ermöglichen, um exakt die gewünschte Menge an Deuterium in die CPS einlassen zu können. Es ist erforderlich, einen stabilen Gasfluss zwischen 10^{-5} mbar· ℓ /s und 10^{-3} mbar· ℓ /s einstellen zu können. Der Fluss und die eingelassene Gesamtmenge muss mit einer Genauigkeit von wenigen Prozent gemessen werden können. Diese Anforderung macht einen speziellen Aufbau notwendig, der die Deuterium-Gasflasche mit dem DPS-PP5 verbindet. Abbildung 7.1 zeigt den schematischen Aufbau als Fließbild.

Eine Scrollvac SC 15D dient als Vorpumpe und wird durch eine TMP vom Typ Leybold Turbovac TW 70H ergänzt. Für die Drucküberwachung am Eingang der TMP ist ein kombiniertes Messgerät vom Typ Pfeiffer MPT 200 AR vorgesehen. Es besteht aus einem Piraniund einem Kaltkathoden-Vakuumsensor [88].

Ein Volumen von 15,6 ℓ [89] dient als Pufferbehälter für das Gas. Vor dem Befüllen wird er zunächst evakuiert. Das Deuterium-Gas kann dann entweder direkt oder mithilfe eines Durchflusssensors (*Flowmeter MKS M200*) eingelassen werden. Mit einer Baratron-Messröhre vom Typ *MKS 690A 1000 Torr* lässt sich der Druck in dem Behälter überwachen. Der Messbereich liegt zwischen 0,5 und 1000 Torr (0,67 und 1333 mbar) [89].

Es besteht prinzipiell die Möglichkeit, das Gas nun direkt in den DPS-PP5 weiterzuleiten. Ein kontrollierter Einlass ist hingegen nur mit einem speziellen Aufbau möglich, der par-

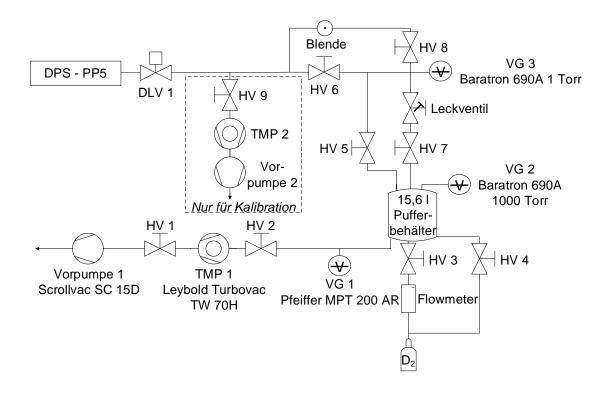


Abbildung 7.1: Fließbild des Deuterium-Einlasssystems. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die Druckluft- (DLV) und Handventile (HV) sowie die Vakuum-Messröhren (VG) nummeriert. Für die Kalibrationsmessung wurde anstelle des DPS-PP5 eine zweite Vorpumpe und TMP angeschlossen.

allel geschalten ist. Ein Leckventil steuert den Durchfluss über zehn Größenordnungen im Bereich von etwa 10^{-9} mbar· ℓ/s bis 60 mbar· ℓ/s [90]. Der exakte Wert für den Durchfluss ist allerdings nicht zugänglich, weswegen er auf alternative Weise bestimmt werden muss. Hinter dem Leckventil misst eine Baratron-Messröhre vom Typ *MKS 690A 1 Torr* den Druck zwischen 1 und $5 \cdot 10^{-4}$ Torr (1,33 und $6,67 \cdot 10^{-4}$ mbar) [89]. Danach folgt eine Blende. Es handelt sich um eine Kreisscheibe aus OFHC¹-Kupfer. In der Mitte befindet sich eine Senkung von 45° und ein Loch mit 0,5 mm Durchmesser.

Der Leitwert dieser Blende dient zusammen mit dem gemessenen Druck zur Berechnung des Flusses durch das Leckventil. Er berechnet sich im Molekularflussbereich folgendermaßen [75]:

$$C = a \cdot \bar{c} \cdot \frac{A}{4}.\tag{7.1}$$

Dabei steht A für die Fläche der Blendenöffnung und a für eine Kalibrationskonstante, die im Rahmen einer entsprechenden Messung bestimmt werden muss.

¹Oxygen-free high thermal conductivity.

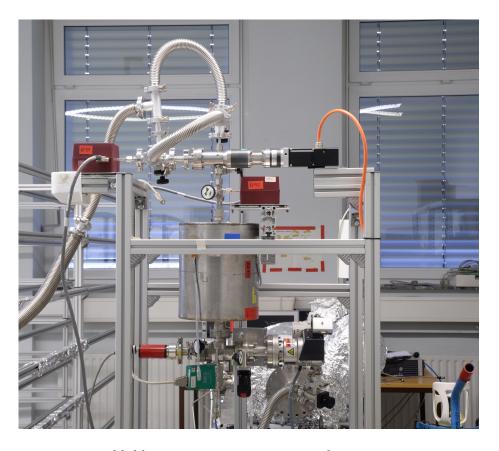


Abbildung 7.2: Das Deuterium-Einlasssystem.

Die mittlere thermische Geschwindigkeit

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \tag{7.2}$$

- wobei R für die universelle Gaskonstante steht - ist abhängig von der Temperatur T des Gases und dessen molarer Masse M. Bei bekanntem Leitwert der Blende und zusätzlicher Messung des Drucks p ist der Durchfluss wie folgt zu berechnen:

$$Q = C \cdot p = a \cdot \bar{c} \cdot \frac{A}{4} \cdot p. \tag{7.3}$$

Mithilfe dieser experimentellen Anordnung ist es also möglich, den Gasfluss in die CPS zu regulieren. Der Aufbau ist in Abbildung 7.2 zu sehen. Im nächsten Schritt wird die Konstante a aus Gleichung (7.1) mittels einer Kalibrationsmessung bestimmt.

7.2 Kalibration

Die Kalibration dient der Bestimmung des Leitwerts der Kupfer-Blende. Dieser hängt nach Gleichung (7.1) und (7.2) von der Gasmasse ab. Ist der Leitwert für ein bestimmtes Gas der

molaren Masse M_1 bekannt, so folgt für ein anderes Gas mit molarer Masse M_2 :

$$C(M_2) = C(M_1)\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}.$$
 (7.4)

Die Kalibrationskonstante a sollte unabhängig von der Masse sein. Nach der Messung kann der Leitwert für ein beliebiges Gas ermittelt werden. Dafür sind Messungen mit mehreren Gasen zu empfehlen. So kann überprüft werden, ob der Faktor a tatsächlich konstant ist.

7.2.1 Durchführung

Bei der Leitwertmessung liegt kein Anschluss des Einlasssystems an den DPS-PP5 vor. Stattdessen wurde hinter der Kupfer-Blende ein Pumpstand bestehend aus einer Vorpumpe ($Scrollvac\ SC\ 15D$) und einer TMP ($Leybold\ Turbovac\ 350i$) angeschlossen. Die Messung wurde mit vier verschiedenen Gasen durchgeführt: Helium (He), Neon (Ne), Stickstoff (N₂) und Argon (Ar). Sie untergliedert sich für jedes Gas in folgende Schritte:

- Die Gasflasche wird angeschlossen, wobei die Ventile HV 3, HV 4, HV 5, HV 6 und HV 7 zu sind. Ansonsten sind alle Ventile inklusive dem Leckventil geöffnet.
- Durch mehrmaliges Öffnen und Schließen der Ventile HV 3 und HV 4 wird der Pufferbehälter und die Gasleitung vom Druckminderer der Gasflasche gespült. Der von der Messröhre VG 1 gemessene Druck sollte dabei maximal einige mbar betragen, um die TMP 1 nicht zu überlasten.
- Nach dem Spülen wird das Ventil HV 2 geschlossen. Die TMP 1 ist nun vom System abgetrennt. Die Ventile HV 5 und HV 7 werden geöffnet.
- Nun kann der Gaseinlass durch das Öffnen der Ventile HV 3 und HV 4 erfolgen, bis der Druck an der Messröhre VG 1 im Bereich von 10⁻¹ mbar liegt. Dann werden die beiden Ventile wiederum geschlossen.
- Das Gas wird jetzt mit der TMP 2 durch die Kupfer-Blende abgepumpt. Parallel wird der gemessene Druck an VG 3 jede halbe Sekunde ausgelesen und aufgezeichnet. Wenn der Druck unterhalb des Messbereichs von 6,67·10⁻⁴ mbar fällt, wird die Datenaufnahme gestoppt.

Der zeitliche Verlauf des Drucks ist durch eine exponentielle Funktion beschreibbar [75]:

$$p(t) = p_0 \cdot e^{-\frac{C}{V} \cdot t} + p_{\min}. \tag{7.5}$$

Es wird angenommen, dass der effektive Leitwert C des Systems mit Volumen V durch die Kupfer-Blende dominiert wird. Bei p_{\min} handelt es sich um den minimal erreichbaren und bei p_0 um den anfänglichen Druck. Das Volumen des gesamten Vakuumsystems vor der Blende (Pufferbehälter und Zuleitungen) wurde auf $V=19,0~\ell$ abgeschätzt.

Liegen die Ergebnisse für die vier verschiedenen Gase vor, so kann jeweils die Anpassung einer Funktion nach Gleichung (7.5) an die Daten erfolgen. Die drei unbekannten Parameter

sind dabei die Drücke p_0 und $p_{\rm min}$ sowie der Leitwert C der Kupfer-Blende. Letzterer sollte proportional zu $M^{-\frac{1}{2}}$ sein, wenn M die molare Masse des Kalibriergases ist. Diesen Zusammenhang zu überprüfen stellt eine wichtige Kontrolle der Methode dar. Die Massen der verwendeten Gase sind [75]: $M_{\rm He}=4,003$ g/mol, $M_{\rm Ne}=20,18$ g/mol, $M_{\rm N_2}=28,01$ g/mol und $M_{\rm Ar}=39,95$ g/mol. Wird die Proportionalität bestätigt, kann der Leitwert für D_2 berechnet werden.

7.2.2 Ergebnisse

Der an der Baratron-Messröhre VG 3 gemessene Druckverlauf ist in Abbildung 7.3 in Abhängigkeit der Zeit aufgetragen. Der Druck sinkt umso langsamer, je schwerer die Gasatome bzw. -moleküle sind. Dies ist der $M^{-\frac{1}{2}}$ -Proportionalität des Leitwerts geschuldet. Bei der Anpassung einer exponentiellen Funktion ist zu beachten, dass Gleichung (7.1) nur im molekularen Strömungsbereich gültig ist. Der maximale Druck, bei dem eine molekulare Strömung noch eine sinnvolle Annahme darstellt, ist antiproportional zum Quadrat des Teilchendurchmessers. Deswegen wurden für die schwereren Gase (Ne, N₂, Ar) ausschließlich Daten mit Druckwerten $p \leq 10^{-2}$ mbar bei der Funktionsanpassung berücksichtigt. Für das leichteste Gas (He) wurden alle Werte mit $p \leq 10^{-1}$ mbar verwendet.

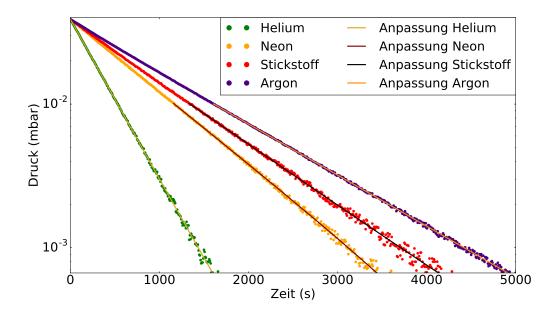


Abbildung 7.3: Der zeitliche Verlauf des Drucks an der Messröhre VG 3 während des Auspumpvorgangs in logarithmischer Darstellung. An die Daten wurde jeweils die Funktion aus Gleichung (7.5) angepasst. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind nur im Bereich der molekularen Strömung gültig, weswegen bei den schwereren Gasen nur Daten mit $p \le 10^{-2}$ mbar verwendet wurden. Sämtliche Druckwerte unterhalb von $6,67\cdot 10^{-4}$ mbar wurden verworfen, da hier der Messbereich von VG 3 endet.

Tabelle 7.1: Die Parameter aus der Funktionsanpassung nach Gleichung (7.5) an die gemessenen Druckwerte für die verschiedenen Kalibriergase.

Gas	p_0 (mbar)	p_{\min} (mbar)	$C(\ell/s)$	σ_{p_0} (mbar)	$\sigma_{p_{\min}}$ (mbar)	$\sigma_C (\ell/s)$
He	$3,903 \cdot 10^{-2}$	$2,661 \cdot 10^{-5}$	$4,887 \cdot 10^{-2}$	$5,412 \cdot 10^{-6}$	$3,190\cdot10^{-6}$	$1,682 \cdot 10^{-5}$
Ne	$1,017 \cdot 10^{-2}$	$-8,032 \cdot 10^{-5}$	$2,175\cdot 10^{-2}$	$3,705 \cdot 10^{-6}$	$4,088 \cdot 10^{-6}$	$2,562 \cdot 10^{-5}$
N_2	$1,009 \cdot 10^{-2}$	$2,854 \cdot 10^{-5}$	$1,873 \cdot 10^{-2}$	$3,965 \cdot 10^{-6}$	$4,163\cdot10^{-6}$	$2,354 \cdot 10^{-5}$
Ar	$1,002 \cdot 10^{-2}$	$-5,321\cdot10^{-6}$	$1,554 \cdot 10^{-2}$	$1,558 \cdot 10^{-6}$	$1,675\cdot 10^{-6}$	$7,709 \cdot 10^{-6}$

Die aus der Anpassung erhaltenen Parameter sind in Tabelle 7.1 aufgeführt. Die Leitwerte C erfüllen wie erwartet Gleichung (7.4) mit einer Genauigkeit von etwa 1%. Gemäß dieser Gleichung kann nun aus den vier verschiedenen Messungen jeweils der Leitwert der Kupfer-Blende für Deuterium mit der Masse $M_{\rm D_2}=4,028\,{\rm g/mol}$ [91] berechnet werden. Es resultiert ein Mittelwert von

$$C_{\rm D_2} = (4.893 \pm 0.029) \cdot 10^{-2} \,\ell/\rm s.$$
 (7.6)

Der Kalibrationsfaktor aus Gleichung (7.1) ist dementsprechend gegeben durch

$$a = (8,032 \pm 0,047) \cdot 10^{-1}.$$
 (7.7)

Zusammen mit der Druckinformation durch die Baratron-Messröhre kann nun der Fluss durch das Leckventil exakt berechnet und eingestellt werden.

7.3 Fazit

Das entworfene Deuterium-Einlasssystem entspricht den Anforderungen für die geplante Messung zur Charakterisierung der Kaltfalle der CPS. Mithilfe eines Leckventils kann der Gasfluss über zehn Größenordnungen variiert werden. Ein Druckmessgerät in Kombination mit einer Kupfer-Blende macht die exakte Berechnung dieses Gasflusses möglich. Durch eine Kalibrationsmessung ist der Leitwert der Blende bestimmt worden. Er weist für verschiedene Kalibriergase eine Massen-Abhängigkeit auf, die der theoretischen Erwartung entspricht.

8 Zusammenfassung

Das KATRIN-Experiment am KIT vermisst den Endpunkt des Energie-Spektrums der Elektronen, die durch den Beta-Zerfall von Tritium entstehen. Das ambitionierte Ziel ist die Bestimmung der Masse des parallel erzeugten Elektron-Antineutrinos mit einer Sensitivität von 200 meV/ c^2 bei 90% C. L. Dafür ist eine funktionierende Transportstrecke erforderlich, die den Tritumfluss bei gleichzeitigem adiabatischen Elektronentransport um mindestens 14 Größenordnungen reduziert.

Eine wesentliche Komponente dieser Strecke bildet die CPS. Die dort ablaufenden Prozesse werden in der vorliegenden Arbeit primär thematisiert. Neben Simulationen des Magnetfelds zur Bewertung von Spezifikationstests, bildet den zentralen Teil die zeitabhängige Simulation der Pumpleistung der Argon-Adsorptionsschicht. Erstmalig konnte durch das erarbeitete und umgesetzte Simulationskonzept die zeitliche Abhängigkeit der charakteristischen Pumpleistung untersucht und quantifiziert werden. Ferner erlaubt das neu entworfene Simulationstool auch Analysen zu lokalen Temperaturgradienten entlang der Kaltfalle und ihren Einfluss auf die sich zeitlich verändernde Tritium-Unterdrückung.

Nach ihrer Fertigung in Genua, Italien durch die Firma ASG Superconductors S.p.A. wurde die CPS im Juli 2015 an das KIT ausgeliefert. Zur Ausstattung gehören sieben supraleitende Magnete, wodurch im Zentrum des Strahlrohrs eine Feldstärke von etwa 5,6 T herrscht. Entlang der Feldlinien werden die Beta-Elektronen adiabatisch bis in den Spektrometerbereich befördert, wo die Energieanalyse stattfindet.

Die Positionen und Ausrichtungen der Magnetspulen entsprechen fertigungsbedingt nicht exakt der Spezifikation. Es liegen Verkippungen der Module im mm-Bereich vor. Die direkte Vermessung dieser Abweichungen kann nicht mehr durchgeführt werden. In dieser Arbeit wurde deswegen untersucht, ob die Position und Ausrichtung der Magnetspulen alternativ über eine Messung des Magnetfelds innerhalb des Strahlrohrs mit einer Hall-Sonde zugänglich wäre. Mithilfe des von der KATRIN-Kollaboration entwickelten Software-Frameworks KASSIOPEIA wurde das Magnetfeld für verschiedene Spulenpositionen simuliert. Es ergaben sich signifikante Änderungen in der y-Komponente des Magnetfelds, hingegen nicht in x- und z-Richtung. Eine Messung der Magnetfeldkomponente in y-Richtung wäre also sensitiv auf die Spulenposition.

Des Weiteren wurde eine mögliche Kalibrationsmessung zwischen angelegtem Spulenstrom und Magnetfeld in der Mitte des Strahlrohrs diskutiert. Um den nötigen Zeitaufwand zu minimieren, wäre eine Messung des Magnetfelds außerhalb der CPS optimal. Es konnte anhand von Simulationen gezeigt werden, dass dort die Homogenität des Magnetfelds ausreichend für eine Kalibration ist.

Aufgrund dieser Erkenntnis wurde das Konzept zur Magnetfeldmessung mit einer Hall-Sonde innerhalb des Strahlrohrs verworfen. Dies kam dem Zeitplan des Experiments zugute, da eine Messung einen zusätzlichen Temperaturzyklus von Raumtemperatur zu etwa 4 K erfordert hätte. Ein solcher Vorgang hätte mehrere Wochen in Anspruch genommen.

Die tiefen Temperaturen sind für die zweite Aufgabe der CPS wesentlich: Die Reduktion des Tritium-Flusses um mindestens sieben Größenordnungen. Auf der Innenseite des Strahlrohrs ist eine Argon-Schicht präpariert, auf der die Tritium-Moleküle adsorbiert werden. Die bisherigen Simulationen dieses Prozesses waren bis zu dieser Arbeit noch nicht ausgereift. Wesentliche Mechanismen wurden nicht berücksichtigt. Dazu gehört in erster Linie das Verhalten einmal adsorbierter Moleküle. Diese haben die Möglichkeit wieder zu desorbieren und erneut zum Gasfluss beizutragen. Der Zeitpunkt der Desorption folgt einer exponentiellen Wahrscheinlichkeitsverteilung. Dieser Effekt verringert den Reduktionsfaktor der CPS und ist damit bei der Beschreibung des Pumpvorgangs nicht zu vernachlässigen.

In dieser Arbeit wurde für die Desorption ein mathematisches Modell entwickelt, das sich auf Simulationsergebnisse des TPMC-Programms Molflow+ stützt. Damit lassen sich sowohl der Reduktionsfaktor, als auch die Drücke an beliebigen Stellen innerhalb der CPS berechnen. Diese Größen sind keineswegs statisch, sondern verändern sich aufgrund der Desorption von Molekülen mit der Zeit. Dieser zeitliche Verlauf wurde ebenfalls berechnet. Damit können nun Aussagen über längere Zeiträume getroffen werden. Allerdings ist zu beachten, dass es immer noch einige unbekannte Parameter bei der Kryosorption gibt, wie die charakteristische Verweildauer $\tau_{\rm des}$ der Moleküle auf der Argon-Schicht. Konkrete Aussagen über absolute Zeitskalen können deswegen nur mit Näherungen der unbekannten Parameter getroffen werden.

Mit den Molflow-Simulationen ist es außerdem gelungen, das messbare Verhältnis der Drücke an den beiden Pumpstutzen der CPS mit dem Reduktionsfaktor in Beziehung zu setzen. Dies stellt einen wichtigen Schritt für die Charakterisierung der Kaltfalle dar. Im Zuge der Inbetriebnahmemessungen ist vorgesehen, Deuterium-Gas in die CPS einzulassen, wobei der Druck an den Pumpstutzen kontinuierlich gemessen wird. Eine Interpretation der Messresultate ist nur mit den Simulationsergebnissen dieser Arbeit möglich.

Neben den rechnerischen Grundlagen wurden auch technische Vorbereitungen für die Deuterium-Messungen getroffen. In die CPS wird bei jenen Messungen eine Gasmenge von $0,42\,\mathrm{mbar}\cdot\ell$ eingelassen. Dies entspricht bei Raumtemperatur der Anzahl an T_2 -Molekülen mit einer Aktivität von 1 Ci. Bei dieser maximalen Kontamination endet aus Strahlenschutzgründen jeweils der Messzyklus im Standardmessbetrieb von KATRIN. Für den Einlass einer solchen Gasmenge wurde ein spezielles Vakuumsystem entworfen und umgesetzt, mit dem man den Gasfluss über mehrere Größenordnungen regeln und messen kann. Nach der ersten erfolgreichen Argon-Präparation im Frühjahr 2017 können die Deuterium-Messungen also beginnen.

Sowohl für die Inbetriebnahmemessungen als auch für den Standardmessbetrieb von KATRIN sind stabile Temperaturen der Kaltfalle unter 4 K notwendig. Zur Überwachung sind Rhodium-Eisen-Sensoren angebracht. Es handelt sich um Widerstandsthermometer, deren temperaturabhängiger Widerstand in einem Magnetfeld von seinem Standardwert

abweicht und sich erhöht. Es ist also wichtig, einen Zusammenhang zwischen dem angelegten Strom durch die Magnetspulen und den ausgegebenen Temperaturwerten aufzustellen, damit auf die wahren Temperaturen zurückgerechnet werden kann. Diese Kalibration wurde erfolgreich mit Daten der ersten Magnet-Tests durchgeführt. Die kalibrierten Temperaturwerte sind von nun an stets bis auf einige Prozent korrekt, auch wenn die Magnete der CPS in Betrieb sind.

Aktuell stehen die Arbeiten zur Inbetriebnahme der CPS kurz vor dem Abschluss. Die ersten Daten bei kryogenen Temperaturen wurden aufgenommen und die Magnete mehrmals getestet. Im Oktober 2016 fanden außerdem die *First Light-*Messungen statt, bei denen zum ersten Mal Elektronen durch den gesamten KATRIN-Aufbau geführt wurden. Der sensitive magnetische Fluss war dabei im CPS-Strahlrohr keinen Kollisionen ausgesetzt. Nun gilt es, die erste Argon-Schicht auf der Innenseite des Strahlrohrs zu präparieren und diese in abschließenden Messungen im Frühjahr 2017 zu charakterisieren. Die Ergebnisse dieser Arbeit liefern einen entscheidenden Beitrag für die Umsetzung dieses Vorhabens.

Literatur

- [1] Ch. Kraus et al. Final results from phase II of the Mainz neutrino mass search in tritium beta decay. *Eur. Phys. J.* C40, S. 447–468, 2005.
- [2] V. N. Aseev et al. An upper limit on electron antineutrino mass from Troitsk experiment. *Phys. Rev.* D84, S. 112003, 2011.
- [3] J. Angrik et al. KATRIN design report 2004. Techn. Ber. Forschungszentrum Karlsruhe, 2005.
- [4] M. Kleesiek. A Data-Analysis and Sensitivity-Optimization Framework for the KATRIN Experiment. Doktorarbeit. KIT, 2014.
- [5] Q. R. Ahmad et al. Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.* 89, S. 011301, 2002.
- [6] Y. Fukuda et al. Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* 81, S. 1562–1567, 1998.
- [7] W. Pauli. Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gauvereins-Tagung zu Tübingen. 1930.
- [8] F. Reines und C. L. Cowan. Detection of the Free Neutrino. *Phys. Rev.* 92, S. 830–831, 1953.
- [9] C. L. Cowan et al. Detection of the free neutrino: A Confirmation. *Science* 124, S. 103–104, 1956.
- [10] N. Schmitz. Neutrinophysik. Teubner, 1997.
- [11] G. Danby et al. Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* 9, S. 36–44, 1962.
- [12] K. Kodama et al. Observation of tau neutrino interactions. *Phys. Lett.* B504, S. 218–224, 2001.
- [13] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. Chin. Phys. C38, 2014.
- [14] M. Goldhaber, L. Grodzins und A. W. Sunyar. Helicity of Neutrinos. *Phys. Rev.* 109, S. 1015–1017, 1958.
- [15] John N. Bahcall, Aldo M. Serenelli und Sarbani Basu. New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes. *Astrophys. J.* 621, S. L85–L88, 2005.
- [16] J. N. Bahcall. Solar Neutrino Cross Sections and Nuclear Beta Decay. *Phys. Rev.* 135, B137–B146, 1964.
- [17] J. N. Bahcall. Solar Neutrinos. I. Theoretical. Phys. Rev. Lett. 12, S. 300-302, 1964.

- [18] R. Davis. Solar Neutrinos. II. Experimental. Phys. Rev. Lett. 12, S. 303-305, 1964.
- [19] R. Davis, D. S. Harmer und K. C. Hoffman. Search for Neutrinos from the Sun. *Phys. Rev. Lett.* 20, S. 1205–1209, 1968.
- [20] P. Anselmann et al. GALLEX results from the first 30 solar neutrino runs. *Phys. Lett.* B327, S. 377–385, 1994.
- [21] M. Altmann et al. Complete results for five years of GNO solar neutrino observations. *Phys. Lett.* B616, S. 174–190, 2005.
- [22] J. N. Abdurashitov et al. Solar neutrino flux measurements by the Soviet-American gallium experiment (SAGE) for half the 22-year solar cycle. *Journal of Experimental and Theoretical Physics* 95.2, S. 181–193, 2002.
- [23] Y. Fukuda et al. Solar Neutrino Data Covering Solar Cycle 22. *Phys. Rev. Lett.* 77, S. 1683–1686, 1996.
- [24] B. Pontecorvo. Mesonium and anti-mesonium. Sov. Phys. JETP 6, S. 429, 1957.
- [25] B. Pontecorvo. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge. *Sov. Phys. JETP* 7, S. 172–173, 1958.
- [26] Z. Maki, M. Nakagawa und S. Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.* 28, S. 870–880, 1962.
- [27] L. Ludhova et al. Solar neutrino physics with Borexino I. 2012 Electroweak Interactions and Unified Theories: Proceedings of the 47th Rencontres de Moriond on Electroweak Interactions and Unified Theories, S. 341, 2012.
- [28] L. Wolfenstein. Neutrino Oscillations in Matter. Phys. Rev. D17, S. 2369–2374, 1978.
- [29] S. P. Mikheev und A. Yu. Smirnov. Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrinos. *Sov. J. Nucl. Phys.* 42, S. 913–917, 1985.
- [30] F. P. An et al. Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay. *Phys. Rev. Lett.* 108, S. 171803, 2012.
- [31] J. K. Ahn et al. Observation of Reactor Electron Antineutrinos Disappearance in the RENO Experiment. *Phys. Rev. Lett.* 108, S. 191802, 2012.
- [32] Y. Abe et al. Improved measurements of the neutrino mixing angle θ 13 with the Double Chooz detector. *Journal of High Energy Physics* 2014.10, S. 1–44, 2014.
- [33] E. W. Otten und C. Weinheimer. Neutrino mass limit from tritium beta decay. *Rept. Prog. Phys.* 71, S. 086201, 2008.
- [34] J. Lesgourgues und S. Pastor. Neutrino mass from Cosmology. *Adv. High Energy Phys.* 2012, S. 608515, 2012.
- [35] A. A. Penzias und R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *The Astrophysical Journal* 142, S. 419–421, 1965.
- [36] D. J. Fixsen. The Temperature of the Cosmic Microwave Background. *The Astrophysical Journal* 707.2, S. 916, 2009.
- [37] P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astronomy and Astrophysics* 594.A13, 2016.

- [38] S. Alam et al. The Eleventh and Twelfth Data Releases of the Sloan Digital Sky Survey: Final Data from SDSS-III. *The Astrophysical Journal Supplement Series* 219.1, S. 12, 2015.
- [39] Nathalie Palanque-Delabrouille et al. Neutrino masses and cosmology with Lymanalpha forest power spectrum. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 1511.11, S. 011, 2015.
- [40] W. H. Furry. On Transition Probabilities in Double Beta-Disintegration. *Phys. Rev.* 56, S. 1184–1193, 1939.
- [41] W. Maneschg. Review of neutrinoless double beta decay experiments: Present status and near future. *Nucl. Part. Phys. Proc.* 260, S. 188–193, 2015.
- [42] H. V. Klapdor-Kleingrothaus und I. V. Krivosheina. The evidence for the observation of 0nu beta beta decay: The identification of 0nu beta beta events from the full spectra. *Mod. Phys. Lett.* A21, S. 1547–1566, 2006.
- [43] C. Macolino. GERDA Phase II first commissioning results and future prospectives for neutrinoless double beta decay. *PoS* NEUTEL2015, S. 050, 2015.
- [44] G. Drexlin et al. Current direct neutrino mass experiments. *Adv. High Energy Phys.* 2013, S. 293986, 2013.
- [45] A. Nucciotti. Neutrino mass calorimetric searches in the MARE experiment. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 229-232, S. 155–159, 2012.
- [46] L. Gastaldo et al. The Electron Capture ¹⁶³Ho Experiment ECHo. *Journal of Low Temperature Physics* 176.5, S. 876–884, 2014.
- [47] J. D. Jackson. Classical electrodynamics. Wiley, 1999.
- [48] N. Wandkowsky. Study of background and transmission properties of the KATRIN spectrometers. Doktorarbeit. KIT, 2013.
- [49] M. Arenz et al. Commissioning of the vacuum system of the KATRIN Main Spectrometer. *Journal of Instrumentation* 11.04, P04011, 2016.
- [50] M. Röllig. Studien zu einem Röntgendetektorsystem zur Bestimmung der Aktivität in der KATRIN Tritiumquelle. Diplomarbeit. KIT, 2011.
- [51] M. Babutzka et al. Monitoring of the operating parameters of the KATRIN Window-less Gaseous Tritium Source. *New Journal of Physics* 14.10, S. 103046, 2012.
- [52] M. Babutzka. Design and development for the Rearsection of the KATRIN experiment. Doktorarbeit. KIT, 2014.
- [53] M. Röllig et al. Activity monitoring of a gaseous tritium source by beta induced X-ray spectrometry. *Fusion Engineering and Design* 88, S. 1263–1266, 2013.
- [54] S. Grohmann et al. The thermal behaviour of the tritium source in KATRIN. *Cryogenics* 55, S. 5–11, 2013.
- [55] S. Fischer et al. Laser Raman Spectroscopy for KATRIN. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 229-232, S. 492, 2012.

- [56] A. Kosmider. Tritium Retention Techniques in the KATRIN Transport Section and Commissioning of its DPS2-F Cryostat. Doktorarbeit. KIT, 2012.
- [57] M. Hackenjos. Die differentielle Pumpstrecke des KATRIN-Experiments Inbetriebnahme und Charakterisierung des supraleitenden Magnetsystems. Masterarbeit. KIT, 2015.
- [58] A. Windberger. Berechnungen und Simulationen zum Verhalten von Ionen in der differenziellen Pumpstrecke des KATRIN-Experiments. Masterarbeit. KIT, 2011.
- [59] S. Görhardt. Background Reduction Methods and Vacuum Technology at the KATRIN Spectrometers. Doktorarbeit. KIT, 2014.
- [60] W. Gil et al. The Cryogenic Pumping Section of the KATRIN Experiment. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 20, S. 316–319, 2010.
- [61] A. Jansen. The Cryogenic Pumping Section of the KATRIN Experiment Design Studies and Experiments for the Commissioning. Doktorarbeit. KIT, 2015.
- [62] F. Habermehl. Electromagnetic measurements with the Katrin pre-spectrometer. Doktorarbeit. KIT, 2009.
- [63] K. Hugenberg. Design of the electrode system for the KATRIN main spectrometer. Masterbeit. WWU Münster, 2008.
- [64] F. Glück et al. Electromagnetic design of the large-volume air coil system of the KATRIN experiment. *New Journal of Physics* 15.8, S. 083025, 2013.
- [65] J. Schwarz. The Detector System of the KATRIN Experiment Implementation and First Measurements with the Spectrometer. Doktorarbeit. KIT, 2014.
- [66] B. L. Wall et al. Dead layer on silicon p–i–n diode charged-particle detectors. *Nucl. Instrum. Meth.* A744, S. 73–79, 2014.
- [67] ASG Superconductors S.p.A. Attachement to TR MA140517 rev5 AS BUILT MEA-SUREMENTS OF THE CM AFTER FLIPPING. Interne Dokumentation. 2015.
- [68] C. Röttele. Simulationen zu den Inbetriebnahmemessungen mit der kryogenen Pumpstrecke CPS des KATRIN Experiments. Masterarbeit. KIT, 2016.
- [69] S. Groh. Modeling of the response function and measurement of transmission properties of the KATRIN experiment. Doktorarbeit. KIT, 2015.
- [70] W. Gil. Proposal for the Magnetic Field Measurement in KATRIN-CPS. Internes Dokument. 2014.
- [71] F. Glück. Axisymmetric magnetic field calculation with zonal harmonic expansion. *Progress In Electromagnetics Research B* 32, S. 351–388, 2011.
- [72] R. Combe. Design Optimization of the KATRIN Transport Section and Investigations of Related Background Contribution. Masterarbeit. KIT, 2015.
- [73] Wikipedia-Artikel "Eulersche Winkel". https://de.wikipedia.org/wiki/Eulersche_Winkel. Aufgerufen am 30.08.2016.
- [74] R. A. Haefer. Kryo-Vakuumtechnik. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1981.

- [75] K. Jousten. Wutz Handbuch Vakuumtechnik. Vieweg+Teubner, 2012.
- [76] F. Eichelhardt. Measurement of the Tritium Pumping Properties of a 4.2 K Argon Condensate for the Cryogenic Pumping Section of KATRIN. Doktorarbeit. KIT, 2009.
- [77] F. Bachmann. Aufbau und Inbetriebnahme des CPS-Testaufbaus. Bachelorarbeit. KIT, 2012.
- [78] R. Kersevan und J.-L. Pons. Introduction to MOLFLOW+: New graphical processing unit-based Monte Carlo code for simulating molecular flows and for calculating angular coefficients in the compute unified device architecture environment. *Journal of Vacuum Science & Technology A* 27.4, S. 1017–1023, 2009.
- [79] R. Kersevan und M. Ady. MolFlow+ user guide. CERN, 2014.
- [80] F. Fränkle. Background Investigations of the KATRIN Pre-Spectrometer. Doktorarbeit. KIT, 2010.
- [81] R. Huber. Simulationen der Gaseinlassströmung in die CPS im Betriebs- und Testmodus. Bachelorarbeit. KIT, 2014.
- [82] L. Schimpf. Masterarbeit in Vorbereitung. KIT, 2016.
- [83] C. Röttele. Doktorarbeit in Vorbereitung. KIT, 2016.
- [84] H. Mao, S. Schlachter und M. Süßer. Magnetic behaviour of rhodium-iron cryogenic sensor and high magnetic field correction. Proc. of the 23rd Internat. Cryogenic Engineering Conf. (ICEC 23) and Internat. Cryogenic Materials Conf. (ICMC 2010), 2011.
- [85] Internetseite der Firma Promarchive. http://promarchive.com/brands/1054. Aufgerufen am 14.11.2016.
- [86] K. Foley und Fowler T. Instructions, Rhodium-Iron Resistance Temperature Sensor Installation, Model RF-800-4 Package. Lake Shore Cryotronics, Inc., 2014.
- [87] Spezifikation RF-800 Sensor. http://www.ic72.com/pdf_file/r/134776.pdf. Aufgerufen am 14.11.2016.
- [88] Pfeiffer Vacuum. Betriebsanleitung MPT 200 Digitaler Pirani/Kaltkathoden-Transmitter. 2016.
- [89] C. Röttele. Optimierung der Aktivierungstemperatur der CPS Getterpumpe im KATRIN Experiment. Bachelorarbeit. KIT, 2013.
- [90] Nenion vacuum leakvalves. Betriebsanleitung UHV-Leckventil ND 3. 2016.
- [91] Internetseite des National Center for Biotechnology Information. PubChem Compound Database. https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/24523. Aufgerufen am 20.12.2016.

A Anhang

A.1 Relative Magnetfeldabweichungen für eine maximale Verkippung der Spulen 6 und 7 der kryogenen Pumpstrecke

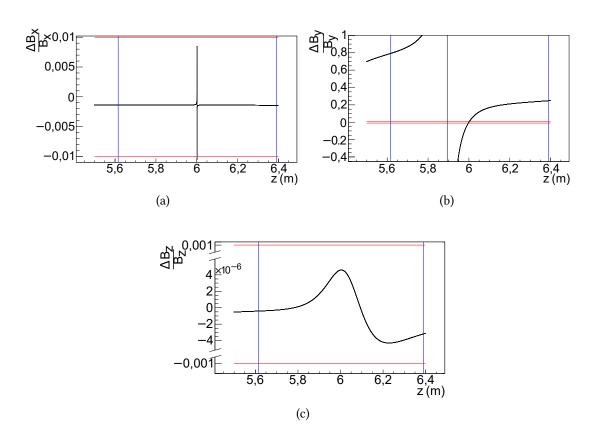


Abbildung A.1: Die relativen Differenzen $\Delta B_x/B_x$ (a), $\Delta B_y/B_y$ (b) und $\Delta B_z/B_z$ (c) zwischen den Magnetfeldstärken, die sich mit den von ASG gemessenen Werten ergeben und denen, die aus einer zusätzlichen Verkippung von Spule 6 und 7 um $\pm 0,2$ mm in y-Richtung resultieren. Die blauen Linien markieren die Position des Zentrums von Sektion 7 ($z=5,6152\,\mathrm{m}$) und des Endflanschs V4 ($z=6,3890\,\mathrm{m}$). Somit ist der gesamte relevante Bereich für das Messkonzept aus Kapitel 4.1 abgedeckt. Für die anderen Koordinaten gilt $x=y=0\,\mathrm{m}$. Die horizontalen roten Linien markieren die Grenzen der Messauflösung, die in der x und der y-Achse 1% und in der z-Achse 0,1% beträgt. Damit sind prinzipiell alle Werte messbar, die außerhalb des roten Bereichs liegen.

A.2 Herleitung einer Differentialgleichung zur Beschreibung des Gasflusses der kryogenen Pumpstrecke

Zum exakten Verständnis des Kryosorption-Prozesses in der CPS ist eine Information darüber erforderlich, zu welcher Zeit an welchem Ort der Strahlrohr-Wand wie viele Moleküle adsorbieren und desorbieren. Ein solches dynamisches Modell kann durch eine partielle Differentialgleichung beschrieben werden. Sie wird im Folgenden abgeleitet. Als Ausgangspunkt dient eine leichte Abwandlung von Gleichung (5.10) aus Kapitel 5.5:

$$A_{i}(t_{n}) = A_{i}(t_{n-1}) + Q_{0} \cdot \Delta t \cdot U_{\text{des,V2}}^{\text{ads,i}} + \sum_{j=1}^{102} \left(A_{j}(t_{n-1}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{\text{des}}}} \right) \cdot U_{\text{des,j}}^{\text{ads,i}} \right) - A_{i}(t_{n-1}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{\text{des}}}} \right).$$
(A.1)

Dieser Ausdruck gilt für $t_n = n \cdot \Delta t$ und $i \in [1, 102]$. Der einzige Unterschied zu Gleichung (5.10) liegt im Summand des dritten Terms. Hier steht $D_j = A_j(t_{n-1}) \cdot (1 - e^{-\Delta t/\tau_{\rm des}})$ für die Anzahl an desorbierten Molekülen nach der Zeit Δt . Dies ist der allgemein gültige Fall. In Gleichung (5.10) hingegen gilt wegen der vereinfachenden Annahme $\tau_{\rm des} \gg \Delta t$ die Taylor-Näherung $D_j = A_j(t_{n-1}) \cdot \Delta t/\tau_{\rm des}$.

Um eine differentielle Darstellung abzuleiten wird ein Differenzenquotient gebildet:

$$\frac{A_i(t_n) - A_i(t_{n-1})}{\Delta t} = Q_0 \cdot U_{\text{des,V2}}^{\text{ads,i}} + \sum_{j=1}^{102} \left(\frac{A_j(t_{n-1})}{\Delta t} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{\text{des}}}} \right) \cdot U_{\text{des,j}}^{\text{ads,i}} \right) - \frac{A_i(t_{n-1})}{\Delta t} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{\text{des}}}} \right).$$
(A.2)

Als nächsten Schritt erfolgt der Übergang zu infinitesimalen Zeiten $\Delta t \to dt$. Nun ist die Näherung $\tau_{\rm des} \gg \Delta t$ gerechtfertigt. Damit wird Gleichung (A.2) zu

$$\frac{dA_i(t)}{dt} = Q_0 \cdot U_{\text{des,V2}}^{\text{ads,i}} + \sum_{j=1}^{102} \frac{A_j(t)}{\tau_{\text{des}}} \cdot U_{\text{des,j}}^{\text{ads,i}} - \frac{A_i(t)}{\tau_{\text{des}}}.$$
 (A.3)

Bei einem Übergang zu differentiellen Segmentlängen sind mehrere Vorgänge zu beachten:

$$dA_{i}(t) \to dA(x,t),$$

$$A_{i}(t) \to dA(x,t) = \frac{dA(x,t)}{dx} dx = \rho(x,t) \cdot dx,$$

$$U_{\text{des},j}^{\text{ads},i} \to dU(x',x) = \frac{dU(x',x)}{dx} dx.$$
(A.4)

Bei $\rho(x,t) = dA(x,t)/dx$ handelt es sich um eine neu eingeführte Längendichte. Die Variablen x' und x stehen für den Ort der Desorption und Adsorption. Der Definitionsbereich beider Größen liegt zwischen x_{V2} und x_{V4} , also den Positionen des Ein- und Ausgangsventils der CPS. Die Matrix U wird zu einer kontinuierlichen Funktion in Abhängigkeit dieser

beiden Positionen.

Nach Anwendung der Transformationen folgt aus Gleichung (A.3):

$$\frac{d\rho(x,t)}{dt}dx = Q_0 \cdot \frac{dU(x',x)}{dx}dx + \int_{x'_{V2}}^{x'_{V4}} \left(\frac{\rho(x',t)}{\tau_{des}} \cdot \frac{dU(x',x)}{dx}dx\right)dx' - \frac{\rho(x,t)}{\tau_{des}}dx.$$
(A.5)

Als letzten Schritt kann man durch Δx teilen:

$$\frac{d\rho(x,t)}{dt} = Q_0 \cdot \frac{dU(x',x)}{dx} + \int_{x'_{V2}}^{x'_{V4}} \left(\frac{\rho(x',t)}{\tau_{\text{des}}} \cdot \frac{dU(x',x)}{dx} \right) dx' - \frac{\rho(x,t)}{\tau_{\text{des}}}. \tag{A.6}$$

Diese partielle Differentialgleichung gibt für einen beliebigen Ort der Adsorption x im Strahlrohr der CPS an, wie sich die Bedeckung pro Zeit ändert. Sie beschreibt damit die gesamte Dynamik der Kryosorption an der Kaltfalle.

A.3 Technische Zeichnungen

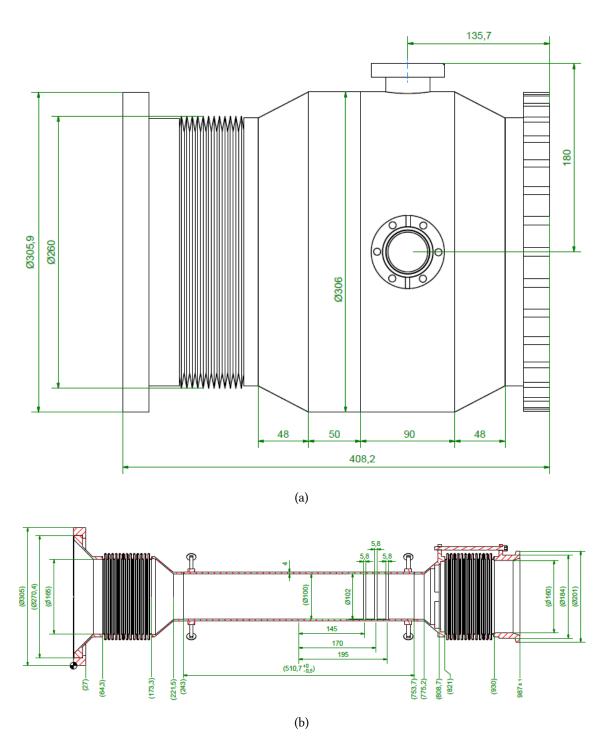


Abbildung A.2: Technische Zeichnungen von DPS-PP5 (a) und Strahlrohr 5 der DPS (b) mit allen relevanten Maßen in der Einheit Millimeter.

A.4 Zusätzliche Ergebnisse der Simulation zeitabhängiger Größen in der kryogenen Pumpstrecke

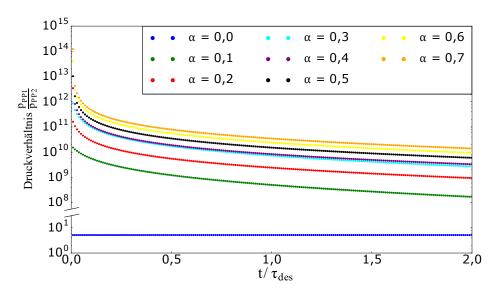


Abbildung A.3: Simuliertes Druckverhältnis von Pumpstutzen 1 zu Pumpstutzen 2 bei Standardmessbetrieb von KATRIN für verschiedene Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}=0.0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.5;\ 0.6;\ 0.7.$

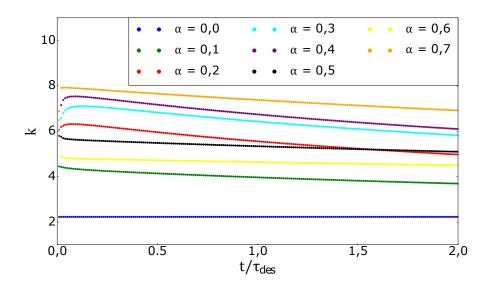


Abbildung A.4: Proportionalitätsfaktor $k=R/\frac{p_{\rm PP1}}{p_{\rm PP2}}$ für verschiedene Stickingkoeffizienten $\alpha_{\rm Ar}=0.0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.5;\ 0.6;\ 0.7.$ Dabei basieren sowohl der Reduktionsfaktor R als auch das Druckverhältnis $p_{\rm PP1}/p_{\rm PP2}$ auf Daten der Simuation des Standardmessbetriebs von KATRIN.

Danksagung

An erster Stelle möchte ich Prof. Dr. Guido Drexlin für die freundliche Aufnahme beim KATRIN-Experiment und die spannende Aufgabenstellung meiner Master-Arbeit danken.

Ebenfalls gilt mein Dank Prof. Dr. Bernhard Holzapfel für die Übernahme der Zweitkorrektur.

Dr. Markus Steidl habe ich für die sehr gute Betreuung zu danken. Er hat seine als Task-Leiter der CPS knapp bemessene Zeit dafür aufgewendet, meine Arbeit zu koordinieren, mich bei Fragen zu unterstützen und die fertige Arbeit zu korrigieren.

Ein besonderer Dank gilt auch Dr. Joachim Wolf, der sich sehr viel Zeit genommen hat, mit mir das komplizierte Simulationskonzept und die Kalibrationsmessung des Deuterium-Einlasssystems zu erarbeiten. Seine Tür stand immer offen und seine Unterstützung ging weit über das Selbstverständliche hinaus.

Mein Dank geht an das gesamte CPS-Team. Dabei sind vor allem Woosik Gil und Norbert Kernert zu erwähnen, die mir in den Bereichen CPS-Magnete und Vakuumtechnik weitergeholfen haben.

Die Umsetzung der rechenaufwendigen Simulationen wäre ohne die Mitarbeit der folgenden Personen nicht möglich gewesen: Carsten Röttele, Lutz Schimpf, Marco Deffert, Dr. Alexander Jansen, Dr. Fabian Harms, Dr. Marco Röllig und Dr. Joachim Wolf. Danke dafür. Ebenso danke ich Anton Huber und Moritz Machatschek für die Erlaubnis, in ihrer Abwesenheit ihre PCs für Simulationen zu nutzen.

Carsten Röttele und Lutz Schimpf möchte ich zusätzlich für die angenehme Atmosphäre in unserem gemeinsamen Büro und die intensive Unterstützung bei der täglichen Arbeit danken. Im Speziellen gilt mein Dank Lutz Schimpf für seine Hilfe bei der Programmierung des Mittelwerts der charakteristischen Verweildauer für eine inhomogene Temperaturverteilung an der CPS-Kaltfalle. Ein gesonderter Dank gilt Carsten Röttele für die Mitarbeit und Koordination bei Aufbau und Kalibration des Deuterium-Einlasssystems. An dieser Stelle danke ich ebenso Fabian Fink für seine technische Unterstützung.

Für die Unterstützung bei technischen Belangen, das sehr gelungene Foto des Deuterium-Einlasssystems und die gute Arbeitsatmosphäre im Labor möchte ich Klaus Mehret danken, der stets aufgeschlossen und hilfsbereit war. Mit ihm wurde außerdem jede Mittagspause zum Erlebnis. Siegfried Horn möchte ich dafür danken, dass er mir nicht nur bei technischen Fragen weitergeholfen hat, sondern auch stets bei der Suche nach Vakuumbauteilen, Gasflaschen etc.

Darüber hinaus ist Alan Kumb für seine unermüdliche Ausdauer bei den zeitaufwendigen Lecktests des Deuterium-Einlasssystems zu danken.

Für die Beantwortung von Fragen zu KASSIOPEIA, der KATRIN-Datenbank und allgemeinen Softwareproblemen möchte ich Stefan Groh, Marco Kleesik und Nikolaus Trost danken.

Nicht nur meine Master-Arbeit, sondern mein gesamtes Studium wurde mithilfe der finanziellen und moralischen Unterstützung meiner Eltern Joachim Friedel und Sabine Hartfelder ermöglicht, wofür ich mich gar nicht genug bedanken kann.

Für das Interesse an meiner Arbeit, die moralische Unterstützung und die schöne Zeit außerhalb der Universität möchte ich außerdem meinen Großeltern Günter Hartfelder und Christa Hartfelder sowie Ingeborg Friedel danken.

Abschließend geht mein Dank an meine Freundin Katja Dörner, ohne die ich mein Studium nicht geschaftt hätte. Sie ist mein Fels in der Brandung.