

Untersuchung thermischer und  
radioaktiver Einflüsse auf den  
Tritium-Rückhaltefaktor der kryogenen  
Pumpstrecke von KATRIN  
Studies on thermal and radioactive impacts on the tritium  
retention of the cryogenic pumping section of KATRIN

Masterarbeit  
von

Lutz Schimpf

am Institut für Experimentelle Kernphysik

Referent:	Prof. Dr. G. Drexlin
Korreferent:	Prof. Dr. B. Holzapfel
Betreuender Mitarbeiter:	Dr. M. Steidl

Bearbeitungszeit: 01.02.2016 – 31.01.2017



# Erklärung zur Selbstständigkeit

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, die wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche kenntlich gemacht und die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der gültigen Fassung vom 17.11.2014 beachtet habe.

Karlsruhe, den 31.01.2017

---

Lutz Schimpf



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Neutrinoophysik</b>	<b>5</b>
2.1	Neutrinos im Standardmodell der Teilchenphysik . . . . .	5
2.2	Eigenschaften jenseits des Standardmodells . . . . .	7
2.2.1	Solares Neutrinooproblem . . . . .	8
2.2.2	Neutrinooszillationen . . . . .	10
2.3	Methoden der Neutrinomassenbestimmung . . . . .	14
2.3.1	Indirekte Bestimmung der Neutrinomasse . . . . .	14
2.3.1.1	Neutrinoloser Doppelbetazerfall . . . . .	15
2.3.1.2	Kosmologische Neutrinomassenbestimmung . . . . .	17
2.3.2	Direkte Bestimmung der Neutrinomasse . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Das KATRIN-Experiment</b>	<b>23</b>
3.1	Quell- und Transportstrecke . . . . .	24
3.1.1	Fensterlose Gasförmige Tritiumquelle . . . . .	24
3.1.2	Differentielle Pumpstrecke . . . . .	25
3.1.3	Kryogene Pumpstrecke . . . . .	26
3.2	Spektrometer- und Detektor-Bereich . . . . .	27
3.2.1	Funktion eines MAC-E-Filters . . . . .	27
3.2.2	Vor- und Hauptspektrometer . . . . .	29
3.2.3	Detektorsystem . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Funktion kryogener Pumpen</b>	<b>33</b>
4.1	Kinetik der Adsorption und Desorption . . . . .	33
4.2	Kryosorption auf kondensierten Gasen . . . . .	36
4.3	Betrieb der kryogenen Pumpstrecke . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Temperaturstabilität und Profil der CPS-Kaltfalle</b>	<b>39</b>
5.1	Temperaturgradient entlang der kryogenen Pumpstrecke . . . . .	39
5.2	Systematische Temperaturschwankungen . . . . .	41
5.3	Simulation des Temperaturprofils . . . . .	44
5.3.1	Simulationsmodell . . . . .	44
5.3.2	Simulationsparameter . . . . .	48
5.3.3	Simulationsergebnisse . . . . .	49
5.3.3.1	Kaltmassendominierte Umgebungstemperatur . . . . .	49
5.3.3.2	Variable Umgebungstemperatur . . . . .	50
<b>6</b>	<b>Simulation des Rückhaltefaktors</b>	<b>59</b>
6.1	Simulationsroutine . . . . .	60

6.2	Wahrscheinlichkeitsdichte der Desorptionszeit . . . . .	64
6.2.1	Einfluss zeitlicher Temperaturfluktuationen . . . . .	64
6.2.2	Einfluss radioaktiver Adsorbate . . . . .	66
6.3	Simulation der Tritium-Migration entlang der CPS-Kaltfalle . . . . .	70
6.3.1	Simulation der Oberflächenbedeckung . . . . .	70
6.3.2	Bestimmung des Rückhaltefaktors anhand der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationsdauer . . . . .	73
6.3.3	Beeinflussung des Reduktionsfaktors durch die thermischen Eigenschaften der CPS Kaltfalle . . . . .	76
6.3.4	Beeinflussung des Reduktionsfaktors durch radioaktiven Zerfall . . . . .	78
6.3.5	Ergänzende Simulation eines möglichen 4,5 K und 2,5 K-Betriebs . . . . .	80
6.4	Auswirkungen auf den Untergrund von KATRIN . . . . .	83
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>89</b>
	<b>Anhang</b>	<b>93</b>
A	Simulation des TRAP-Experiments . . . . .	93
B	Emissionsgrad von Edelstahl 304 und Kupfer . . . . .	95
C	Übersicht der Simulationsparameter . . . . .	96
D	Fehlerbereich der Temperatursensoren . . . . .	98
E	Lage der Temperatursensoren . . . . .	99
F	Parameter zur Simulation des Rückhaltefaktors . . . . .	100
G	Oberflächenbedeckung bei geringer Unterdrückung . . . . .	101
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>103</b>
	<b>Danksagungen</b>	<b>111</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Graphische Darstellung des Standardmodells . . . . .	7
2.2	Energiespektrum der solaren Neutrinos . . . . .	9
2.3	Feynmandiagramme der Wechselwirkung von solaren Neutrinos . . . . .	10
2.4	Energiespektrum des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls . . . . .	16
2.5	Schema des Betaspektrums mit Endpunkt . . . . .	19
3.1	Modellzeichnung des KATRIN-Experiments . . . . .	24
3.2	Modellzeichnung der WGTS . . . . .	25
3.3	Modellzeichnung der DPS . . . . .	26
3.4	Modellzeichnung der CPS . . . . .	27
3.5	Funktionsprinzip des MAC-E Filters . . . . .	29
3.6	Modellzeichnung des FPD-Systems . . . . .	31
5.1	Temperaturverlauf der Sensoren RTY-3-3101 sowie 5102 während aktiver 3 K-Kühlung . . . . .	40
5.2	Temperaturwerte entlang des Strahlrohrs . . . . .	41
5.3	Temperaturverlauf der Sensoren RTP-3-1102 sowie RTY-3-2101 . . . . .	42
5.4	Frequenzspektrum des Temperaturverlaufs von RTP-3-1102 sowie RTY-3-2101 . . . . .	43
5.5	Modellzeichnung des Simulationsmodell . . . . .	45
5.6	Modellzeichnung der Bolzen zur Strahlungsschildbefestigung . . . . .	46
5.7	Schematische Darstellung der modifizierten Kühlschlange . . . . .	47
5.8	Temperaturverteilung bei $T_U = 13\text{ K}$ . . . . .	50
5.9	Temperaturverlauf bei variabler Umgebungstemperatur . . . . .	52
5.10	Simulierter Temperaturverlauf entlang der CPS . . . . .	53
5.11	Abweichungen zwischen Simulation und gemessener Temperatur . . . . .	54
5.12	Temperaturverlauf mit Argoneinlasssystem . . . . .	55
5.13	Auswirkungen der verkürzten Kühlschlange auf Segment 5 . . . . .	56
5.14	Histogramm der Temperaturverteilung . . . . .	57
5.15	Temperaturprofil bei 2,5 K sowie 4,5 K-Betrieb . . . . .	58
6.1	Programmablaufplan der Simulationsroutine . . . . .	62
6.2	Modellzeichnung des Simulationsmodells . . . . .	63
6.3	Wahrscheinlichkeitsdichte bei systematischen Temperaturschwankungen . . . . .	65
6.4	Graphische Darstellung der Funktion $\eta(s)$ . . . . .	66
6.5	Verlauf der effektiven Desorptionszeit bei Tritium . . . . .	68
6.6	Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(s, T, t)$ . . . . .	69
6.7	Oberflächenbedeckung in Segment 2-5 . . . . .	71
6.8	Oberflächenbedeckung in Segment 2-5 . . . . .	72
6.9	Verteilung der Oberflächenbedeckung in Segment 2 . . . . .	73
6.10	Mittlere Oberflächenbedeckung der Segmente 2-5 . . . . .	74

6.11	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationsdauer durch die CPS . . . .	75
6.12	Anpassung einer Landauverteilung an die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationsdauer durch die CPS . . . . .	75
6.13	Reduktionsfaktoren für inaktive Adsorbate . . . . .	78
6.14	Reduktionsfaktoren unter Einfluss der Radioaktivität . . . . .	81
6.15	Reduktionsfaktoren bei 4,5 K und 2,5 K-Betrieb . . . . .	83
6.16	Bewegung eines gespeicherten Elektrons im Hauptspektrometer . . . . .	85
6.17	Tritium-Fluss aus der CPS und die resultierende Tritiummenge bzw. Aktivität im Hauptspektrometer . . . . .	88
A.1	Simulation des TRAP-Experiments . . . . .	94
B.2	Emissionsgrad von Edelstahl 304 und Kupfer . . . . .	95
D.3	Temperaturgradient innerhalb der Sensorhalterung . . . . .	98
E.4	Übersicht der Sensorpositionen . . . . .	99
G.5	Oberflächenbedeckung in Segment 2-5 bei geringer Unterdrückung . . .	101

# Tabellenverzeichnis

2.1	Aktuelle Oszillationsparameter bei normaler Massenhierarchie . . . . .	13
5.1	Verwendete Umgebungstemperaturen . . . . .	51
6.1	Übersicht über die simulierten Reduktionsfaktoren . . . . .	79
6.2	Verwendete Umgebungstemperaturen . . . . .	87
C.1	Übersicht über die zur Simulation verwendeten Materialeigenschaften von Edelstahl 316L sowie MACOR <sup>®</sup> . . . . .	96
C.2	Übersicht über die zur Simulation verwendeten Materialeigenschaften von Kupfer (RRR=100) sowie 2500 Å- 4000 Å dünne Goldschichten. . . . .	97
F.3	Parameter der Migrationssimulationen . . . . .	100



# Kapitel 1

## Einleitung

Neutrinos spielen besonders im Bereich der Astrophysik und Kosmologie eine wichtige Rolle, da sie den Forschern als sogenannte Messenger-Teilchen Einblick in die Struktur und Entstehung des Universums bieten können. Trotz der vielen Experimente, die dabei auf die Detektion von Neutrinos bauen, ist die Eigenschaft des Neutrinos noch nicht vollständig erforscht, wie es bei den übrigen Teilchen des Standardmodells der Fall ist. Obwohl bereits 1998 der Beweise erbracht werden konnte, dass Neutrinos eine nicht verschwindende Masse besitzen und sich somit die jahrzehntelange Annahme masseloser Neutrinos als falsch herausstellte, konnte die exakte Masse aber noch nicht bestimmt werden.

Zur Bestimmung der Neutrinomasse existieren verschiedene Ansätze, welche dabei auf die direkte oder indirekte Massenbestimmung setzen. Bei den indirekten Experimenten zur Massenbestimmung werden unter anderem die Halbwertszeit des neutrinolosen Doppelbeta-Zerfalls untersucht, woraus auf die effektive Neutrinomasse geschlossen werden kann.

Ein weiterer Erfolg versprechender Ansatz ist die direkte Massenbestimmung anhand der Kinematik des normalen Betazerfalls. Das hierbei führende Experiment ist das **K**arlsruhe **T**ritium **N**eutrino **E**xperiment (KATRIN), bei welchem die Neutrinomasse durch die äußerst präzise Vermessung des Endpunkts des Zerfallsspektrum von Tritium bis zu einer Sensitivität von

$$m_\nu = 200 \text{ meV}$$

mit einem Konfidenzniveau von 90 % bestimmt werden soll.

Zur Vermessung des Endpunkts wird eine gasförmige fensterlose Tritiumquelle verwendet, von welcher die erzeugten Elektronen adiabatisch entlang einer Transportstrecke in Richtung eines großen Spektrometers geleitet werden. Mithilfe des Spektrometers und dem am Ende daran angebrachten Detektors wird ein integrales Energiespektrum des Endpunkts erzeugt, durch dessen Verlauf die Neutrinomasse bestimmt werden kann.

Die Transportstrecke besitzt nicht nur die Aufgabe des Elektronentransports, viel mehr muss durch mehrere Pumpstrecken sichergestellt werden, dass eine Reduzierung des Tritium-Flusses in Richtung des Spektrometers um mindestens 14 Größenordnungen stattfindet und eine zu große Untergrundrate durch zerfallende Tritium-Moleküle im Hauptspektrometer verhindert werden kann. Die erste Reduzierung des Tritium-Flusses um sieben Größenordnungen findet dabei mithilfe einer differentiellen Pumpstrecke statt, die Reduktion um weitere sieben Größenordnungen wird durch eine kryogene Pumpstrecke

sichergestellt. Diese kryogene Pumpstrecke wurde im Frühjahr 2016 in Betrieb genommen und die ordnungsgemäße Funktion der einzelnen Komponenten in ersten Testmessungen untersucht. Hierbei lag unter anderem ein Fokus auf dem erfolgreichen Kühlbetrieb der Kaltfalle mit 3 K kaltem Helium.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die gewonnenen Temperaturwerte während des aktiven 3K-Betriebs der Kaltfalle sowohl auf die zeitliche als auch auf die räumliche Temperaturstabilität untersucht. Da die Leistung von Kryopumpen eine sehr starke Temperaturabhängigkeit besitzen, ist die Temperaturstabilität der Kaltfalle ein sehr sensibler Parameter, dessen Eigenschaften zur Leistungsbestimmung der Pumpe möglichst genau bekannt sein müssen. Um sicherstellen zu können, dass die Sensitivität des Experiments bei der gegebenen Temperaturstabilität nicht durch eine erhöhte Tritium-Konzentration im Hauptspektrometer und die damit verbundene Untergrundproduktion gefährdet ist, soll bereits vor Testmessungen das tatsächliche Rückhaltevermögen der Kaltfalle überprüft werden. Diese Daten sollen anhand einer Monte-Carlo-Simulation gewonnen werden, bei der durch die Erzeugung geeigneter verteilter Zufallszahlen die Migration der Tritiummoleküle entlang der Kaltfalle simuliert werden kann.

Mit den durchzuführenden Simulationen sollen nicht nur möglichst präzise die Auswirkungen der thermischen Einflüsse auf den Unterdrückungsfaktor der Kaltfalle untersucht werden, sondern ein weiteres Ziel ist die Implementierung eines Modells zur Beschreibung der Desorption durch radioaktive Zerfälle innerhalb der Kryopumpe. Zwar ist bekannt, dass ein radioaktiver Zerfall des Tritiums innerhalb der Kaltfalle zu einer stimulierten und eventuell verfrühten Desorption einer größeren Anzahl an adsorbierten Molekülen führt, die direkten Auswirkungen auf den Reduktionsfaktor der Kaltfalle wurden bisher aber in dieser Form noch nicht untersucht. Eine Simulation des Unterdrückungsfaktors der kryogenen Pumpstrecke unter Berücksichtigung der gemessenen thermischen Stabilität zusammen mit dem Einfluss radioaktiver Effekte liefert somit wichtige Informationen zum Betrieb der Kaltfalle.

Zu Beginn dieser Arbeit werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen und die geschichtlichen Entwicklungen auf dem Bereich der Neutrinophysik erklärt, um eine Einführung in das Themengebiet zu geben. Dort werden insbesondere auch die einzelnen Messmethoden und die wichtigen Vorgängereperimente zur Neutrinomassenbestimmung erklärt.

Der Aufbau des KATRIN-Experiments ist in Kapitel 3 beschrieben, in welchem alle wichtigen Bauteile der Quell- und Transportstrecke sowie der Detektor- und Spektrometer-Sektion einzeln in ihrem Aufbau und ihrer Funktion erklärt werden. Eine Beschreibung der kryogenen Pumpstrecke im Detail erfolgt in Kapitel 4, in welchem auch die Grundlagen der Kryosorption erklärt sind.

In Kapitel 5 werden die Ergebnisse der ersten Kühlvorgänge auf eine Kaltfallentemperatur von 3 K dargestellt und anhand der gewonnenen Daten die zeitliche sowie räumliche Temperaturstabilität des Strahlrohrs untersucht. Wegen der starken Temperatursensibilität des Unterdrückungsfaktors werden zusätzliche Temperatursimulationen durchgeführt, die zum besseren Verständnis der gemessenen Strahlrohrtemperatur dienen und zudem ein weitaus detaillierteres Temperaturprofil der Kaltfalle liefern sollen.

Um alle gegebenen Einflüsse in einer Simulation vereinen zu können, wird ein speziell hierfür geeignetes Simulationsprogramm entwickelt, dessen Funktionsprinzip in Kapitel 6 beschrieben ist. In diesem Kapitel werden auch die mit diesem Programm erhaltenen Simulationsdaten unter Berücksichtigung der thermischen Stabilität und der Radioaktivität des Tritiums analysiert und deren Auswirkungen auf den Reduktionsfaktor diskutiert.

In einem letzten Schritt werden die erhaltenen Unterdrückungsfaktoren verwendet um die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Untergrundrate von KATRIN zu bestimmen.

Kapitel 7 fasst als Abschluss der Arbeit noch einmal die gewonnenen Ergebnisse aus den einzelnen Kapiteln zusammen.



## Kapitel 2

# Neutrinoophysik

Trotz der frühen Postulierung von Neutrinos im Jahr 1930 ziehen Neutrinoexperimente immer noch große Aufmerksamkeit und Mühen auf sich. Dies liegt unter anderem an ihrer enorm wichtigen Rolle, sowohl in der Kosmologie als auch in der Astroteilchen Physik, in der sie als wichtiger Kandidat für Dunkle Materie gelten. Ihr Einfluss als Teil der Dunklen Materie wäre dabei von großer Bedeutung und würde sich unter anderem auf die Strukturbildung des Universums auswirken. Zudem besitzen sie aufgrund ihrer nicht vorhandenen Ladung eine große Bedeutung bei der Untersuchung weit entfernter stellarer Objekte und geben Aufschluss über die Entwicklung des Universums. Dennoch stellt die Detektion der Neutrinos bei verschiedensten Experimenten eine große Herausforderung dar, da die ungeladenen Fermionen nur schwach wechselwirken und somit eine sehr geringen Wechselwirkungsrate besitzen.

Derzeit gilt große Aufmerksamkeit der Bestimmung der Neutrinomasse, nachdem 1998 durch Oszillationsexperimente der Beweis erbracht werden konnte, dass Neutrinos eine Masse besitzen müssen. Bis heute konnten aber nur obere Grenzen für die Masse gemessen werden, sodass Neutrinos die letzten Teilchen innerhalb des Standardmodells der Teilchenphysik bleiben, von welchen es die Ruhemasse noch zu bestimmen gilt.

Dieses Kapitel bietet einen Überblick über die Geschichte der Neutrinoophysik von der Postulierung und Entdeckung bis hin zu aktuellen Experimenten im Bereich der Neutrinooszillationen und der Massenbestimmung.

### 2.1 Neutrinos im Standardmodell der Teilchenphysik

#### Postulierung

Nach der Entdeckung des Elektrons 1897 durch Joseph J. Thompson [Tho97] und des radioaktiven  $\beta$ -Zerfalls durch E. Rutherford in 1899 [Rut99], war es 1914 James Chadwick, der neue Erkenntnisse über den radioaktiven  $\beta$ -Zerfall lieferte. Chadwick untersuchte mit Geigerzählern das Energiespektrum der emittierten Betaelektronen von Radium B und C und stellt dabei fest, dass dieses nicht diskret war sondern einen kontinuierlichen Verlauf besitzt [Cha14]. Problem dieses kontinuierlichen Spektrums ist, dass diese Energieverteilung nicht durch einen radioaktiven Zweikörperzerfall - mit lediglich Tochterkern und  $\beta$ -Elektron im Endzustand - erklärt werden kann, ohne dass dadurch Energie und Impulserhaltungssätze verletzt werden.

Als Lösungsansatz dieses Problems postulierte Wolfgang Pauli 1930 in einem offenen Brief ein neues Spin  $1/2$  Teilchen, dass sehr leicht und neutral geladen sein soll [Pau30].

Das *Neutron*, wie Pauli es noch vor der Entdeckung des heutzutage als Neutron bezeichneten Teilchens nannte, soll am Zerfallsprozess teilnehmen und so aus dem Zwei- in einen Dreikörperzerfall resultieren lassen. Dieser Dreikörperzerfall ist nötig, da nur durch ein weiteres Teilchen, das Energie beziehungsweise Impuls mit sich trägt, ein kontinuierliches  $\beta$ -Spektrum erzeugt werden kann.

Theoretisch berechnet werden, konnte der bisher nur phänomenologisch beschriebene Zerfallsprozess 1934 durch Enrico Fermi [Fer34], dessen Berechnungen Grundlage für die *Schwache Wechselwirkung* sind.

### Entdeckung

Nach der ersten Berechnung des Wechselwirkungsquerschnitts  $\sigma < 10^{-44} \text{ cm}^2$  durch Hans Bethe [BP34] war klar, dass derartige Teilchen nur sehr schwer zu detektieren sind. Daher dauerte es bis 1956, als durch Clyde L. Cowan und Frederick Reines der direkte Nachweis von Neutrinos, genauer genommen von Elektron-Antineutrinos  $\bar{\nu}_e$ , erbracht werden konnte. Der Nachweis des Neutrinos gelang über den Mechanismus des inversen Betazerfalls des Protons  $p$

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$$

innerhalb eines mit Cadmium angereicherten Wasser-Detektors, wobei hier die stark polarisierten Wasserstoffatome des Wassers als Protonquelle dienen. Zur eindeutigen Identifikation des Prozesses kann das Aussenden zweier Photonen bei der Annihilation des Positrons  $e^+$  und das eines weiteren Photonpaares beim Einfang des Neutrons  $n$  durch Cadmium ausgenutzt werden. Die entstehenden Photonen werden mit Photomultipliern detektiert, und die zeitversetzten Signale der beiden Erzeugungsprozesse als Identifizierungsmerkmal verwendet.

Eine weitere *Generation* an Neutrinos wurde 1962 am Brookhaven National Laboratory entdeckt. Dort stellte man bei der Untersuchung des Pionzerfalls

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad \text{sowie} \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

fest, dass die derartig erzeugten Neutrinos in Materie lediglich die Wechselwirkung

$$\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^- \quad \text{bzw.} \quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$$

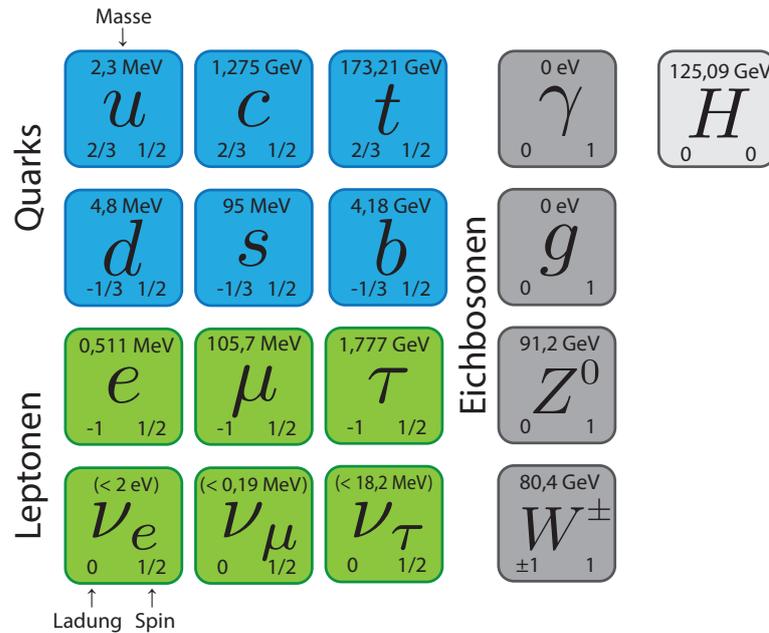
durchführen, da nur Myonen im Endzustand gemessen wurden [DGG<sup>+</sup>62]. Dies zeigt, dass die beim Pionzerfall erzeugten Neutrinos nicht die selben Elektron-Neutrinos sein können, wie sie im Betazerfall erzeugt werden. Aufgrund der Wechselwirkung mit Myonen wird diese zweite Generation an Myonen Myon-Neutrinos genannt. Die Entdeckung der dritten Neutrino-Generation, das Tauon-Neutrino, gelang 2001 durch die Untersuchung von Zerfällen des  $D_S$ -Mesons

$$D_S \rightarrow \tau + \bar{\nu}_\tau$$

am DONUT-Experiment [KUA<sup>+</sup>01].

### Standardmodell und Wechselwirkung

Die entdeckten Neutrinos bilden heute neben 14 weiteren Teilchen das sogenannte Standardmodell der Teilchenphysik, welches die Elementarteilchen gemäß ihrer Eigenschaften in verschiedene Hauptgruppen gliedert. Dazu gehören in erster Ebene die Gruppe der Bosonen (Teilchen mit ganzzahligem Spin) und die der Fermionen (Teilchen mit halbzahligem Spin). Letztere ist wiederum unterteilt in die Quarks (Teilchen die der



**Abbildung 2.1** Gruppierung der Teilchen gemäß des Standardmodells der Teilchenphysik mit Angabe der Masse, Ladung und Spin. Diese charakteristischen Größen und die Art der Wechselwirkung zwischen den Teilchen ist Grund für die Gruppierung in Quarks, Leptonen sowie Eichbosonen. Aktuell bekannte Obergrenzen für die Neutrinomassen sind bereits angegeben, trotz deren nicht in das Standardmodell integrierten Masse. Graphik nach [O<sup>+</sup>14].

Starken Wechselwirkung unterliegen) und die Leptonen (Teilchen die der Schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung unterliegen). Diese Gruppierung sowie weitere Eigenschaften der Elementarteilchen im Standardmodell sind in Abbildung 2.1 dargestellt.

Da Neutrinos keine Ladung besitzen, können sie nicht wie die übrigen geladenen Leptonen elektromagnetisch wechselwirken, sondern lediglich über die von Fermi eingeführte Schwache Wechselwirkung. Aus heutiger Sicht geschieht solch eine Wechselwirkung anhand der bosonischen Austauschteilchen, welche im Falle der schwachen Wechselwirkung  $W^\pm$ - und  $Z^0$ -Bosonen sind. Bei dieser Kopplung spielt die Händigkeit der Teilchen, also die parallele oder antiparallele Orientierung des Spins relativ zum Impuls, eine wichtige Rolle, da eine Kopplung der  $W^\pm$ - und  $Z^0$ -Bosonen im Standardmodell lediglich an linkshändige Neutrinos  $\nu_L$  beziehungsweise rechtshändige Antineutrinos  $\bar{\nu}_R$  formuliert ist. Ein Wechsel der Händigkeit eines erzeugten Neutrinos ist im Standardmodell aufgrund der Masselosigkeit und der damit verbundenen Propagation mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  nicht möglich.

## 2.2 Eigenschaften jenseits des Standardmodells

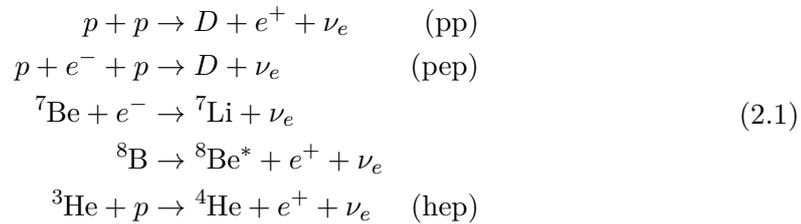
Nach der Entdeckung der Neutrinos wurde schon sehr bald dessen hervorragende Eigenschaft als sogenanntes Messenger-Teilchen in der Astrophysik verstanden. Einer der Vorteile der Neutrinos ist, dass diese ungeladen sind und sich somit auf geradlinigen Bahnen vom Ort der Entstehung bewegen und daher bei deren Detektion auf der Erde direkten Aufschluss über die Richtung der Entstehung liefern.

Ein weiterer Vorteil ist deren Erzeugung in großen Mengen bei sehr vielen Mechanismen wie zum Beispiel bei Kernfusionen in Sternen, Supernovae oder aktiven Galaxienkernen,

siehe zum Beispiel [Sch13]. Bei der Untersuchung des solaren Neutrino-Flusses durch das Pionierexperiment Homestake traten aber erste Abweichungen zwischen den Vorhersagen des Standardmodells und den Experimentdaten auf, die durch weitere Experimente belegt wurden. Das daraus resultierende *Solare Neutrino-Problem*, wie im im folgenden Abschnitt beschrieben, lässt sich durch die Einführung von Neutrinooszillationen (siehe Abschnitt 2.2.2) lösen, deren Entdeckung Beweis für eine von Null verschiedene Neutrino-Masse und somit Grund für die Suche nach Physik jenseits des Standardmodells ist.

### 2.2.1 Solares Neutrino-Problem

Bei den in der Sonne herrschenden Temperaturen von bis zu  $1,5 \cdot 10^7$  K und einem Druck von  $2,5 \cdot 10^{11}$  bar finden verschiedene Fusionsprozesse statt, die neben Photonen auch viele Neutrinos erzeugen, wovon die fünf Fusionsprozesse



dominierend in der Neutrino-Produktionsrate sind, nachzulesen zum Beispiel in [Sue15]. Abhängig vom erzeugenden Prozess besitzen die Neutrinos nicht nur unterschiedlich große kinetische Energien sondern auch ein diskretes beziehungsweise kontinuierliches Spektrum. Die genaue Form des Spektrums, wie sie in Abbildung 2.2 dargestellt ist, wurde von James Bahcall berechnet und sollte durch das unter Raymond Davis Jr. geführte Homestake-Experiment bestätigt werden [CDRD<sup>+</sup>98].

Der Mechanismus des radiochemischen Experiments zum Nachweis der solaren Neutrinos basiert dabei auf dem Wechselwirkungsprozess der Neutrinos mit  ${}^{37}\text{Cl}$  zu  ${}^{37}\text{Ar}$  gemäß



welcher eine Energieschwelle von 0,814 MeV besitzt.

Das erzeugte Argon wird nach einem Messzyklus von 60-70 Tagen ausgespült und die Menge an derart erzeugtem Argon durch Aktivitätsbestimmung des Elektroneneinfangs



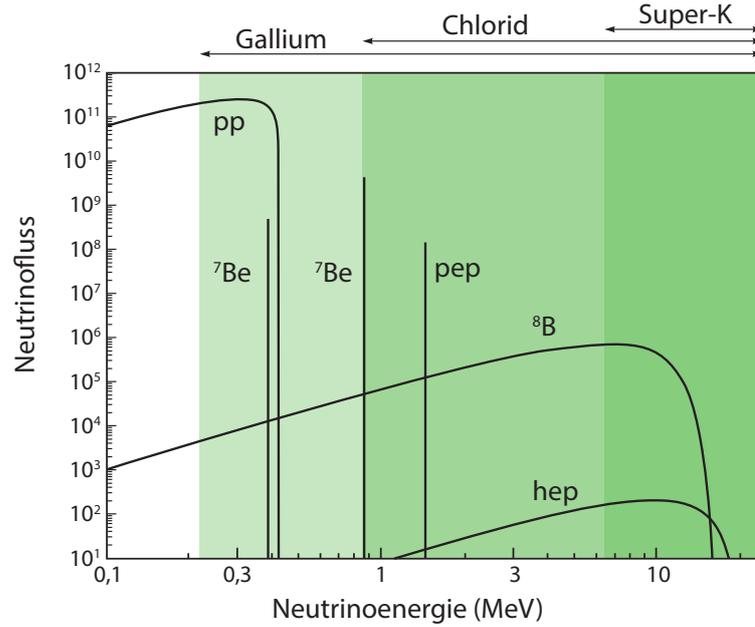
mit einer Halbwertszeit von  $\tau_{Ar} = 35$  d bestimmt. Der zur Wechselwirkung aus Gleichung 2.2 beitragende Fluss an solaren Neutrinos setzt sich aufgrund der Schwellenenergie überwiegend aus  $\phi_\nu({}^7\text{Be}) = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  und  $\phi_\nu({}^8\text{B}) = 2,5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  zusammen [Bah64]. Dieser kombinierte Fluss führt dabei auf eine theoretische Wechselwirkungsrate von [BU88]

$$R_{\text{theo}} = 7,9 \text{ SNU}^1 .$$

Nach der Auswertung der Experimentdaten bis 1994 zeigte sich aber, dass die gemessene Rate lediglich

$$R_{\text{exp}} = 2,56 \text{ SNU}$$

<sup>1</sup>Übliche ist die Einheit *Solar Neutrino Unit*, definiert als  $1 \text{ SNU} = 10^{-36} \text{ Wechselwirkungen}/(\text{Atom} \cdot \text{s})$ .

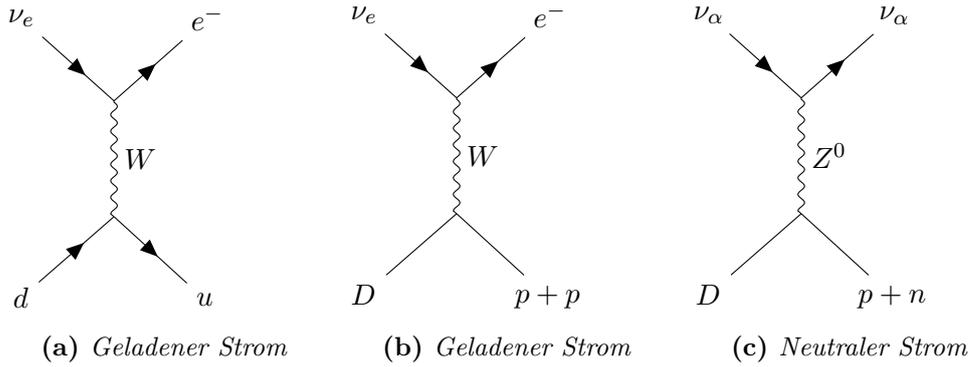


**Abbildung 2.2** Energiespektrum der durch die Mechanismen aus Gleichung 2.1 erzeugten solaren Neutrinos mit eingezeichneten Sensitivitätsbereichen der radiochemischen Experimente und des Super-Kamiokande Detektors. Graphik nach [Bah00].

beträgt und somit nur etwa  $1/3$  der erwarteten Rate entspricht [Bah00]. Das stark von den Theoriewerten abweichende Ergebnis des Homestake-Experiments wurde seit Bekanntwerden des Problems durch weitere radiochemische Experimente wie GALLEX [CHH<sup>+</sup>99] und SAGE [ABC<sup>+</sup>99] bestätigt. Auch nicht radiochemische Experimente wie Kamiokande [FHI<sup>+</sup>96] und Super-Kamiokande [FHI<sup>+</sup>98b] belegen die Diskrepanz zwischen den theoretischen und experimentellen Ergebnissen. Schwachpunkt dieser Experiment war jedoch, dass ein möglicher Fluss von Myon- und Tauon-Neutrinos nicht gemessen werden konnte, da die Energie der solaren Neutrinos nur, wie in Abbildung 2.2 zu sehen, im Bereich von 10 MeV ist. Die Erzeugung von Myonen oder gar Tauonen mit den Massen  $m_\mu = 105,66$  MeV bzw.  $m_\tau = 1776,86$  MeV [O<sup>+</sup>14] ist daher energetisch unmöglich. Erst mit dem SNO-Experiment (1999 bis 2006) konnten zusätzlich zu Wechselwirkungen über geladene Ströme, erstmals auch, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, Wechselwirkungen über neutrale Ströme, also durch den Austausch eines  $Z^0$ -Bosons, gemessen werden. Dazu wurden in einem Tank gefüllt mit 2000 t schwerem Wasser ( $D_2O$ ) die Streuungen der Solaren Neutrinos an dem im Wasser gebundenen Deuteron über das freiwerdende Neutron (siehe Abbildung 2.3c) gemessen. Die einzelnen Beiträge der detektierten Ereignisse, sowohl basierend auf geladenen als auch auf ungeladenen Strömen, betragen hier nun

$$\begin{aligned}\phi_e &= 1,76 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \\ \phi_{\mu,\tau} &= 3,41 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\end{aligned}\tag{2.4}$$

was in der Summe sehr gut mit dem theoretisch erwarteten Fluss von  $\phi_{\text{theo}} = 5,05 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  übereinstimmt [AAA<sup>+</sup>02]. Der Beitrag der elastischen Neutrino-Elektron-Streuung kann hier aufgrund des kleinen Wirkungsquerschnittes vernachlässigt werden.



**Abbildung 2.3** Feynmandiagramme zur Veranschaulichung der Wechselwirkung mit geladenem und ungeladenem Strom beim SNO-Experiment. Hier kann zusätzlich zu den geladenen Strömen eine Wechselwirkung über einen ungeladenen Strom stattfinden, bei der ein Deuteron zu einem Proton sowie Neutron dissoziiert. Der Index  $\alpha$  bezieht sich auf die hierbei möglichen Flavor  $\alpha = e, \mu, \tau$ .

Diese Messungen der Experimente von Homestake bis SNO bestätigten die Annahme, dass eine Umwandlung von den in der Sonne erzeugten Elektron-Neutrinos zu Myon- und Tauon-Neutrinos stattfindet. Erste theoretische Beschreibungen dieses Prozesses wurden 1962 von Z. Maki, M. Nakagawa und S. Sakata [MNS62] sowie 1969 von V. Gribov und B. Pontecorvo [GP69] veröffentlicht. Die Entdeckung der Neutrinooszillationen 1998 konnte diese Theorie bestätigen.

## 2.2.2 Neutrinooszillationen

Um die in Abschnitt 2.2.1 beschriebene Umwandlung zwischen den Neutrinos der verschiedenen Generationen, englisch Flavors genannt, erklären zu können, muss auf eine quantenmechanische Beschreibung der Neutrinos zurückgegriffen werden. Die Grundannahme beruht darauf, dass die drei Flavor-Eigenzustände der messbaren Teilchen  $|\nu_\alpha\rangle$ , wie in Gleichung 2.5 gezeigt, aus ebenso drei Masseneigenständen  $|\nu_i\rangle$  zusammengesetzt sind.

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (2.5)$$

Hierbei sind die Mischungskoeffizienten  $U_{\alpha i}$  Matrixelemente der PMNS-Matrix, benannt nach Pontecorvo, Maki, Nakagawa und Sakata. Diese Matrix beschreibt eine Rotation der Flavoreigenzustände in dem von den Masseneigenzuständen aufgespannten Raum. Für diese Drehung sind drei Dreh- beziehungsweise Mischungswinkel  $\Theta_{12}$ ,  $\Theta_{23}$  sowie  $\Theta_{13}$  nötig. Zur Beschreibung der CP-Verletzung auf dem Sektor der schwachen Wechselwirkung wird eine CP-verletzende Phase  $e^{-i\delta}$  benötigt. Die gesamte Matrix besitzt demnach die Form

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 1 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},$$

wobei hier  $c_{ij} = \cos(\Theta_{ij})$  beziehungsweise  $s_{ij} = \sin(\Theta_{ij})$  bezeichnen, siehe zum Beispiel [Sue15]. Bei der Erzeugung entspricht der Flavor-Eigenzustand der Neutrinos einem definierten Mischungsverhältnis der drei Masseneigenzustände. Propagiert das Teilchen nun, muss dieser definierte Zustand einer Zeitentwicklung unterzogen werden, welche man durch das Wirken des Zeitentwicklungsoperators  $e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}$  auf den ursprünglichen Zustand  $|\nu_\alpha\rangle$  erhält. Es ergibt sich somit für  $|\nu_\alpha(t)\rangle$

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = e^{-iHt} |\nu_\alpha\rangle = \sum_{j=1}^3 e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t} U_{\alpha j}^* |\nu_j\rangle, \quad (2.7)$$

mit dem Hamiltonoperator  $H$  und der Energie  $E_j = \sqrt{m_j^2 c^4 + p_j^2 c^2}$ .

Die Übergangswahrscheinlichkeit  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'})$ , dass sich das System nach der Zeit  $t$  im Zustand  $\alpha'$  befindet, ergibt sich aus

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \langle \nu_{\alpha'} | e^{-\frac{i}{\hbar}Ht} | \nu_\alpha \rangle \right|^2 = \left| \sum_{j=1}^3 U_{\alpha' j} e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t} U_{\alpha j}^* \right|^2, \quad (2.8)$$

siehe zum Beispiel [Bil10].

### Zwei-Teilchen-Oszillationen

Im vereinfachten Fall von lediglich zwei Neutrino-Flavors  $\nu_e$  und  $\nu_\mu$  vereinfacht sich die PMNS-Matrix zu einer  $2 \times 2$ -Matrix, wobei die Mischung nun durch

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta_{12}) & \sin(\Theta_{12}) \\ -\sin(\Theta_{12}) & \cos(\Theta_{12}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

dargestellt werden kann. Für diesen Fall lässt sich, ausgehend von einem als  $\nu_e$  erzeugten Neutrino, die Wahrscheinlichkeit berechnen, mit welcher man zum Zeitpunkt  $t$  ein Elektron-Neutrino oder Myon-Neutrino vorfindet. Diese Möglichkeiten werden *Appearance Kanal* und *Disappearance Kanal* bezeichnet. Aus Gleichung 2.8 lässt sich so die Wahrscheinlichkeit für den Disappearance Kanal

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\Theta_{12}) \sin^2\left(\frac{E_1 - E_2}{2\hbar} t\right) \quad (2.10)$$

bestimmen. Die Wahrscheinlichkeit für den Appearance Kanal ergibt sich aus der Normierungsbedingung zu  $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ .

Um Gleichung 2.10 durch die charakteristischen Größen wie Propagationsdistanz  $L$  und Massenquadratsdifferenz  $\Delta m_{21}^2$  beschreiben zu können, erhält man aus der Energiedifferenz  $E_1 - E_2$  unter Annahme relativistischer Neutrinos und  $m_2 > m_1$

$$E_1 - E_2 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E} c^4 = \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c^4. \quad (2.11)$$

Zudem kann die Dauer der Propagation  $t$  auch als  $t = \frac{L}{c}$  anhand der Propagationsdistanz ausgedrückt werden. Mit  $\hbar c = 1,97 \cdot 10^{-11} \text{ MeV} \cdot \text{cm}$  und der Angabe von  $\Delta m^2$  in  $\text{eV}^2$ , der Neutrinoenergie  $E$  in MeV (GeV) sowie  $L$  in m (km) erhält man den üblichen

Ausdruck

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\Theta_{12}) \sin^2\left(1,27 \frac{\Delta m_{21}^2}{E} L\right), \quad (2.12)$$

siehe zum Beispiel [Bil10]. Die Oszillationslänge  $\lambda$  beträgt somit

$$\lambda = \pi \cdot \frac{E}{1,27 \Delta m_{ij}^2}. \quad (2.13)$$

Bei Mischungen dreier Flavours hängen die Wahrscheinlichkeiten für Appearance und Disappearance Kanal von sechs Parametern (zwei Massendifferenzen, drei Mischungswinkel sowie einer CP verletzenden Phase) ab. Da Messungen zeigen, dass eine der Massendifferenzen verhältnismäßig klein ist, kann das Problem in guter Näherung auf die Oszillation zwischen zwei Neutrino-Flavours reduziert werden.

### Bestimmung der Mischungswinkel und der Massenunterschiede

Die erste Messung von einzelnen Oszillationsparametern gelang Takaaki Kajita 1998 [FHI<sup>+</sup>98a] mit dem Super-Kamiokande Detektor bei der Untersuchung atmosphärischer Myon-Neutrinos. Der Detektor des Experiments bildet ein unterirdischer Tank mit 50 000 Tonnen hochreinem Wasser, der ringsum mit über 11 000 Photovervielfachern bestückt ist und so den im Folgenden beschriebenen Nachweis der Neutrinooszillationen ermöglicht.

Die atmosphärischen Myon-Neutrinos entstehen beim Zerfall von den durch kosmische Strahlung erzeugten Pionen

$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ &\hookrightarrow \bar{\nu}_\mu + e^+ + \nu_e \end{aligned} \quad (2.14)$$

in der oberen Schicht der Atmosphäre mit einem Verhältnis  $N_{\nu_\mu}/N_{\nu_e} = 2$ . Die bei der Wechselwirkung der Neutrinos mit den Nukleonen des Wassers entstehenden Leptonen des selben Flavours werden durch das Aussenden von Cherenkov-Licht detektiert und dabei die Richtung des einfallenden Neutrinos rekonstruiert. Durch die Richtungsauflösung kann dabei festgestellt werden, welche Strecke die Neutrinos zwischen Erzeugung und Detektion zurückgelegt haben, wodurch die Propagationslänge bestimmt wird. Hier ergibt sich eine winkelabhängige Propagationsdistanz, da die von unten einfallenden Neutrinos bis zur Wechselwirkung zusätzlich den kompletten Erddurchmesser zurücklegen müssen, wohingegen die von oben einfallende Neutrinos lediglich die Atmosphäre durchlaufen. Der Unterschied der Propagationslänge führt somit zu einer unterschiedlich starken Oszillationswahrscheinlichkeit und somit zu einem messbaren Ratenunterschied zwischen den von oben und unten einlaufenden Teilchen. Mit dem Super-Kamiokande Detektor konnte der theoretisch vorhergesagte Ratenunterschied mit einer Signifikanz von  $6,2\sigma$  bestätigt werden, was somit der erste Beweis für eine oszillationsartige Umwandlung der Neutrinos war. Die dabei bestimmten Parameter der  $\Theta_{12}$ -Mischung können Tabelle 2.1 entnommen werden können.

Eine präzise Vermessung der Oszillationsparameter für  $\Theta_{12}$ - und  $\Theta_{13}$ -Mischung wurden an verschiedenen Reaktor- und Beschleunigerexperimenten durchgeführt. Die Experimente gruppieren sich dabei in so genannte Long- sowie Short-Baseline Experimente, abhängig von der Distanz zwischen dem Ort der Erzeugung und dem Detektor.

Da die Oszillationslänge sowohl von der Energie als auch vom Massendifferenzquadrat

**Tabelle 2.1** Aktuelle Oszillationsparameter unter Annahme einer normalen Massenhierarchie [O<sup>+</sup>14].

Parameter	Wert
$\sin(2\Theta_{12})$	$0,846 \pm 0,021$
$\Delta m_{21}^2$	$(7,53 \pm 0,18) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$
$\sin(2\Theta_{23})$	$0,999_{-0,018}^{+0,001}$
$ \Delta m_{32}^2 $	$(2,44 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$
$\sin(2\Theta_{13})$	$(8,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$

(siehe Gleichung 2.13) abhängig ist, eignen sich kurze Distanzen zwischen Quelle und Detektor besonders gut zur Bestimmung der  $\Theta_{13}$ -Mischung bei Reaktor-neutrinos. Daher sind hier Detektor und Reaktor nur wenige hundert Meter voneinander entfernt (Short-Baseline), was durch die geringe Energie ( $< 8 \text{ MeV}$  [Day07]) der Reaktor-neutrinos und dem kleinen Massendifferenzquadrat bedingt ist. Zur Bestimmung der  $\Theta_{23}$ -Mischung hingegen eignen sich deutlich größere Distanzen im Bereich von mehreren hundert Kilometern, weshalb diese Long-Baseline Experimente genannt werden. Hier wird die Rate der Myon-Neutrinos gemessen, welche beim Zerfall von Beschleuniger-Pionen wie in Gleichung 2.14 erzeugt werden. Hier ist die Neutrinoenergie deutlich größer und befindet sich im Mittel bei etwa  $17 \text{ GeV}$  [AA<sup>+</sup>10], was zu einer größeren Oszillationslänge führt.

Zu den Short-Baseline Experimenten, durch welche die  $\Theta_{13}$ -Mischung bestimmt wurde, gehören Double Chooz [AAAdA<sup>+</sup>12], Daya Bay [ABB<sup>+</sup>12] und RENO [ACC<sup>+</sup>12]. Einziges Reaktor Long-Baseline Experimenten ist das KamLAND Experiment [AEE<sup>+</sup>08] an welchem die Parameter der  $\Theta_{12}$ -Mischung vermessen wurden.

Die Parameter der  $\Theta_{23}$ -Mischung, welche zusammen mit den anderen Parametern in Tabelle 2.1 aufgeführt sind, wurden sowohl durch die Experimenten T2K [AAA<sup>+</sup>14] sowie K2K [Nak05] im Disappearance Kanal als auch durch den OPERA Detektor [Duc15] im Appearance Kanal ( $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ ) bestimmt.

### Massenhierarchie

Durch die Bestimmung der Oszillationsparameter konnte der Beweis erbracht werden, dass zumindest zwei der drei Neutrino-Generationen Masse besitzen müssen. Da die im vorherigen Abschnitt genannten Experimente aber keinen Aufschluss über das Vorzeichen der gemessenen Massendifferenz liefern, ist die Anordnung der Massen an sich unbekannt. Jedoch lässt sich das Vorzeichen im Falle von  $\Delta m_{21}^2$  durch den in der Sonne auftretenden MSW-Effekt (Michejew-Smirnow-Wolfenstein-Effekt) bestimmen.

Dieser Effekt beschreibt die resonanzartige Umwandlung von Elektron-Neutrinos beim Durchlaufen des Dichtegradienten innerhalb der Sonne. Dort erhalten die Elektron-Neutrinos durch die kohärente Vorwärtsstreuung an Elektronen eine vergrößerte effektive Masse. Diese erhöhte effektive Masse führt bei Erreichen der Resonanzbedingung

$$\Delta m_{21}^2 \cos(\Theta_{12}) = 2\sqrt{2}G_F\rho_e E \quad (2.15)$$

zu einer spontanen Umwandlung von Elektron-Neutrinos in Myon-Neutrinos. Anhand dieser Resonanzbedingung lässt sich ein positives Vorzeichen für  $\Delta m_{21}^2$  ableiten, siehe zum Beispiel [Bil10]. Hierbei ist  $G_F$  die Fermi-Kopplungskonstante,  $E$  die Energie des Neutrinos und  $\rho_e$  die Elektronendichte.

Das noch unbekanntes Vorzeichen von  $\Delta m_{32}^2$  lässt dennoch Spielraum für drei verschiedenen Hierarchieszenarien:

- **Normale Massen-Hierarchie**

$\Delta m_{32}^2$  besitzt ein positives Vorzeichen, sodass die Massen der Neutrinos hierarchisch geordnet sind.

$$m_1 < m_2 < m_3$$

- **Invertierte Massen-Hierarchie**

$\Delta m_{32}^2$  besitzt ein negatives Vorzeichen, sodass  $m_3 < m_2$ , woraus folgt:

$$m_1 < m_3 < m_2$$

- **Quasi-Degenerierte Massen-Hierarchie**

Die Neutrinomassen sind sehr groß gegenüber den Massendifferenzen, weshalb die Massenunterschiede keine Relevanz besitzen. Folglich ist

$$m_1 \approx m_2 \approx m_3.$$

Die gemessenen Massendifferenzen treffen allerdings noch keine Aussage über die tatsächlichen absoluten Neutrino-Massen, da bisher kein genauer Wert von einer der Neutrinomassen experimentell bestimmt werden konnte.

## 2.3 Methoden der Neutrinomassenbestimmung

Bereits vor der Entdeckung, dass Neutrinos eine nicht verschwindende Masse besitzen müssen, wurde mit verschiedenen Experimenten versucht die Neutrinomasse zu bestimmen. Die genaue Kenntnis der Neutrinomassen ist besonders im Bereich der Kosmologie von großem Interesse, da sie Einfluss auf viele kosmologische Modelle, wie die Nukleosynthese oder Strukturbildung hat.

Grundsätzlich unterscheiden sich die derzeitigen Methoden zur Bestimmung der Neutrinomasse darin, ob eine direkte oder indirekte Messung vorliegt, deren Unterschiede in den folgenden Abschnitten beschrieben werden. Leider konnte bis heute keines der Experimente einen absoluten Wert für eine der Neutrinomassen messen, sodass noch immer nur Obergrenzen für deren Massen existieren. Die aktuelle Obergrenze für die Masse des Elektron-Antineutrinos die aus der direkten Messungen bestimmt werden konnte beträgt dabei  $m(\bar{\nu}_e) < 2 \text{ eV}$  [O<sup>+</sup>14].

### 2.3.1 Indirekte Bestimmung der Neutrinomasse

Bei der indirekten Neutrinomassenbestimmung wird versucht die Neutrinomasse anhand einer verknüpften, meist modellabhängigen Messgröße zu bestimmen. Zu den hierzu zählenden Experimenten gehören die Suche nach dem neutrinolosen Doppelbetazerfall ( $0\nu\beta\beta$ -Zerfall) oder die Bestimmung der Massen anhand kosmologischer Parameter. Problem dieser indirekten Messung ist die relativ große Unsicherheit der verwendeten Modelle, die zur Bestimmung der Neutrinomasse benötigt werden, weshalb deren Limits unterhalb von  $m(\bar{\nu}_e) < 2 \text{ eV}$  nicht als offizielle Obergrenze der Particle Data Group gewählt werden.

### 2.3.1.1 Neutrinoloser Doppelbetazerfall

Der doppelte Betazerfall wurde bereits 1987 bei Messungen mit dem Isotop  $^{82}\text{Se}$  entdeckt [EHM87] und beschreibt den Zerfall

$$\begin{aligned} 2\nu\beta^+\beta^+ &: \text{}^A_{\text{P}}\text{X} \rightarrow \text{}^A_{\text{P}-2}\text{X} + 2e^+ + 2\nu_e \\ 2\nu\beta^-\beta^- &: \text{}^A_{\text{P}}\text{X} \rightarrow \text{}^A_{\text{P}+2}\text{X} + 2e^- + 2\bar{\nu}_e. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Da der Prozess zweiter Ordnung sehr selten ist, kann er bei normalen Betastrahlern kaum nachgewiesen werden, weil diese einen zu großen Mess-Untergrund durch einfachen Betazerfall besitzen. Zur Unterdrückung dieses Untergrunds eignen sich Isotope, deren einfacher Betazerfall energetisch verboten ist. Dieser Spezialfall tritt bei manchen Kernen mit gerader Neutronen und Protonenzahl auf, da der benachbarte Zustand, welcher durch einen Betazerfall erreicht werden kann, energetisch höher gelegen ist. Die größere Energie des Tochterkerns liegt an dessen größeren Beitrag des Paarungsterms in der Bethe-Weizsäcker-Formel [vW35] für Isotope mit ungerader Neutronen und Protonenzahl. Durch den Energieunterschied kann es somit nur zu einem Zerfall kommen, wenn dieser energetisch verbotene Zwischenzustand durch zwei gleichzeitig stattfindende Betazerfälle übersprungen wird. Diese Eigenschaften besitzen lediglich 35 Isotope [GK86], zu welchen  $^{76}\text{Ge}$  zählt, das heutzutage häufig als Quelle für die führenden Experimente zur Detektion des neutrinolosen Doppelbetazerfalls verwendet wird. Die Verwendung von Germanium hat dabei den Vorteil, dass die Quelle aufgrund der Halbleitereigenschaften von Germanium gleichzeitig auch als Detektor verwendet werden kann. Dies verbessert die Energieauflösung, da keine Aus- beziehungsweise Eintrittsarbeit zwischen Quelle und Detektor berücksichtigt werden muss.

Für die Formulierung des neutrinolosen Doppelbetazerfalls muss das Neutrino in den meisten Theorien eine weitere nicht im Standardmodell beschriebene Eigenschaft besitzen. Es handelt sich dabei um den Majorana-Charakter des Teilchens, was bedeutet, dass das Neutrino gleich seinem Antineutrino sein müsste. Diese Eigenschaft verleiht dem Neutrino die Möglichkeit, bei einem gleichzeitigen Betazerfall zweier Neutronen, zwischen diesen ausgetauscht und nicht zwingend emittiert zu werden. Der in Abbildung 2.4a als Feynman-Diagramm dargestellte Prozess

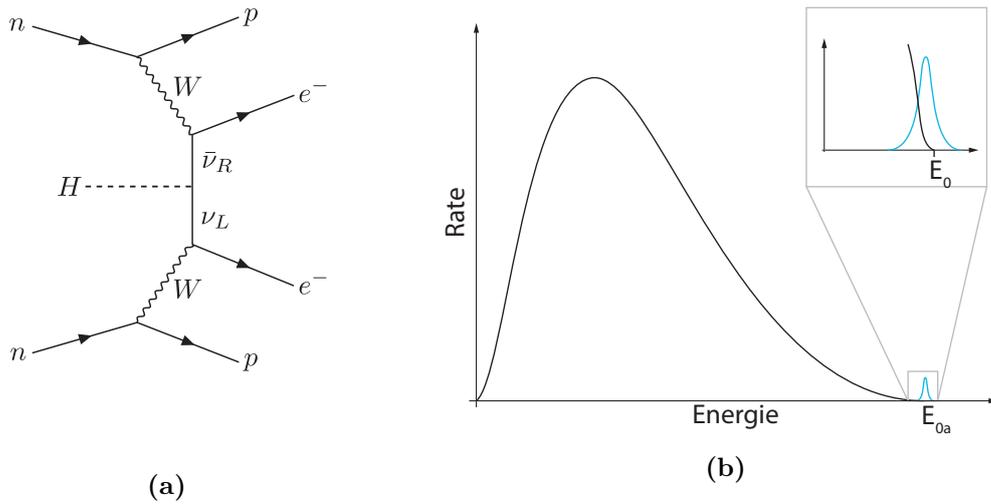
$$2n \rightarrow 2p + 2e^- \quad (2.17)$$

verletzt aber die Leptonzahl um 2 Einheiten und ist daher mit der im Standardmodell geltende Leptonzahlerhaltung nicht zu vereinbaren. Zudem muss ein Wechsel der Händigkeit der Teilchen stattfinden, da das beim Zerfall des einen Neutrons emittierte Neutrino rechtshändig sein muss, das am zweiten Neutron absorbierte Neutrino aber eine umgekehrte Händigkeit besitzen muss. Dies fordert die Existenz massiver Neutrinos, da wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, ein Wechsel der Händigkeit bei masselosen Neutrinos nicht möglich ist.

Mithilfe des neutrinolosen Doppelbetazerfalls kann die effektive Majoranamasse bestimmt werden, welche der kohärenten Summe über die Massenzustände

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle = \left| \sum_{i=1}^3 |U_{ei}|^2 m_i e^{i\alpha_i} \right| \quad (2.18)$$

entspricht. Hierbei stellen die  $\alpha_i$  zwei zusätzliche CP-verletzende Majorana-Phasen



**Abbildung 2.4** Feynman-Diagramm des neutrinolosen Doppelbetazerfalls und Energiespektrum des neutrinolosen (blau), beziehungsweise normalen (schwarz) Doppelbetazerfalls.

**a)** Beim gleichzeitigen Zerfall zweier Neutronen werden die Neutrinos nicht emittiert, sondern untereinander ausgetauscht. Der Wechsel der Händigkeit zwischen emittiertem und absorbiertem Neutrino kann durch eine Kopplung an ein Higgsboson beschrieben werden. Diese Kopplung führt zu einer nicht verschwindenden Neutrinomasse.

**b)** Durch den Zweikörperzerfall besitzt das Spektrum eine diskrete Linie bei der Endpunktenergie. Die Breite der Linie ist durch die Energieauflösung des Detektors gegeben.

dar, durch welche es zu einer gegenseitigen Auslöschung und damit zu einer Reduzierung der gemessenen Masse kommen kann. Die effektive Neutrinomasse kann über die Halbwertszeit des neutrinolosen Doppelbetazerfalls

$$\left(T_{1/2}^{0\nu}\right)^{-1} = G^{0\nu}(Q, Z) \left| \mathcal{M}^{0\nu} \right|^2 \frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle^2}{m_e^2} \quad (2.19)$$

bestimmt werden, siehe z.B. [DGM<sup>+</sup>13]. Hierbei sind  $G^{0\nu}$  der Phasenraum (abhängig von der Endpunktenergie  $Q$  und Kernladung  $Z$ ) und  $\mathcal{M}^{0\nu}$  das Übergangsmatrixelement. Dabei wird die Halbwertszeit durch die Untersuchung des Endpunkts des  $2\nu\beta\beta$ -Spektrums bestimmt, bei welchem bei erfolgreicher Messung des  $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls ein diskreter Peak zu erkennen wäre. Das diskrete Energiesignal der gemessenen Elektronen ist dadurch zu erklären, dass es sich im Falle des neutrinolosen Doppelbetazerfalls um einen Zweikörperzerfall handelt. Dieses Spektrum ist schematisch in Abbildung 2.4b dargestellt.

Das derzeit beste Limit für die Halbwertszeit wurde von dem im LNGS (Laboratori Nazionali del Gran Sasso) ansässigen GERDA II-Experiment mit einer Detektormasse von 375 kg  $^{76}\text{Ge}$  gemessen. Erste Resultate ergaben

$$T_{1/2}^{0\nu} 5,3 \cdot 10^{25} \text{ Jahre} \quad (90\% \text{ CL}) \quad (2.20)$$

als Limits für die Halbwertszeit [GER]. Eine kombinierte Analyse der Daten aus Phase I

und II [AAB<sup>+</sup>16] ergibt somit ein oberes Limit der effektive Neutrinomasse von

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle < 160 - 260 \text{ meV} \quad (90\% \text{ CL}) . \quad (2.21)$$

### 2.3.1.2 Kosmologische Neutrinomassenbestimmung

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Neutrinomasse bietet die Untersuchung kosmologischer Größen, die durch eine von Null verschiedene Neutrinomasse messbar beeinflusst werden. Die zwei wichtigsten Methoden zur Neutrinomassenbestimmung sind dabei die Untersuchung der kosmische Hintergrundstrahlung (Cosmic Microwave Background, CMB) sowie der Strukturbildung des Universums auf großen Längenskalen. Beide Methoden liefern obere Ausschlussgrenzen für die Neutrinomasse im Sub-Elektronvolt Bereich.

#### Kosmische Hintergrundstrahlung

Die kosmische Hintergrundstrahlung entstand im frühen Universum, etwa 380 000 Jahre nach dem Urknall, als die durch Annihilationsprozesse entstandenen Photonen von der Materie entkoppelten. Diese Entkopplung war Resultat des expandierenden und dabei abkühlenden Universums, wodurch die zuvor noch ionisierten Atome mit den freien Elektronen bei einer Temperatur von etwa 3000 K rekombinierten. Da sich das gesamte System bis dahin im thermischen Gleichgewicht befand, besaßen die Photonen ein charakteristisches Schwarzkörperspektrum mit der Temperatur zur Zeit der Entkopplung. Durch die weitere Expansion verloren auch diese Photonen an Energie, sodass sich das Spektrum bis auf eine heutige Temperatur von  $T = 2,7 \text{ K}$  verschob. Diese nahezu isotrope Hintergrundstrahlung wurde erstmal 1965 von Arno Penzias und Robert W. Wilson mit einer stationären Hornantenne gemessenen [PW65]. Mit dem Start verschiedener Satellitenmissionen zur genauen Vermessung der Hintergrundstrahlung wie COBE (Cosmic Background Explorer, 1989-1993) [Smo99], WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, 2009-2015) [HLK<sup>+</sup>13] und Planck (2012-2015) [AAA<sup>+</sup>16a] konnten in der zunächst isotrop wirkenden Hintergrundstrahlung Temperaturfluktuationen mit einer minimalen Sensitivität von  $\frac{\Delta T}{T} \approx 2 \cdot 10^{-6}$  und einer Winkelauflösung von minimal  $\Delta\Theta \approx 4' - 33'$  bestimmt werden [The06]. Diese Fluktuationen besitzen ein charakteristisches Leistungsspektrum, an welches das  $\Lambda$ CDM Modell mit Beiträge der Vakuumenergie  $\Omega_\Lambda$ , Dunkler Materie  $\Omega_{\text{DM}}$  und baryonischer Materie  $\Omega_b$  angepasst wird. Neben der Bestimmung wichtiger kosmologischer Parameter, wie der Hubble-Konstanten  $H_0 = (67,8 \pm 0,9) \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc})$  oder der Anzahl an Neutrinogenerationen  $N_\nu = 3,15 \pm 0,23$ , kann hierbei auch die Summe der Neutrinomassen bestimmt werden und beträgt derzeit

$$\sum m_\nu < 0,23 \text{ eV} \quad (2.22)$$

[AAA<sup>+</sup>16b]. Das Ergebnis ist allerdings stark von der Wahl der Modellparameter abhängig und kann daher größere Abweichungen besitzen.

#### Galaxiendurchmusterung

Bei der Untersuchung der Struktur des Universums auf sehr großen Skalen ( $\gtrsim \text{Gpc}/h$ , mit dem dimensionslose Hubbleparameter  $h$ ), zum Beispiel durchgeführt von *Sloan Digital Sky Surveys* (SDSS), ist festzustellen, dass die Materie im Universum nicht homogen verteilt ist, sondern es zu Klumpungen von Galaxien kommt. Die filamentartige Struktur der Galaxienansammlungen beruht auf primordialen Dichtefluktuationen in welchen sich die Galaxien ausbildeten. Ähnlich wie bei der Analyse des kosmischen

Mikrowellenhintergrunds kann eine Limit für die Summe der Neutrinomassen durch eine Anpassung an das Materie-Leistungsspektrum dieser Strukturen gewonnen werden. Der Beitrag zu diesem Leistungsspektrum auf kleinen Skalen ( $< 100 \text{ Mpc}/h$ ) wird durch das Auftreten massiver Neutrinos erkennbar reduziert [LP06], was sich anhand der großen *Free-Streaming* Wellenlänge  $\lambda_{\text{FS}}$  der massebehafteten Neutrinos erklären lässt. Die Free-Streaming Wellenlänge

$$\lambda_{\text{FS}} = 7,7 \frac{1+z}{\sqrt{\Omega_{\Lambda} + \Omega_{\text{m}}(1+z)^3}} \left( \frac{1 \text{ eV}}{m_{\nu}} \right) h^{-1} \text{Mpc} \quad (2.23)$$

beschreibt unter Verwendung der Rotverschiebung  $z$  die Größenskala auf welcher die Neutrinos miteinander in Wechselwirkung treten. Innerhalb dieser Längenskala sind die Neutrinos gravitativ nicht bindbar, sodass sich diese aus den Materieansammlungen lösen können. Dabei tragen diese Masse mit sich, weshalb dort die Materiedichte abnimmt und die Strukturen unterhalb der Free-Streaming Wellenlänge ausgewaschen werden. Das aktuelle Limit für eine derartige Bestimmung der Summe der Neutrinomassen beträgt [PDYL<sup>+</sup>15]

$$\sum m_{\nu} < 0,14 \text{ eV} . \quad (2.24)$$

### 2.3.2 Direkte Bestimmung der Neutrinomasse

Bei einer direkten Messung wird versucht, die Masse der Neutrinos aus der modellunabhängigen relativistischen Energie-Impuls Relation

$$E = \sqrt{m^2 + p^2} \quad (2.25)$$

(in natürlichen Einheiten) zu bestimmen. Der momentan einfachste Ansatz ist dabei die Untersuchung des Betazerfalls

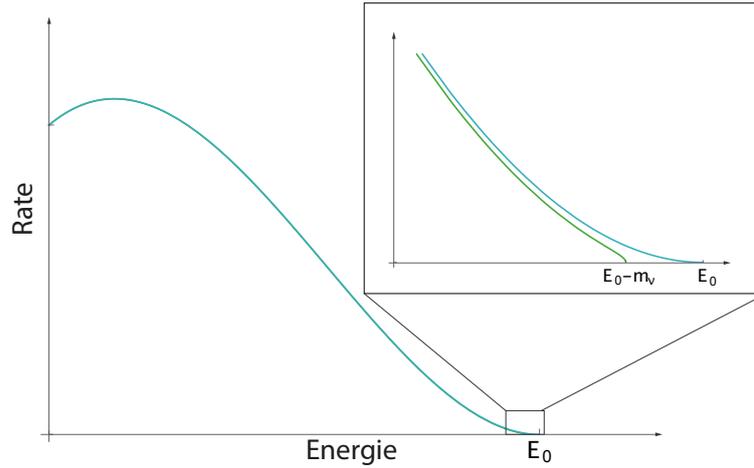
$$n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e, \quad (2.26)$$

da dessen Kinematik ausschließlich auf Energie- und Impulserhaltung basiert und daher die Neutrinomasse unabhängig von dem noch unbekanntem Dirac- oder Majorana-Charakter des Teilchens gemessen werden kann .

Bei einem Betazerfall besitzen Mutter- und Tochternuklid verschiedene Massen ( $M_i > M_f$ ), was einer überschüssigen Energie  $Q$  entspricht. Diese Energie wird unter Berücksichtigung der Erhaltungssätze fast komplett auf die zusätzlich beim Zerfall entstehenden Teilchen - Elektron und Neutrino - verteilt. Unabhängig davon, ob das Neutrino nun eine Masse besitzt oder nicht, kann sich ein entsprechender Teil der überschüssigen Energie in Form von Impuls auf das Neutrino übertragen, sodass ein kontinuierliches Spektrum für die messbare kinetische Elektronenenergie entsteht. Dieses Spektrum besitzt den Endpunkt bei

$$E_0 = Q - m_e. \quad (2.27)$$

Bei der Beteiligung eines massebehafteten Neutrinos findet eine leicht geänderte Energieverteilung statt, welche sich hauptsächlich im Endpunkt des Spektrums bemerkbar macht. Grund für die besondere Sensitivität des Endpunkts ist, dass dort die maximale Energie auf das Elektron übertragen wird und das Neutrino in Ruhe erzeugt werden muss. So besitzt dieses keinen Impuls und kann somit keine kinetische Energie davontragen. Besitzt das Neutrino eine Masse, sind die Endpunkte der Spektren unterschiedlich, da im Fall eines massiven Neutrinos nicht die gesamte überschüssige Energie in das Elektron



**Abbildung 2.5** Schematischer Verlauf des Betaspektrums mit Detailansicht der charakteristischen Verschiebung des Endpunkts um den Betrag der Neutrinomasse. Zu sehen ist das Spektrum für den Fall eines masselosen Neutrinos (Blau) und für ein Neutrino der Masse  $m_\nu$  (Grün).

übergehen kann, sondern stets gemäß

$$E_e^{\max} = \frac{M_i^2 + m_e^2 - (M_f + m_\nu)^2}{2M_i} \approx M_i - M_f - m_{\nu_e} \quad (2.28)$$

auch zu einem gewissen Teil in die Masse des Neutrinos umgewandelt werden muss [Boe92]. Dabei wird der Tochterkern und das Neutrino als ein Körper mit gemeinsamer Masse betrachtet und der Rückstoß des Tochternuklids als vernachlässigbar angenommen. Dieser Unterschied der Spektren für ein Neutrino mit und ohne Masse ist schematisch in Abbildung 2.5 dargestellt.

Das differentielle Spektrum kann ausgehend von *Fermis Goldener Regel*

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = 2\pi \left| \mathcal{M}^2 \right| \rho(E) \quad (2.29)$$

abgeleitet werden, welche die Übergangsrate eines Zweizustandssystems (Zustandsdichte  $\rho(E)$ ) durch eine Störung  $\mathcal{M}$  beschreibt. Für den Fall des Betazerfalls eines Kerns ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{N}}{dE} = & G_F^2 \frac{m_e^5}{2\pi^3} \cos^2(\Theta_c) \left| \mathcal{M}_{\text{had}}^2 \right| F(E, Z+1) p(E + m_e) \\ & \cdot (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\nu_e}^2} \Theta((E_0 - E) - m_{\nu_e}), \end{aligned} \quad (2.30)$$

wobei hier  $G_F$  die Fermi-Kopplungskonstante,  $\Theta_c$  der Cabbibo-Winkel,  $\mathcal{M}_{\text{had}}$  die hadronische Komponente des Übergangsmatrixelements,  $p$  und  $m_e$  der Impuls beziehungsweise die Masse des Elektrons und  $F(E, Z+1)$  die Fermi-Funktion aus der Coulombwechselwirkung von Tochterkern und Elektron ist. Die Heaviside-Funktion  $\Theta((E_0 - E) - m_\nu)$  gewährleistet die Energieerhaltung, sodass nur energetisch erlaubte Zustände zum Spektrum beitragen [AW03]. Die Observable aus Gleichung 2.30 ist in diesem Fall das Quadrat der messbaren Neutrinomasse, welches hier, im Gegensatz zum neutrinolosen

Doppelbetazerfall, die inkohärente Summe aus den Masseneigenzuständen

$$m_{\nu_e}^2 = \sum_{i=1}^3 |U_{ei}^2| m_i^2 \quad (2.31)$$

ist, da hier ein reales Neutrino erzeugt wird.

Zur direkten Messung der Neutrinomasse aus den  $\beta$ -Spektren haben sich nur wenige Quellen durchgesetzt, da diese die im folgenden beschriebenen Ansprüche erfüllen müssen. Zu den derzeit bevorzugten Quellen zählen unter anderem Tritium, Holmium sowie Rhenium.

### Tritium-Experimente

Das radioaktive Isotop des Wasserstoffs  ${}^3\text{H}$  (Tritium) zerfällt gemäß



durch Betazerfall in das leichte Isotop des Heliums  ${}^3\text{He}^+$ . Die Verwendung von Tritium in Experimenten zur Massenbestimmung hat verschiedene Vorteile:

- **Kurze Halbwertszeit**

Die Halbwertszeit von Tritium beträgt  $T_{1/2} = (12,33 \pm 0,02)$  Jahre [UL00]. Somit kann trotz einer geringen Menge an Tritium eine ausreichend hohe Rate an Messereignissen und eine gute Statistik gewährleistet werden.

- **Niedrige Endpunktsenergie**

Die Endpunktsenergie des Spektrums ist mit  $E_0 = (18,577 \pm 0,007)$  keV sehr niedrig [SDS85]. Ein niedriger Endpunkt erhöht die Statistik an Zerfällen im Bereich des Endpunktes, der die Informationen zur Massenbestimmung trägt.

- **Vorkommen als Gas**

Gasförmige Quellen besitzen weniger Einflüsse auf die Elektronenenergie, als es Feststoffe besitzen. Bei diesen können Austrittsverluste und weitere Festkörpereffekte auftreten.

- **Übererlaubter Zerfall**

Vorteil des übererlaubten Zerfalls ist die Energieunabhängigkeit des Übergangsmatrixelements [AW03].

- **Einfache Kernstruktur**

Da Tritium nur eine Kernladung von  $Z = 1$  besitzt, lässt sich das Verhalten der Elektronen beim Betazerfall mit großer Genauigkeit berechnen. Auch ungewollte Wechselwirkungen mit Hüllenelektronen sind somit geringer als bei anderen Elementen.

Dennoch besitzt die Verwendung von Tritium als Quelle den Nachteil, dass Tritium nicht atomar sondern nur in zweiatomigen Molekülen vorkommt. Somit kann beim Zerfall



das  ${}^3\text{He}{}^3\text{H}^+$ -Molekül Anregungszustände wie Vibration und Rotation besitzen. Diese, dem Elektron fehlende Anregungsenergie, führt zu einer systematischen Unsicherheit bei

der Bestimmung der Neutrinomasse.

Tritium wurde bereits bei den Vorgängerexperimenten in Mainz und Troitsk als Quelle verwendet und die derzeit besten oberen Limits von

$$\begin{aligned} \text{Mainz: } m_{\nu_e} &< 2,3 \text{ eV} \quad (95\% \text{ CL}) \quad [\text{KBB}^+03] \\ \text{Troitsk: } m_{\nu_e} &< 2,05 \text{ eV} \quad (95\% \text{ CL}) \quad [\text{ABB}^+11] \end{aligned} \quad (2.34)$$

erreicht.

### Rhenium und Holmium Experimente

Andere Ansätze zur präzisen Messung der Elektronenenergie beruhen auf kryogenen Kalorimetern aus den Isotopen  $^{157}\text{Re}$  (Rhenium) oder  $^{163}\text{Ho}$  (Holmium).

Dabei dienen diese Elemente zugleich als Quelle und Detektor, der die deponierte kinetische Energie der Elektronen in Form eines Temperaturanstiegs misst. Der Nachteil bei Kalorimetern ist aber, dass die Energie zweier gleichzeitig oder kurz nacheinander emittierter Elektronen im selben Detektorvolumen nicht differenziert werden kann. Somit muss die Rate an Zerfällen in einem Detektorvolumen so gering sein, dass keine sogenannten *Pileups* stattfinden. Dies kann erreicht werden, indem das Detektorvolumen in eine große Anzahl an thermisch voneinander isolierten Detektormodulen (Arrays) segmentiert wird.

Ein erstes Ergebnis unter Verwendung von  $^{157}\text{Re}$  wurde von MANU [Gat01] und MIBETA [SAB<sup>+</sup>04] erzielt, erreichten aber lediglich ein oberes Limit von

$$m_{\nu_e} < 15 \text{ eV} \quad (90\% \text{ CL}). \quad (2.35)$$

Ebenso wie bei deren Nachfolgerexperiment MARE (Microcalorimeter Arrays for a Rhenium Experiment) wurde Rhenium aufgrund der niedrigsten Endpunktsenergie von lediglich  $E_0 \sim 2,5 \text{ keV}$  verwendet.

Neben der Untersuchung der Endpunktsenergie des Betazerfalls existieren auch Ansätze der direkten Neutrinomassenbestimmung über das Spektrum des Elektroneneinfangs



von  $^{163}\text{Holmium}$  zu  $^{163}\text{Dysprosium}$ . Dieses Isotop und die damit verbundene Detektionsmethode kommt bei ECHo (Electron Capture  $^{163}\text{Holmium}$ ) zu Einsatz, mit dem Ziel der Neutrinomassenbestimmung bei einer angestrebten Sensitivität von  $< 1 \text{ eV}$ .



## Kapitel 3

# Das KATRIN-Experiment

Das **K**arlsruhe **T**ritium **N**eutrino **E**xperiment (KATRIN) ist das derzeit führende Experiment zur direkten Bestimmung der Masse des Elektron-Antineutrinos anhand des Tritium-Betazerfalls. Der Experimentaufbau, welcher am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) lokalisiert ist, befindet sich zur Zeit in der Testphase, nachdem am 14. Oktober 2016 mit dem *First Light* ein wichtiger Meilenstein des Experiments erreicht wurde. Dabei wurden erstmals Quelle, Transportstrecke und Spektrometer gemeinsam in Betrieb genommen und künstlich erzeugte Elektronen erfolgreich von der Rückwand der Quelle entlang der Transportstrecke zum Detektor geleitet.

Nach Abschluss der aktiven Messphase von fünf Jahren soll die Sensitivität des Experiments

$$m_{\text{eff}} = 200 \text{ meV} \quad (90\% \text{ CL})$$

betragen und somit das aktuelle Limit der Vorgängerexperimente aus Mainz und Troitsk um eine Größenordnung verbessern.

Der insgesamt 70 m lange Versuchsaufbau des KATRIN-Experiments lässt sich anhand der Aufgabengebiete der einzelnen Bauteilen in zwei verschiedene Abschnitte unterteilen. Der eine Abschnitt ist die Spektrometer- und Detektor-Bereich (*Spectrometer and Detector Section*, SDS), zu welcher ein Vor- und Hauptspektrometer sowie der Detektor zur Ratenmessung gehören. Der andere Abschnitt umfasst die fensterlose Tritium-Quelle und die Transportstrecke (*Source and Transport Section*, STS), welche Quelle und Spektrometer verbindet.

Um diese niedrige Sensitivität zu erreichen, wird zur Bestimmung der Elektronenenergie auf das Prinzip eines MAC-E-Filters zurückgegriffen, das bereits in den Vorgängerexperimenten in Mainz und Troitsk zum Einsatz kam. Die Verbesserung gegenüber der Vorgängerexperimente wird unter anderem durch die Verzehnfachung des Hauptspektrometerdurchmessers und die damit verbundene Verbesserung der Energieauflösung erreicht, was ausführlich in Abschnitt 3.2.1 erklärt wird. Weiteres Kernstück des KATRIN-Experiments ist die gasförmige fensterlose Tritiumquelle, deren Funktionsprinzip bereits in Troitsk verwendet wurde und deren Funktion zusammen mit den Aufgaben der 13,5 m langen Transportstrecke in Abschnitt 3.1 beschrieben ist. Eine Übersichtsdarstellung mit den im Folgenden beschriebenen Komponenten ist in Abbildung 3.1 gezeigt.

Die genauen technischen Details des Experiments sind im *Design Report* [KAT04] von 2004 zusammengefasst, dessen Spezifikationen die Basis für dieses Kapitel bilden.



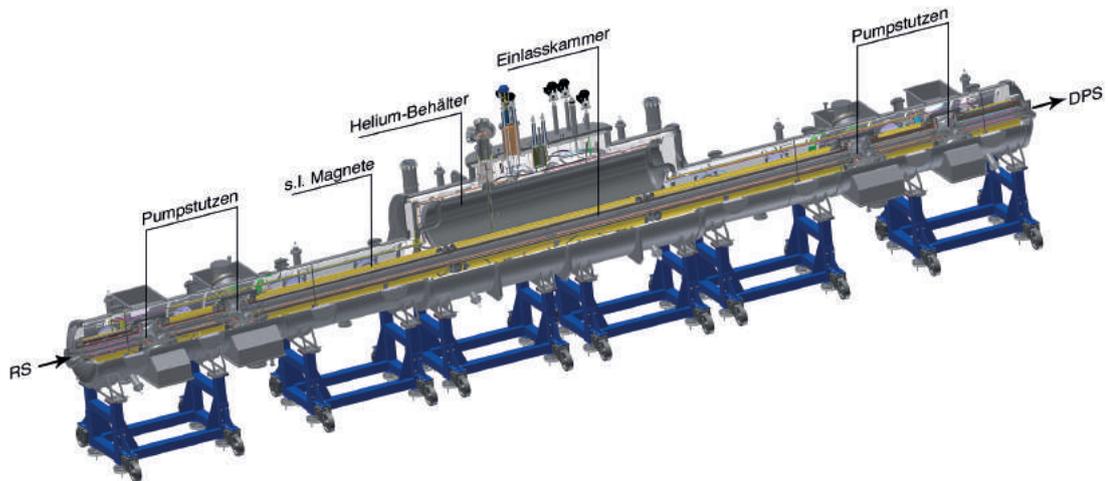
**Abbildung 3.1** Übersichtsdarstellung des über 70 m langen Experimentaufbaus von KATRIN. Der Aufbau ist in die Quell- und Transportstrecke mit der Rear Section, WGTS, DPS und CPS sowie die Spektrometer- und Detektor-Sektion mit Vor-, Hauptspektrometer und Detektorbereich unterteilt.

### 3.1 Quell- und Transportstrecke

Zur Quell- und Transportstrecke gehören neben der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle (*Windowless Gaseous Tritium Source*, WGTS) auch die differentielle Pumpstrecke (*Differential Pumping Section*, DPS) sowie die kryogene Pumpstrecke (*Cryogenic Pumping Section*, CPS). Diese Komponenten müssen neben dem adiabatischen Transport der erzeugten Elektronen in Richtung der Spektrometer zugleich auch den Tritiumfluss entlang der 13,5 m langen Transportstrecke um über 14 Größenordnungen reduzieren. Dies ist nötig, da zum Erreichen der angestrebten Sensitivität lediglich eine Untergrundrate von  $10^{-3}$  Zerfälle/s innerhalb des Vor- sowie Hauptspektrometer auftreten darf. Diese Rate entspricht einem aus der CPS austretenden Tritium-Fluss von  $10^{-14}$  mbar · l/s.

#### 3.1.1 Fensterlose Gasförmige Tritiumquelle

Die WGTS besteht aus einer 10 m langen Injektionskammer mit einem Durchmesser von 90 mm, welche auf der einen Seite an die Transportstrecke angebunden ist und auf der anderen Seite durch eine goldbeschichtete Rückwand und den dahinter angebrachten Rückseitenbereich (*Rear Section*, RS) abgeschlossen wird. Die Rückwand und der Rückseitenbereich mit den darin angebrachten Ionen- und Elektronenkanonen dient unter anderem zur Erzeugung künstlicher Elektronen und Ionen während der inaktiven (tritiunlosen) Testphase des Experiments. Im finalen Experimentbetrieb wird das gasförmige Tritium durch feine Öffnungen in der Mitte der Injektionskammer mit einem Druck von  $p = 3,4 \cdot 10^{-3}$  mbar eingelassen und diffundiert selbständig an die Enden der WGTS, wo sich, wie in Abbildung 3.2 dargestellt, jeweils sechs Turbomolekularpumpen (TMP) befinden. Die Säulendichte in der WGTS beträgt  $\rho \cdot d = 5 \cdot 10^{17}$  Moleküle/cm<sup>2</sup> bei einer festen Temperatur von  $T = 27$  K. Während der Diffusion durch die WGTS zerfällt das Tritium mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p_\beta = 10^{-7}$  % was in einer gesamten Aktivität von  $A = 9,5 \cdot 10^{10}$  Bq resultiert. Die bei diesen Zerfällen entstehenden Elektronen, deren Energiespektrum im Bereich des Endpunkts im Spektrometer gemessen werden soll, werden durch ein 3,6 T starkes Magnetfeld adiabatisch in Richtung der Enden der WGTS geleitet. Dieses nahezu homogene Magnetfeld wird durch sieben supraleitende Solenoid-Magnete erzeugt, welche, wie in Abbildung 3.2 dargestellt, die Injektionskammer umfassen. Da die transportierten Elektronen mit dem Gas in der WGTS stoßen



**Abbildung 3.2** Modellzeichnung der über 16m langen und 5m hohen fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle.

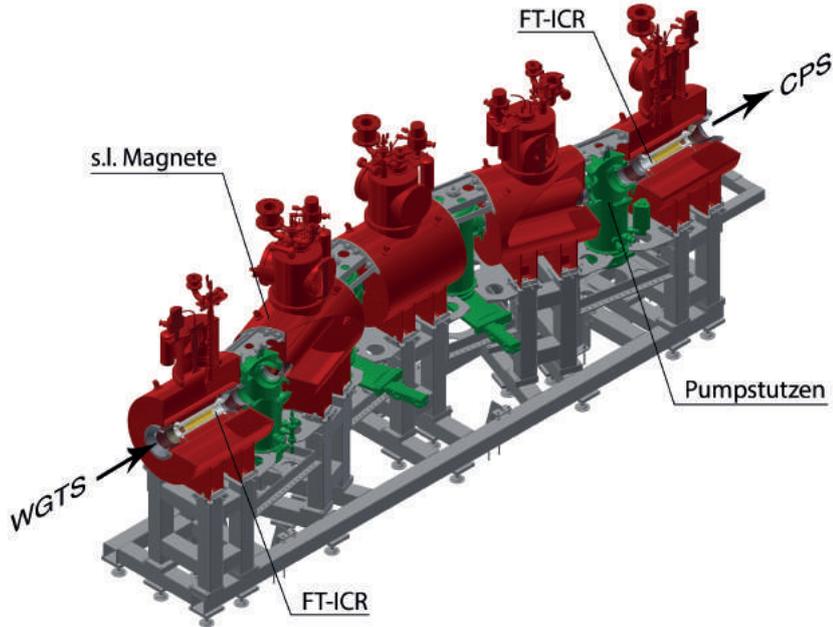
können, ist die genaue Kenntnis über die Säulendichte und dem damit verbundenen Fehlerpotential durch einen Energieverlust der Elektronen, sowohl durch Ionisation als auch durch Anregung der Streupartner, nötig. Um die benötigte Stabilität der Säulendichte von 0,1% zu erreichen, müssen beeinflussenden Größen möglichst konstant gehalten werden. Dies erfordert unter anderem eine Temperaturstabilität der WGTS im Bereich von  $\Delta T < 30$  mK, was durch eine auf Neon basierende Zweiphasenkühlung realisiert wird [GBH<sup>+</sup>13]. Damit der hohe Tritium-Durchsatz von 40 g/Tag gewährleistet werden kann, muss das abgepumpte Tritium in einem geschlossenen Kreislauf (inneres *Loop-System* [PSB15]) aufbereitet und auf die benötigte Reinheit ( $> 95\%$ ) angereichert werden, sodass es erneut in die WGTS eingelassen werden kann.

### 3.1.2 Differentielle Pumpstrecke

Damit das in der WGTS injizierte, aber nicht vollständig abgepumpte Tritium nicht ungehindert in das Hauptspektrometer gelangt und dort einen zu hohen Untergrund erzeugt, muss eine weitere Reduzierung des Tritiumflusses in Spektrometerrichtung erfolgen. Das geschieht im ersten Schritt durch die differentielle Pumpstrecke (DPS), welche eine Verringerung des Tritiumflusses auf etwa  $10^{-7}$  mbar · l/s erreichen soll [LDH<sup>+</sup>06][LBB<sup>+</sup>12]. Dies entspricht einer Reduktion um mindestens fünf Größenordnungen gegenüber des eintretenden Flusses.

Aufgebaut ist die DPS aus fünf Strahlrohrsegmenten, welche durch eine gegenseitige Verkipfung von  $20^\circ$  eine horizontale Schikane bilden. Zwischen den Segmenten befinden sich vier Turbomolekularpumpen, wovon jede eine Pumpleistung von 2400 l/s für  $T_2$  besitzt [Jan15]. Neben der Rückhaltefunktion von neutralem Tritium durch die Turbomolekularpumpen besitzt die DPS die zusätzliche Aufgabe den Fluss an geladenen Tritium-Ionen aus der WGTS zu eliminieren.

Die Bewegung der verschiedenen Ionen in Richtung Spektrometer wird durch eine Ringelektrode im letzten Strahlrohrsegment der DPS geblockt, weshalb sich Ionen lediglich im Bereich zwischen Quelle und der Elektrode befinden können. Um die dort angesammelten Ionen zu eliminieren, befinden sich drei Dipolelektroden in der DPS, mit denen die Ionen auf die Oberfläche des Strahlrohrs abgelenkt werden, um dort zu neutralisieren. Als neutrale Moleküle können diese wieder durch die Turbomolekularpumpen der DPS



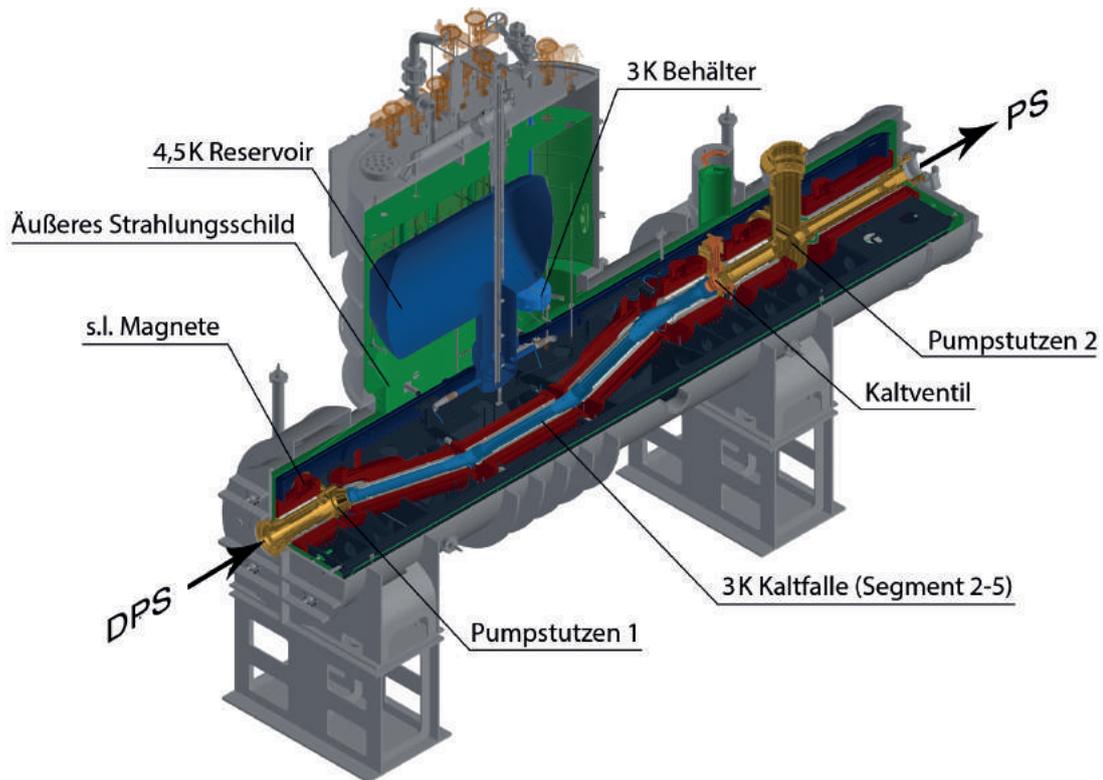
**Abbildung 3.3** Modellzeichnung der differentiellen Pumpstrecke aus den in einer Schikane angeordneten Strahlrohrsegmenten, die jeweils von einem Magneten (rot) umgeben sind. Zwischen jedem Segment befinden sich Pumpstutzen mit daran angebrachten Turbomolekularpumpen (grün) zur Reduzierung des Tritiumflusses in Richtung des Spektrometerbereichs.

oder die angrenzende kryogene Pumpstrecke entfernt werden. Zur Analyse der in der WGTS durch Ionisation erzeugten Ionen befinden sich zwei FT-ICR Massenspektrometer (Fourier Transform - Ion Cyclotron Resonance) [UDRL<sup>+</sup>09] am Eingang und Ausgang der DPS. Diese FT-ICR-Module dienen sowohl zur Detektion der Anzahl als auch zur Erkennung der Ionenart, was Aufschluss über die Stoßprozesse in der WGTS liefert.

### 3.1.3 Kryogene Pumpstrecke

Aufgabe der kryogenen Pumpstrecke ist es, den aus der DPS kommende Fluss von ungefähr  $10^{-7}$  mbar · l/s noch einmal um weitere sieben Größenordnungen zu reduzieren. Um eine derart große Reduktion innerhalb einer möglichst geringen Pumpstrecke gewährleisten zu können, wird eine kryogene Pumpstechnik verwendet, bei der die auf eine Oberfläche von kaltem Argon-Frost treffenden Moleküle adsorbiert werden. Die in Abbildung 3.4 dargestellte CPS besteht aus insgesamt sieben Strahlrohrsegmenten, wovon die Segmente 2-4 eine Schikane mit einem Winkel von  $15^\circ$  zueinander bilden. Diese Schikane soll, wie auch bei der DPS zuvor, eine direkte Sichtlinie in Richtung der Spektrometer verhindern und einen direkten Fluss der Tritium-Moleküle ohne Kontakte mit der Kryofalle (*Beaming-Effekt*) unterbinden. Jedes Strahlrohrsegment ist von einem supraleitenden Magneten aus Niob-Titan umgeben, der zum Transport der Elektronen ein Magnetfeld mit einer Feldstärke von 5,6 T im Zentrum erzeugt.

Die Strahlrohrsegmente 2-5 bilden den Kaltfallenbereich der CPS und werden mithilfe eines Kryostaten auf einer Temperatur von 3 K gekühlt, sodass dort durch Kryosorption auch die Rückstände des schwer zu pumpenden Tritiums nahezu restlos aufgefangen werden können. Die Theorie und Kinetik der Kryosorption sowie die Erklärung weiterer wichtiger Details der CPS sind ausführlich in Abschnitt 4 und 4.3 erklärt.



**Abbildung 3.4** Modellzeichnung der kryogenen Pumpstrecke. Das innen vergoldete Strahlrohr besitzt eine Temperatur von 77 K in Abschnitt 1, 6 und 7 sowie 3 K in Abschnitt 2-5. Die Nummerierung der einzelnen Segmente ist in aufsteigender Richtung geordnet, am Übergang von der DPS beginnend. Die rot dargestellten Magnete werden auf einer Temperatur von 4,5 K betrieben und besitzen jeweils zwei innere Strahlungsschilde zur Reduzierung der Strahlungsleistung auf die Magnete beim Ausheizen des Strahlrohrs.

## 3.2 Spektrometer- und Detektor-Bereich

Der Spektrometer- und Detektor-Bereich lässt sich von den Aufgabenbereichen in zwei Hauptbereiche unterteilen. Dabei wird die Aufgabe der äußerst präzisen Energiefilterung der Elektronen durch das Hauptspektrometer übernommen. Die zweite Aufgabe, die Bestimmung der Elektronenrate oberhalb der jeweiligen Energieschwelle des Hauptspektrometers, wird durch das am Ende des Versuchsaufbaus angebrachte Detektorsystem durchgeführt. So kann im Zusammenspiel von Spektrometer und Detektor ein integrales Energiespektrum im Bereich des Endpunkts bestimmt werden, welches die Grundlage zur direkten Messung der Neutrinomasse ist. Um die angestrebte Sensitivität von 200 meV des Experiments erreichen zu können, muss eine Energieauflösung von mindestens  $\Delta E = 0,93 \text{ eV}$  am Endpunkt des Spektrums gewährleistet werden. Da hierfür das verwendete Filterprinzip eines MAC-E-Filters eine wichtige Rolle sowohl für das Design und als auch die Funktion des Spektrometers spielt, wird im folgenden Abschnitt auch die Theorie dieses Filtertyps erklärt.

### 3.2.1 Funktion eines MAC-E-Filters

Das grundlegende Funktionsprinzip eines MAC-E-Filters (englisch: *Magnetic Adiabatic Collimation combined with an Electrostatic Filter*) wurde bereits 1980 von G. Beamson et al. vorgestellt [BPT80] und findet seitdem Anwendung bei der präzisen Filterung der

kinetischen Energie von Elektronen. Im folgenden Abschnitt wird die Funktionsweise eines solchen Filters beschrieben, wobei dem Name entsprechend zunächst eine adiabatische magnetische Kollimation des Teilchenimpulses senkrecht zur Bewegungsrichtung stattfinden muss, sodass die Elektronen anschließend durch ein elektrostatisches Potential gefiltert werden kann.

### Elektrostatische Filterung

Der elektrostatische Filter stellt eine einfache Potentialbarriere dar, welche die einlaufenden Elektronen überwinden müssen, um detektiert zu werden. Elektronen, deren Parallelkomponente<sup>1</sup> der kinetische Energie kleiner als die potentielle Energie des elektrischen Felds ist, also

$$E_{\text{kin},\parallel} < e \cdot U, \quad (3.1)$$

werden durch das elektrische Feld reflektiert und gelangen somit nicht zum Detektor.

Da der elektrostatische Filter lediglich auf die Parallelkomponente der kinetischen Energie sensitiv ist muss der Impuls der einlaufenden Teilchen möglichst vollständig entlang der Bewegungsrichtung gerichtet werden. Der Grad dieser Impulsausrichtung bestimmt die Energieauflösung des elektrostatischen Filters.

### Magnetische adiabatische Kollimation

Die Ausrichtung des Teilchenimpulses durch die adiabatische magnetische Kollimation lässt sich ausgehend von der Zyklotronbewegung eines geladenen Teilchens innerhalb eines Magnetfelds  $\vec{B}$  durch das Wirken der Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_L = q (\vec{v} \times \vec{B}), \quad (3.2)$$

erklären. Die ausgeführte Zyklotronbewegung führt zu einer Aufspaltung der gesamten kinetischen Energie in eine zu den Feldlinien des Magnetfelds parallele und senkrechte Komponente

$$E_{\text{kin}} = E_{\perp} + E_{\parallel}. \quad (3.3)$$

Bewegt sich ein Elektron entlang eines abfallenden Magnetfelds, so führt die Erhaltung des magnetischen Moments

$$\mu = \frac{E_{\perp}}{B} = \text{const.} \quad (3.4)$$

zu einer Transformation der Senkrechtkomponente in die Parallelkomponente der kinetischen Energie und somit zu einer Ausrichtung des Impulses entlang der Feldlinien. Diese Transformation des Impulses in Richtung der magnetischen Feldlinien sowie deren Verlauf ist schematisch in Abbildung 3.5 dargestellt.

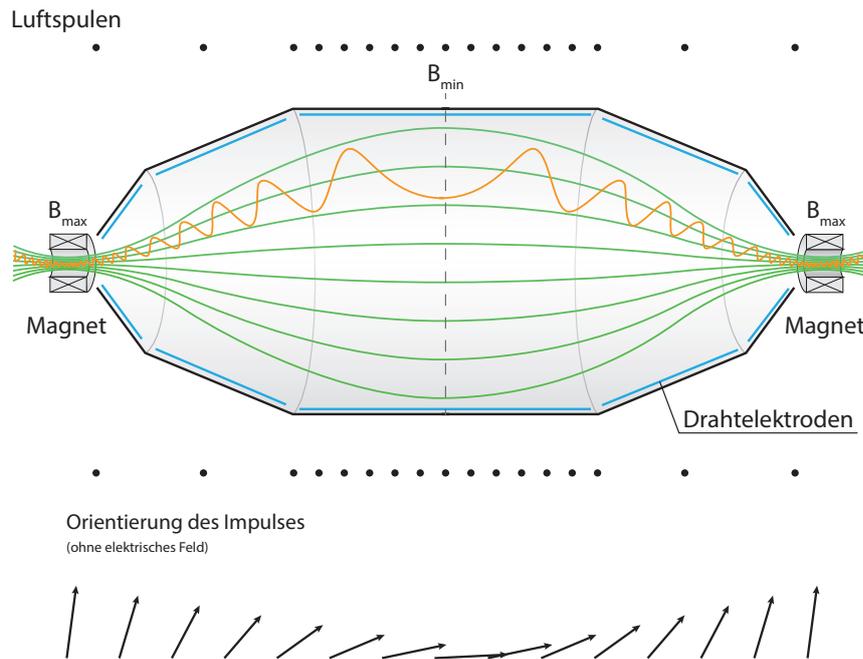
Da eine derartige Kollimation des Teilchenimpulses durch die Abnahme der Magnetfeldstärke geschieht, ist die Energieauflösung des MAC-E-Filters abhängig vom Verhältnis der minimalen und maximalen Magnetfeldstärke

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_{\text{min}}}{B_{\text{max}}}. \quad (3.5)$$

Um die bei KATRIN angestrebte Energieauflösung von

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{0,93 \text{ eV}}{18,6 \text{ keV}} = 5 \cdot 10^{-5} \quad (3.6)$$

<sup>1</sup>gemeint ist die Parallelkomponente im Bezug auf das elektrische Feld.



**Abbildung 3.5** Die in grün dargestellten Feldlinien innerhalb des MAC-E Filters bilden eine Analyse-Ebene, bei der die magnetische Feldstärke minimal. Dort ist der zunächst beliebig orientierte Impuls der einlaufenden Teilchen nahezu parallel zu den Magnetfeldlinien gerichtet, und kann so mit einer Energieauflösung von  $\Delta E/E = B_{\min}/B_{\max}$  gefiltert werden. Die Zyklotronbewegung der einlaufenden Elektronen ist schematisch in orange eingezeichnet. Zur Kompensation der äußeren magnetischen Feldern befinden sich bei KATRIN große Luftspulen entlang des Spektrometers.

erreichen zu können, ist somit ein Abfall des magnetischen Feldes um über vier Größenordnungen nötig, was die im folgenden Abschnitt beschriebenen Dimensionen des Hauptspektrometers bedingt, da zum einen die Adiabaticität durch einen kleinen Gradienten des magnetischen Feldes gewährleistet sein muss und zum anderen der anwachsende Flusschlauch

$$\Phi = |\vec{B}| \cdot A = \text{const.} \quad (3.7)$$

durch das Spektrometer eingeschlossen werden muss.

### 3.2.2 Vor- und Hauptspektrometer

Wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben beträgt die Quellaktivität der WGTS etwa  $A = 10^{11}$  Bq. Da diese Hohe rate selbst im Ultrahochvakuum des Hauptspektrometers noch einen zu hohen Untergrund durch Ionisation des Restgases erzeugen würde, muss dieser Fluss auf  $< 10^4 \text{ s}^{-1}$  Reduziert werden. Dies geschieht mithilfe des Vorspektrometers, welches einen Durchmesser von 1,70 m und einer Länge von 3,38 m besitzt, wobei sich an dessen Enden je ein supraleitender Magnet mit einer maximalen Feldstärke von 4,5 T befindet. Um die Reduzierung des Elektronenflusses zu erreichen, liegt die Energieschwelle des MAC-E-Filters 300 eV unterhalb der Endpunktsenergie des Tritiumzerfalls, was einer angelegten Spannung von  $-18,3 \text{ kV}$  entspricht. Zur Erzeugung eines Ultrahochvakuums von  $10^{-11}$  mbar und zur weiteren Reduzierung des Tritiumflusses befinden sich bereits am Vorspektrometer zwei Turbomolekularpumpen und SAES St707 Getterpumpen mit einer Gesamtlänge von 200 m (30 mm breit) [ABB<sup>+</sup>16].

Das Hauptspektrometer selbst besteht aus einem Vakuumtank von 23,2 m Länge und einem Durchmesser von 9,8 m, dessen Volumen 1240 m<sup>3</sup> beträgt. Um das in diesem Volumen herrschende Ultrahochvakuum gewährleisten zu können, befinden sich auf der Detektorseite drei große Pumpstutzen von 1,7 m Durchmesser, in welchen sich je eine Getterpumpe mit jeweils 1000 m an 27 mm breitem Gettermaterial befindet. Zur Reduzierung der Untergrundrate, welche durch die Emanation von radioaktivem Radon aus dem Gettermaterial erzeugt wird, befinden sich vor den Getterpumpen stickstoffgekühlte Kupferlamellen an denen das Radon festfriert. Durch die Kupferlamellen reduziert sich die effektive Pumpleistung der Getterpumpen von eigentlichen 1000 m<sup>3</sup>/s auf nur etwa 375 m<sup>3</sup>/s [ABB<sup>+</sup>16] für Wasserstoff. Zusätzlich besitzen zwei der drei Pumpstutzen jeweils drei Turbomeolekularpumpen (Leybold MAG-W-2800 R), die eine effektive Pumpleistung für Wasserstoff von 10 m<sup>3</sup>/s besitzen und letztlich im Verbund für einen Druck von 10<sup>-11</sup> mbar sorgen [ABB<sup>+</sup>16].

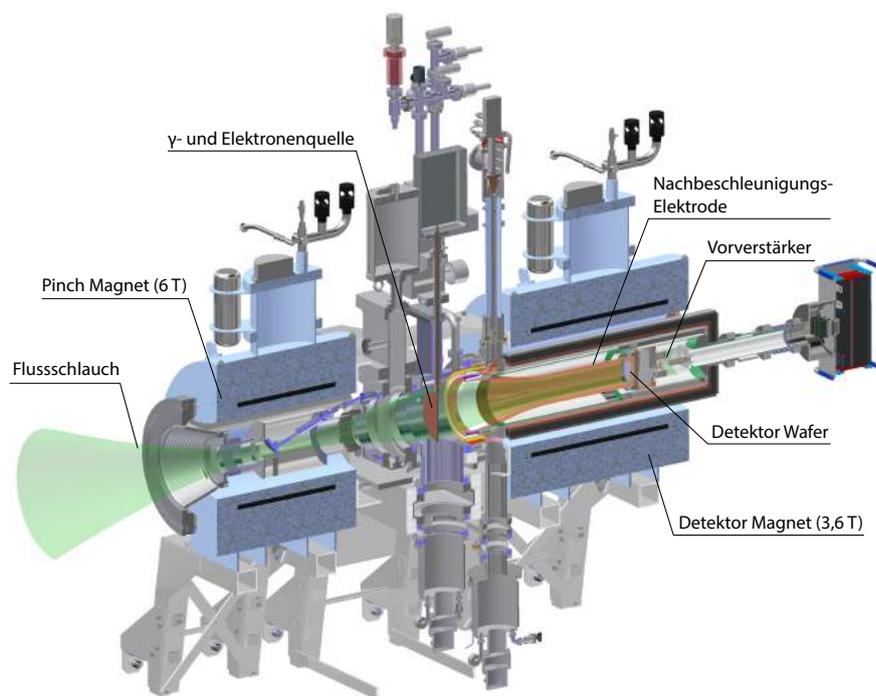
Der zur Filterung benötigte Magnetfeldverlauf wird an der Detektorseite von einem supraleitenden Magneten (genannt Pinch-Magnet) mit einer maximalen Magnetfeldstärke von 6 T und auf der Quellseite mit dem Vorspektrometer-Magneten mit 4,5 T erzeugt. Dies führt zu einem minimalen Magnetfeld in der Analyseebene des Spektrometers von  $B_{\min} = 3 \cdot 10^{-4}$  T. Um das Magnetfeld in der Analysierebene durch Einflüsse des Erdmagnetfeldes zu schützen, befinden sich 14 Luftspulen mit einem Durchmesser von 12,6 m um das gesamte Spektrometer [GDL<sup>+</sup>13]. Durch den Abfall des Magnetfeldes um über vier Größenordnungen erhält man gemäß Gleichung 3.5 eine Energieauflösung von  $\Delta E = 0,93$  eV.

### 3.2.3 Detektorsystem

Das Kernstück des Detektorsystems (*Focal Plane Detector*, FPD) am Ende des Hauptspektrometers bildet ein runder Silizium-Wafer mit einer effektiven Detektorfläche von 90 mm Durchmesser. Dieser 503  $\mu$ m dicke, monolithische Wafer ist eine PIN-Diode (positiv-intrinsisch-negativ dotiertes Silizium) und ermöglicht die Detektion und Energiebestimmung der einfallenden Elektronen. Der Wafer ist auf der Rückseite mit einer Titannitrit-Schicht (TiN) beschichtet, welche zur Verbesserung des elektrischen Kontakts zwischen Detektor und den von hinten angepressten Kontaktstifte der Ausleselektronik dient. Zudem ist die Dotierung sowohl zur besseren Ortsauflösung als auch zur optimierten Signalverarbeitung in 148 radial angeordnete Pixel segmentiert. Die einzelnen Pixel sind in 13 Ringe angeordnet und die äußeren 12 Ringe wiederum in jeweils 12 Pixel unterteilt. Das Zentrum des Wafers besteht aus vier einzelnen Pixeln. Die Segmentierung des Detektors erlaubt eine bessere Analyse des Messergebnisses, da räumliche Inhomogenitäten der Elektronenrate bestimmt und korrigiert werden können.

Eine Nachbeschleunigungskathode erlaubt eine bessere Untergrunddiskriminierung, da diese die Energie der zu detektierenden Elektronen auf ein Energieniveau anhebt, bei welchem der intrinsische Untergrund des Detektorsystems gering ist. Die Effizienz des Detektors beträgt so etwa 95 % mit einer Energieauflösung von  $\Delta E = (1,52 \pm 0,01)$  keV (FWHM) bei 18,6 keV Elektronenenergie [ABB<sup>+</sup>15].

Der Silizium-Wafer und die Nachbeschleunigungselektrode sind, wie in Abbildung 3.6 dargestellt, umgeben von einem weiteren supraleitenden Magneten, der ein Magnetfeld von 3,6 T erzeugt. Dieser Magnet dient zur exakten Abbildung des 191 T · cm<sup>2</sup> Flussschlauchs auf den Detektionsbereich des Wafers.



**Abbildung 3.6** Modellzeichnung des FPD-Systems.



## Kapitel 4

# Funktion kryogener Pumpen

Kryopumpen finden seit etwa der Sechzigerjahren ihren Einsatz im Bereich der Hoch- und Ultrahochvakuum-Technik. Das Funktionsprinzip unterscheidet dabei zwischen Kryokondensation und Kryosorption, wobei bei ersterem das Vakuum durch Absenken der Gas-Temperatur und die damit verbundene Reduzierung des Dampfdrucks durch Kondensation erzeugt wird. Im Gegensatz zur Kryokondensation können durch Ausnutzen der Kryosorption auch schwer kondensierbare Gase, wie zum Beispiel Wasserstoff, gepumpt werden und Druckregime weit unterhalb des Dampfdrucks der jeweiligen Restgase erreicht werden. Damit es zur Kryosorption kommen kann, sind aber dennoch Temperaturen von weniger als 120 K bis hin zu wenigen Kelvin nötig, abhängig von den Anforderungen und den zu pumpenden Gasen.

Treffen Gasmoleküle eines zu pumpenden Gases (Adsorbat) auf das Adsorptionsmittel (Adsorbens) einer Kryopumpe, so werden diese mit einer Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  (oft auch Stickingkoeffizient genannt) adsorbiert oder reflektiert. Im Falle einer Adsorption können die adsorbierten Moleküle sowohl durch Dipol- und Van-der-Waals-Kräfte (Physisorption) als auch durch kovalente Bindungen (Chemisorption) an das Adsorbens gebunden werden. Unterschied der Chemisorption zur Physisorption ist die Veränderung des ursprünglichen Moleküls in seiner chemischen Zusammensetzung unter Wechselwirkung mit dem Adsorbens. Diese Form der Adsorption bedarf daher einer höheren Energieschwelle als bei der Physisorption, sodass Chemisorption erst ab einer molaren Bindungsenergie von  $E_{\text{chem}} \gtrsim 500 \text{ kJ/mol}$  zwischen Adsorbat und Adsorbens auftritt [WAW13].

Zur Optimierung der Pumpleistung werden die Oberflächen meist mit porösen Adsorptionsmitteln beschichtet, welche üblicherweise entweder Feststoffe (z.B. Aktivkohle) oder kondensierte Gase (u.a.  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CH}_4$ , Ar) sind.

### 4.1 Kinetik der Adsorption und Desorption

Damit ein bereits adsorbiertes Molekül erneut desorbieren kann, muss die kinetische Energie größer als die Bindungsenergie  $E_b$  zwischen Adsorbat und Adsorbens sein. Da die Energie der adsorbierten Molekülen einer Boltzmannverteilung folgt, ist diese Energiebedingung bei insgesamt  $n$  adsorbierten Teilchen für den Bruchteil

$$dn = n \cdot \exp\left(-\frac{E_b}{RT}\right) \quad (4.1)$$

erfüllt. Hierbei ist  $R$  die universelle Gaskonstante und  $T$  die Temperatur des Adsorbens.

Da die adsorbierten Moleküle auf der Oberfläche mit einer Frequenz  $\nu$  schwingen, welche in der Größenordnung von  $10^{13} \text{ s}^{-1}$  ist, lässt sich die Desorptionsstromdichte

$$j_{\text{des}} = \frac{dn}{dt} = \nu \cdot n \cdot \exp\left(-\frac{E_b}{RT}\right) \quad (4.2)$$

bestimmen, siehe zum Beispiel [WAW13].

Ist eine Oberfläche zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit  $n_0$  Teilchen bedeckt, so folgt aus der Integration von Gleichung 4.2 die Anzahl der zum Zeitpunkt  $t$  noch adsorbierten Teilchen

$$n(t) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (4.3)$$

ganz in Analogie zum radioaktiven Zerfallsgesetz. Die Zeitkonstante  $\tau$  stellt hier die mittlere Desorptionszeit dar, welche definiert ist als

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{E_b}{RT}\right), \quad (4.4)$$

mit der Periodendauer der Molekülschwingungen  $\tau_0 = \nu^{-1}$ .

Um eine möglichst große Desorptionszeit und somit eine leistungsstarke Kryopumpe zu erhalten, muss demzufolge der Exponent aus Gleichung 4.4 maximiert werden. Dies kann zum einen durch die Wahl eines idealen Adsorbat-Adsorbens-Systems mit einer möglichst großen Bindungsenergie erreicht werden und zum anderen durch eine sehr niedrige Oberflächentemperatur von meist nur wenige Kelvin.

Neben dem großen Einfluss der Bindungsenergie auf die Desorptionsdauer besitzen auch die Haftwahrscheinlichkeit  $\alpha$  sowie das so genannte Kosinusetz einen großen Einfluss auf die Pumpleistung einer Kryopumpe. Die im Folgenden beschriebenen Eigenschaften definieren dabei die Adsorptions- beziehungsweise Desorptionsprozesse und spielen eine wichtige Rolle zur Implementierung in das in Kapitel 6 beschriebene Simulationsprogramm.

### Stickingkoeffizient und Bindungsenergie

Wird Gas über eine längere Zeit von einem Adsorptionsmittel adsorbiert, so bilden sich, im Gegensatz zur Kryokondensation, keine beliebig dicken Schichten des Adsorbats aus. Vielmehr ist die Schichtdicke bei der Kryosorption durch das Erreichen einer Monolage des Adsorbats auf dem Adsorbens limitiert. Dieser Effekt, der bereits 1918 von I. Langmuir untersucht wurde [Lan18], lässt sich unter anderem durch die meist deutlich geringere Bindungsenergie zwischen zwei Molekülen des zu adsorbierenden Gases erklären. Nach Gleichung 4.4 ist daher eine längere Adsorption durch ein bereits an der selben stelle adsorbierten Gasmolekül vernachlässigbar klein, weshalb eine Adsorption nur an freien Stellen des Adsorbens auf der Oberfläche statt findet.

Der Einfluss der Oberflächenbedeckung auf den Adsorptionsprozess fordert somit einen von der Oberflächenbedeckung abhängigen Stickingkoeffizienten  $\alpha(s)$ , welcher mit zunehmender Oberflächenbedeckung abnehmen und bei Erreichen einer Monolage gleich Null sein muss. Für die Adsorptionswahrscheinlichkeit gilt daher

$$\alpha(s) = \alpha_0 (1 - \Theta), \quad (4.5)$$

mit der Haftwahrscheinlichkeit  $\alpha_0$  einer komplett unbedeckten Oberfläche und dem Oberflächenbedeckungsgrad  $\Theta = s/s_{\max}$ , siehe zum Beispiel [WAW13].

Bei der Adsorption eines Molekül mit  $m$  Atomen, besteht die Möglichkeit zur Dissoziation des Moleküls. Im Falle einer solchen Dissoziation werden von jedem Molekül  $m$  freie Stellen des Adsorbens beansprucht, wodurch sich

$$\alpha(s, m) = \alpha_0 (1 - \Theta)^m \quad (4.6)$$

ergibt, wobei  $m$  den Grad der Adsorption beschreibt.

Bei Adsorption von Wasserstoff ( $H_2$ ) auf Argon-Frost nimmt der Stickingkoeffizient  $\alpha_0$  bei einer Temperatur von  $T = 4,2$  K einen Wert von 0,7 an und wird für dessen Isotope  $D_2$  und  $T_2$  als ähnlich groß angenommen [Hae81][VBY70].

Für die ebenso wichtige Bindungsenergie bei Adsorption von Tritium auf Argon-Frost existieren bisher keine Literaturangaben, sodass sich nur Abschätzungen anhand der bekannten Daten für Wasserstoff und den Auswertungen des früheren Testaufbaus TRAP [KBB<sup>+</sup>08] treffen lassen. Für die molare Bindungsenergie von Tritium auf einer etwa  $1\text{-}2\ \mu\text{m}$  dicken Argon-Frostschicht lässt sich aus den für Wasserstoff bekannten Werten eine Wert von

$$E_b \approx 1200\ \text{J/mol} \quad (4.7)$$

extrapolieren [LD08].

Wie in Anhang A gezeigt, weist die Analyse der Ergebnisse des TRAP-Experiments [KBB<sup>+</sup>08] eine höhere Bindungsenergie von

$$E_{b,\text{TRAP}} \approx 1450\ \text{J/mol} \quad (4.8)$$

auf.

Da die mittlere Desorptionszeit  $\tau$  exponentiell abhängig von der molaren Bindungsenergie ist, wie in Gleichung 4.4 gezeigt, haben bereits kleine Änderungen der Bindungsenergie große Auswirkungen. Bei einer Bindungsenergie von  $1200\ \text{J/mol}$  und einer Temperatur von  $T = 3\ \text{K}$  beträgt die Desorptionszeit  $\tau_{1200} \approx 7,8 \cdot 10^7\ \text{s}$ . Bei  $1400\ \text{J/mol}$  nimmt die Desorptionszeit um fast vier Größenordnungen zu und beträgt  $\tau_{1400} \approx 2,4 \cdot 10^{11}\ \text{s}$ . Da die Angaben in Gleichung 4.7 und 4.8 keine Literaturwerte darstellen, können diese lediglich als Richtwerte für die sonst unbekannte Größe interpretiert werden. Aufgrund der großen Unterschiede in der Desorptionszeit muss daher bei der Simulation des Rückhaltefaktors der CPS (siehe Kapitel 6) der gesamte Wertebereich zwischen den beiden abgeschätzten Bindungsenergien durch mehrere Simulationen abgedeckt werden.

### Kosinusgesetz

Ein desorbierendes Molekül verlässt die Oberfläche nicht immer nur senkrecht dazu, sondern kann diese in beliebige Richtungen verlassen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Richtung, in welche das Molekül desorbiert, folgt dabei dem Kosinusgesetz. Dieses Gesetz besagt, dass die Anzahl der in ein Raumwinkelement desorbierenden Teilchen pro Sekunde gemäß dem Kosinus des Winkels  $\theta$  verteilt ist. Der Winkel Theta bezeichnet dabei den Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor des Teilchens und der Flächennormalen am Punkt der Desorption. Die Richtung in der ein Teilchen die Oberfläche verlässt, ist somit diffus und nicht vom Einfallswinkel abhängig. Diese Gesetzmäßigkeit wurde bereits

1916 von Martin Knudsen untersucht und die Gültigkeit

$$dn = \frac{N_0}{\pi} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (4.9)$$

gezeigt [Knu16]. Auch Moleküle, die nicht der Adsorption unterliegen und direkt reflektiert werden, folgen dieser Verteilung. Eine spiegelartige Reflexion, bei welcher der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel beträgt, findet nur bei äußerst glatten Oberflächen statt [SWI66]. Die Simulation mit einer spiegelartigen Reflexion der Teilchen führt besonders bei geraden Rohren zu einer deutlich schlechteren Pumpleistung im Vergleich zu einer diffusen Reflexion, welche eine bessere Übereinstimmung mit Messungen erreicht.

## 4.2 Kryosorption auf kondensierten Gasen

Um den Leistungsverlust einer Kryopumpe durch eine zu hohe Oberflächenbedeckung zu verhindern, kann als Adsorbens ein möglichst poröser Stoff eingesetzt werden. Durch die Porosität wird die effektive Oberfläche für die Adsorption vergrößert und so der Einfluss auf den Stickingkoeffizienten  $\alpha(s)$  (siehe Gleichung 4.5) reduziert werden.

Zusätzlich zur Verbesserung der Oberflächenkapazität hat sich als Adsorbens der Einsatz von kondensierten Gasen gegenüber den Feststoffen aus den folgenden Gründen als Vorteilhaft erwiesen:

- **Einfache Regenerierbarkeit**

Durch geringes Erhitzen kann die aufgedampfte Frostschrift verdampft werden und so die Oberfläche bei zu großer Oberflächenbedeckung vollständig vom Adsorbat befreit werden. Durch anschließendes erneutes Aufdampfen des Adsorbens erhält man eine neue Oberfläche mit voller Kapazität. Die einfache Regenerierbarkeit ist bei KATRIN sehr wichtig, um nach einer Messdauer von 60 Tagen die Oberfläche der CPS möglichst schnell neu präparieren zu können.

- **Gute thermische Eigenschaften**

Durch den direkten thermischen Kontakt mit der Kühlfläche ist eine problemlose Wärmeleitung gewährleistet. Dies ist wichtig, da bereits geringe Temperaturunterschiede exponentiell in die Adsorptionsdauer einfließen, wie Gleichung 4.4 zeigt.

- **Verwendung von Edelgasen**

Bei der Verwendung von kondensierten Edelgasen können zudem Reaktionen des Adsorbens mit dem Adsorbat oder des umliegenden Versuchsaufbaus vermieden werden.

Bei der Verwendung von kondensierten Gasen spielt die mittlere Kristallitgröße  $\delta$  eine große Rolle, weil diese sowohl die Dichte, als auch die Struktur und die thermische Leitfähigkeit der Kondensate beeinflusst. Die Kristallitgröße ist stark abhängig von der Temperatur bei welcher die Frostschrift erzeugt wird und sinkt mit abnehmender Präparationstemperatur. Durch die Abnahme der Kristallitgröße steigt die Porosität des Frosts an, was zu einer Vergrößerung der Kapazität des Adsorbens führt. Es ergibt sich der reziproke Zusammenhang zwischen der Kristallitgröße und der Monoschichtkapazität  $a_0$

$$a_0 = 5,499 \cdot \frac{M_A}{\rho_A \cdot \delta} \cdot M_a^{-\frac{2}{3}} \cdot N_A^{-\frac{1}{3}}, \quad (4.10)$$

wobei hier  $M_i$  und  $\rho_i$  die molare Masse beziehungsweise die Dichte des Adsorbens (A) und des Adsorbats (a) ist [Hae81]. Die Größe  $N_A$  ist die Avogadro-Konstante. Bei der

Verwendung von Argon als Adsorbens kann eine minimale Kristallitgröße bei einer Präparationstemperatur von  $T_{Ar} = 6\text{ K}$  erreicht und somit die Monoschichtkapazität maximiert werden [NRS05] [Eic09].

### 4.3 Betrieb der kryogenen Pumpstrecke

Damit die kryogene Pumpstrecke einen Reduktionsfaktor von mindestens sieben Größenordnungen erzielen kann, ist deren Leistung sowohl durch eine optimierte Geometrie als auch die effiziente Präparation der Argon-Frostschicht maximiert.

Zur geometrischen Optimierungen tragen neben der bereits in Abschnitt 3.1.3 beschriebenen Schikane auch insgesamt 307 in den Strahlrohrsegmenten 2-5 angebrachte Lamellen bei. Durch die Lamellenstruktur unterliegen die Teilchen einer deutlich größeren Anzahl an Adsorptionen während ihrer Migration durch die Kaltfalle. Zudem führt das Anbringen der Lamellen zu einer Oberflächenvergrößerung der Kaltfalle auf etwa  $2,7\text{ m}^2$ . Dadurch kann die Oberflächenbedeckung reduziert und der Einfluss auf den Stickingkoeffizienten gemäß Gleichung 4.5 verkleinert werden. Eine weitere Vergrößerung der Oberflächenkapazität wird durch die Präparation der Kaltfalle mit einer etwa  $1\text{-}2\ \mu\text{m}$  dicken Argon-Frostschicht erreicht. Um eine möglichst gleichmäßige Kondensation dieser Frostschicht zu erreichen, befinden sich zur Präparation jeweils drei circa  $85\text{ cm}$  lange Argon-Einlass-Kapillaren in den Strahlrohrsegmenten 2-4.

Die präparierte Frostschicht wird nach einer Messdauer von 60 Tagen erneuert, um eine maximale Aktivität des adsorbierten Tritiums von  $1\text{ Ci}$  (entspricht einer durchschnittlichen Oberflächenbedeckung von  $\bar{s} < 1\%$ ) nicht zu überschreiten. Dazu wird das Strahlrohr auf eine Temperatur von etwa  $100\text{ K}$  aufgeheizt und der Frost mit dem adsorbierten Tritium verdampft. Damit bei diesem Vorgang kein Tritium in Richtung des Spektrometers gelangen kann, wird die Transportstrecke mithilfe des Kaltventils (*Cold Gate Valve*, CGV) verschlossen. Zum Spülen des Strahlrohrs wird im hinteren Teil gasförmiges Helium eingelassen und so das Tritium-Argon-Gemisch in Richtung von Pumpstutzen 1 transportiert, wo es abgepumpt und zur Wiederaufbereitung an das Tritium Labor Karlsruhe (TLK) abgeleitet wird.

Eine weitere wichtige Maßnahme zur Reduktion des Tritium-Flusses um mindestens sieben Größenordnungen ist der Betrieb der Kaltfalle bei einer Temperatur von  $T_{2-5} = 3\text{ K}$ . Um diese sehr niedrige Kaltfallentemperatur zu erreichen, besitzt die CPS ein mehrstufiges Kühlkonzept, welches sich wie folgt aufgliedert:

- **Flüssigstickstoff-Kreislauf (LN<sub>2</sub>-Kreislauf)**

Dieser  $77\text{ K}$  kalte Kühlkreislauf dient hauptsächlich zur Kühlung des äußeren Strahlungsschildes und der Strahlrohrsegmente 1, 6 und 7. Durch deren aktive Kühlung wird die Wärmelast auf die Kaltmasse reduziert und der Gradient zwischen den  $3\text{ K}$  kalten Segmenten 2-5 und den angrenzenden Bauteilen auf Zimmertemperatur (DPS und Vorspektrometer) reduziert. Der vollständig von außen gespeiste Kreislauf besitzt am Ende einen  $111$  großen Auffangbehälter, um austretenden, noch flüssigen Stickstoff aufzufangen. Die gesamte Kapazität des Kreislaufs beläuft sich dabei auf etwa  $251$  Flüssigstickstoff.

- **Helium-Kreislauf (4,5 K-Kreislauf)**

Neben der Versorgung der  $3\text{ K}$ -Kühlung mit Helium dient der  $4,5\text{ K}$ -Kreislauf zur Kühlung der gesamten Kaltmasse, zu welcher unter anderem die supraleitenden Magneten und das Kaltventil zählen. Da diese eine sehr große zu kühlende Masse

darstellen, beträgt das Volumen des 4,5 K-Kreislaufs mit den Magnetkammern und des Vorratsbehälters im Kühlturm etwa 1600 l. Der Vorratsbehälter wird kontinuierlich von außen gespeist, um stets genügend Kühlmittel bereitstellen zu können. Das für den 3 K-Kreislauf benötigte Helium wird direkt der Heliumzufuhr durch die Transferleitung entnommen und besitzt vor der weiteren Abkühlung ein Temperatur von 5 K bei einem Druck von 5 bar.

- **3 K-Kreislauf**

Das Abkühlen der Strahlrohrsegmente 2-5 auf die gewünschte Temperatur von 3 K ist nicht durch direkte Kühlung mit flüssigem Helium möglich, da dessen Siedepunkt unter Normalbedingungen bei 4,22 K liegt [Dea99]. Um ein weiteres Absenken der Temperatur zu erzielen, wird das Helium in einen zweiten Tank geleitet, in welchem durch eine Pumpe ein niedriger Dampfdruck erzeugt wird.

Durch das Abpumpen der Gasphase wird der Siedepunkt verringert und es treten Moleküle von der Flüssig- in die Gasphase über. Dieser Phasenübergang erster Ordnung ist mit einer latenten Wärme  $L$  (pro Mol) verbunden, die von der Flüssigkeit aufgebracht werden muss. Der Prozess kann durch die Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{\Delta V \cdot T} \quad (4.11)$$

beschrieben werden, siehe zum Beispiel [EH11]. Hierbei ist  $\Delta V$  die Volumenänderung die beim Phasenübergang von einem Mol Gas auftritt. Um ein großes Volumen abzukühlen, würde dieser Prozess jedoch zu einem großen Verlust durch die Verdampfung führen. Damit dieser übermäßige Verlust vermieden werden kann, wird lediglich ein kleines Volumen abgekühlt, durch welches die eigentliche Kühlflüssigkeit aus dem 4,5 K-Kreislauf mit einem Wärmetauscher auf die gewünschte Temperatur von 3 K abgekühlt wird. Aus diesem Grund beträgt das Volumen des Behälters lediglich etwa 15 l und besitzt zur Oberflächenvergrößerung eine flache Form, wie in Abbildung 3.4 zu erkennen ist.

Um die geforderte Temperatur von 3 K zu erreichen, muss darin nach [CLG55] ein Absolutdruck von 0,24 bar erzeugt werden, was durch eine trockenverdichtende Vakuumpumpe des Typs Leybold DRYVAC DV 650 S mit einem maximalen Saugvermögen von 650 m<sup>3</sup>/h erreicht wird. Das so abgekühlte Helium wird aus Richtung von Segment 5 mit einem Massenfluss von 0,3 g/s (bei 2,5 bar) durch die Kühlschlange der Kaltfalle gepumpt.

Im Falle der Flüssigstickstoff-Kühlung wird der Massenfluss durch die einzelnen Verzweigungen des Kreislaufs anhand eines Mess- und Regelprozesses im Zusammenspiel mit den Temperatursensoren der jeweiligen Bauteile eingestellt. Zur Temperaturmessung am Strahlrohr und den Pumpstutzen sind insgesamt 24 Temperatursensoren angebracht, wovon die 14 Sensoren an Sektion 2-5 sowie am Kaltventil aus einer Rhodium-Eisen-Legierung (Typ RF-800, gekennzeichnet mit RTY) bestehen, die innerhalb eines Temperaturbereichs von 1 K bis 500 K eingesetzt werden können. Die übrigen an den stickstoffgekühlten Segmenten und am Strahlungsschild angebrachten Sensoren bestehen aus Platin (Pt100, gekennzeichnet mit RTP), deren Funktionsbereich sich oberhalb von 30 K befindet. Die genaue Lage der Sensoren ist der technischen Zeichnung in Anhang E.4 zu entnehmen.

Diese Zeichnung sowie die weiteren technischen Angaben dieses Kapitels entstammen aus dem internen technischen Design-Report der Herstellerfirma ASG Superconductors s.p.a. [ASG09].

## Kapitel 5

# Temperaturstabilität und Profil der CPS-Kaltfalle

Die kryogene Pumpstrecke wurde im Mai 2016 erstmals in Betrieb genommen und die ordnungsgemäße Funktion ihrer einzelnen Komponenten getestet. Neben umfangreichen Magnettests lag ein Fokus auf dem thermischen Verhalten des Kaltfallenbereichs unter standardmäßigen Bedingungen. Dabei sollte unter anderem untersucht werden, ob die Spezifikationen im Bezug auf die zeitliche Stabilität sowie der räumlichen Temperaturhomogenität entlang der Strahlachse erfüllt sind. Hier sieht die Planung der CPS vor, dass die Temperaturverteilung insbesondere auf der gesamten inneren Kaltfallenoberfläche lediglich eine Inhomogenität von  $\Delta T_{3\text{K}} \leq 0,5\text{ K}$  aufweisen soll [ASG09].

Bei der Untersuchung der gemessenen räumlichen und zeitlichen Temperaturstabilität in Abschnitt 5.1 und 5.2 zeigt sich jedoch, dass die geforderten Spezifikationen im Falle der räumliche Inhomogenitäten deutlich überschritten werden. Zur weiteren Untersuchung der Ursachen und deren genauen Auswirkungen auf den Temperaturverlauf innerhalb der Kaltfalle werden die in Abschnitt 5.3 dargestellten Simulationen durchgeführt.

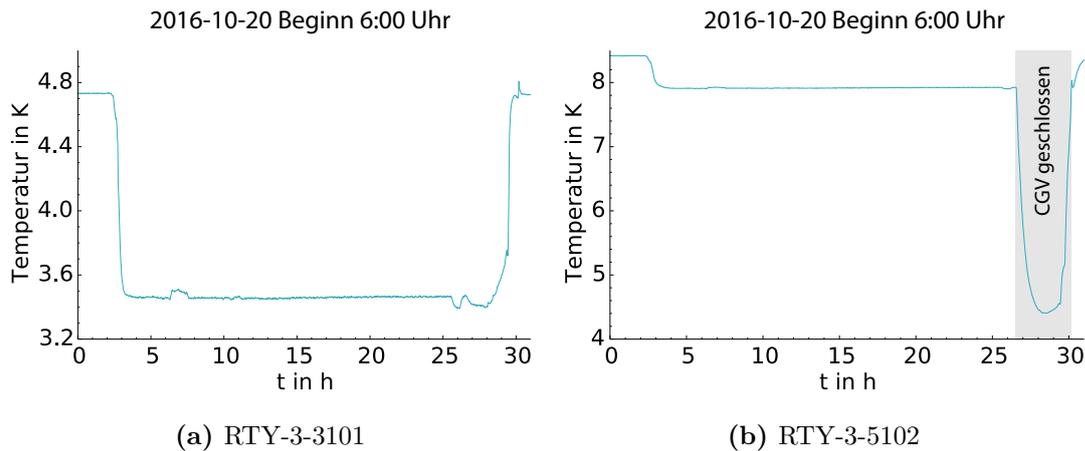
### 5.1 Temperaturgradient entlang der kryogenen Pumpstrecke

Als Grundlage zur Untersuchung des Kühlverhaltens und zur Messung der Temperaturverteilung entlang des Kaltfallenbereichs dient die bisher längste Kühlphase des Strahlrohrs, mit einem über 24 Stunden andauernden Betrieb der 3 K-Kühlung im Oktober 2016.

Wie in Abbildung 5.1a zu erkennen ist, zeigt der Testbetrieb der 3 K-Kühlung eine erfolgreiche Abkühlung der Strahlrohrtemperatur um bis zu 1,3 K gegenüber dem Betrieb auf Flüssig-Helium Temperatur (4,5 K). Dennoch ist zu erkennen, dass die gemessenen Temperaturwerte an den insgesamt 11 Sensorpositionen entlang der Kaltfalle (siehe Abbildung E.4) deutlich oberhalb der geplanten Temperatur von 3 K und dem entsprechenden Toleranzbereich von 0,5 K liegen.

So ist in der graphischen Darstellung der zeitlich gemittelten Sensorwerte in Abbildung 5.2 zu erkennen, dass lediglich an einer einzelnen Sensorposition eine Temperatur unterhalb der geplanten Maximaltemperatur von 3,5 K erreicht wird. Des Weiteren beträgt der maximale Temperaturunterschied zwischen kleinstem (320-RTY-3-3101) und größtem Sensorwert (320-RTY-3-5103) etwa 3,5 K und ist auch in diesem Fall deutlich größer als die spezifizierte Inhomogenität des technischen Design-Reports von  $\Delta T_{3\text{K}} \leq 0,5\text{ K}$ .

Bei der Suche nach den Ursachen für die Abweichung zwischen Design- und Messwerten lassen sich zunächst Zusammenhänge mit den einzelnen Sensorpositionen und deren



**Abbildung 5.1** Temperaturverlauf der Sensoren RTY-3-3101 sowie 5102 während aktiver 3 K-Kühlung über eine Zeitspanne von 24 Stunden. Wie in (a) zu erkennen, erzeugt der Kryostat einen Temperaturabfall um bis zu 1,3 K. Dennoch ist bei Sensor RTY-3-5102 in (b) eine deutlich zu hohe Temperatur sowohl vor als auch während des Kühlvorgangs zu erkennen. Dies ist unter anderem auf die Strahlungsleistung aus Richtung des Vorspektrometers zurückzuführen, da beim Schließen des Kaltventils ein abrupter Abfall der Temperatur um circa 3,5 K auftritt.

Temperaturwerten erkennen. Die erste Auffälligkeit ist der deutlich ausgeprägte Temperaturanstieg in Bereich der Konen, die zweite deutliche Abweichung ist im Bereich des Strahlrohrsegments 5 zu erkennen, wo die beiden Sensoren eine Temperatur von etwa 8 K anzeigen und damit die Spezifikation am stärksten überschreiten.

Als Ursachen für die Abweichungen des gemessenen Temperaturprofils lassen sich die in den folgenden Absätzen aufgeführten Erklärungsansätze finden.

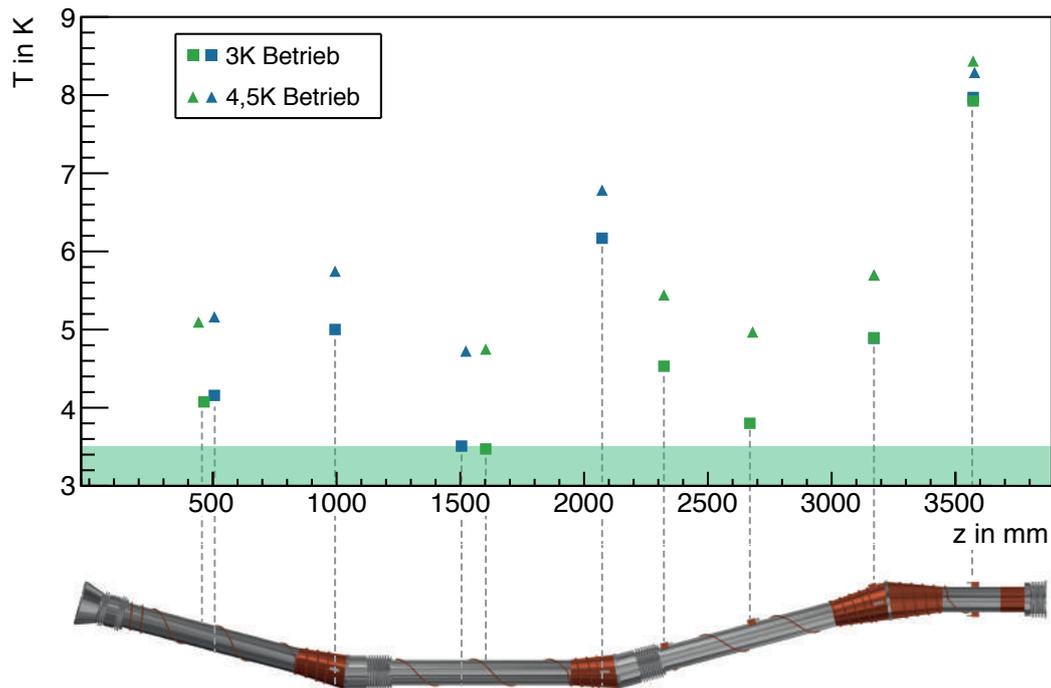
### Temperaturanstieg im Bereich der Konen

Da die Konen nicht von den Magneten und den Strahlungsschilden umschlossen sind, ist anzunehmen, dass diese einer größeren Strahlungsleistung der umliegenden Bauteile ausgesetzt sind. Die Mittelbereiche der Segmente hingegen sind gegen diese Umgebungsstrahlung besser abgeschirmt und besitzen daher eine Temperatur nahe der Spezifikationsgrenze, obwohl die Kühlschlange dort mit einem größeren Abstand gewickelt sind.

Als Strahlungsquelle kommen insbesondere die stickstoffgekühlten Pumpstutzen und Strahlrohrsegmente 1, 6 und 7 innerhalb der Kaltmasse in Frage. Eine erhöhte Wärmelast durch die sehr nahe an den Sensoren angrenzende Durchführung der Argon-Einlasskapillare ist aber nach Abschnitt 5.3.3 auszuschließen.

### Temperaturanstieg in Segment 5

Der deutlich erhöhte Temperaturwert von Strahlrohrsegment 5 lässt sich durch eine Beschädigung der kupfernen Kühlschlange während der Fertigung des Segments erklären. Zur Behebung des Schadens wurde das beschädigte Stück von der Herstellerfirma ASG entfernt und ein neues Stück eingefügt (siehe interner Reparaturbericht 400 RM 14223). Hierbei wurde jedoch auf großflächiges Hartlöten verzichtet um die bereits vergoldete



**Abbildung 5.2** Messwerte der Temperatursensoren im Bereich der Kaltfalle bei 4,5 K sowie 3 K-Betrieb jeweils am 20.10.2016. Trotz des erkennbaren Temperaturabfalls zeigt lediglich ein Sensor (RTP-3-3101) einen Wert unterhalb der spezifizierten Grenze von 3,5 K an. Die blau eingezeichneten Sensoren sind dabei aus Sicht in Richtung des Spektrometers rechterseits am Strahlrohr positioniert, die grün eingezeichneten linkerseits. Eine technische Zeichnung mit einer genauen Angabe der Sensorpositionen ist in Abbildung E.4 zu finden.

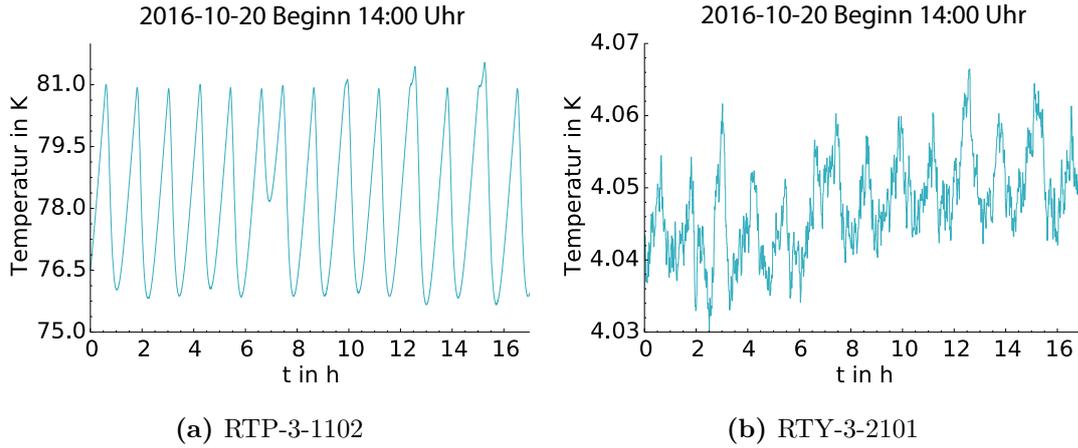
Innenseite des Segments nicht zu beschädigen. Aus diesem Grund besteht auf einer Länge von 160 mm kein thermischer Kontakt zwischen Kühlschlange und Strahlrohr.

Ein weiterer Grund für die deutlich erhöhte Temperatur scheint die Strahlungsleistung aus Richtung des Vorspektrometers zu sein. Wie in Abbildung 5.1b zu erkennen, führt das Öffnen und Schließen des Kaltventils zu einem Temperaturanstieg beziehungsweise Abfall von bis zu 3,5 K.

Um die beschriebenen, möglichen Ursachen für die Abweichungen zwischen der spezifizierten Strahlrohrtemperatur und den Messwerten genauer zu untersuchen, wird eine Simulation der Temperaturverteilung mithilfe des Simulationsprogramms COMSOL Multiphysics® durchgeführt, dessen Ergebnisse in Abschnitt 5.3.3 diskutiert werden. Diese Simulationen sollen zudem eine wichtige Information über den Temperaturverlauf zwischen den einzelnen Positionen der Temperatursensoren liefern. Da die Temperatur einen exponentiellen Einfluss auf die Pumpleistung der CPS besitzt, ist die Kenntnis des genauen Temperaturverlaufs besonders wichtig für die in Kapitel 6 beschriebenen Simulationen des Rückhaltefaktors.

## 5.2 Systematische Temperaturschwankungen

Durch die Trägheit der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Mess- und Regelprozesse zur individuellen Steuerung der Flüssigstickstoffkühlung kann es zu einer periodischen



**Abbildung 5.3** Temperaturverlauf der Sensoren RTP-3-1102 sowie RTY-3-2101 bei eingeschalteter 3 K-Kühlung. Deutlich zu erkennen sind die systematischen Temperaturmodulationen durch den Regelprozess in Strahlrohrsegment 1 und deren Auswirkungen auf das benachbarte Segment 2. Dort beträgt die Amplitude der systematischen Temperaturschwankung  $\Delta T = 0,01$  K.

Temperaturschwankung in den Bauteilen kommen. Diese systematischen Temperaturschwankungen der stickstoffgekühlten Bereiche kann sich entweder durch thermischen Kontakt oder Wärmestrahlung auf die nahegelegenen Bereiche der Kaltfalle übertragen und so die zeitliche Temperaturstabilität des Kaltfallenbereichs beeinflussen. Die Analyse der Temperaturdaten zeigt lediglich für Segment 2 einen Einfluss durch den Regelprozess der Kühlung von Strahlrohrsegment 1 und des Pumpstutzens 1, was im Folgenden diskutiert wird. Einflüsse durch die Temperaturschwankungen der übrigen stickstoffgekühlten Bauteile auf die Temperatur der Segmente 3-5 sind nicht erkennbar.

Der in Abbildung 5.3a dargestellte Temperaturverlauf von Sensor RTP-3-1102 an Strahlrohrsegment 1 zeigt die periodische Schwankung der Temperatur über einen Bereich von

$$\text{RTP-3-1102: } A_{1102} = (5,0 \pm 0,6) \text{ K} . \quad (5.1)$$

Um die Auswirkungen dieser Schwankung auf die Strahlrohrtemperatur der angrenzenden Kaltfalle bei aktiver 3 K-Kühlung zu untersuchen, wird die Temperatur während des Kühlvorgangs am 20.10.2016 auf Auswirkungen der Schwingung der Stickstoffkühlung untersucht.

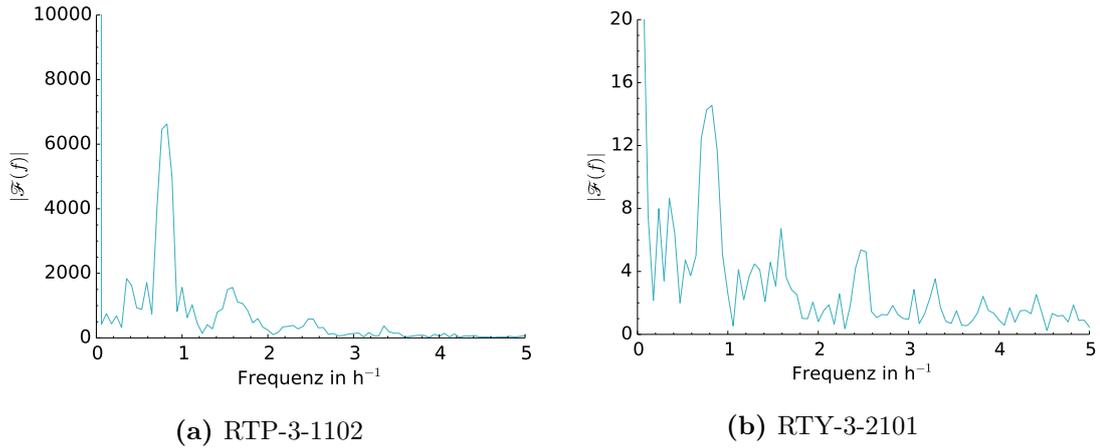
Hier lassen sich bei den Temperatursensoren an Strahlrohrsegment 2 (RTY-3-2101/2102) ebenfalls ähnliche Temperaturschwankungen erkennen. Wie jedoch in Abbildung 5.3b zu erkennen ist, sind diese deutlich geringer ausgeprägt, sodass deren Amplitude lediglich

$$\begin{aligned} \text{RTY-3-2101: } A_{2101} &= (0,010 \pm 0,002) \text{ K} \\ \text{RTY-3-2102: } A_{2102} &= (0,008 \pm 0,002) \text{ K} \end{aligned} \quad (5.2)$$

betragen und somit zwei Größenordnungen geringer ausfallen als in Segment 1.

Um die Abhängigkeit der Temperaturschwankungen des Segments 2 von Segment 1 zu zeigen, wird der Korrelationskoeffizient der Temperaturverläufe von Segment 1 und 2 bestimmt. Dieser lässt eine Korrelation von

$$\rho = 0,67 \quad (5.3)$$



**Abbildung 5.4** Frequenzspektrum des Temperaturverlaufs der Sensoren RTP-3-1102 sowie RTY-3-2101 aus Abbildung 5.3. Beide weisen ein Maximum bei einer Frequenz von  $f = 0,8 \text{ h}^{-1}$  auf.

erkennen. Grund für die nicht noch größer ausfallende Korrelation scheint der deutlich beeinflusste Verlauf der Temperaturschwankungen durch das Rauschen der Sensoren zu sein.

Um die Abhängigkeit der Schwankungen im Strahlrohrsegment 2 von den Regelprozessen in Strahlrohr 1 zu bestärken, wird zudem die Frequenz der beiden Schwingungen mithilfe einer diskreten Fourieranalyse bestimmt. Wie in Abbildung 5.4 zu erkennen, besitzen beiden Temperaturschwankungen eine ausgeprägten Beitrag bei  $f = 0,8 \text{ h}^{-1}$ . Durch die Korrelation und die selbe Frequenz der Temperaturschwankungen lässt sich Segment 1 als Ursache der Schwankungen in Segment 2 bestimmen.

Die Größe der gemessenen Schwankungen in Segment 2 stellen kein Problem für den Betrieb der Kaltfalle dar und liegen deutlich unterhalb der Temperaturgrenze von  $\Delta T_{3\text{K}} \leq 0,5 \text{ K}$ . Wie in Kapitel 6 gezeigt wird, ist der Einfluss dieser systematischen Schwankungen auf den Rückhaltefaktor der CPS gering.

Dennoch zeigen diese, dass die mittleren Strahlrohrbereiche einer Wärmelast durch Strahlung seitens des Pumpstutzen 1 und Strahlrohrsegment 1 ausgesetzt sind, obwohl diese durch die inneren Strahlungsschilde abgeschirmt sind. Ein Wärmetransport durch den Festkörper kann aufgrund der geringen Materialstärke des Balgs von 0,25 mm, die schlechte thermische Leitfähigkeit von Edelstahl und die extra dichte Wicklung (44 mm Steigung) der Kühlturbine zu Beginn von Sektion 2 ausgeschlossen werden. Diese Annahme kann auch durch die Simulationsergebnisse in Abschnitt 5.3 belegt werden.

Die thermische Langzeitstabilität während der aktiven 3 K Kühlung über den Zeitraum von 24 Stunden beträgt bei allen Sensoren im Mittel

$$\Delta \bar{T}_{3\text{K}} = (0,009 \pm 0,002) \text{ K} . \quad (5.4)$$

Der gemessene Wert  $\Delta \bar{T}_{3\text{K}}$  bezieht sich auf die Gleichgewichtslage der statistischen Temperaturschwankungen beziehungsweise auf das Messrauschen der Sensoren, bei welchen keine systematischen Schwankung festgestellt werden konnten und gibt die Differenz zwischen minimalem und maximalen Wert an (*peak-to-peak*). Damit erfüllt auch die Langzeitstabilität der Kaltfalltemperatur die gewünschten Anforderungen und liegt mehr als eine Größenordnung unterhalb der geforderten Spezifikation von

$$\Delta T_{3\text{K}} = 0,5\text{ K.}$$

### 5.3 Simulation des Temperaturprofils

Die in Abschnitt 5.3 gemessenen Temperaturwerte entlang des Kaltfallenbereichs bringen zwei Probleme mit sich. Das eine Problem sind die unzureichenden Erklärungen für die generell deutlich erhöhten Temperaturwerte aller Sensoren und das andere Problem ist die ungenügende Kenntnis über den Temperaturverlauf im Zwischenbereich der Sensoren. Letzteres spielt eine große Rolle bei der Einbindung einer möglichst genauen Temperaturverteilung in die in Kapitel 6 beschriebenen Simulationen zur Bestimmung des Reduktionsfaktors durch die CPS.

Um diese Probleme lösen zu können, wurde eine Simulation der Temperaturverteilung im Kaltfallenbereich mit dem Simulationsprogramm COMSOL Multiphysics® durchgeführt. Dieses Simulationsprogramm basiert auf der Finite-Elemente-Methode (FEM) und bietet einen großen Funktionsumfang zur Lösung physikalischer Probleme. In diesem Fall wurde das Simulationsprogramm verwendet um die Wärmetransportgleichungen in Festkörpern zu lösen und die ausgetauschte Wärmelast durch Strahlung zu berechnen. Hierzu bietet COMSOL Multiphysics® die Möglichkeit die Strahlrohrgeometrie der CPS als CAD-Modell zu integrieren.

In den nächsten Abschnitten wird die Wahl der benötigten Simulationsparameter diskutiert, ebenso wie die vorgenommenen Optimierungen und Vereinfachungen des CAD-Modells zu einfacheren Integration in das Simulationsprogramm.

Die daraus resultierenden Ergebnisse sind in Abschnitt 5.3.3 dargestellt.

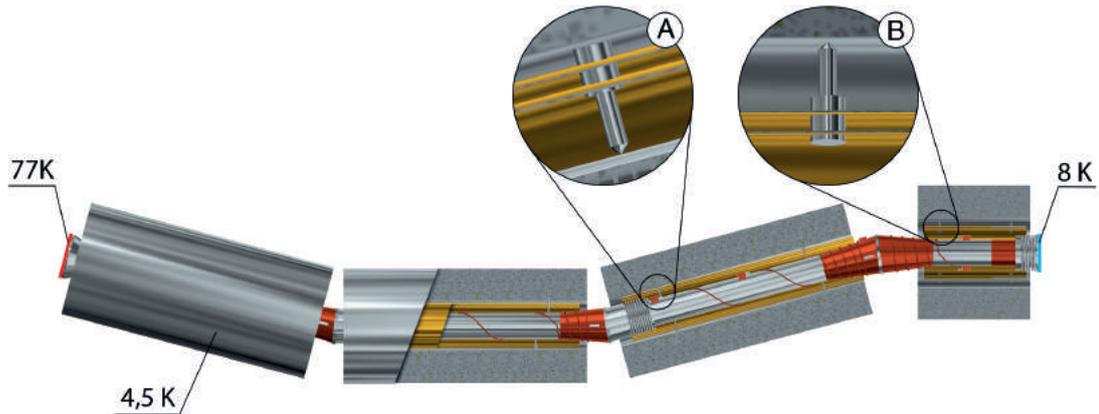
#### 5.3.1 Simulationsmodell

Um den Ansprüchen des Simulationsprogramms bei der Erstellung eines Polygonnetzes aus dem bereitgestellten CAD-Modell zu genügen und um eine möglichst große zeitliche Effizienz erreichen zu können, wird ein individuell angepasstes CAD-Modell des Kaltfallenbereichs benötigt. Aus diesem Grund wurde ein eigenes CAD-Modell erstellt, das die Magnetkammern, die inneren Strahlungsschilde und die Strahlrohrsegmente 2-5 mit den daran angelöteten Kühlschlangen beinhaltet. Zur Reduzierung der Simulationszeit wird auf das Einbinden weiterer Strukturen der Kaltmasse verzichtet, da diese im Simulationsprogramm durch die Angabe einer Umgebungstemperatur genähert werden kann.

Abbildung 5.5 zeigt das hierfür erstellte Simulationsmodell mit den integrierten Komponenten, deren Modifikationen zur Einbindung in das Simulationsmodell und die daraus resultierenden Einflüsse auf das Simulationsergebnis im Folgenden diskutiert werden.

#### Magnete

Die Gehäuse der Magnete bestehen aus austenitischem Edelstahl 316L und werden durch die Stützstruktur der Kaltmasse gehalten. In ihnen befindet sich ein Bad aus flüssigem Helium (4,5 K), das zur Kühlung der supraleitenden Magneten dient. Durch diese aktive Kühlung ist deren Temperatur niedriger als die Umgebungstemperatur der Kaltmasse, sodass die Magnete eine abschirmende Wirkung gegenüber der Strahlungsleistung der Kaltmasse (siehe Abschnitt 5.3.3) besitzen. Aus diesem Grund ist deren Integration in das Simulationsmodell nötig.



**Abbildung 5.5** Modellzeichnung des Simulationsmodells mit den darin enthaltenen Komponenten. Als Anschlussbedingungen an den angrenzenden Pumpstutzen 1 beziehungsweise das Kaltventil werden konstante Temperaturen von 77 K und 8 K gewählt. Detail **A** zeigt die nach innen gerichteten Bolzen der Strahlungsschildbefestigung an Segment 2-4 mit thermischem Kontakt zum Strahlrohr. In Segment 5 (Detail **B**) sind diese Bolzen in Richtung der Magnete gerichtet, sodass hier kein thermischer Kontakt mit dem Strahlrohr besteht.

### Strahlungsschilde

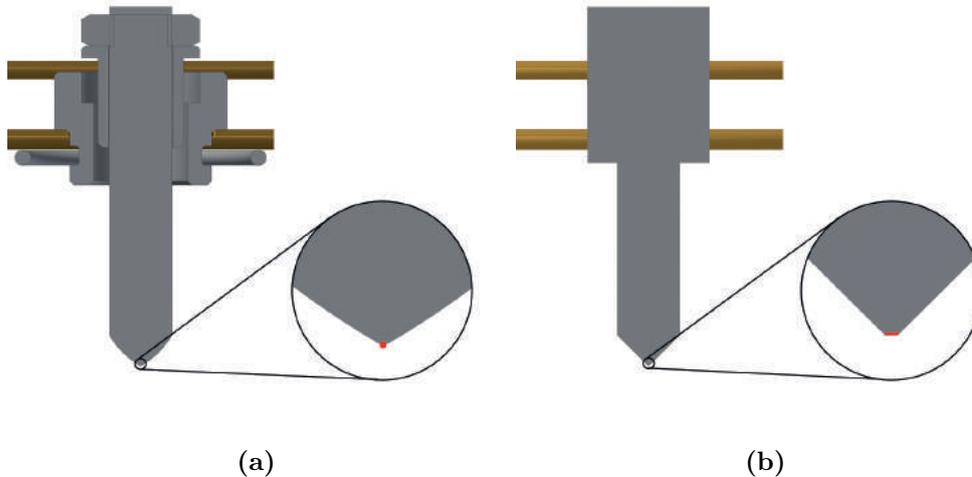
Um die Magnete während dem Ausheizen des Strahlrohrs vor thermischer Strahlung zu schützen, ist dieses von zwei inneren Strahlungsschilden umgeben. Dabei handelt es sich um jeweils zwei goldbeschichtete Edelstahlbleche (316L) mit 0,8 mm Dicke. Die nicht aktiv gekühlten Strahlungsschild-Paare werden je über 12 angespitzte Glaskeramik-Bolzen (MACOR<sup>®</sup>) gehalten, deren Form in Abbildung 5.6a dargestellt ist. Diese Bolzen sind bei Segment 2-4 nach innen hin gerichtet (siehe Abbildung 5.5), sodass dort ein thermischer Kontakt zwischen Strahlrohr und Strahlungsschilden existiert. Bei Segment 5 sind die Bolzen nach außen orientiert, weshalb dort lediglich ein Kontakt mit der Hülle der Magnetkammern auftritt, was keinen direkten Einfluss auf die Strahlrohrtemperatur besitzt.

Um diese Bolzen in die Simulation integrieren zu können, müssen zunächst die folgenden Vereinfachungen vorgenommen werden.

#### A: Kontakt Strahlrohr-Bolzen

Der idealisierte punktförmige Kontakt der Bolzenspitzen zu der Strahlrohroberfläche muss abgeändert werden, sodass er eine wohl definierte Fläche besitzt. Nur so kann ein Wärmefluss durch einen Festkörperkontakt simuliert werden. Zur Simulation dieses Wärmeflusses zwischen Strahlungsschild und Strahlrohr muss daher eine Auflagefläche des Bolzens gefunden werden, die in guter Näherung der tatsächlichen Kontaktfläche zwischen Bolzen und Strahlrohr entspricht.

Da an einem der Strahlungsschilde von Segment 2 ein Temperatursensor (RTP-3-2101) angebracht ist, kann mit dem gemessenen Temperaturwert eine grobe Abschätzung über die Größe des thermischen Kontakts getroffen werden. Denn falls kein thermischer Kontakt vorhanden wäre, müsste sich der Strahlungsschild im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung befinden und so nahezu die Umgebungstemperatur annehmen. Abhängig



**Abbildung 5.6** Modellzeichnungen der Bolzen zur Befestigung der Strahlungsschilde **(a)** wie gebaut und **(b)** wie diese in die Temperatursimulation integriert wurden. Die komplexe Form der Befestigung am Strahlrohr wurde im oberen Teil deutlich vereinfacht, sodass eine definierte Kontaktfläche entlang der Durchstoßkante zwischen Bolzen und Strahlungsschild existiert. Die Kontaktfläche zwischen Strahlrohr und Bolzen wurde von einem theoretischen Punktkontakt zu einer runden Fläche mit Radius  $r = 0,1$  mm abgeändert.

von der Größe des thermischen Kontakts zum Strahlrohr wird diese Gleichgewichtstemperatur durch den auftretenden Wärmefluss beeinflusst und es stellt sich eine niedrigere Temperatur an den Strahlungsschilden ein.

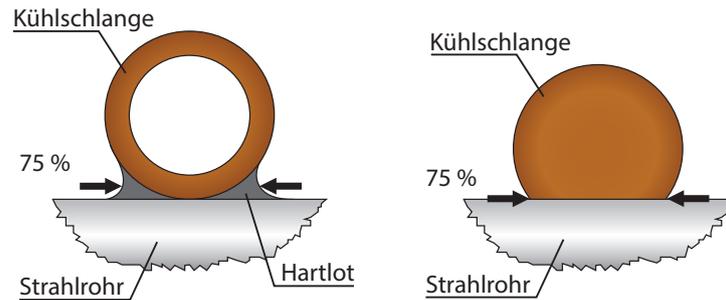
Da der am Strahlungsschild angebrachte Temperatursensor einen Wert von etwa 27 K anzeigt, lässt sich durch Simulation die Größe des thermischen Kontakts abschätzen.

Neben der Wahl der Kontaktfläche  $A$  ist der thermische Kontakt auch von der Wahl der thermischen Leitfähigkeit  $k$  des Materials abhängig, wodurch nur die Angabe des Produkts

$$A \cdot k_{316L} \Big|_{3\text{ K}} = 5,54 \cdot 10^{-9} \text{ W/K} \quad (5.5)$$

dieser beiden Größen charakteristisch ist. Unter der Annahme eines perfekten Festkörperkontakts, bei dem der Wärmefluss durch die niedrige Wärmeleitfähigkeit des Edelstahl 316L (siehe Tabelle C.1) limitiert wird, entspricht dies einer Kontaktfläche zwischen der Bolzenspitze und Strahlrohr von  $A = 0,03 \text{ mm}^2$ . Die Größe des thermischen Kontakts wird ebenso für die Segment 3-5 übernommen, da hier keine weiteren Temperatursensoren an den Strahlungsschilden verbaut sind und somit keine detaillierteren Annahmen getroffen werden können.

Diese Einstellungen führen in den folgenden Simulationen zu einer Strahlungsschildtemperatur zwischen 21 K und 27 K. Da diese Werte etwa dem gemessenen Wert in Segment 2 entsprechen, kann davon ausgegangen werden, dass der Wärmefluss zwischen den Strahlungsschilden und dem Strahlrohr in der Simulation dem tatsächlichen Wert entspricht und somit der Einfluss auf das Strahlrohr untersucht werden kann.



**Abbildung 5.7** Querschnittsdarstellung der im Simulationsmodell vereinfachten Kühlschlangegeometrie. Für die Simulation wird die Kühlschlange derart modifiziert, dass diese eine direkte Kontaktfläche zum Strahlrohr besitzt, welche eine Breite von 75% des Kühlschlängendurchmessers aufweist. Die Wärmeleitfähigkeit der Lötstelle wird hier als perfekter Festkörperkontakt idealisiert, was aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit des Edeltstahls gerechtfertigt ist.

## B: Kontakt Bolzen-Strahlungsschilde

Wie in Abbildung 5.6b zu erkennen, wird eine weitere Vereinfachung bei der Befestigung der Bolzen an den Strahlungsschilden vorgenommen, da für diese komplexe Form nicht genügend Informationen vorliegen, um die thermische Kontaktfläche der Aufhängung zwischen den Strahlungsschilden und der Bolzen ausreichend zu definieren. Aus diesem Grund wird die Geometrie der Aufhängung in der Simulation auf einen Zylinder reduziert, wobei angenommen wird, dass der thermische Kontakt ringsum der Durchstoßkante des Bolzens durch die Strahlungsschilde stattfindet. Diese Vereinfachung beruht auf der Annahme, dass der thermische Kontakt dort wesentlich größer ist als zwischen Bolzen und Strahlungsschild, sodass der Wärmefluss durch dieses Nadelöhr reguliert ist. Die Größe des thermischen Kontakts zwischen Bolzen und Strahlungsschild ist daher zweitrangig.

## Kühlschlangen

Die kupfernen Kühlschlangen besitzt einen Außendurchmesser von 6 mm und eine Wandstärke von 1 mm und sind direkt auf die einzelnen Strahlrohrsegmente im Hartlötverfahren angebracht, um einen guten thermischen Kontakt zu gewährleisten. Da diese Kontaktfläche auch hier von großer Relevanz für den Wärmefluss zwischen Kühlschlange und Strahlrohr ist, muss für die Simulation eine geeignete Kontaktfläche geschätzt werden. Hierfür wird die durch das Hartlot vergrößerte Kontaktfläche zwischen Kühlschlange und Strahlrohr als 75% des Kühlschlängendurchmessers ( $d_{TC} = 4,5 \text{ mm}$ ) angenommen, wie in Abbildung 5.7 gezeigt.

Die geringere Wärmeleitfähigkeit einer Lötstelle im Vergleich zu einem perfekten Festkörperkontakt wird in diesem Fall vernachlässigt, da die Wärmeleitfähigkeit der Lötstellen dennoch mehrere Größenordnungen größer als bei Edeltahl 316L ist [Eki06, Abb. 2.7]. Somit ist die Wärmeleitfähigkeit von Edeltahl 316L die limitierende Größe für den Wärmefluss auf das Strahlrohr. Die Idealisierung als Festkörperkontakt zwischen Kühlschlange und Strahlrohr scheint daher gerechtfertigt, weshalb der Temperaturparameter dieser Kontaktfläche in der Simulation auf 3 K eingestellt wird.

### 5.3.2 Simulationsparameter

Bei der Simulation der Temperaturverteilung entlang des Strahlrohrs muss neben der Lösung der Wärmetransportgleichungen in Festkörpern auch der Wärmetransport mittels Strahlung berechnet werden. Da diese Gleichungen auf den materialspezifischen Größen wie die spezifische Wärmekapazität  $Cp$ , die Wärmeleitfähigkeit  $k$ , die Dichte  $\rho$  sowie dem totalen hemisphärischen Emissionsgrad  $\epsilon$  basieren, müssen diese als Simulationsparameter angegeben werden. Weil für manche dieser Werte aber speziell im Bereich kryogener Temperaturen keine umfassenden Literaturangaben existieren, müssen diese zum Teil aus Extrapolation oder Abschätzungen gewonnen werden.

Tabelle C.1 und C.2 im Anhang zeigen die Auflistung der verwendeten Funktionen und Parameter zur Berechnung der benötigten Materialeigenschaften für Edelstahl 316L und MACOR<sup>®</sup> beziehungsweise Kupfer sowie Gold. Die Abschätzung der dort angegebenen hemisphärischen Emissionsgrade sowie die Dichte der verwendeten Edelstahllegierung 316L ist im Folgenden beschrieben.

#### Dichte von Edelstahl 316L

Da keine Literaturwerte für die Dichte des verwendeten Edelstahl 316L im benötigten Temperaturbereich existieren, wird deren temperaturabhängiger Verlauf aus der Dichte des herkömmlichen Edelstahl 304 extrapoliert. Dazu wird der Verlauf für die in der internen Materialdatenbank von COMSOL Multiphysics<sup>®</sup> gegebenen Dichte von Edelstahl 304 um den Dichteunterschied

$$\rho_{316L} - \rho_{304} \Big|_{T=273\text{ K}} = 102 \text{ kg/m}^3 \quad (5.6)$$

der beiden Materialien bei der Temperatur von 273 K angehoben.

Es wird erwartet, dass dies in guter Näherung dem Dichteverlauf von Edelstahl 316L entspricht, da der Dichteunterschied lediglich an der Zugabe von 2-3 % Molybdän zu Edelstahl 316L liegt. Die übrige Zusammensetzung der beiden Legierungen ist nahezu identisch [HK09].

#### Totale hemisphärische Emissionsgrade

Um die ausgetauschte Wärme durch Strahlung zwischen der Umgebung und dem Strahlrohr simulieren zu können, ist die Angabe des hemisphärischen Emissionsgrads nötig. Dieser Emissionsgrad ist wichtig um die Reduzierung der Strahlungsleistung eines sogenannten grauen Strahlers im Vergleich zu einem perfekten schwarzen Strahler ausdrücken zu können. Da diese Größe linear in die Strahlungsleistung eingeht (siehe Gleichung 5.7) besitzt diese einen großen Einfluss auf die Wärmelast innerhalb der Simulation.

Der Emissionsgrad kann als konstant angenommen werden, weil nur geringe Temperaturunterschiede von wenigen Kelvin entlang der Kaltfalle zu erwarten sind und dies nach Abbildung B.2 nur eine geringfügige Änderung des Emissionsgrades mit sich bringt.

Besonders bei den unterschiedlich verarbeiteten Metallen sind die Emissionsgrade nicht mit absoluter Präzision festlegbar, da der Emissionsgrad stark von der Oberflächenbeschaffenheit abhängt. Dabei wird dieser sowohl vom Grad der Polierung als auch vom Oxidationsgrad beeinflusst und nimmt bei steigender Rauheit und Oxidation stark zu. Dies ist speziell bei den kupferbeschichteten Bereichen des Strahlrohrs ein Problem, da hier weder die genaue Oberflächenbeschaffenheit noch der aktuelle Oxidationsgrad bekannt ist.

Nach Herstellerangaben von ASG beträgt der Emissionsgrad dieser Oberflächen bei Zimmertemperatur etwa  $\epsilon_{\text{Cu}}(T_0) \approx 33\%$ , wobei hier noch die temperaturabhängige Abnahme bei einer Betriebstemperatur von 3 K berücksichtigt werden muss. Wie in Abbildung B.2 gezeigt, nimmt der Emissionsgrad von poliertem und nicht oxidiertem Kupfer um etwa  $0,02\%/K$  ab, weshalb bei einer Abkühlung auf die Betriebstemperatur der CPS ein Emissionsgrad von  $\epsilon_{\text{Cu}} = 20\%$  angenommen wird.

Für Edelstahl 316L wird auch diese Materialeigenschaft von der verwandten Legierung 304 übernommen, weil auch hier keine Literaturangaben für kryogene Temperaturen existieren. Dieser als konstant angenommene Wert von  $\epsilon_{316L} = 7,5\%$  kann Abbildung B.2 entnommen werden.

### 5.3.3 Simulationsergebnisse

Neben dem Ziel eine detaillierte und mit den Messwerten übereinstimmende Temperaturverteilung entlang des Kaltfallenbereichs zu erhalten, soll zudem geklärt werden, durch welche äußeren Einflüsse die Temperatur des Strahlrohrs beeinflusst wird. Dazu wird in ergänzenden Simulationen untersucht, welche Auswirkungen unter anderem der thermische Kontakt der Argon-Einlass-Kapillaren auf die Strahlrohrtemperatur besitzt und welche Auswirkungen die verkürzte Kühlschlange im Bereich des Segments 5 besitzt.

Es ist sehr wichtig anzumerken, dass das Ziel der Methodik die Eingrenzung der Art und Herkunft (Strahlung oder Wärmeleitung) der offensichtlichen zusätzlichen Wärmelast beziehungsweise der Ausschluss einzelner spezifischer Hypothesen ist. Der Detaillierungsgrad der Geometrie und Materialeigenschaften des komplexen Kryostaten reicht bei Weitem nicht aus, um den Ursprung von Wärmelasten im Bereich von einigen Milliwatt zuverlässig und zweifelsfrei lokalisieren zu können.

In einem ersten Schritt muss zunächst ein geeigneter Parametersatz für die Umgebungstemperatur gefunden werden, um den Einfluss durch die Wärmestrahlung seitens der Kaltmasse möglichst genau in die Simulation integrieren zu können. Hierfür wird zuerst eine Umgebungstemperatur gewählt, die den gemessenen Temperaturwerten der Kaltmasse entsprechen. In einem weiteren Schritt wird die simulierte Temperaturverteilung mit den Messwerten abgeglichen und die Strahlungsleistung der Umgebungstemperatur entsprechend angepasst, um Bereiche mit größerer oder geringerer Strahlungsleistung berücksichtigen zu können.

Ausgehend von diesem Parametersatz sollen dann neben der Temperaturverteilung im Standardbetrieb zwei zusätzliche Szenarien simuliert werden, bei denen das Strahlrohr auf 4,5 K beziehungsweise 2,5 K gekühlt wird. Diese stellen zum einen den Betrieb bei ausgeschalteter 3 K-Kühlung dar und zum anderen beschreiben sie die Optimierung der Temperaturverteilung durch ein stärkeres Absenken der Kühltemperatur.

#### 5.3.3.1 Kaltmassendominierte Umgebungstemperatur

Die Kaltmasse, in welcher das Simulationsmodell eingebettet ist, wird ebenso wie die Magnete mit Flüssighelium gekühlt und stellt somit eine Abschirmung zu den äußeren Strahlungsschilden dar. Daher ist zunächst anzunehmen, dass die darin herrschende Umgebungstemperatur im Bereich zwischen 4,5 K und 13,5 K liegt, wie es die daran angebrachten Temperatursensoren 320-RTT-0-3107 bis 3114 zeigen. Um den maximalen Einfluss durch die Kaltmasse zu simulieren, wird daher für dieses Szenario eine Temperatur von 13 K für die Umgebungstemperatur gewählt.



**Abbildung 5.8** Temperaturverteilung bei Simulation mit einer Umgebungstemperatur von  $T_U = 13$  K. Wie zu erkennen, ergibt sich eine äußerst homogene Temperaturverteilung, bei der die Inhomogenitäten deutlich weniger als  $\Delta T = 0,05$  K betragen.

Das Ergebnis in Abbildung 5.8 zeigt eine sehr homogene Temperaturverteilung entlang des Strahlrohrs mit nur sehr geringen Temperaturabweichungen weit unterhalb von  $0,05$  K. Lediglich an den Kontaktstellen zu Pumpstutzen 1 und dem Kaltventil ist eine lokale Temperaturerhöhung zu erkennen, deren Ausdehnung speziell bei Strahlrohrsegment 2 durch die engere Wicklung der Kühltangente im vorderen Teil begrenzt wird. Auch der Einfluss der Strahlungsschildbefestigung auf die Temperaturverteilung ist vernachlässigbar gering, sodass der Anteil der inneren Oberfläche unterhalb der spezifizierten  $3,5$  K über  $92\%$  beträgt.

Dieser simulierte Temperaturverlauf lässt sich allerdings auf keinsten Weise mit den Messwerten der Temperatursensoren in Abbildung 5.10 vereinbaren.

Aufgrund des isolierenden Hochvakuums ist davon auszugehen, dass ein Wärmetransport zwischen den verschiedenen Bauteilen nur durch Wärmestrahlung stattfinden kann. Da bei der verwendeten Umgebungstemperatur aber nicht die gemessenen Temperaturinhomogenitäten zu erkennen sind, scheint die auf das Strahlrohr wirkende Wärmelast zu gering zu sein.

Eine Abschätzung über die Wärmelast auf die Strahlrohrbereiche zwischen den Magneten lässt sich durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz [MNS79][Bol84]

$$P = A \cdot \epsilon \cdot \sigma \cdot T_U^4 \quad (5.7)$$

berechnen. Hier ist  $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$  die Stephan-Boltzmann-Konstante,  $A$  die Fläche des Körpers mit dem Emissionsgrad  $\epsilon$ , welche einer Umgebungstemperatur  $T_U$  ausgesetzt ist.

Die berechneten Leistungen liegen bei einer Umgebungstemperatur  $T_U = 13$  K lediglich im Mikrowatt-Bereich, was nicht ausreichend ist, um die Temperaturinhomogenität aus Abbildung 5.2 zu erreichen. Dies ist ein Hinweis darauf, dass sich eine weitere, weitaus leistungsfähigere Strahlungsquelle innerhalb der Kaltmasse befinden könnte.

Für eine derartige Strahlungsquelle kommen insbesondere die stickstoffgekühlten Pumpstutzen und Strahlrohrsegmente 1, 6 und 7 in Frage, welche sich in unmittelbarer Nähe zur Kaltfalle befinden und somit eine erhöhte Wärmelast durch Strahlung erzeugen können. Eine weitere, wenn auch kleinere Strahlungsquelle, könnte die Versorgung der Argon-Kapillare darstellen, die ebenfalls eine Temperatur von  $77$  K besitzt.

### 5.3.3.2 Variable Umgebungstemperatur

Zur Behebung der großen Diskrepanz zwischen Messwerten und der Simulation bei einer Umgebungstemperatur von  $13$  K wird eine deutlich höhere Temperatur gewählt. Da im

**Tabelle 5.1** Verwendete Umgebungstemperaturen für die einzelnen Bereiche des Strahlrohrs zur Temperatursimulation und die daraus resultierende Wärmelast auf die Bereiche zwischen den Magnetkammern. Um die Abschirmung durch die Magnetkammern zu berücksichtigen, wird das Ergebnis durch das Verhältnis der Raumwinkel  $\Omega/\Omega_{\text{tot}}$  korrigiert.

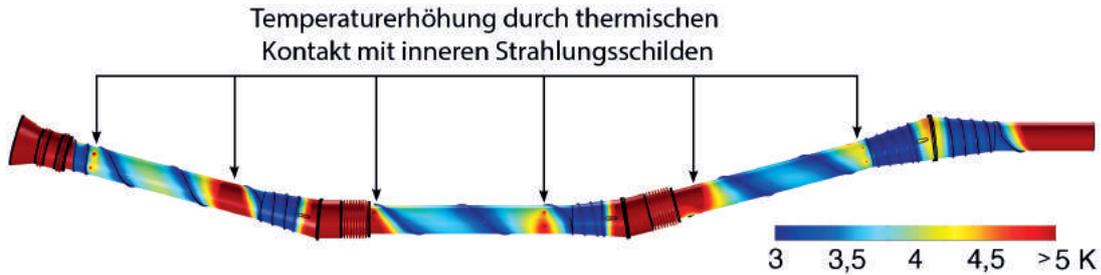
Bereich	$T_U$ in K	$A$ in $\text{cm}^2$	$\Omega/\Omega_{\text{tot}}$	$P(\epsilon = 0,1)$ in mW	$P(\epsilon = 0,2)$ in mW	$P(\epsilon = 0,3)$ in mW
Segment 2	85					
Konus 2-3	85	482	0,39	14	29	43
Segment 3	71					
Konus 3-4	85	636	0,38	19	38	57
Segment 4	71					
Konus 4-5	87	1058	0,26	34	69	103
Segment 5	87					

Fall von einzelnen sehr großen Strahlungsquellen aber nicht mehr von einer homogen verteilten Umgebungsstrahlung wie im vorherigen Szenario auszugehen ist, wird das Strahlrohr in verschiedene Bereiche mit individuell anpassbarer Umgebungstemperatur unterteilt. Damit soll eine Temperaturverteilung simuliert werden, welches möglichst gut mit den Temperaturwerten der Sensoren übereinstimmt. Die Wahl der einzelnen Strahlungsleistungen wird dabei durch mehrere Simulationen schrittweise angepasst, wobei sich zeigt, dass sehr hohe Umgebungstemperaturen zwischen 71 K und 85 K gewählt werden müssen, um eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Messwerten zu erzielen. Diese Erhöhung der Kaltmasstemperatur repräsentiert eine globale radiative Strahlungslast und ist nicht zu verwechseln mit der tatsächlich gemessenen Temperatur der Kaltmasse zwischen 5 K und 13 K.

In diesem Fall ist die einfallende Leistung auf die Konen deutlich größer und befindet sich nun im zweistelligen Milliwatt-Bereich, wie Tabelle 5.1 zeigt. Durch die deutlich erhöhte Strahlungsleistung erfahren auch die inneren Strahlungsschilde eine größere Wärmelast, wodurch die abfließende Wärme im Bereich der Strahlrohrbefestigung zu deutlichen Temperaturanstiegen führt, wie in Abbildung 5.9 zu erkennen ist.

Zum Vergleich der Simulation mit den Messwerten zeigt Abbildung 5.10 das simulierte Temperaturprofil entlang der Strahlachse zusammen mit den gemessenen Temperaturwerten an den unterschiedlichen Sensorpositionen. Der dort angenommene Fehler auf die Position der Sensoren ist durch die Dimensionen des  $30,0 \times 14,8 \times 19,5$  mm großen Kupferblocks zur Befestigung des Sensoren begründet. Durch die Länge der Halterung besitzt der Sensor keinen definierten Messpunkt sondern die gemessene Temperatur entspricht viel eher dem Mittelwert der Temperatur innerhalb dieser Kontaktfläche. Dies und die Tatsache, dass die Positionsangaben der Sensoren mit einem systematischen Fehler von  $\Delta x_{\text{sys}} = \pm 0,5$  cm angenommen werden, führt zu einem Fehlerintervall von  $\Delta x_{\text{max}} = 2$  cm auf die Positionsangaben der Konstruktionszeichnungen.

Ein systematischer Fehler durch einen Temperaturgradienten zwischen Strahlrohr und Sensor innerhalb der Befestigung selbst kann vernachlässigt werden, was eine ergänzende Simulation zeigt. Wie in Anhang D zu erkennen ist, beträgt die Temperaturdifferenz innerhalb der Kupferblöcke weniger als 1 mK, was auf die große thermische Leitfähigkeit des Kupfers zurückzuführen ist.



**Abbildung 5.9** Temperaturverteilung bei Simulation mit variabler Umgebungstemperatur, wie in Tabelle 5.1 angegeben. Durch die hohe Temperatur und die damit verbundene Strahlungsleistung auf Strahlrohr und Strahlungsschilde ist ein deutlicher Temperaturanstieg im Bereich der Kontaktflächen zu den Strahlrohrbefestigungen zu erkennen. Zudem ist das Strahlrohrsegment 5 sowohl aufgrund der verkürzten Kühlturbine als auch durch die erhöhten Wärmelast aus Richtung des Vorspektrometers großflächig deutlich oberhalb der gewünschten Temperatur von maximal 3,5 K.

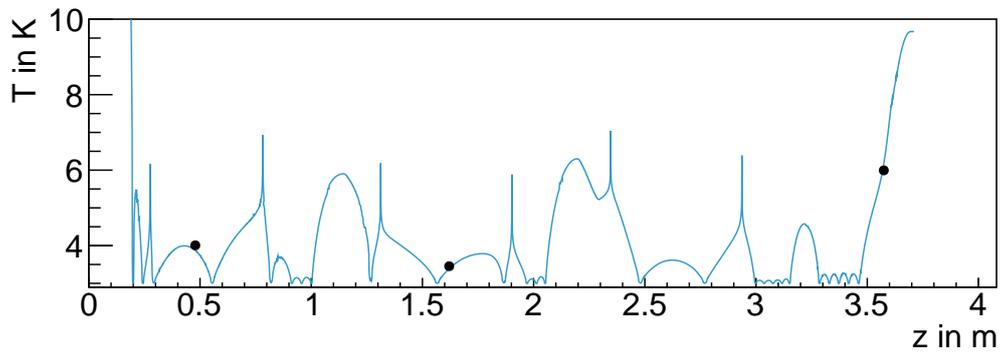
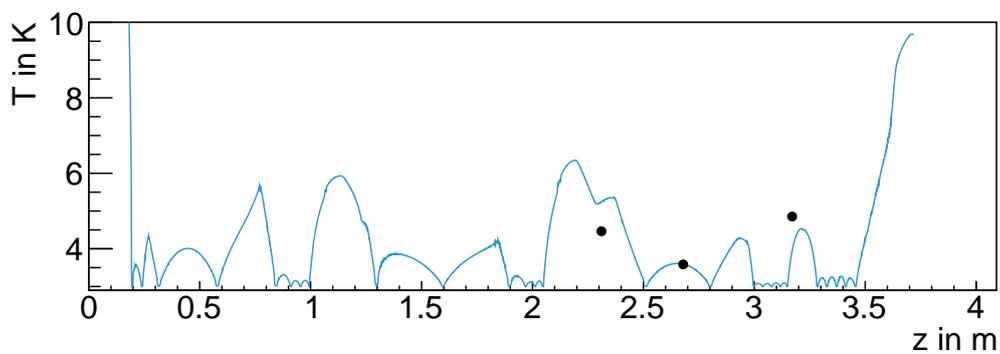
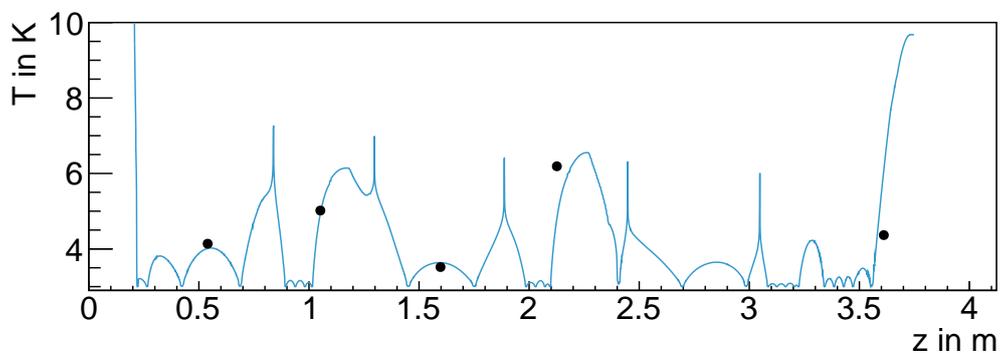
Unter Berücksichtigung dieser Fehlerintervalle ergeben sich für die einzelnen Sensoren die in Abbildung 5.11a dargestellten Abweichungen zu dem simulierten Temperaturprofil in Abbildung 5.10. Dort ist bei den Sensoren, welche in der Mitte der einzelnen Strahlrohrsegmenten angebracht sind, eine sehr gute Übereinstimmung mit den simulierten Temperaturen zu erkennen. Die Abweichungen betragen dort nur etwa  $\Delta T \approx 0,2$  K, ganz im Gegensatz zu den deutlich größeren Abweichungen im Bereich der Konen zwischen Strahlrohrsegment 3, 4 und 5. Die Abweichung um 0,5 bis 1 K lässt entweder auf einen deutlich größeren Emissionsgrad der Kupferbeschichtung schließen oder deutet auf eine noch größere Wärmelast durch Strahlung hin.

Im Bereich der Konen und des zu warmen Segments 5, dessen Ursache nach Abschnitt 5.1 eine zusätzliche Strahlungsleistung aus Richtung des Vorspektrometers zu sein scheint, ist die Größe dieses Fehlers dennoch tolerierbar. Für die mit den simulierten Temperaturprofilen durchzuführenden Flussimulationen tragen die Bereiche oberhalb einer Temperaturen von 6 K kaum mehr zur Funktion der Kaltfalle bei, weshalb der etwas größere Fehler nicht von Relevanz ist.

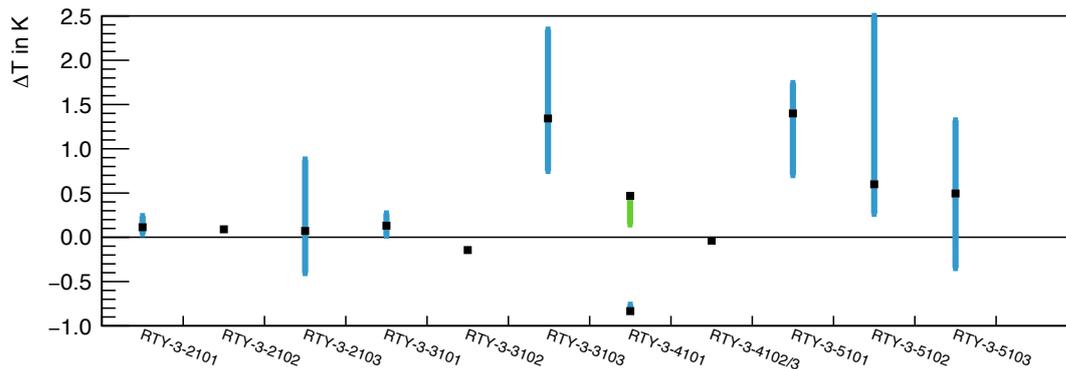
Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich Simulation und Messung der Temperatur entlang des Kaltfallenbereichs durch eine globale, radiative Wärmelast anpassen lassen.

### Einfluss durch Argon-Kapillare

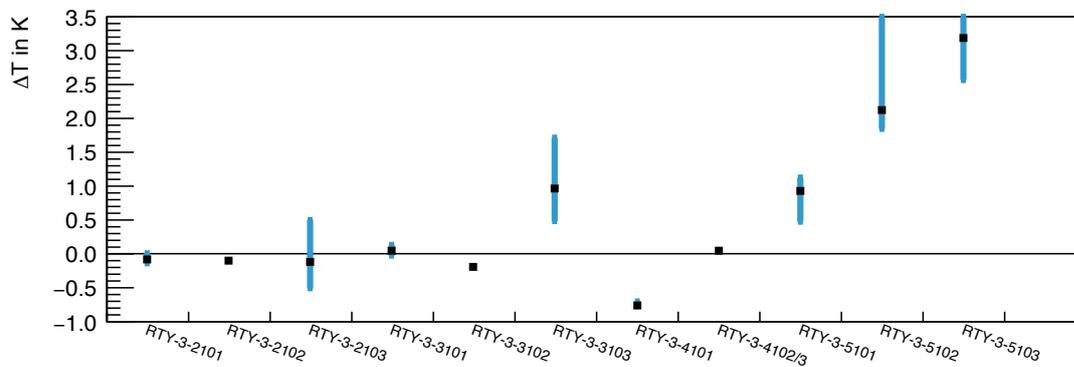
Dass die erhöhte Temperatur im Bereich der Konen nicht vom Wärmetransport durch die Argonkapillaren, sondern von der einfallenden Strahlungsleistung der Umgebung dominiert wird, lässt sich anhand einer ergänzenden Simulation zeigen. Dazu werden die Strahlrohrsegmente 2 und 3 jeweils mit einer Argonkapillare versehen und im Verbindungsbereich zwischen Segment 2 und 3 eine mögliche Temperaturänderung aufgrund des thermischen Kontakts der Durchführung und der hinteren Aufhängung der Kapillaren analysiert. Ein möglicher Grund für einen Wärmeeintrag auf die Strahlrohrsegmente, ist der thermische Kontakt zwischen den Enden der 24-76 cm langen Rohrleitungen und der Stickstoffkühlung, welche zur zweistufigen Kühlung des außen auf Zimmertemperatur befindlichen Einlasssystems dient. Zwischen der Durchführung in das Strahlrohr und diesem thermischen Kontakt befindet sich eine weitere Kontaktstelle zur Flüssighelium-Kühlung, wodurch ein direkter Wärmeeintrag durch das 77 K warme Ende verhindert

(a)  $\theta = 0^\circ$ (b)  $\theta = 45^\circ$ (c)  $\theta = 180^\circ$ 

**Abbildung 5.10** Zum Vergleich der simulierten Temperaturverteilung des Strahlrohrs mit den Temperatursensoren müssen abhängig von deren Position drei Schnittgeraden gewählt werden. Wie in Abbildung E.4 dargestellt, befinden sich die Sensoren der Strahlrohrsegmente 2-5 bei  $\theta = 0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $180^\circ$ , bezogen auf die positive X-Achse des globalen KATRIN-Koordinatensystems. Zur einfacheren Darstellung wurden die Sensoren RTY-3-2103 und 3103 zusammen mit den Sensoren RTY-3-2102 und 5103 bei  $\theta = 180^\circ$  eingetragen. Die von den Sensoren gemessenen Temperaturwerte sind durch die schwarzen Punkte markiert. Die Breite der Punkte stellt den angenommenen, systematischen Fehler durch die Befestigung dar.



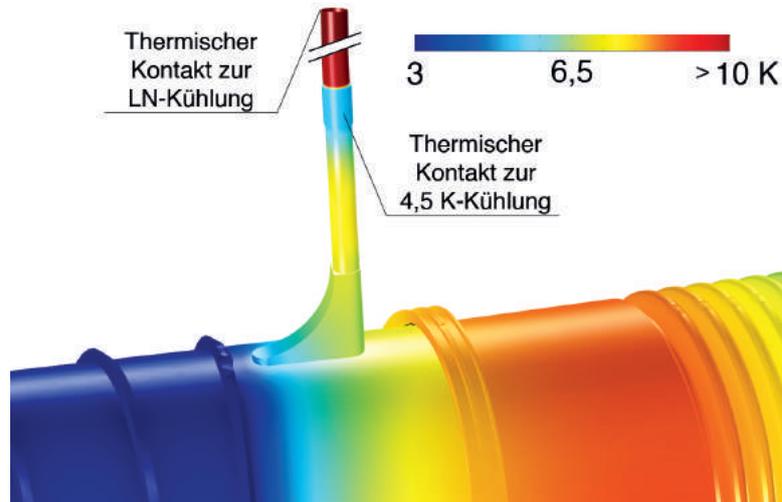
(a) Abweichungen zwischen Simulation und Messung bei einer Kühlschlangen-temperatur von 3 K. Der grün eingezeichnete Punkt ist bei der Simulation ohne thermischen Kontakt der Strahlungsschilde zum Strahlrohr. Da der Sensor direkt neben einem Befestigungsbolzen liegt, ist dieser sensitiv auf die dadurch verursachten Temperaturveränderungen. Im Bereich von Strahlrohrsegment 4 ist daher ein geringerer thermischer Kontakt anzunehmen.



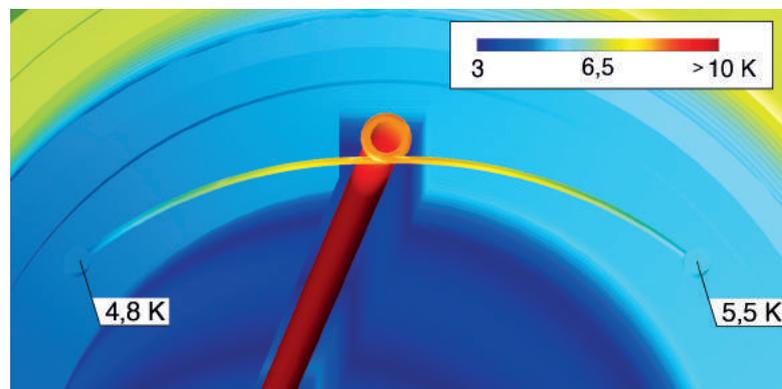
(b) Abweichungen zwischen Simulation und Messung bei einer Kühlschlangentemperatur von 4,5 K. Im Vergleich zur Simulation mit 3 K zeigt sich eine etwas größere Abweichung in Strahlrohrsegment 5, jedoch bestätigen die Ergebnisse der anderen Sensoren die Wahl der Simulationsparameter.

**Abbildung 5.11** Abweichungen zwischen den gemessenen Temperaturwerten und der Simulation. Die Fehlerbalken stellen die Temperaturdifferenz zwischen Messung und Simulation innerhalb des systematischen Fehlerintervalls durch die Sensorhalterung dar.

werden soll. Neben einer Temperaturerhöhung im Bereich der Durchführung, welche nur wenige Zentimeter von diesem zweiten thermischen Kontakt entfernt ist, besteht die Möglichkeit eines weiteren Wärmeeintrags durch die Kapillaren im Bereich ihrer hinteren Aufhängung. Dort sind diese durch dünne Edeldahlröhre mit einer Querschnittsfläche von  $0,5 \text{ mm}^2$  und einer Länge von je 12 cm an der letzten Lamelle im Strahlrohr rinnen festgeschweißt. Wie in Abbildung 5.12 zu erkennen, wird aber der Wärmefluss durch den zweiten thermischen Kontakt zur Kaltmasse deutlich reduziert, sodass die Kapillare im Bereich der Durchführung keinen erkennbaren Einfluss auf die Temperatur der Konen besitzen. Der Wärmeeintrag auf das Strahlrohr am hinteren Ende der Kapillare ist durch deren Länge und die Aufhängung mit äußerst geringem thermischem Kontakt somit noch geringer. Die Simulationen mit und ohne Argonkapillare zeigen am Ort der



(a) Temperaturverlauf des Strahlrohrs im Bereich der Durchführung der Kapillare in das Strahlrohr.



(b) Temperaturverlauf des Strahlrohrs im Bereich der hinteren Aufhängung der Kapillare.

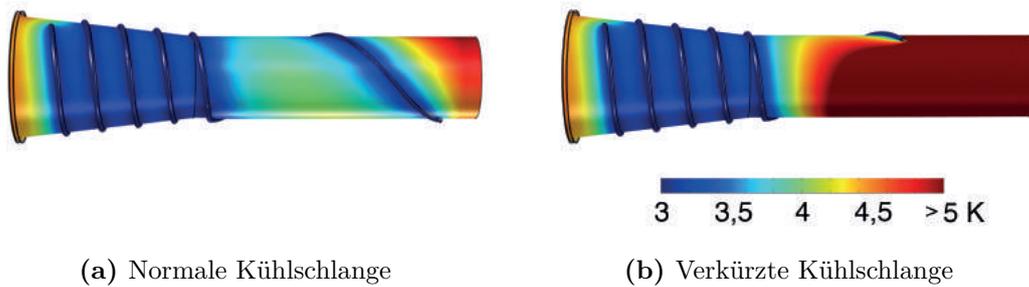
**Abbildung 5.12** Die Simulation mit angebrachten Argoneinlasskapillaren in Strahlrohrsegment 2 und 3 zeigt keinen erkennbaren Einfluss auf den Temperaturverlauf sowohl im Bereich der Durchführung an den Konen (a) als auch durch die Aufhängung am Ende der Kapillare (b).

Befestigungsbolzen die gleiche Temperatur von 4,8 K beziehungsweise 5,5 K. Somit sind diese Einflüsse an der Durchführung und der hinteren Aufhängung vernachlässigbar.

### **Einfluss der Kühlschlangenreparatur und der Strahlungsschildbefestigung**

Einen sehr deutlichen Effekt auf die Oberflächentemperatur des Strahlrohrs besitzt die Reparaturmaßnahme an der Kühlschlange von Segment 5. Durch die verkürzte Kontaktfläche wird die thermische Barriere gegenüber dem warmen Ende des Strahlrohrs reduziert, sodass der Wärmefluss aus Richtung des Kaltventils zu einem größer ausgeprägten Temperaturanstieg führt, was in Abbildung 5.13 deutlich zu erkennen ist. Der beträchtliche Temperaturanstieg führt zu einer Reduzierung der gesamten Kaltfallenoberfläche unterhalb von 3,5 K um  $\Delta A(T < 3,5 \text{ K}) = 291 \text{ cm}^2$ , was einer Reduzierung um 3,4 % entspricht.

Wegen dieser Reparatur und den generell sehr starken Inhomogenitäten der Strahlrohrtemperatur beträgt der gesamte Oberflächenanteil unterhalb der spezifizierten Maximal-



**Abbildung 5.13** Die Auswirkungen auf die Temperaturverteilung von Strahlrohrsegment 5 durch den verkürzten thermischen Kontakt der Kühlschlange sind deutlich zu erkennen, wobei sich der Bereich unterhalb von 3,5 K um  $\Delta A(T < 3,5 \text{ K}) = 291 \text{ cm}^2$  reduziert.

temperatur von 3,5 K lediglich 27 %, was dem Histogramm über die Temperaturverteilung in Abbildung 5.14a zu entnehmen ist.

Bei den derart hoch zu wählenden Umgebungstemperaturen zeigen sich zudem sehr deutliche Auswirkungen durch den Wärmefluss von den Bolzen der Strahlungsschilde auf die Strahlrohrsegmente 2-4. Durch die in Abschnitt 5.3.1 beschriebene Wahl der Kontaktfläche zwischen Bolzen und Strahlrohr besitzen die Strahlungsschilde eine Temperatur zwischen 21 K und 27 K, wodurch der thermische Kontakt der Bolzen zu einem lokal um die Kontaktflächen verteilten Temperaturanstieg auf etwa 5-6 K führt. Wie in Abbildung 5.9 zu erkennen ist, variiert die Größe dieser warmen Bereiche aufgrund der Kühlschlangegeometrie bei den jeweiligen Strahlrohrsegmenten jedoch beachtlich. So sind diese Bereiche deutlich geringer ausgeprägt, wenn die Kontaktstellen durch eine Kühlschlängenwindung voneinander getrennt sind, so wie es im vorderen Bereich von Segment 2 der Fall ist.

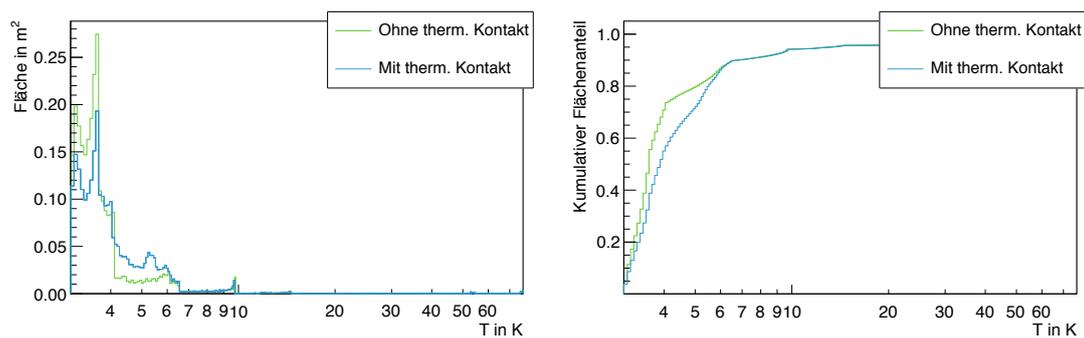
Bei den Strahlrohrsegmenten 3 und 4 ist dies nicht gegeben, sodass hier eine deutlich stärkere Ausdehnung des warmen Bereichs vorzufinden ist. Das Zusammenspiel von den bereits zu warmen Konen und den direkt hinter den Bälgen befestigten Strahlungsschilden führt dort zu einer deutlichen Vergrößerung dieser Bereiche, sodass hier große zusammenhängende Flächen mit einer Temperatur oberhalb von 5 K entstehen.

Die gesamte Verschlechterung der Temperaturverteilung beläuft sich auf eine Reduzierung des Flächenanteils unterhalb einer Temperatur von 3,5 K um 12 %, was in Abbildung 5.14a gezeigt ist. Die Beeinflussung durch den thermischen Kontakt stellt eine sehr konservative Annahme dar und soll in erster Linie zur Abschätzung der Auswirkungen auf den in Kapitel 6 simulierten Reduktionsfaktor der CPS dienen. Da lediglich von der Temperaturangabe des Strahlungsschilds von Segment 2 auf den thermischen Kontakt der anderen Strahlungsschilde geschlossen wurde, können diese in den übrigen Strahlrohrsegmenten weitaus geringere Auswirkungen besitzen.

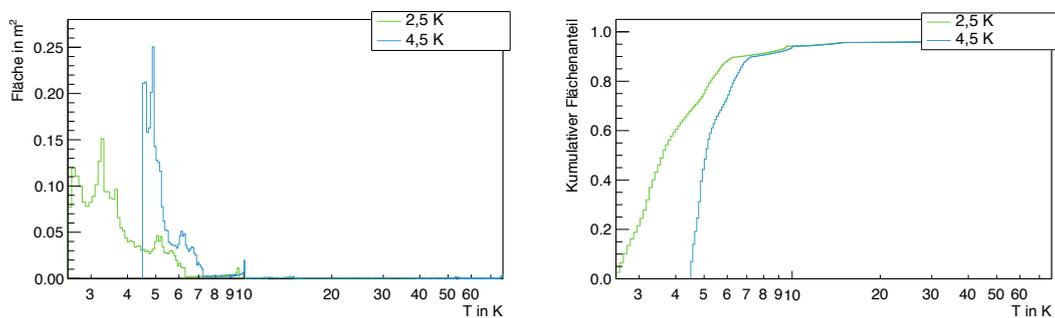
Neben der Simulation des standardmäßigen Betriebs mit einer Kühlschlagentemperatur von 3 K werden zwei weitere Szenarien simuliert, zu denen der 4,5 K-Betrieb sowie ein möglicher 2,5 K-Betrieb zur Erhöhung des Reduktionsfaktors zählt.

### Kühlschlagentemperatur 2,5 K

Um eine weitere Verbesserung des Unterdrückungsfaktors herbeizuführen, könnte durch eine stärkere Druckreduzierung im 3 K-Behälter eine noch tiefere Strahlrohrtemperatur



(a) Eingezeichnet ist die Temperaturverteilung mit (blau) und ohne (grün) thermischen Kontakt der Strahlungsschilde bei einer Kühlschlangentemperatur von 3 K.



(b) Temperaturverteilung der zusätzlich simulierten Szenarien mit einer Kühlschlangentemperatur von 2,5 K (grün) und 4,5 K (blau).

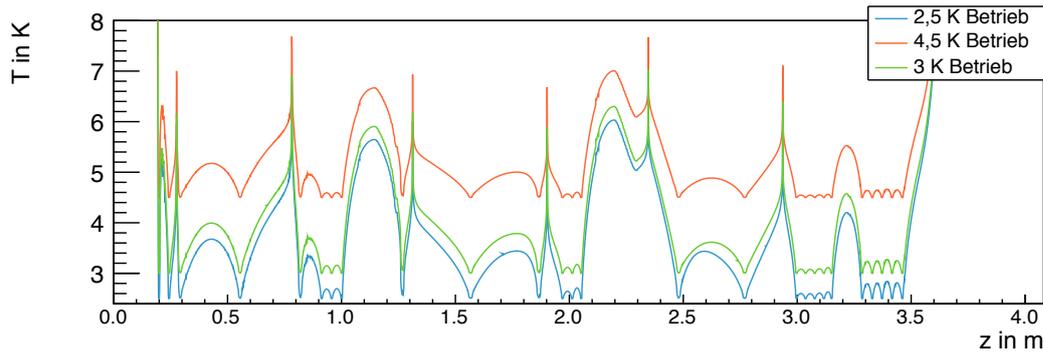
**Abbildung 5.14** Histogramme über die Temperaturverteilung bei verschiedenen Temperaturen der Kühlschlange.

erreicht werden. Für eine weitere Absenkung der Temperatur auf 2,5 K muss nach [CLG55] ein Dampfdruck von 0,10 bar erzeugt werden. Durch die Geometrie des 3 K-Behälters und die große Entfernung der Pumpen vom Behälter selbst, ist das effektive Saugvermögen der Pumpe des Typs Leybold DRYVAC DV 650 S stark durch den Leitwert des Systems limitiert, sodass sich im 3 K-Behälter nur ein minimaler Druck von etwa 0,21 bar erreichen lässt. Auch ein paralleler Betrieb der zwei redundanten Pumpen bringt hier keine Verbesserung. Um dieses Szenario im experimentellen Betrieb zu verwirklichen, müsste somit eine deutlich größere effektive Pumpleistung entweder durch Austausch der Pumpen oder Verkürzen der Zuleitung erzeugt werden.

Die Auswertung dieses theoretischen Szenarios zeigt, dass durch Absenken der Kühlmtemperatur der flächenmäßige Anteil der Strahlrohroberfläche unterhalb einer Temperatur von 3,5 K von etwa 27 % auf 46 % erhöht werden kann, was sich somit positiv auf den Unterdrückungsfaktor auswirkt. Die genaue Verbesserung ist in Abschnitt 6.3 beschrieben.

### Kühlschlängentemperatur 4,5 K

Zur Verifizierung der gewählten Parameter und zur Abdeckung eines weiteren Szenarios wird eine Simulation durchgeführt, bei welcher die Temperatur der Kühlschlangen 4,5 K beträgt. Diese Parameterwahl entspricht dem Kühlbetrieb bei ausgeschalteter 3 K-Kühlung und soll Aufschluss über die Temperaturverteilung bei einem möglichen



**Abbildung 5.15** Temperaturprofil bei 2,5 K sowie 4,5 K-Betrieb im Vergleich zum standardmäßigen 3 K-Betrieb. Bei größerer Kühlschlangentemperatur nehmen die Abweichungen entlang des Strahlrohrs ab. Dennoch zeigen alle Profile den gleichen charakteristischen Verlauf.

Ausfall der 3 K-Kühlung liefern. Wie in Abbildung 5.15 zu erkennen, ergibt sich ein sehr ähnlicher Temperaturverlauf entlang des Strahlrohrs, wobei die Inhomogenitäten bei steigender Temperatur geringer werden. Diese Simulation stimmt ebenfalls sehr gut mit den Messwerten der Sensoren im 4,5 K-Betrieb überein, was in Abbildung 5.11b dargestellt ist und bestätigen damit die Wahl der Parameter.

Lässt man das wenig übereinstimmende Szenario bei einer kaltmassendominierten Umgebungstemperatur außer acht, so zeigen sich bei den verschiedenen Simulationen stets die selben charakteristischen Temperaturverläufe mit starken Inhomogenitäten entlang des Strahlrohrs. Da die Spezifikationen für den normalen 3,5 K-Betrieb nicht eingehalten werden können, spielt die im folgenden Kapitel 6 beschriebene Simulation des Rückhaltefaktors eine wichtige Rolle. So kann nur unter Einbeziehung des in diesem Kapitel simulierten dreidimensionalen Temperaturverlaufs eine zuverlässige Aussage darüber getroffen werden, ob die notwendige Unterdrückung von sieben Größenordnungen trotz starker Temperaturinhomogenitäten gewährleistet werden kann.

## Kapitel 6

# Simulation des Rückhaltefaktors

Damit die kryogene Pumpstrecke den Anforderungen des Designreports [KAT04] an eine Tritium-Untergrundrate des Experiments von weniger als 1 mcps gerecht werden kann, muss ein nomineller Unterdrückungsfaktor von mindestens sieben Größenordnungen durch die CPS gewährleistet sein. Um die ordnungsgemäße Funktion der CPS schon vor den geplanten Testmessungen garantieren zu können, müssen Simulationen durchgeführt werden, mit deren Hilfe der Rückhaltefaktor bestimmt werden kann. Damit ein möglichst genaues Simulationsergebnis erzielt werden kann, müssen die äußeren Rahmenbedingungen sehr präzise durch das Simulationsmodell beschreiben werden. Die zwei größten äußeren Einflüsse sind die inhomogene Temperaturverteilung der Kaltfalle und die Desorption durch radioaktiven Zerfall des Adsorbats. Obwohl die in Abschnitt 5.2 bestimmten zeitlichen Temperaturschwankungen nur sehr gering ausfallen, sollen auch diese in die Simulation integriert und deren negativen Einfluss auf das Rückhaltevermögen der CPS zusammen mit den übrigen Einflüssen untersucht werden.

Die Simulation der inhomogenen Temperaturverteilung sowie der zeitabhängigen Temperaturschwankungen lässt sich aufgrund der begrenzten Programmfunktionen nur mit starken Einschränkungen mithilfe von etablierten Vakuum-Simulationsprogrammen, wie zum Beispiel MolFlow+<sup>1</sup>, realisieren. Aus diesem Grund wird auf die Entwicklung eines eigenen, auf C++ basierendes Simulationsprogramm zurückgegriffen. Die hierfür entwickelte Simulationsroutine beruht ebenso wie die herkömmlichen Programme auf dem Prinzip der Monte-Carlo-Simulation, bei welcher durch die Erzeugung geeignet verteilter Zufallszahlen komplexe Probleme, wie Absorptions- und Desorptionsprozesse, beschrieben werden können. Wichtiges Kernstück der Simulation bilden hierfür die in Abschnitt 6.2.1 und 6.2.2 hergeleiteten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zur Beschreibung des Desorptionszeitpunkts in Abhängigkeit zeitlicher Temperaturfluktuationen und eines möglichen radioaktiven Zerfalls des adsorbierten Tritiums.

Da die in die CPS eintreffende Tritiummenge innerhalb von 60 Tagen etwa  $5 \cdot 10^{18}$  Moleküle beträgt, kann nicht jedes Molekül simuliert werden, sondern das Problem soll mithilfe der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationsdauer gelöst werden. Ziel der eigentlichen Simulation ist somit das Erstellen eines Histogramms über die Migrationsdauer  $t_{\text{transm.}}$  durch die CPS und die Bestimmung der daraus resultierenden Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(t_{\text{transm.}})$ . Anschließend kann dann, wie in Abschnitt 6.3 beschrieben, durch weitere einfache Schritten der austretende Tritium-Fluss und der Reduktionsfaktor der CPS berechnet werden.

---

<sup>1</sup><http://molflow.web.cern.ch/>

Die hieraus resultierenden Auswirkungen auf die Tritium-Untergrundrate im Hauptspektrometer wird zum Abschluss der Kapitels in Abschnitt 6.4 diskutiert.

## 6.1 Simulationsroutine

Zur Bestimmung der Dauer einer vollständigen Migration vom Anfang des Strahlrohrsegments 1 bis zum Ende von Segment 7 muss die genaue Teilchenbewegung durch die Geometrie der CPS bestimmt werden und für jedem Auftreffpunkt auf die Oberfläche die Verweildauer  $\tau$  berechnet werden. Die Migrationsdauer setzt sich schließlich aus den Desorptionszeiten der  $k$  einzelnen Adsorptionen

$$t_{\text{transm.}} = \sum_k \tau_k \quad (6.1)$$

zusammen, wobei die Laufzeit der Teilchen zwischen zwei Adsorptionen vernachlässigt wird, da die thermische Geschwindigkeit der Tritium-Moleküle bei einer Temperatur von 3 K etwa  $\bar{v} \approx 90$  m/s beträgt.

Um eine möglichst zeiteffiziente Simulation zu erhalten, ist neben zweier geometrischer Abbruchbedingungen auch eine zeitbasierte Abbruchbedingung integriert, die zu unterschiedlichen Beiträgen zur Wahrscheinlichkeitsdichte führen:

- **Rückseitiger Austritt aus Segment 1**

Die Simulation ist beendet, wenn ein Teilchen das Strahlrohrsegment 1 in Richtung der differentiellen Pumpstrecke verlässt. In diesem Fall gilt das Teilchen als erfolgreich zurückgehalten und trägt nicht zur Berechnung des Flusses bei. Hier ist anzumerken, dass diese Bedingung zu einer nicht normierten Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationsdauer führt.

- **Austritt aus Segment 7**

Erreicht ein Teilchen das Ende von Segment 7 und somit den Übergang zum Vorspektrometer, so gilt dieses als komplett transmittiert. Die während der Simulation berechnete Migrationsdauer wird in ein Histogramm eingetragen und ist Grundlage zur Bestimmung der gesuchten Verteilungsfunktion.

- **Maximale Migrationszeit**

Bei Erreichen einer maximalen Migrationszeit ( $t_{\text{transm.}} > t_{\text{max}}$ ) wird die Simulation beendet und die Migrationsdauer in den Overflow-Bin des Histogramms eingetragen. Das Teilchen gilt somit als erfolgreich zurückgehalten.

### Teilchenbewegung

Durch das im Strahlrohr der CPS herrschende Ultrahochvakuum ( $p \approx 10^{-9}$  mbar) besitzen die Teilchen eine sehr große mittlere freie Weglänge von  $\bar{l} > 1$  km (siehe zum Beispiel [WAW13, Tabelle 16.0]), weshalb die Moleküle nicht mehr miteinander stoßen und sich ungehindert auf geradlinigen Bahnen innerhalb der Strahlrohroberflächen bewegen. Die zur Simulation benötigte Geometrie der Strahlrohrsegmente 1-7 wird durch eine modulartige Zerlegung in die Simulationsroutine integriert. Dies bedeutet, dass zunächst die Geometrie in deren einzelnen Segmente unterteilt und anschließend jedes Segment weiter in dessen geometrische Bestandteile (Module) zerlegt wird. Die grundlegenden Formen der einzelnen Module bilden dabei Zylinder und Kegel, für welche

sich analytisch die Durchstoßpunkte einer Geraden berechnen lassen. In den jeweiligen Modulen wird die Teilchenbahn innerhalb der entsprechenden Modulgeometrie durch die wiederholte Abfolge der Subroutine berechnet, bis das Teilchen die Subgeometrie an den Grenzflächen zu einem benachbarten Modul verlässt. Dort wird die Position und Richtung des Teilchens an den Grenzflächen an das nächste Modul übergeben und mit der Berechnung der Teilchenbewegung fortgefahren. Für die verschiedenen Segmente müssen dementsprechend nur die einzelnen Module, zum Beispiel für die Integration der Bälge, der Lamellen oder der Konen, durch den Aufruf der jeweiligen Subroutine integriert werden. Dieser modulartige Simulationsprozess ist schematisch in einem Programmablaufplan in Abbildung 6.1 dargestellt.

### Adsorptions- und Desorptionsprozess

Neben der Bestimmung des Ortes, an dem ein Teilchen auf die kryogene Oberfläche trifft, spielt die Beschreibung der ablaufenden Adsorptions- und Desorptionsprozesse eine ebenso wichtige Rolle. Diese Prozesse definieren zum einen die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Teilchen adsorbiert wird und zum anderen die Richtung in welche das Teilchen die Oberfläche bei einer diffusen Reflexion beziehungsweise einer Desorption verlässt. Die Implementierung der Prozesse geschieht dabei wie folgt:

- **Adsorption**

Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, wird die Adsorptionswahrscheinlichkeit durch die Oberflächenbedeckung und den Grad der Adsorption beschrieben. Da ein möglicher Dissoziations-Prozess aber nicht ausreichend untersucht ist, um diesen sinnvoll in die Simulation integrieren zu können, muss auf das vereinfachte Modell mit einer Desorption nullter Ordnung zurückgegriffen werden. Dies bedeutet, dass zur Simulation ein sowohl zeitlich als auch räumlich konstanter Stickingkoeffizient  $\alpha_0$  verwendet wird. Dieser kann in der Simulation durch Erzeugung von gleichverteilten Zufallszahlen im Intervall  $[0, 1]$  beschrieben werden, wobei eine Adsorption auftritt, wenn die erzeugte Zufallszahl kleiner als der Stickingkoeffizient ist. Im umgekehrten Fall kommt es zu einer diffusen Reflexion, sodass das Molekül die Migration ohne weitere Verweildauer fortsetzt. Tritt eine Adsorption auf, wird der Zeitpunkt, zu welchem das Molekül die kalte Oberfläche wieder verlässt, mit Hilfe der in den folgenden Abschnitten 6.2.1 und 6.2.2 hergeleiteten Verteilungsfunktionen bestimmt.

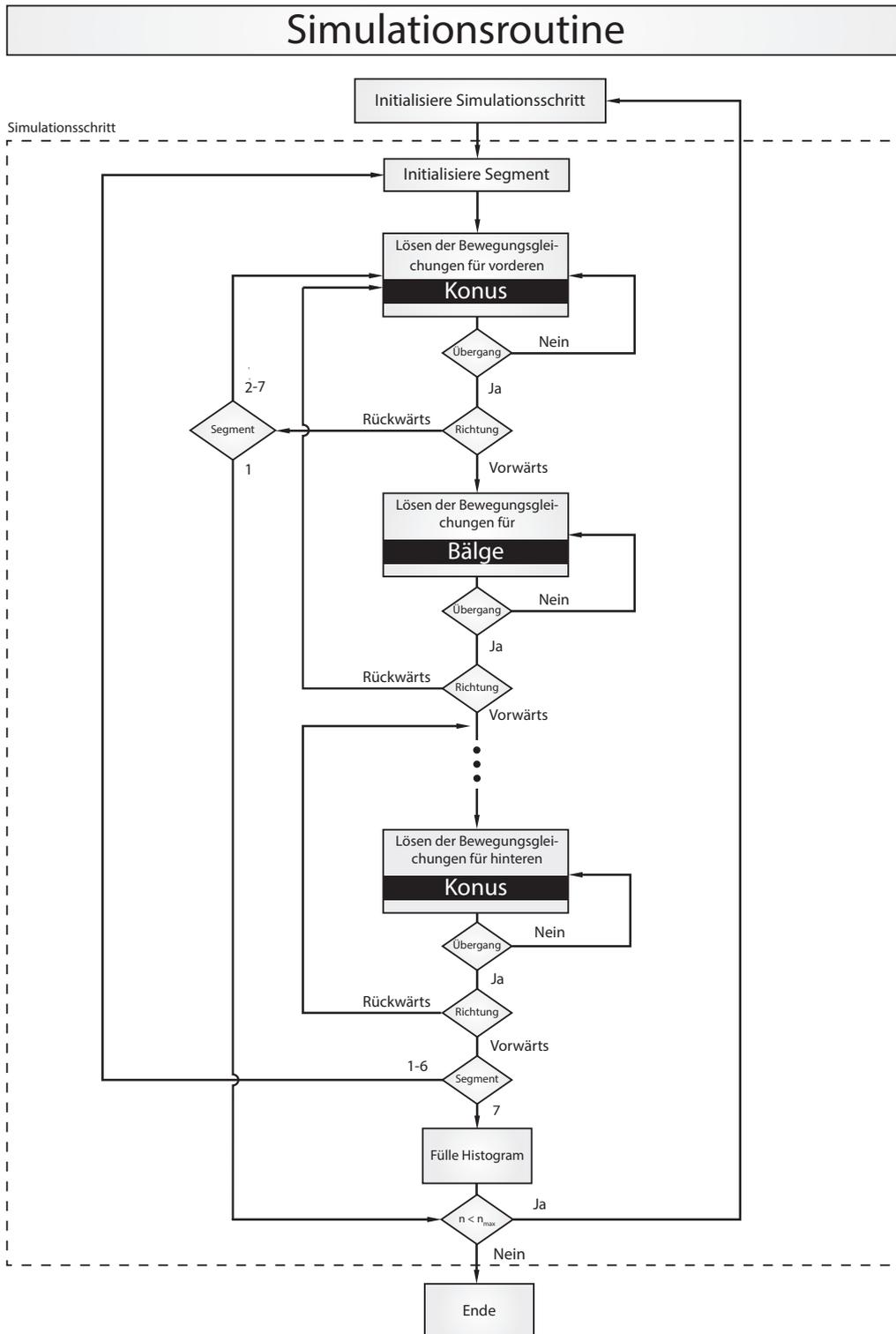
- **Desorption**

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Richtung, in welche ein Teilchen desorbiert oder diffus reflektiert wird, kann durch das in Abschnitt 4.1 erklärte Kosinus-Gesetz beschrieben werden. Für den dort eingeführten Polarwinkel  $\theta$  kann die Verteilungsfunktion

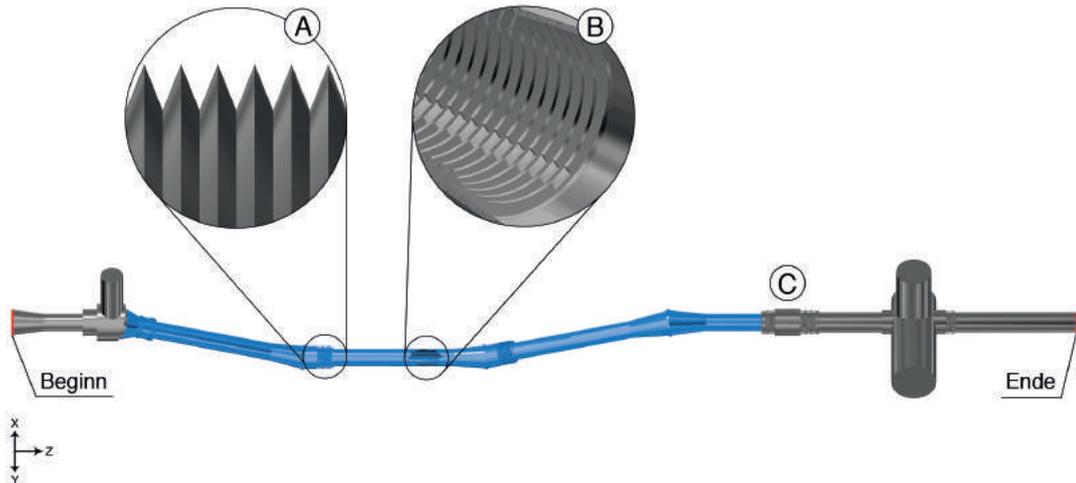
$$g(\theta) = \sin(2\theta) \quad (6.2)$$

abgeleitet werden [Gre02]. Zur Integration dieses Prozesses in das Simulationsprogramm können derart verteilte Zufallszahlen durch die Transformation gleichverteilter Zufallszahlen auf dem Intervall  $[0, 1]$  gemäß

$$\theta = \arcsin(\sqrt{x}) \quad (6.3)$$



**Abbildung 6.1** Programmablaufplan der Simulationsroutine zur Veranschaulichung der modulartigen Implementierung der Strahlrohrgeometrie.



**Abbildung 6.2** Das für die Simulation verwendete Modell wurde dahingehend vereinfacht, dass die Wellbälge an den Verbindungsstücken der einzelnen Segmente durch spitz zulaufende Faltenbälge ersetzt wurden (siehe Detail A). Zudem wurden die Kapillaren des Argon-Einlasssystems aus den Strahlrohrsegmenten entfernt (Detail B) und die Durchführung an den Konen als geschlossen angenommen. Eine weitere Vereinfachung ist die als zylindrisch angenommene innere Geometrie des Kaltventils (Detail C). Da das Kaltventil wegen seiner hohen Temperatur bereits nicht mehr zum Kaltfallenbereich (blau eingefärbt) beiträgt, beeinflusst diese Änderung lediglich den Leitwert, was aber als vernachlässigbar angenommen wird. Der Beginn von Segment 1 sowie das Ende von Segment 7 sind Eingangs- beziehungsweise Endpunkt der Simulation.

gewonnen werden. Der Azimutalwinkel  $\phi$  folgt dabei einer einfachen Gleichverteilung im Intervall  $0 \leq \phi < 2\pi$ , womit die Beschreibung der Desorptionsrichtung durch Kugelkoordinaten möglich ist.

### Temperaturverteilung

Durch die geringe Strahlungsleistung innerhalb des Strahlrohrs besitzen die Lamellen entlang der Azimutalrichtung nur einen vernachlässigbaren Temperaturgradienten. Dies hat den Vorteil, dass auf die Implementierung eines dreidimensionalen Temperaturprofils verzichtet werden kann und für diesen vereinfachten Fall eine Segmentierung der Temperaturverteilung in axialer und azimutaler Richtung genügt.

Zur Integration der Temperaturverteilung in die Simulation wird der Temperaturverlauf auf der äußeren Strahlrohroberfläche in axialer Richtung so aufgeteilt, dass sich Bereiche mit 1 cm Länge ergeben. Um eine etwa 1 cm<sup>2</sup> große Segmentierung im Bereich der Strahlrohrmitte<sup>2</sup> zu erhalten, werden diese in azimutaler Richtung wiederum in 32 Bins unterteilt und die mittlere Temperatur innerhalb dieser Flächen bestimmt. Dies führt für die Strahlrohrsegmente 2-5 zu insgesamt 12249 gleichverteilten Temperaturwerten, die so ein flächendeckendes Temperaturn raster bilden.

<sup>2</sup>Durch den vergrößerten Radius an den Konen ist hier die Fläche der Bins größer, sodass dort ein etwas größerer Fehler durch die gemittelten Temperaturwerte entsteht. Da die Konen aber eine derart hohe Temperatur besitzen, tragen sie kaum zur Rückhaltung des Tritium-Flusses bei und der Fehler wird vernachlässigbar.

Mit dieser gitterartigen Temperaturverteilung lassen sich die in Abschnitt 5.3.3 simulierten Temperaturprofile entlang des Kaltfallenbereichs integrieren, sodass in der Simulation des Tritium-Flusses für jeden Auftreffpunkt eines Moleküls auf die Strahlrohroberfläche die ortsabhängige Temperatur zur Berechnung der Desorptionszeit verwendet werden kann. Durch diese direkte Bestimmung der einzelnen Desorptionszeiten können wichtige Geometrie-Effekte berücksichtigt werden. Zu diesen Effekten zählt zum Beispiel der Beaming-Effekt, durch welchen bestimmte Bereiche des Strahlrohrs bevorzugt getroffen werden. Diese bevorzugten Regionen besitzen einen größeren Einfluss auf den Rückhaltefaktor der CPS als es andere Bereiche vermögen. Eine Mittelung der Temperatur und die Berechnung einer mittleren Desorptionszeit kann diese Effekte ohne eine weitere Gewichtung nicht berücksichtigen, was zu einem größeren Systematischen Fehler der Simulation führen würde.

## 6.2 Wahrscheinlichkeitsdichte der Desorptionszeit

Eine der wichtigsten Größen, die bei der Simulation bestimmt werden muss, ist die Dauer nach der ein adsorbiertes Teilchen wieder desorbiert und den Adsorptionsort verlässt. Für den Fall einer konstanten Temperatur  $T_0$  folgt die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Desorptionszeitpunkts einer Exponentialverteilung, wie bereits in Gleichung 4.3 gezeigt. Da aufgrund der Temperaturschwankungen in Strahlrohrsegment 2 zur Berechnung des Desorptionszeitpunkts nicht einfach vom statischen Fall ausgegangen werden darf, muss hier eine entsprechende Verteilungsfunktion hergeleitet werden, welche diese Fluktuationen berücksichtigt. Wichtig ist dabei, dass die Verteilungsfunktion in geschlossener Form dargestellt werden kann, um diese möglichst effizient in das Simulationsprogramm einbinden zu können.

### 6.2.1 Einfluss zeitlicher Temperaturfluktuationen

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte des Desorptionszeitpunkts wird von einer konstanten Temperatur  $T_0$  ausgegangen, welche durch eine zeitliche Schwankung mit der Frequenz  $f$  und Amplitude  $\Delta T$  gemäß

$$T(t) = T_0 + \Delta T \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \phi) \quad (6.4)$$

moduliert wird.

Zur Berechnung der Desorptionswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt  $t$  muss zunächst die Anzahl der noch nicht desorbierten Moleküle berechnet werden. Diese ergibt sich durch Lösen der Differentialgleichung

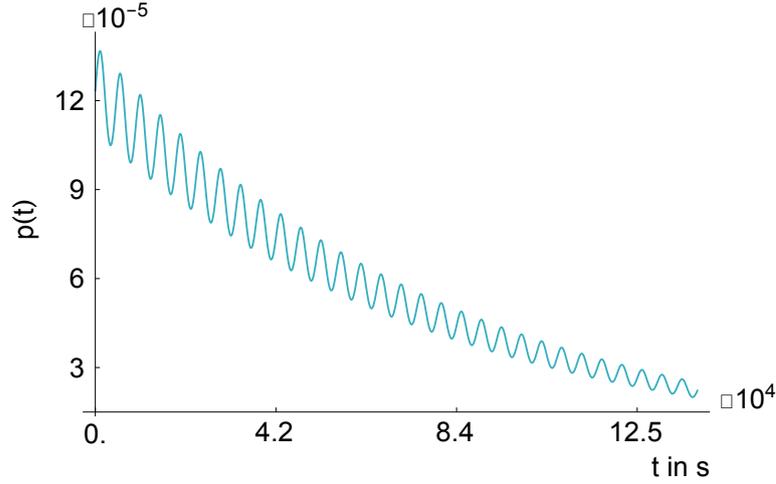
$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau(t)}, \quad (6.5)$$

was nach Trennung der Variablen und Integration zu

$$N(t) = N_0 \cdot \exp\left(-\int_0^t \frac{1}{\tau(t')} dt'\right) \quad (6.6)$$

führt. Die momentane Änderung der Teilchenzahl

$$\dot{N}(t) = \frac{N_0}{\tau(t)} \cdot \exp\left(-\int_0^t \frac{1}{\tau(t')} dt'\right) \quad (6.7)$$



**Abbildung 6.3** Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(t)$  für die Temperaturparameter  $T_0 = 3,5 \text{ K}$ ,  $\Delta T = 0,01 \text{ K}$  und  $f = 0,8 \text{ h}^{-1}$  sowie einer Bindungsenergie von  $E_b = 1200 \text{ J/mol}$ .

ergibt bei Division durch  $N_0$  die Desorptionswahrscheinlichkeit eines einzelnen Teilchens zum Zeitpunkt  $t$

$$\begin{aligned}
 p(t) &= \frac{\dot{N}(t)}{N_0} = \frac{1}{\tau(t)} \cdot \exp\left(-\int_0^t \frac{1}{\tau(t')} dt'\right) \\
 &= \frac{1}{\tau(t')} \cdot \exp\left(-\underbrace{\nu \int_0^t \exp\left(-\frac{E_b}{R \cdot T(t')}\right) dt'}_{:=I(t)}\right) \quad (6.8)
 \end{aligned}$$

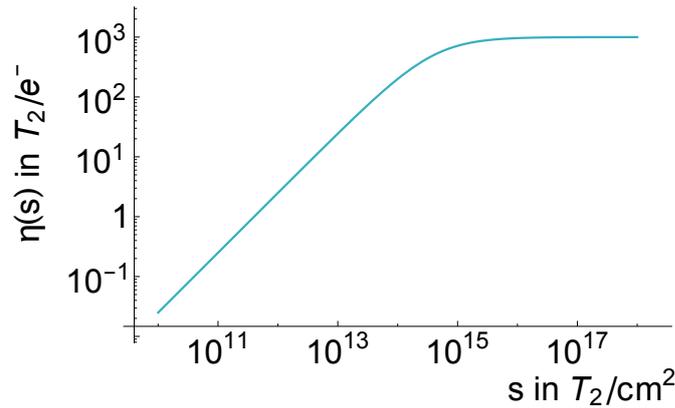
Durch die mit einer Sinusfunktion modulierten Temperatur erhält die im statischen Fall exponentiell abfallende Funktion einen periodisch modulierten Verlauf, was in Abbildung 6.3 zu erkennen ist.

Da das Integral  $I$  innerhalb der äußeren Exponentialfunktion analytisch nicht lösbar ist, wird der Integrand zunächst in eine Reihe um  $\Delta T \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \phi) = 0$  bis zur Ordnung  $\mathcal{O}(\Delta T^2)$  entwickelt und anschließend integriert.

So ergibt sich die Näherung

$$\begin{aligned}
 I(t) \approx \frac{1}{16\pi f R^2 T^4} \exp\left(-\frac{E_b}{RT}\right) &\left[ 4\pi f t \left( 4R^2 T^4 + \Delta T^2 E_b (E_b - 2RT) \right) \right. \\
 &+ \Delta T E_b \left( \Delta T (E_b - 2RT) \sin(2\phi) \right. \\
 &+ 16RT^2 \sin(\pi f t) \sin(\pi f t + \phi) \\
 &\left. \left. - \Delta T (E_b - 2RT) \sin(4\pi f t + 2\phi) \right) \right], \quad (6.9)
 \end{aligned}$$

wobei hier zur übersichtlicheren Darstellung die Notation  $T = T(t)$  verwendet wurde.



**Abbildung 6.4** Graphische Darstellung der Anzahl von desorbierten Tritium-Molekülen bei einem radioaktiven Zerfall. Deutlich ist das Erreichen eines Grenzwerts oberhalb einer Oberflächenbedeckung von  $s \approx 10^{15} \text{ T}_2/\text{cm}^2$  zu erkennen, da ab diesem Punkt die deponierte Energie des Zerfalls das Maximum an Desorptionsprozessen erreicht. Unterhalb dieses Punkts werden nur die Tritium-Moleküle innerhalb des Wechselwirkungsbereichs des Zerfalls desorbiert, was die Bedeckungsabhängigkeit bedingt. Abbildung nach [Mal08].

### 6.2.2 Einfluss radioaktiver Adsorbate

Werden bei der Kryosorption radioaktive Gase adsorbiert, kann es durch den radioaktiven Zerfall des Adsorbats zu einer induzierten Desorption kommen. Durch den lokalen Energieeintrag der  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Teilchen in das Adsorbens wird aber nicht nur das zerfallene Molekül selbst desorbiert, sondern es können auch eine gewisse Anzahl der umliegenden Moleküle ausgelöst werden. Das Verhältnis an so desorbierten  $\text{T}_2$ -Molekülen je  $\beta$ -Zerfall  $\eta(s)$  kann in Abhängigkeit der Oberflächenbedeckung  $s$  für das Adsorbat-Adsorbens System  $\text{T}_2$ -Ar durch die Funktion

$$\eta(s) = \eta_{\max} \cdot \frac{s}{s + s_m} \quad (6.10)$$

beschrieben werden [Mal08]. Hier stellt  $\eta_{\max} = 10^3 \text{ T}_2/\text{Zerfall}$  die Obergrenze von  $\eta(s)$  und  $s_m \approx 4 \cdot 10^{14} \text{ T}_2/\text{cm}^2$  das Ende des in Abbildung 6.4 erkennbaren, linearen Wachstums dar.

Es befinden sich somit  $\eta(s)$  Moleküle innerhalb eines Wechselwirkungsbereiches in welchem der Zerfall eines beliebigen T-Atoms zur Desorption der darin adsorbierten Moleküle führt. Da zur Bestimmung der Aktivität innerhalb des Wechselwirkungsbereichs die Zusammensetzung der Moleküle wichtig ist, wird der Parameter  $\sigma$  eingeführt, der die Anzahl an T-Atomen pro Molekül beschreibt. Er ist  $\sigma = 1$  für reines HT-Gas sowie  $\sigma = 2$  für  $\text{T}_2$ , kann aber auch Dezimalwerte für ein beliebiges Gasgemisch dieser Isotopologe annehmen. Aus der Aktivität  $A = \eta(s) \cdot \lambda$  erhält man somit für die Bilanzgleichung

$$\frac{dN}{dt} = -N \cdot \left( \frac{1}{\tau(t)} + \eta(s) \cdot \lambda \right) \quad (6.11)$$

einen weiteren Term, der die Möglichkeit zur radioaktiven Desorption entweder durch den Zerfall des Moleküls selbst oder eines der umliegenden Moleküle beschreibt. Analog

zu Gleichung 6.8 ergibt sich daraus die Desorptionswahrscheinlichkeit

$$p(t) = \left( \frac{1}{\tau(t)} + \sigma \cdot \eta(s) \cdot \lambda \right) \cdot \exp \left( - \int_0^t \frac{1}{\tau(t')} dt' - \sigma \cdot \eta(s) \cdot \lambda \cdot t \right). \quad (6.12)$$

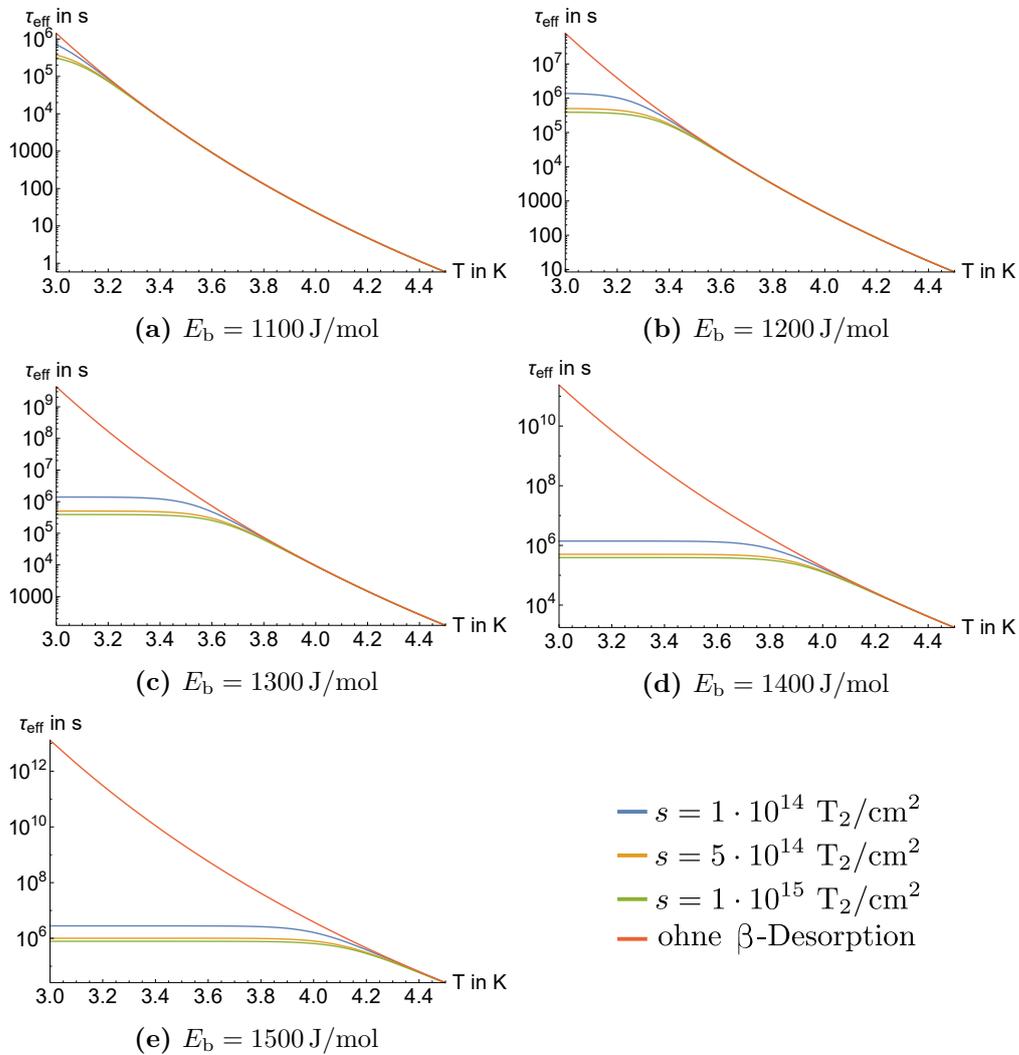
Für den Fall einer konstanten Temperatur vereinfacht sich Gleichung 6.12 zu

$$p(t) = \left( \frac{1}{\tau} + \sigma \cdot \eta(s) \cdot \lambda \right) \cdot \exp \left( - \left( \frac{1}{\tau} + \sigma \cdot \eta(s) \cdot \lambda \right) \cdot t \right) = \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} \cdot \exp \left( - \frac{t}{\tau_{\text{eff}}} \right) \quad (6.13)$$

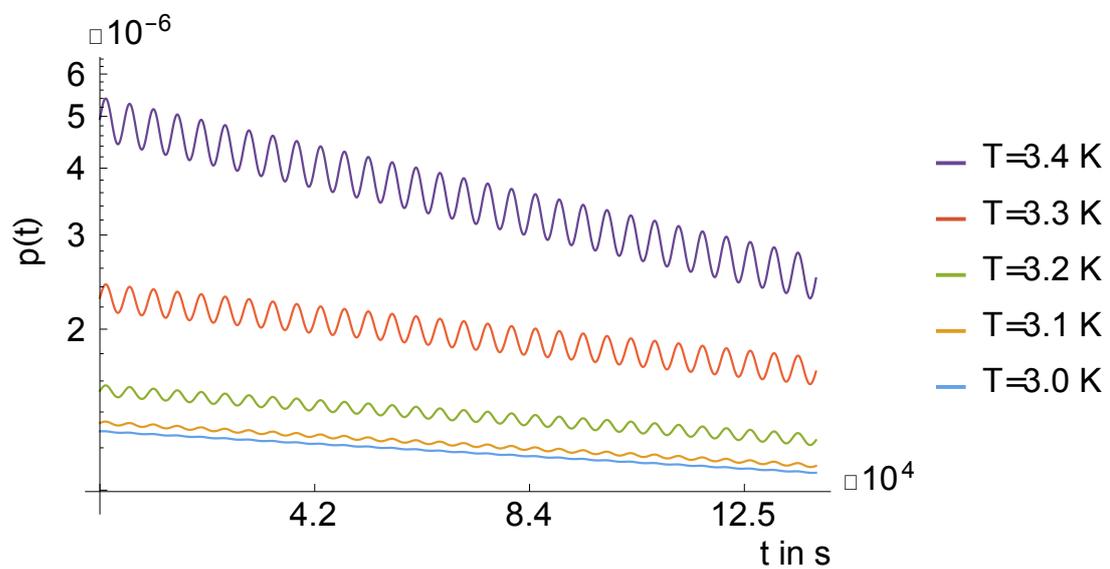
mit der neuen effektiven Zeitkonstante

$$\tau_{\text{eff}} = \left( \frac{1}{\tau} + \sigma \cdot \eta(s) \cdot \lambda \right)^{-1}. \quad (6.14)$$

Durch die zusätzliche Möglichkeit der Desorption durch einen radioaktiven Zerfall wird die neue Zeitkonstante  $\tau_{\text{eff}}$  verringert, was eine Verschlechterung des Reduktionsfaktors mit sich bringt. Zur Veranschaulichung der Auswirkungen ist der Verlauf von  $\tau_{\text{eff}}$  in Abhängigkeit von der Temperatur, Bindungsenergie und Oberflächenbelegung in Abbildung 6.5 dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass bei großen Bindungsenergien ( $E_b \geq 1200 \text{ J/mol}$ ) und niedrigen Temperaturen ( $T < 3,5 \text{ K}$ ) die Desorptionszeit bereits durch den radioaktiven Zerfall dominiert wird und sich  $\tau$  sowie  $\tau_{\text{eff}}$  um mehrere Größenordnungen unterscheiden. In diesem Bereich führt ein stärkeres Abkühlen zu keiner weiteren Verbesserung des Rückhaltefaktors, wenn von einer homogenen Temperaturverteilung ausgegangen wird. Da in diesem Bereich Temperaturveränderungen keinen Einfluss auf die Desorptionszeit besitzen, verlieren dort auch die in Abschnitt 5.2 untersuchten Temperaturschwankungen an Einfluss. Dieser Effekt ist auch in Abbildung 6.6 zu erkennen, welche den Verlauf der Desorptionswahrscheinlichkeit aus Gleichung 6.12 für verschiedene Oberflächenbelegungen  $s$  und Temperaturen zeigt. Die periodischen Modulationen, wie sie in Abbildung 6.3 zu erkennen sind, werden hier bei niedrigen Temperaturen erkennbar schwächer.



**Abbildung 6.5** Verlauf der effektiven Desorptionszeit  $\tau_{\text{eff}}$  in Abhängigkeit der Oberflächenbedeckung  $s$  und der Temperatur  $T$  für verschiedene Bindungsenergien unter der Annahme von reinem Tritium ( $\sigma = 2$ ). Bei großen Bindungsenergien und Temperaturen im Bereich  $T < 3,5 \text{ K}$  (Abbildung **d** und **e**) ist die Desorptionszeit sehr stark limitiert durch den radioaktiven Zerfall und die damit einhergehende Desorption. Hier bringt eine Absenkung der Temperatur keine signifikante Verbesserung des Reduktionsfaktors mehr mit sich.



**Abbildung 6.6** Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(s, T, t)$  für  $\Delta T = 0,01$  K und  $f = 0,8$  h $^{-1}$  sowie einer Bindungsenergie von  $E_b = 1200$  J/(mol  $\cdot$  K). Deutlich zu erkennen ist eine Abnahme der periodischen Schwankungen mit abnehmender Temperatur, da hier die Desorptionswahrscheinlichkeit durch den radioaktiven Zerfall des Tritiums dominiert wird.

### 6.3 Simulation der Tritium-Migration entlang der CPS-Kaltfalle

Das in Abschnitt 6.1 vorgestellte Simulationsprogramm bietet nicht nur die Möglichkeit zur Simulation der Unterdrückung des eintretenden Tritium-Flusses, viel mehr kann auch die räumliche Migration des Tritiums innerhalb der einzelnen Strahlrohrsegmente simuliert werden. Die damit bestimmbaren orts- und zeitabhängigen Oberflächenbedeckungen sind nach Gleichung 6.10 essenziell bei der Simulation des Reduktionsfaktors unter dem Einfluss der Radioaktivität.

Daher wird zunächst in Abschnitt 6.3.1 die Simulation der Oberflächenbedeckung diskutiert, bevor in den folgenden Abschnitten 6.3.2 und 6.3.4 die Einflüsse der thermischen Eigenschaften der Kaltfalle und der Radioaktivität auf die Leistung der CPS untersucht werden.

Weil auch in diesem Fall die Simulationsparameter nicht eindeutig bestimmbar sind, werden die in Tabelle F.3 dargestellten Simulationsreihen durchgeführt und so der Unterdrückungsfaktor für insgesamt 42 verschiedene Szenarien bestimmt. Die einzelnen Simulationsreihen unterscheiden sich dabei anhand der Temperaturverteilung, der verwendeten Bindungsenergien und der Aktivität innerhalb des Argon-Frosts, was eine detaillierte Untersuchung der jeweiligen Einflüsse erlaubt.

Da alle Simulationsreihen sowohl mit als auch ohne den Einfluss der radioaktiven Desorption simuliert werden, dienen die gewonnenen Daten auch für eine Verwendung von inaktivem Deuterium, welches bei ersten Testmessungen zum Einsatz kommen wird.

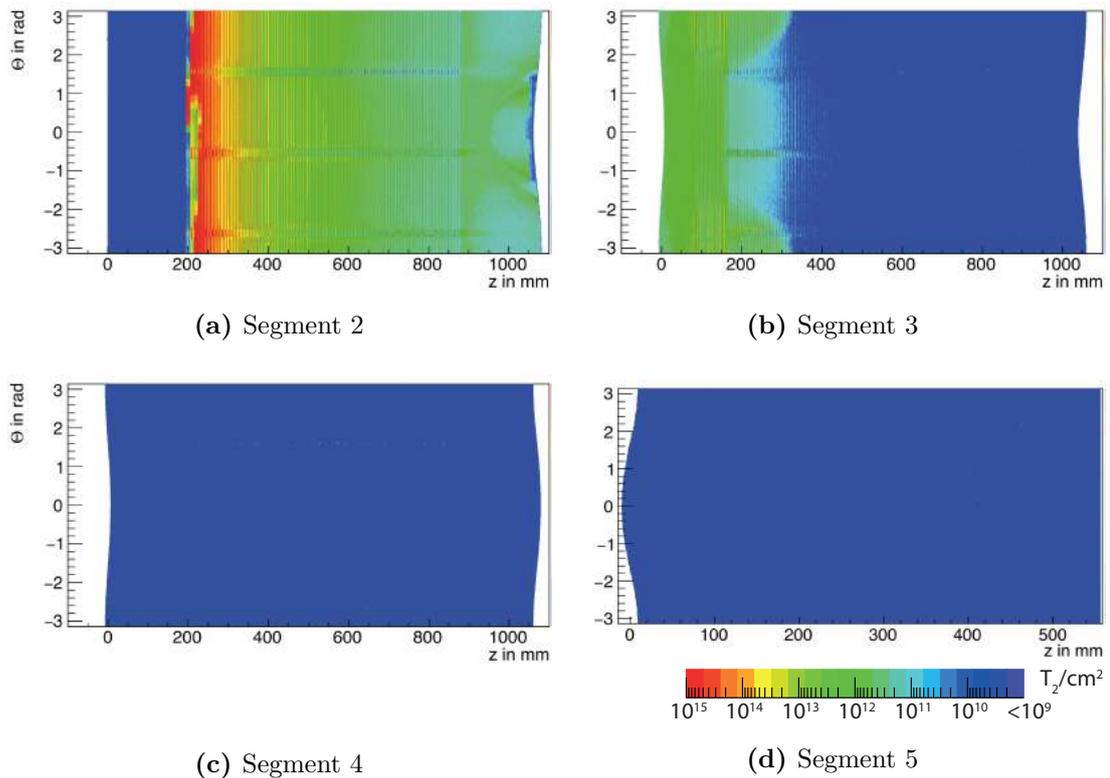
#### 6.3.1 Simulation der Oberflächenbedeckung

Zur Bestimmung der Oberflächenbedeckung während einer Messperiode von 60 Tagen werden die einzelnen Teilchenbewegungen innerhalb des Simulationsprogramms verfolgt und deren Position zu verschiedenen Zeitpunkten in ein zweidimensionales Histogramm eingetragen. Durch die Anzahl der simulierten Moleküle innerhalb eines Bins lässt sich die Oberflächenbedeckung an dieser Stelle bestimmen.

Wie sich zeigt, besitzen die zwei grundsätzlich unterschiedlichen Temperaturprofile (homogen und inhomogen) auch sehr stark voneinander abweichende Oberflächenbedeckungen. Der beispielhaft für die Bindungsenergie von  $E_b = 1200 \text{ J/mol}$  dargestellte Verlauf der Oberflächenbedeckung für den Fall des homogenen Temperaturverlaufs zeigt bereits in Segment 2 einen nahezu exponentiellen Abfall der Oberflächenbedeckung um über drei Größenordnungen. Dieser rasche Abfall wird zu Beginn des Strahlrohrsegments 3 merklich durch die Auswirkungen des Beaming-Effekts unterbrochen, sodass dort erneut ein leichter Anstieg der Oberflächenbedeckung existiert.

Die in Abbildung 6.7b zu erkennenden halbkreisartigen Strukturen entstehen dabei durch die Verkippung der Strahlrohre zueinander, weshalb dort alle die Moleküle auftreten, welche sich in Segment 2 völlig oder nahezu parallel zur Strahlrohrachse bewegen. Da das Strahlrohrsegment 2 um  $15^\circ$  in negative X-Richtung gedreht ist und Segment 3 parallel zur Z-Achse des KATRIN-Koordinatensystems ist, treffen die Teilchen dort bevorzugt auf die Stellen mit  $\theta \approx \pm\pi$  (bezogen auf die positive X-Achse).

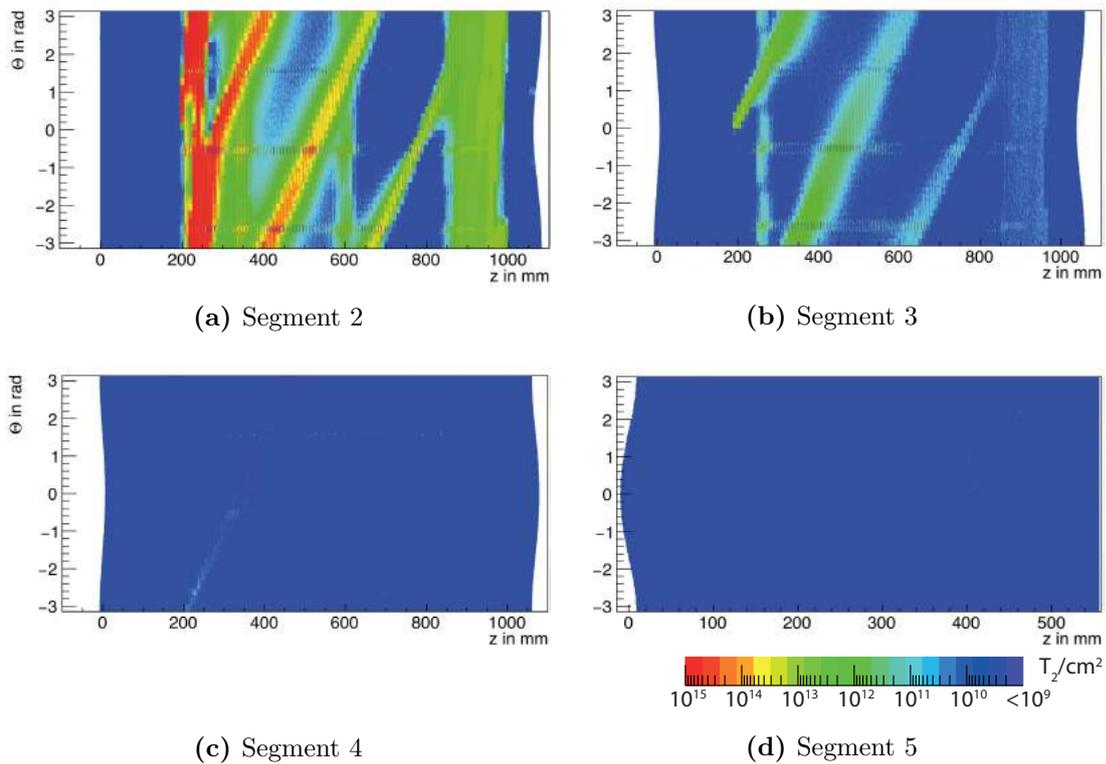
Für die nachfolgenden Segmente 4 und 5 kann aufgrund des raschen Abfalls der Oberflächenbedeckung keine detaillierter Verlauf mehr simuliert werden, da hierfür ein zu großer Simulationsaufwand nötig wäre. Dort lässt sich selbst bei Simulation von 50 Milliarden Molekülen lediglich eine obere Grenze von  $s_{\max} = 5,86 \cdot 10^9 \text{ T}_2/\text{cm}^2$  festlegen.



**Abbildung 6.7** Simulierte Oberflächenbedeckung in Segment 2-5 zum Zeitpunkt von 60 Tagen für eine homogene Temperatur der Kaltfalle (Simulation #1). Zu Beginn von Segment 3 sind sehr deutlich die Auswirkungen des Beaming-Effekts zu erkennen. Für die Strahlrohrsegmente 4 und 5 lassen sich in diesem Fall nur obergrenzen für die Bedeckung simulieren. Der Winkel  $\theta$  bezieht sich aufsteigend zur positiven X-Achse.

Bei der Simulation der Oberflächenbedeckung für den Fall der inhomogenen Temperaturverteilung zeigt sich eine ebenso inhomogene Oberflächenbedeckung. Wie in Abbildung 6.8 zu erkennen ist, bilden sich Strukturen aus, die dem Verlauf der Kühlschlangen entsprechen, da die Teilchen an den weniger kalten Stellen schneller desorbieren und dann sukzessive auf die kälteren Stellen migrieren und dort länger als an den warmen Stellen verweilen. Dieser Migrationseffekt lässt sich auch in der Verteilungsfunktion der Oberflächenbedeckung in Abbildung 6.9 erkennen. Dort bilden sich im Gegensatz zur homogenen Temperaturverteilung ausgezeichnete Spitzen aus. Solche Teilchenansammlungen bei hohen Oberflächenbedeckungen bringen speziell unter dem Einfluss der radioaktiven Desorption einen Verschlechterung der Pumpleistung mit sich, da nach Gleichung 6.10 in solchen Bereichen mehr Moleküle durch einen radioaktiven Zerfall desorbiert werden, als in Bereichen mit niedriger Oberflächenbedeckung.

Obwohl die inhomogene Temperaturverteilung zu einer deutlich schnelleren Migration durch die Kaltfalle führt, sind auch in diesem Fall bei 50 Milliarden Simulationen in Segment 4 und 5 keine detaillierten Verteilungen zu erhalten. Mit einer deutlich höheren Statistik wäre aber eine Verteilung ähnlich wie in den Graphiken von Anhang G zu erwarten. Dennoch lässt sich in Abbildung 6.10a anhand der vereinzelt auftretenden Einträge in den Histogrammen für Segment 4-5 zeigen, dass die mittlere Oberflächenbedeckung weiterhin einem exponentiellen Abfall folgt.



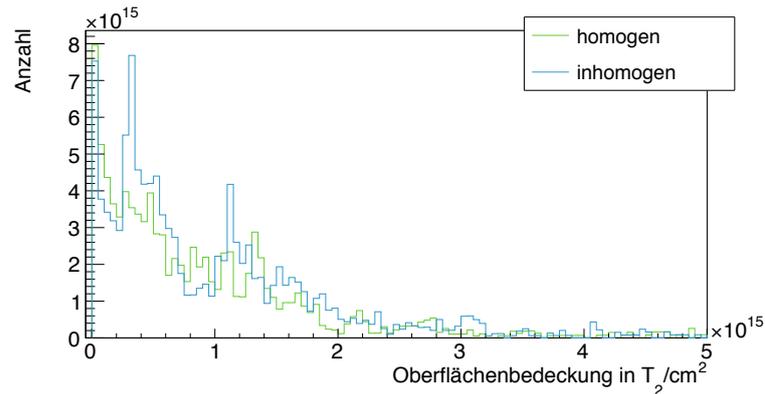
**Abbildung 6.8** Simulierte Oberflächenbedeckung in Segment 2-5 zum Zeitpunkt von 60 Tagen für die Simulation #11. Wie zu erkennen ist, existieren starke Inhomogenitäten innerhalb der einzelnen Segmente, welche durch die Temperaturinhomogenität erzeugt werden. Durch den exponentiellen Abfall der Oberflächenbedeckung entlang der Strahlachse kann für Segment 5 nur eine obere Grenze simuliert werden.

Anhand der simulierten Oberflächenbedeckungen lässt sich auch die am Ende einer Messperiode von 60 Tagen erreichte Aktivität in der CPS bestimmen. Die Simulationen ergeben bei einer Bindungsenergie von  $E_b = 1200 \text{ J/mol}$  eine Aktivität von

$$A_{\text{CPS}}(60 \text{ d}) = 0,034 \text{ Ci} , \quad (6.15)$$

wobei angenommen wurde, dass reines Tritium adsorbiert wird ( $\sigma = 2$ ). Für die Annahme von HT halbiert sich dieser Wert aufgrund der lediglich halb so großen Aktivität des Moleküls. Diese Aktivität sowie die Werte aus den weiteren Simulationen (siehe Tabelle 6.1) liegen damit weit unterhalb der maximal geplanten Obergrenze von  $A_{\text{max}} = 1 \text{ Ci}$ . Diese Abweichung ist in der Tatsache begründet, dass eine große Anzahl der Moleküle nach einer kürzeren Migration innerhalb der Kaltfalle die CPS wieder rückseitig in Richtung der DPS verlassen. In diesem Fall wurde davon ausgegangen, dass diese Moleküle vollständig von den Turbomolekularpumpen der DPS abgepumpt werden. Da dieser Idealfall mit Sicherheit nicht dem Realfall entspricht, stellt das Ergebnis eine untere Grenze dar. Der tatsächliche Wert befindet sich zwischen  $A_{\text{max}}$  und den simulierten Werten.

Die Integration der Oberflächenbedeckung in das Simulationsprogramm soll anhand eines vereinfachten Modells geschehen, bei dem die mittlere Oberflächenbedeckung aus der Verteilung eines jeden Segments bestimmt wird. Dieser Wert wird sowohl zeitlich



**Abbildung 6.9** Verteilung der Oberflächenbedeckung in Strahlrohrsegment 2 nach einer Pumpdauer von 60 Tagen für den Fall einer homogenen Temperaturverteilung und für den inhomogenen Fall (Simulation #1 beziehungsweise #11). Wie zu erkennen ist, sind bei der inhomogenen Temperaturverteilung ausgezeichnete Spitzen bei  $3,5 \cdot 10^{14} \text{ T}_2/\text{cm}^2$  sowie  $1,1 \cdot 10^{15} \text{ T}_2/\text{cm}^2$  zu erkennen, was aus der Migration der Teilchen von den wärmeren auf die kälteren Bereiche folgt.

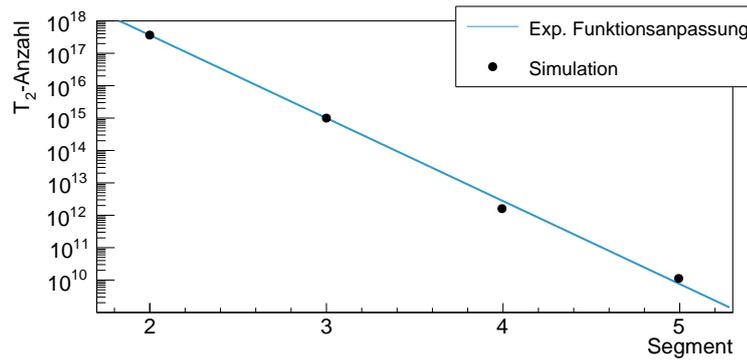
als auch räumlich als konstant angenommen. Um die maximalen Auswirkungen auf den Reduktionsfaktor zu erhalten, wird als Wert die Oberflächenbedeckung zum Zeitpunkt von 60 Tagen gewählt. Da die mittleren Oberflächenbedeckungen zu früheren Zeitpunkten geringer sind, stellt die Simulation mit diesen Werten ein konservatives Ergebnis dar.

Die gemittelten Oberflächenbedeckungen für die Verteilung aus Abbildung 6.8 sind in Abbildung 6.10 dargestellt, wobei sich zeigt, dass der Wert für Segment 5 durch die zu geringe Statistik etwas zu groß ist. Da es sich aber lediglich um Oberflächenbedeckungen im Bereich von  $10^{10} \text{ T}_2/\text{cm}^2$  handelt, ist nach Abbildung 6.4 der Koeffizient  $\eta(s)$  und somit der resultierende Fehler vernachlässigbar klein.

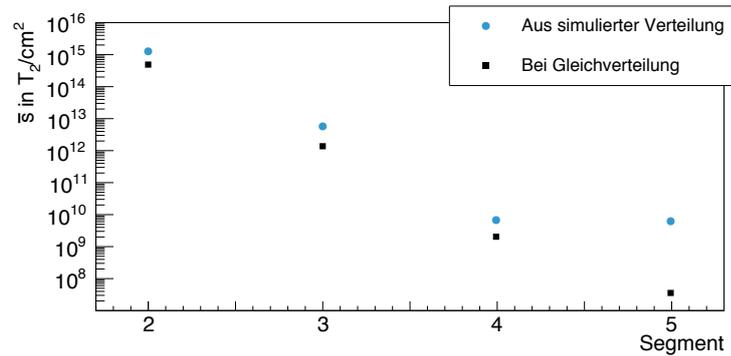
### 6.3.2 Bestimmung des Rückhaltefaktors anhand der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationsdauer

Um die gewünschten Werte für den Rückhaltefaktor der CPS aus den Simulationsergebnissen zu erhalten, muss zunächst die simulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationszeit durch die gesamte Strahlrohrgeometrie der CPS analysiert werden. Die beispielhaft in Abbildung 6.11 dargestellte Verteilung der Migrationszeit besitzt eine charakteristische Form, welche zunächst einen sehr schnellen monotonen Anstieg bis zu einem globalen Maximum der Verteilung zeigt. Nach Erreichen dieses Maximums fällt die Wahrscheinlichkeitsverteilung wieder mit einem nahezu gaußförmigen Ausläufer ab. Der Verlauf im hinteren Teil der Verteilung ist dabei durch die große Anzahl an über 2000 Adsorptionen dem Zentralen Grenzwertsatz (siehe zum Beispiel [Fis10]) unterlegen, woraus sich die Gaußverteilung des rechtsseitigen Abfalls ergibt.

Für die meisten Szenarien, bei denen eine Reduktion um mindestens sieben Größenordnungen erreicht wird, ist aber nur der linksseitige Ausläufer der Verteilungsfunktion von Interesse, da alle weiteren Bereiche weit oberhalb der geplanten Betriebsdauer von 60 Tagen ( $\cong 5,184 \cdot 10^6 \text{ s}$ ) während einer einzelnen Messung sind. Zur Simulation eines großen Reduktionsfaktors, muss hier zur Optimierung der Simulationsdauer der Verlauf des linksseitigen Ausläufers der Verteilung durch eine Funktionsanpassung gewonnen werden.



(a)



(b)

**Abbildung 6.10** Anzahl der Tritium-Moleküle innerhalb der Segmente 2-5 (a) und die daraus folgenden mittleren Oberflächenbedeckungen (b) nach einer Pumpdauer von 60 Tagen für Simulation #13. Hierbei besteht ein deutlicher Unterschied, ob die Daten direkt aus der simulierten Verteilung oder unter Annahme einer Gleichverteilung aus der Anzahl der Histogramm-Einträge bestimmt wird. Aufgrund des exponentiellen Abfalls kann für die mittlere Oberflächenbedeckung in Segment 5 nur eine obere Grenze bestimmt werden, die merklich zu hoch ist.

Wie Abbildung 6.12 zeigt, eignet sich zur Funktionsanpassung an den linksseitigen Ausläufer eine Landau-Verteilung der Form

$$m(t) = a \cdot \text{Landau}(\mu, c) , \quad (6.16)$$

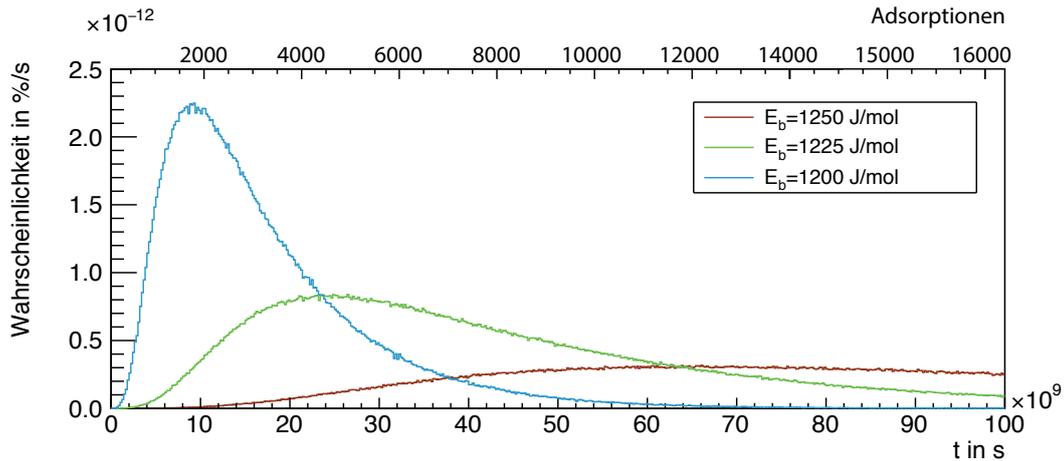
wobei hier der Parameter  $\mu$  die Lage und  $c$  die Breite der Verteilung beschreibt. Der Parameter  $a$  definiert die Höhe der Verteilung.

Mit dieser durchgeführten Funktionsanpassung kann der äußerst wichtige Anfangsbereich der Verteilung extrapoliert werden und ausgehend davon, wie im Folgenden beschrieben, der Teilchenfluss und der Reduktionsfaktor berechnet werden.

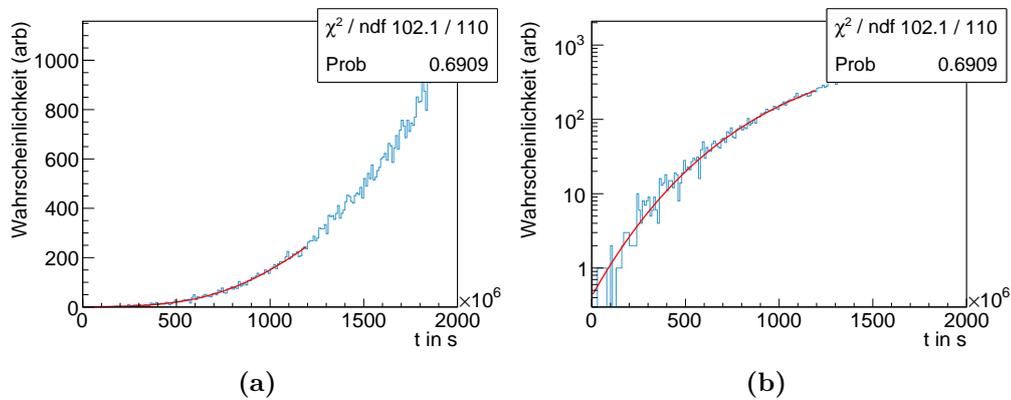
Der am Ende der CPS austretende Fluss  $\Phi_{\text{CPS/PS}}(t)$  ist über den Reduktionsfaktor mit dem eintreten Fluss  $\Phi_{\text{DPS/CPS}}$  verknüpft, sodass sich zu dessen Bestimmung die Beziehung

$$R(t) = \frac{\Phi_{\text{DPS/CPS}}}{\Phi_{\text{CPS/PS}}(t)} \quad (6.17)$$

ergibt. Um den Reduktionsfaktor zu bestimmen, muss daher zunächst der austretende



**Abbildung 6.11** Wahrscheinlichkeitsverteilung der Migrationsdauer durch die gesamte Strahlrohrgeometrie der CPS bei verschiedenen Bindungsenergien für die Temperaturverteilung aus Abbildung 5.9. Mit zunehmender Bindungsenergie verschiebt sich das Maximum zu größeren Werten und die Breite der Verteilung nimmt zu, was zu einer Abnahme der Höhe führt. Die Verteilungsfunktion kann auch in guter Näherung über die Anzahl an Adsorptionen aufgetragen werden. Die obere Skala ist hier gültig für die Verteilung bei  $E_b = 1200 \text{ J/mol}$ . Die Verteilungsfunktion ist nicht normiert, da unter der Annahme einer vollständigen Eliminierung der rückseitig austretenden Moleküle lediglich 0,04 % der eintreffenden Teilchen die CPS in Richtung des Vorspektrometers verlassen.



**Abbildung 6.12** Anpassung einer Landauverteilung an den linksseitigen Ausläufer der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Migrationsdauer durch die gesamte Strahlrohrgeometrie der CPS in normaler (a) und logarithmischer Darstellung (b) zur bessern Übersicht. Der gesamte Verlauf der simulierten Verteilung ist in Abbildung 6.11 gezeigt.

Fluss anhand der Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnet werden. Aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Migrationsdauer eines einzelnen Moleküls erhält man für ein Ensemble an  $N$  eintretenden Molekülen die zum Zeitpunkt  $\tilde{t}$  austretende Teilchenmenge

$$M(\tilde{t}) = N \cdot m(\tilde{t}) . \quad (6.18)$$

Da zwischen dem Startzeitpunkt  $t_0 = 0$  und dem Zeitpunkt  $t$ , an welchem der austretende

Teilchenfluss bestimmt werden soll, zu jeder Zeit ein konstanter Fluss von  $\Phi_{\text{DPS/CPS}} = 1 \cdot 10^{12} \text{ T}_2/\text{s}$  in die CPS eintritt, ergibt sich der gesamte austretende Fluss zum Zeitpunkt  $t$  aus dem Integral

$$\Phi_{\text{CPS/PS}}(t) = \Phi_{\text{DPS/CPS}} \int_{t_0}^t m(t') dt' . \quad (6.19)$$

Der ebenfalls zeitabhängige Reduktionsfaktor  $R(t)$  lässt sich anschließend durch Gleichung 6.17 und 6.19 als den Kehrwert des Integrals der Verteilungsfunktion  $m(t)$

$$R(t) = \left( \int_{t_0}^t m(t') dt' \right)^{-1} \quad (6.20)$$

identifizieren.

Wie bereits in Abschnitt 6.1 angesprochen, ist die simulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung nicht normiert, was durch die Abbruchbedingung eines rückseitigen Austritts aus Segment 1 bedingt ist. Diese Bedingung führt bei Betrachtung der gesamten Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einer geometriebedingten Reduktion des Tritium-Flusses um den Faktor 2500, wobei hier von dem Idealfall ausgegangen wird, dass alle in die DPS zurückgeführten Teilchen vollständig von den dort angebrachten Turbomolekularpumpen abgepumpt werden.

Diese geometriebedingte Reduktion ist dabei vollständig unabhängig von der Wahl der Bindungsenergie, der Temperatur oder des Stickingkoeffizienten. Hier ist jedoch anzumerken, dass diese geometriebedingte Reduktion nur bei der Simulation kleiner Reduktionsfaktoren eine Auswirkung besitzt. Trotz einer überschätzten Pumpwahrscheinlichkeit durch die Turbomolekularpumpen der DPS bei einem rückseitigen Austritt der Moleküle, hat dies nur geringe Auswirkungen auf die Simulation des Reduktionsfaktor für Unterdrückungen von mehr als sieben Größenordnungen. Dies liegt daran, dass im Fall von sehr langen Adsorptionszeiten nur die Moleküle die CPS innerhalb der 60 Tage in Richtung des Vorspektrometers verlassen, welche eine sehr geringe Anzahl an Adsorptionen zur Transmission der Strahlrohrgeometrie benötigen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Molekül in die Kaltfalle eintritt, dort für eine gewisse Zeit adsorbiert ist und nach einem anschließenden rückseitigen Wiederaustritt die CPS innerhalb der restlichen verbleibenden Zeit bis zur Regeneration nach einem erneuten Eintritt durchquert, ist sehr gering. Daher ist die Annahme, dass die Moleküle bei einem rückseitigen Austritt vollständig abgepumpt werden, gerechtfertigt. Lediglich der Verlauf der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Bereich des Maximums und des rechtsseitigen Ausläufer ist durch diesen Effekt betroffen, nicht aber die linksseitigen Ausläufer, die zur Bestimmung der Reduktion relevant sind.

### 6.3.3 Beeinflussung des Reduktionsfaktors durch die thermischen Eigenschaften der CPS Kaltfalle

Wie die in Kapitel 5 beschriebenen Messungen und Simulationen zeigen, wird die Temperaturstabilität der Kaltfalle auf verschiedene Art beeinflusst. Zum einen existieren große ortsabhängige Temperaturinhomogenitäten entlang der Kaltfalle und zum anderen treten geringe systematische zeitliche Temperaturschwankungen der Strahlrohrtemperatur in Segment 2 auf. Da diese Temperaturschwankungen mit einer Amplitude von  $\Delta T = 0,01 \text{ K}$  nur sehr gering ausfallen, sollen die ebenfalls gering zu erwartenden Auswirkungen zu Beginn dieses Abschnitts untersucht werden, bevor dann der Fokus auf den weitaus größeren Auswirkungen der inhomogenen Temperaturverteilung liegt.

Die in Abschnitt 5.2 bestimmten Temperaturschwankungen in Segment 2 besitzen besonders für kleine Bindungsenergien und tiefe Temperaturen den größten Einfluss auf den Rückhaltefaktor. Aus diesem Grund wird zur Abschätzung des maximalen Leistungsverlust eine Simulation unter Verwendung des homogenen Temperaturprofil bei einer Kühlschlagentemperatur von 3 K und einer Bindungsenergie von  $E_b = 1200 \text{ J/mol}$  durchgeführt und die Ergebnisse mit und ohne den systematischen Temperaturschwankungen in Segment 2 miteinander verglichen. Dazu wird die konservative Annahme getroffen, dass sich die Temperaturschwankungen ( $\Delta T = 0,01 \text{ K}$ ,  $f = 0,8 \text{ h}^{-1}$ ) innerhalb des Strahlrohrsegments 2 überall gleich stark auswirken. Trotz der konservativen Annahme zeigen die Simulationsergebnisse in Tabelle 6.1 lediglich eine Abweichung von weniger als einer halben Größenordnung, was im Bezug auf die im Folgenden beschriebenen Verschlechterung durch das inhomogene Temperaturprofil nur eine untergeordnete Rolle spielt. Um diesen Fehler dennoch nicht zu vernachlässigen werden die Temperaturschwankungen in allen folgenden Simulationen integriert.

Die Simulationen der Kaltfalle mit einer nahezu homogenen Temperaturverteilung und ohne den Einfluss der Radioaktivität zeigen, dass die geforderte Unterdrückung des Tritium-Flusses von mindestens  $10^7$  deutlich übertroffen wird. Die Ergebnisse liegen dabei mit

$$\begin{aligned} R_{\#1}(E_b = 1200 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (7,5 \pm 2,2) \cdot 10^{12} \\ R_{\#7}(E_b = 1400 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (2,8 \pm 0,7) \cdot 10^{16} \end{aligned} \quad (6.21)$$

zwischen fünf bis neun Größenordnungen oberhalb der Spezifikation.

Für die inhomogene Temperaturverteilung aus Abbildung 5.9, bei der lediglich 27 % der inneren Oberfläche unterhalb einer Temperatur von 3,5 K liegen, ergibt sich im Vergleich zum homogenen Szenario eine deutliche Verschlechterung der Pumpleistung. In diesem Fall beträgt der Reduktionsfaktor

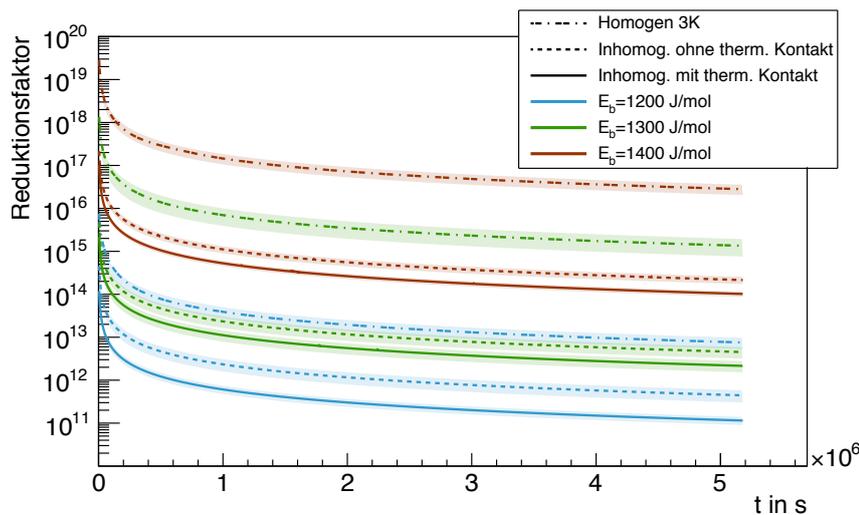
$$\begin{aligned} R_{\#10}(E_b = 1200 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (2,2 \pm 0,5) \cdot 10^{11} \\ R_{\#17}(E_b = 1400 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{14}, \end{aligned} \quad (6.22)$$

wie in Abbildung 6.13 zu erkennen ist. Die Inhomogenität der Temperaturverteilung bringt somit eine Verschlechterung des Reduktionsfaktors um etwa zwei Größenordnungen mit sich, ist aber auch in diesem Fall noch weit oberhalb der Spezifikationsgrenz.

Nimmt man keinen thermischen Kontakt zwischen Strahlrohr und den inneren Strahlungsschilden an, fällt die Beeinträchtigung des Reduktionsfaktor etwas geringer aus. Die Unterdrückung ist aber mit

$$\begin{aligned} R_{\#20}(E_b = 1200 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (4,4 \pm 1,4) \cdot 10^{11} \\ R_{\#26}(E_b = 1400 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (2,1 \pm 0,4) \cdot 10^{14} \end{aligned} \quad (6.23)$$

nur etwa doppelt so groß wie im Fall mit thermischem Kontakt. Das Ergebnis zeigt, dass der in Abschnitt 5.3.1 abgeschätzte thermische Kontakt zwischen Strahlrohr und den inneren Strahlungsschilden im Vergleich zu den Auswirkungen durch die gesamte Temperaturinhomogenität nur einen untergeordneten Einfluss besitzt. Ein deutlich größerer Fehler, der aus einem zu groß angenommenen thermischen Kontakt resultieren würde, kann daher eingegrenzt werden und die Qualität des Temperaturmodells für die weiteren Simulationen validiert werden.



**Abbildung 6.13** Reduktionsfaktoren für inaktive Adsorbate bei verschiedenen Temperaturprofilen und Bindungsenergien. Wie zu erkennen ist, besteht eine deutliche Abnahme der Reduktion um etwa zwei Größenordnungen zwischen den Simulationen unter Verwendung des homogenen Temperaturprofils aus Abbildung 5.8 und dem inhomogenen Temperaturprofil aus Abbildung 5.9. Der Vergleich der Reduktionsfaktoren mit und ohne thermischen Kontakt zwischen der Strahlungsschildbefestigung und dem Strahlrohr zeigt lediglich einen Unterschied von weniger als eine halbe Größenordnung. Die transparenten Bereiche stellen das Fehlerintervall durch die Funktionsanpassung an die Verteilungsfunktion dar.

Die simulierte Reduktion des Tritium-Flusses um mindestens 11 Größenordnungen im Falle einer konservativ gewählten Bindungsenergie von  $E_b = 1200 \text{ J/mol}$  übertrifft die geforderte Unterdrückung von  $R_{\text{Design}} = 10^7$  um weitere vier Größenordnungen. Die Verschlechterungen durch das inhomogene Temperaturprofil entlang der Kaltfalle sind mit etwa zwei Größenordnungen zwar beachtlich, dennoch kann eine weitere Verschlechterung durch die Einflüsse der Betadesorption im Fall von Tritium (siehe Abschnitt 6.3.4) getragen werden.

### 6.3.4 Beeinflussung des Reduktionsfaktors durch radioaktiven Zerfall

Während der Migration durch das Strahlrohr kann es zu einer Dissoziation der Tritium-Atome kommen. Durch eine Rekombination mit ebenfalls dissoziierten Restgasatomen kann sich das Isotopolog HT bilden. Das Verhältnis an HT zu  $T_2$  ist jedoch nicht bekannt, spielt aber für die Simulation des Rückhaltefaktor der CPS eine wichtige Rolle, da dies die Aktivität innerhalb des Argon-Frosts beeinflusst. Aus diesem Grund werden jeweils die zwei Extremfälle für pures HT ( $\sigma = 1$ ) und reinem  $T_2$  ( $\sigma = 2$ ) durchgeführt, um die obere und untere Grenze des Reduktionsfaktors darzustellen.

Die so simulierten Unterdrückungsfaktoren für den Fall der homogenen Temperaturverteilung sind in Abbildung 6.14 dargestellt. Wie dort sehr gut zu erkennen ist, verschwindet die Abhängigkeit des Reduktionsfaktors von der Bindungsenergie nahezu vollständig und die Reduktionsfaktoren rücken bis auf eine Größenordnung zusammen. Dies liegt an der nach Abbildung 6.5 zu erwartenden Dominanz des Desorptionszeitpunkts durch den radioaktiven Zerfall für eine Temperatur von 3 K, wodurch ein Grenzwert für die Desorptionszeit erreicht wird.

**Tabelle 6.1** Übersicht über die simulierten Reduktionsfaktoren  $R(60\text{ d})$  der CPS nach 60 Tagen und die dabei angesammelte Aktivität  $A(60\text{ d})$  innerhalb der CPS. Zudem ist die in Abschnitt 6.4 berechnete mittlere Untergrundrate der im Hauptspektrometer zerfallenden Tritium-Molekülen  $B_{\text{MS}}$  angegeben. Die Simulationen #0 und #10 sind ohne thermische Schwankungen in Segment 2, alle anderen sind mit einer Amplitude von  $\Delta T = 0,01\text{ K}$  in Segment 2 simuliert.

ID	Temperaturprofil	$E_b$ in J/mol	$\sigma$	$R(60\text{ d})$	$A(60\text{ d})$ in Ci	$B_{\text{MS}}$ in mcps
#0	3 K homogen (siehe Abbildung 5.8)	1200	0	$(1,2 \pm 0,5) \cdot 10^{13}$		
#1		1200	0	$(7,5 \pm 2,2) \cdot 10^{12}$		
#2		1200	1	$(1,3 \pm 0,5) \cdot 10^{12}$	0,0164	$9,88 \cdot 10^{-7}$
#3		1200	2	$(6,8 \pm 3,0) \cdot 10^{11}$	0,0316	$4,38 \cdot 10^{-6}$
#4		1300	0	$(1,3 \pm 0,6) \cdot 10^{15}$		
#5		1300	1	$(2,1 \pm 1,0) \cdot 10^{12}$	0,0166	$5,94 \cdot 10^{-7}$
#6		1300	2	$(1,1 \pm 0,7) \cdot 10^{12}$	0,0318	$2,86 \cdot 10^{-6}$
#7		1400	0	$(2,8 \pm 0,7) \cdot 10^{16}$		
#8		1400	1	$(3,4 \pm 2,0) \cdot 10^{12}$	0,0167	$3,78 \cdot 10^{-7}$
#9		1400	2	$(2,2 \pm 1,3) \cdot 10^{12}$	0,0320	$1,36 \cdot 10^{-6}$
#10	3 K inhomogen, mit thermischem Kontakt der Strahlungsschildbefesti- gung (siehe Abbildung 5.9)	1200	0	$(1,7 \pm 0,5) \cdot 10^{11}$		
#11		1200	0	$(1,02 \pm 0,08) \cdot 10^{11}$		
#12		1200	1	$(8,3 \pm 1,4) \cdot 10^9$	0,0159	$1,50 \cdot 10^{-4}$
#13		1200	2	$(3,5 \pm 0,4) \cdot 10^9$	0,0301	$8,48 \cdot 10^{-3}$
#14		1300	0	$(2,1 \pm 0,3) \cdot 10^{12}$		
#15		1300	1	$(5,8 \pm 0,9) \cdot 10^{10}$	0,0164	$2,17 \cdot 10^{-5}$
#16		1300	2	$(2,4 \pm 0,2) \cdot 10^{10}$	0,0313	$1,24 \cdot 10^{-4}$
#17		1400	0	$(1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{14}$		
#18		1400	1	$(2,1 \pm 0,3) \cdot 10^{11}$	0,0166	$5,94 \cdot 10^{-6}$
#19		1400	2	$(1,8 \pm 0,3) \cdot 10^{11}$	0,0318	$1,65 \cdot 10^{-5}$
#20	3 K inhomogen, ohne thermischem Kontakt der Strahlungsschildbefesti- gung	1200	0	$(4,4 \pm 1,4) \cdot 10^{11}$		
#21		1200	1	$(1,1 \pm 0,2) \cdot 10^{10}$	0,0162	$1,13 \cdot 10^{-4}$
#22		1200	2	$(8,7 \pm 1,6) \cdot 10^9$	0,0309	$3,46 \cdot 10^{-4}$
#23		1300	0	$(4,5 \pm 1,3) \cdot 10^{12}$		
#24		1300	1	$(1,8 \pm 0,2) \cdot 10^{11}$	0,0165	$7,02 \cdot 10^{-6}$
#25		1300	2	$(1,2 \pm 0,1) \cdot 10^{11}$	0,0317	$2,47 \cdot 10^{-2}$
#26		1400	0	$(2,1 \pm 0,4) \cdot 10^{14}$		
#27		1400	1	$(2,9 \pm 0,5) \cdot 10^{11}$	0,0166	$4,35 \cdot 10^{-6}$
#28		1400	2	$(2,3 \pm 0,4) \cdot 10^{11}$	0,0320	$1,32 \cdot 10^{-5}$
#29		2,5 K inhomogen, mit thermischem Kontakt der Strahlungsschildbefesti- gung	900	0	$(2,7 \pm 0,1) \cdot 10^7$	
#30	900		1	$(1,8 \pm 0,1) \cdot 10^7$	0,0113	$1,34 \cdot 10^{-2}$
#31	900		2	$(1,28 \pm 0,05) \cdot 10^7$	0,0216	$3,96 \cdot 10^{-2}$
#32	950		0	$(2,5 \pm 0,4) \cdot 10^9$		
#33	950		1	$(6,3 \pm 0,7) \cdot 10^8$	0,0142	$1,73 \cdot 10^{-3}$
#34	950		2	$(4,2 \pm 0,3) \cdot 10^8$	0,0266	$6,16 \cdot 10^{-3}$
#35	1000		0	$(2,8 \pm 4,2) \cdot 10^{10}$		
#36	1000		1	$(3,2 \pm 0,4) \cdot 10^9$	0,0307	$1,24 \cdot 10^{-4}$
#37	1000		2	$(2,7 \pm 0,5) \cdot 10^9$	0,0288	$1,09 \cdot 10^{-3}$
#38	1200		2	$(1,2 \pm 0,2) \cdot 10^{11}$	0,0314	$2,50 \cdot 10^{-2}$
#39	4,5 K inhomogen, mit therm. Kont. der Strahlungsschildbef.	1400	2	$2,8 \cdot 10^3$	0,0016	$1,02 \cdot 10^7$
#40		1500	2	$1,4 \cdot 10^4$	0,0121	$2,61 \cdot 10^6$
#41		1550	2	$(1,34 \pm 0,02) \cdot 10^6$	0,0198	$3,75 \cdot 10^{-2}$

Somit ergibt sich als bestes und schlechtestes zu erwartendes Szenario

$$\begin{aligned} R_{\#3}(\sigma = 2, E_b = 1200 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (6,8 \pm 3,0) \cdot 10^{11} \\ R_{\#8}(\sigma = 1, E_b = 1400 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (3,4 \pm 2,0) \cdot 10^{12}, \end{aligned} \quad (6.24)$$

sodass hier lediglich eine Differenz von weniger als eine Größenordnung auftritt. Im Vergleich dazu beträgt diese Differenz für den Fall, dass keine Betadesorption stattfindet, etwa fünf Größenordnungen.

Die Komprimierung der Reduktionsfaktoren nimmt bei der Simulation unter Verwendung des inhomogenen Temperaturprofils etwas ab, da dort Bereiche mit höherer Temperatur existieren an denen die Desorptionszeitpunkt nicht vollständig durch einen radioaktiven Zerfall dominiert wird. Oberhalb dieser Grenztemperatur unterscheiden sich die Desorptionszeiten für die unterschiedlichen Bindungsenergien wieder, weshalb mit abnehmender Bindungsenergie schlechtere Reduktionsfaktoren erreicht werden.

Für den Fall der inhomogenen Temperaturverteilung unter zusätzlichem Einfluss der Betadesorption sind somit Reduktionsfaktoren im Bereich von

$$\begin{aligned} R_{\#13}(\sigma = 2, E_b = 1200 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (3,5 \pm 0,4) \cdot 10^9 \\ R_{\#18}(\sigma = 1, E_b = 1400 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} &= (2,1 \pm 0,3) \cdot 10^{11} \end{aligned} \quad (6.25)$$

zu erwarten.

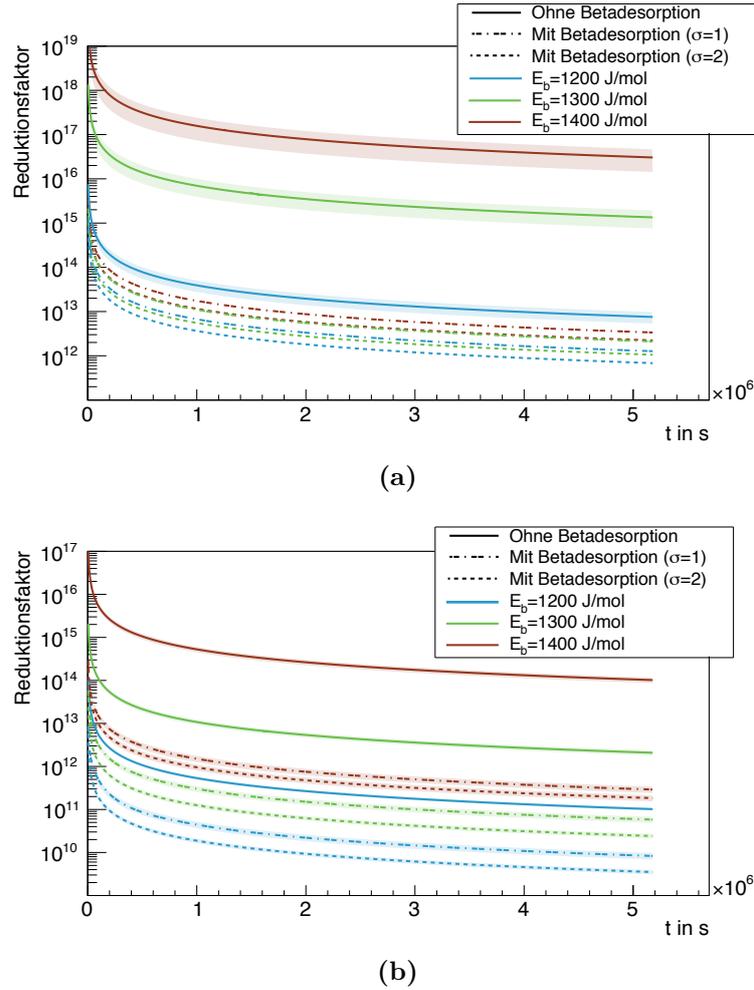
Die Simulationen zeigen also, dass selbst für die eher konservative Wahl der Bindungsenergie von 1200 J/mol die geforderte Reduktion des Tritium-Flusses um sieben Größenordnungen eingehalten werden können und noch mindestens zwei weitere Größenordnungen als Sicherheitsbereich zur Verfügung stehen. Vergleicht man die Ergebnisse für die homogene und die inhomogene Temperaturverteilung, so fällt zudem auf, dass die Unterschiede durch die unterschiedlichen Temperaturprofile durch die Betadesorption gerade im Bereich großer Bindungsenergien nahezu egalisiert werden. Die Unterschiede zwischen dem homogenen und inhomogenen Temperaturprofil fallen dort trotz der deutlichen Überschreitung der spezifizierten Maximaltemperatur mit lediglich etwa einer Größenordnung wider Erwarten gering aus.

### 6.3.5 Ergänzende Simulation eines möglichen 4,5 K und 2,5 K-Betriebs

Durch die zusätzlich simulierte Szenarien eines Betriebs mit einer Kaltfalltemperatur von 4,5 K beziehungsweise 2,5 K werden weitere Bindungsenergien simuliert, die abseits des erwarteten Wertebereichs zwischen 1200 J/mol und 1400 J/mol liegen. Mit diesen abweichenden Werten soll zum einen simuliert werden, welche minimale Bindungsenergie zur Erfüllung der Anforderungen mit einer optimierten Kaltfalltemperatur benötigt wird und wie groß die Bindungsenergie zwischen Adsorbat und Adsorbens sein müsste, um trotz ausgeschalteter 3 K-Kühlung noch eine genügend große Unterdrückung des Tritium-Flusses gewährleisten zu können.

#### 4,5 K-Betrieb

Um für das Szenario mit einer Kühlschlangentemperatur von 4,5 K eine ausreichend große Reduktion des Tritium-Flusses erreichen zu können, müssen die Bindungsenergien zwischen Adsorbat und Adsorbens entsprechend größer sein. Der bisher verwendete



**Abbildung 6.14** Verlauf des Reduktionsfaktors bei verschiedenen Gaszusammensetzungen ( $\sigma = 1$  bzw. 2) für eine homogene (a) und inhomogene Temperaturverteilung (b). Bei beiden Szenarien ist zu erkennen, dass unter Einfluss der Betadesorption die Unterschiede durch eine größere Bindungsenergie nahezu verschwinden, da die Desorptionszeit durch den radioaktiven Zerfall dominiert wird.

Bereich der Bindungsenergie ist trotz sehr großer Unterdrückungen bei einer Kaltfallentemperatur von 3 K für den Fall der erhöhten Kaltfallentemperatur nicht ausreichend, sodass für  $E_b = 1400$  J/mol nur eine sehr geringe Unterdrückung von

$$R_{\#49}(E_b = 1400 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} = 2,8 \cdot 10^3 \quad (6.26)$$

erreicht werden kann.

Wie die in Abbildung 6.15a dargestellte Simulationsreihe zeigt, wäre für den erfolgreichen Betrieb trotz ausgeschalteter 3K Kühlung eine Bindungsenergie von

$$E_b \gtrsim 1550 \text{ J/mol} \quad (6.27)$$

nötig. Da dies oberhalb des zu erwartenden Wertebereichs für die Bindungsenergie von Tritium auf Argon ist, kann die erfolgreiche Unterdrückung nur durch die Erhöhung der Bindungsenergie erreicht werden. Eine mögliche Optimierung der Bindungsenergie

bietet dabei der Einsatz von Krypton-Frost anstelle der Verwendung von Argon als kondensiertes Edelgas.

Da Krypton über eine weitere komplett gefüllte Elektronenschale verfügt, ist es leichter polarisierbar und es kommt zu einer stärkeren Van-der-Waals-Bindung zwischen dem Tritium-Molekül und dem Krypton-Atom. Hier ist anzumerken, dass zwar der Krypton-Betrieb der CPS eine Vergrößerung der Bindungsenergie mit sich bringen würde, die Präparation des Frost aber durch die abweichenden Materialeigenschaften erschwert und weniger gut erprobt ist. Aus diesem Grund stellt der Krypton-Betrieb nur ein hypothetisches Szenario dar.

### 2,5 K-Betrieb

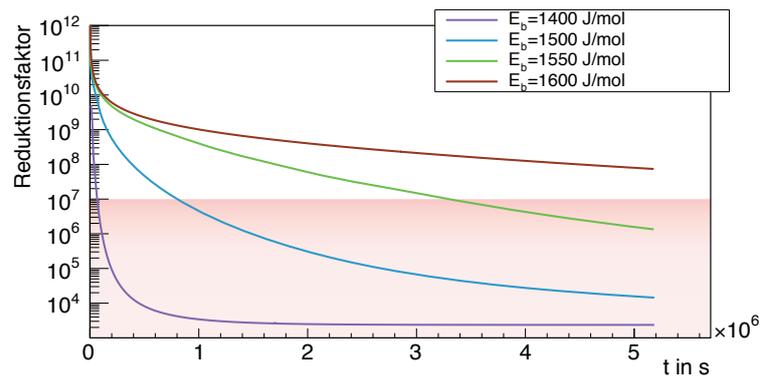
Für den Fall einer Kühlung der Kaltfalle mit 2,5 K kaltem Helium kann der Reduktionsfaktor besonders für kleine Bindungsenergien<sup>3</sup> deutlich vergrößert werden, sodass in diesem Szenario eine Unterdrückung von sieben Größenordnungen bis zu einer Bindungsenergie von  $E_b = 900 \text{ J/mol}$  gewährleistet werden kann. In diesem Fall beträgt der Reduktionsfaktor

$$R_{\#15}(E_b = 900 \text{ J/mol}) = (2,7 \pm 0,1) \cdot 10^7 . \quad (6.28)$$

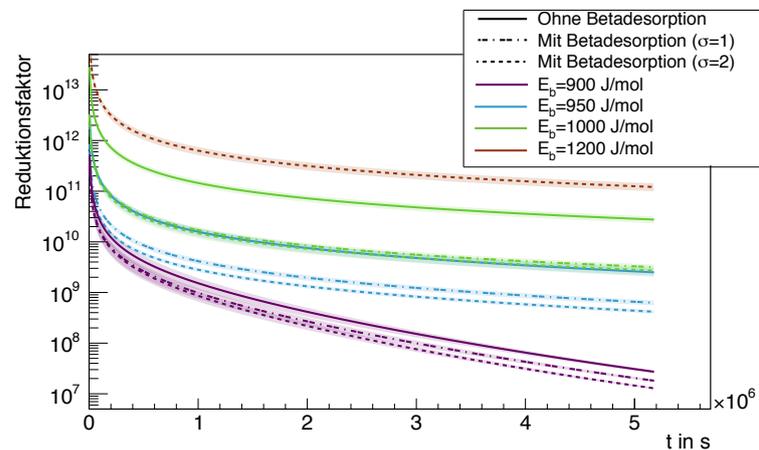
Für den Fall, dass die Bindungsenergie wider Erwarten klein ausfallen würde, kann somit gezeigt werden, dass durch geringfügiges absenken der Kaltfalltemperatur auch bei sehr kleinen Bindungsenergien noch eine ausreichend große Unterdrückung des Tritium-Flusses gewährleistet werden kann. Wie sich im Vergleich zwischen Abbildung 6.15b und 6.14b erkennen lässt, führt die Absenkung der Temperatur jedoch für Bindungsenergien  $E_b \gtrsim 1200 \text{ J/mol}$  nur zu einer geringfügigen Verbesserung des Reduktionsfaktor von weniger als eine Größenordnung. Dies ist durch die immer größer werdende Dominanz der Betadesorption durch Absenken der Temperatur bedingt. Die Verwirklichung dieses Szenarios ist demnach nicht sinnvoll, sofern eine Bindungsenergie von mehr als 1200 J/mol vorzufinden ist.

---

<sup>3</sup>Der Reduktionsfaktor unterliegt bei Bindungsenergien  $E_b \lesssim 1100 \text{ J/mol}$  nur gering den Verschlechterungen durch die radioaktive Desorption (siehe Abbildung 6.5a).



(a) Dargestellt sind die Reduktionsfaktoren für den Betrieb mit einer Kühlschlangentemperatur von 4,5 K. Wie zu erkennen ist, kann bei der erwarteten Bindungsenergie bis zu  $E_b \lesssim 1400$  J/mol nur eine Reduktion im Bereich von drei Größenordnungen erreicht werden. Erst ab einer Bindungsenergie von  $E_b \gtrsim 1550$  J/mol können die Anforderungen erfüllt werden.



(b) Dargestellt sind die Reduktionsfaktoren für den Betrieb mit einer Kühlschlangentemperatur von 2,5 K. Bei diesem Temperaturbereich ließe sich Tritium bei einer Bindungsenergie von minimal  $E_b \approx 900$  J/mol erfolgreich zurückhalten. Bei einer Bindungsenergie von  $E_b > 1200$  J/mol sind jedoch durch die Auswirkungen der Betadesorption nur geringfügige Verbesserungen zu erzielen.

**Abbildung 6.15** Simulierte Reduktionsfaktoren unter Verwendung des in Abschnitt 5.3.3 simulierten Temperaturprofils im 4,5 K und 2,5 K-Betrieb.

## 6.4 Auswirkungen auf den Untergrund von KATRIN

Die Tritium-Moleküle, welche während einer einzelnen Messperiode von 60 Tagen die CPS in Richtung des Vorspektrometers verlassen, können über das Vorspektrometer in das Hauptspektrometer gelangen. Bei einem Zerfall des Tritiums innerhalb des Hauptspektrometers kann das Beta-Elektron durch die vorherrschenden Magnetfelder wie in einer magnetischen Flasche gefangen werden. Solch eine Speicherung der Elektronen geschieht dann, wenn ein Zerfall nahe der Analyseebene des Spektrometers stattfindet,

sodass die Elektronen von einem Bereich mit großem elektrischen Potential zu den Endbereichen des Spektrometers mit niedrigem Potential beschleunigt werden. In Abhängigkeit des Startpunkts, dem Winkel und der kinetischen Energie des Elektrons kann dabei die gesamte Parallelkomponente der kinetischen Energie in die Senkrechtkomponente transformiert werden, was zu einer magnetischen Reflexion des Elektrons führt.

Ist ein Elektron gefangen bewegt es sich auf einer Magnetron-Bahn durch das Spektrometer, deren zylinderförmige Bewegung schematisch in Abbildung 6.16 dargestellt ist. Erst wenn das Elektron eine kinetische Energie von wenigen Elektronvolt erreicht hat, kann es zu einem Austritt aus der magnetischen Falle kommen. Die Speicherdauer im Fall von Tritium kann dabei bis zu 10 Stunden betragen [MDF<sup>+</sup>13]. Den Energieverlust während der Speicherung erfährt das Elektron hauptsächlich durch Anregungen und Ionisation der Restgasatome oder durch Abstrahlung von Synchrotronstrahlung. Im Fall von Tritium werden so während der Speicherung etwa  $\langle N_{\text{Sek.}} \rangle \approx 100$  freier Sekundärelektronen erzeugt [MDF<sup>+</sup>13], die zum Untergrundsignal beitragen.

Da der Fluss Schlauch das Hauptspektrometervolumen nur zu 70 % ausfüllt, kann nur der entsprechende Prozentsatz an freiwerdenden Beta-Elektronen entlang des Fluss Schlauch magnetisch geführt werden und so den Detektor erreichen, da alle außerhalb entstehenden Elektronen an die Wände des Tank abgelenkt werden. Hinzu kommt, dass nur etwa 40 % der Sekundärelektronen das Hauptspektrometer in Richtung des Detektors verlassen und von diesem als Untergrundsignal detektiert werden.

Zur Bestimmung der Untergrundrate  $B_{\text{MS}}$  aus der Zerfallsrate müssen daher die beiden Effizienzen  $\epsilon_{\text{B}} = 0,7$  und  $\epsilon_{\text{V}} = 0,7$  berücksichtigt werden, sodass sich

$$B_{\text{MS}} = \epsilon_{\text{V}} \cdot \epsilon_{\text{B}} \cdot \langle N_{\text{Sek.}} \rangle \cdot A_{\text{MS}} \quad (6.29)$$

ergibt, wobei hier  $A_{\text{MS}}$  die Aktivität im Hauptspektrometer ist.

Um die Untergrundrate bestimmen zu können, muss zunächst die Tritiumkonzentration beziehungsweise die Aktivität innerhalb des Hauptspektrometers bestimmt werden.

Der aus der CPS austretende Tritium-Fluss gelangt zunächst in das Vorspektrometer, das wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben, mit zwei Turbomolekularpumpen sowie 200 m an 30 mm breiten SAES St707 Getterstreifen ausgestattet ist. Durch deren Pumpleistung und den geringen Leitwert des Verbindungsstücks (siehe Tabelle 6.2) zwischen Vor- und Hauptspektrometer wird der Tritium-Fluss weiter reduziert.

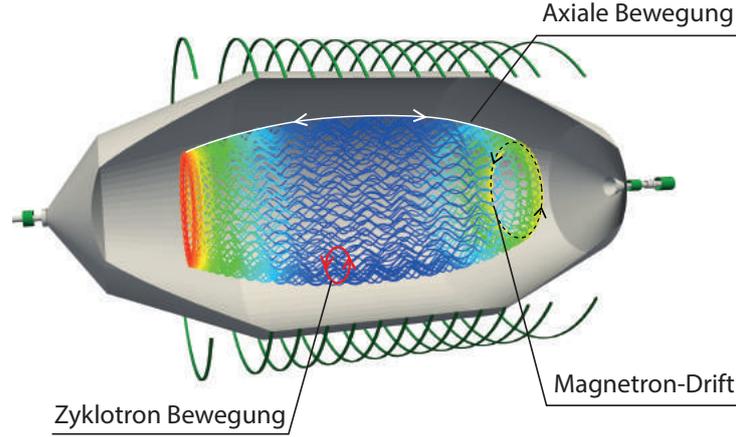
Der in das Hauptspektrometer eintreffende Fluss ergibt sich aus dem Produkt der Teilchendichte innerhalb des Vorspektrometers und dem Leitwert  $C_{\text{PS/MS}}$  des Verbindungsstücks

$$\Phi_{\text{PS/MS}} = \frac{N_{\text{PS}}}{V_{\text{PS}}} \cdot C_{\text{PS/MS}} \cdot \quad (6.30)$$

Um  $\Phi_{\text{PS/MS}}$  bestimmen zu können, muss zunächst die Tritiumkonzentration im Vorspektrometer bestimmt werden. Die Anzahl an Tritium-Molekülen innerhalb des Vorspektrometers wird durch den Zufluss  $\Phi_{\text{CPS/PS}}$ , das effektive Saugvermögen  $S_{\text{PS}}^{\text{eff}}$  der Turbomolekular- und Getterpumpen sowie dem Austretenden Fluss in Richtung des Hauptspektrometers definiert. Der radioaktive Zerfall sowie der Rückfluss in Richtung der CPS können hierbei vernachlässigt werden.

Mit den verschiedenen Beiträgen lässt sich die Bilanzgleichung

$$\frac{dN_{\text{PS}}}{dt} = \Phi_{\text{CPS/PS}} - \frac{N_{\text{PS}}}{V_{\text{PS}}} \cdot S_{\text{PS}}^{\text{eff}} - \frac{N_{\text{PS}}}{V_{\text{PS}}} \cdot C_{\text{PS/MS}} \quad (6.31)$$



**Abbildung 6.16** Bewegung eines gespeicherten Elektrons im Hauptspektrometer. Durch die Reflexion der Elektronen an den Enden des Spektrometers kommt es zu einer Magnetron-Drift, sodass sich das Elektron zusätzlich zur Zyklotronbewegung auf einer zylinderähnlichen Bahn innerhalb des Hauptspektrometers bewegt. Während dieser Zeit werden Sekundärelektronen durch Ionisation des Restgases erzeugt, die zu ungewolltem Untergrund im Detektor führen. Graphik mit Änderungen übernommen aus [Har15].

zur Bestimmung der Teilchenkonzentration aufstellen.

Diese Differentialgleichung lässt sich für den Gleichgewichtszustand  $\frac{dN_{PS}}{dt} = 0$  einfach lösen, sodass sich

$$N_{PS} = \Phi_{CPS/PS} \cdot \frac{V_{PS}}{S_{PS}^{eff} + C_{PS/MS}} \quad (6.32)$$

ergibt. In diesem Fall wird angenommen, dass der eintretende Fluss nur eine geringfügige zeitliche Änderung besitzt, sodass das System trotz eines sich ändernden Flusses zu jeder Zeit im Gleichgewicht befindet.

Unabhängig vom eintretenden Fluss ergibt sich somit ein Reduktionsfaktor durch das Vorspektrometer von

$$R_{PS} = \frac{\Phi_{CPS/PS}}{\Phi_{PS/MS}} = \frac{S_{PS}^{eff}}{C_{PS/MS}} + 1 = 89,3 . \quad (6.33)$$

Die Konzentration innerhalb des Hauptspektrometers lässt sich analog zur Bestimmung der Anzahl der Tritium-Moleküle im Vorspektrometer bestimmen. Die Bilanzgleichung

$$\frac{dN_{MS}}{dt} = \Phi_{PS/MS} - \frac{N_{MS}}{V_{MS}} \cdot S_{MS}^{eff} \quad (6.34)$$

wird in diesem Fall lediglich durch den Zufluss  $\Phi_{PS/MS}$  und die Pumpleistungen der Turbomolekular- sowie Getterpumpen aus Tabelle 6.2 definiert. Auch in diesem Fall kann der Rückfluss in das Vorspektrometer und der radioaktive Zerfall vernachlässigt werden.

Für den Gleichgewichtszustand ergibt sich die Anzahl an Tritium-Molekülen

$$N_{MS}(t) = \Phi_{PS/MS}(t) \frac{V_{MS}}{S_{MS}^{eff}} , \quad (6.35)$$

woraus sich die Aktivität

$$A_{\text{MS}} = \sigma \cdot \lambda \cdot N_{\text{MS}} \quad (6.36)$$

bestimmen lässt.

Abbildung 6.17a zeigt den aus der CPS austretenden Fluss an Tritium-Molekülen für das in Abbildung 5.9 dargestellte Temperaturprofil. Wie zu erkennen ist, beträgt der Fluss bei der Simulation des inhomogenen Temperaturprofils nach 60 Tagen maximal

$$\Phi_{\text{CPS/PS}}(E_b = 1200 \text{ J/mol}) \Big|_{60 \text{ d}} \approx 3 \cdot 10^2 \text{ Moleküle/s} \quad (6.37)$$

und nimmt bei größeren simulierten Bindungsenergien auf wenige einzelne Moleküle pro Sekunde ab.

Mit der Reduktion des Vorspektrometers und den in Tabelle 6.2 gegebenen Saugleistungen der Getter- sowie Turbomolekularpumpen im Hauptspektrometer erhält man aus Gleichung 6.35 die in Abbildung 6.17b dargestellte zeitabhängige Anzahl an tritiumhaltigen Molekülen (HT oder T<sub>2</sub>) im Hauptspektrometer.

Mit weniger als 10 zu erwartenden Molekülen im Hauptspektrometer finden demnach während der Messperioden von 60 Tagen weniger als

$$N_\beta = (1,57 \pm 0,06) \cdot 10^{-1} \quad (6.38)$$

Tritiumzerfälle statt, was nach Gleichung 6.29 eine mittlere Untergrundrate

$$B_{\text{MS}} = 8,48 \cdot 10^{-3} \text{ mcps} \quad (6.39)$$

ergibt. Die Untergrundraten für die verschiedenen Szenarien sind in Tabelle 6.1 zu finden und sind für die weiteren Temperaturprofile und Bindungsenergien noch weitaus geringer.

Diese gemittelte Rate für die Simulation bei einer konservativen Wahl der Bindungsenergie und der Temperatur ist somit um mehrere Größenordnungen kleiner als die geplante Tritium-Untergrundrate [KAT04]

$$B_{\text{max}} < 1 \text{ mcps} . \quad (6.40)$$

Diese mittlere Untergrundrate entspricht aber nicht der tatsächlich während einer Messung zu erwartenden Rate an Untergrundereignissen. Vielmehr ist die meiste Zeit mit keinem Tritium-Untergrund zu rechnen, da die wenigen Tritium-Moleküle im Tank nur zu vereinzelt Zerfällen (weniger als ein Zerfall pro 60 Tage Messdauer) führen. Tritt ein Zerfall auf, so führt dies während der zu erwartenden Speicherdauer von 10 Stunden zu einer temporär erhöhten Untergrundrate von

$$B_{\text{temp}} = 1 \text{ mcps} . \quad (6.41)$$

Da die zu erwartende gesamte Radon-Untergrundrate mit etwa

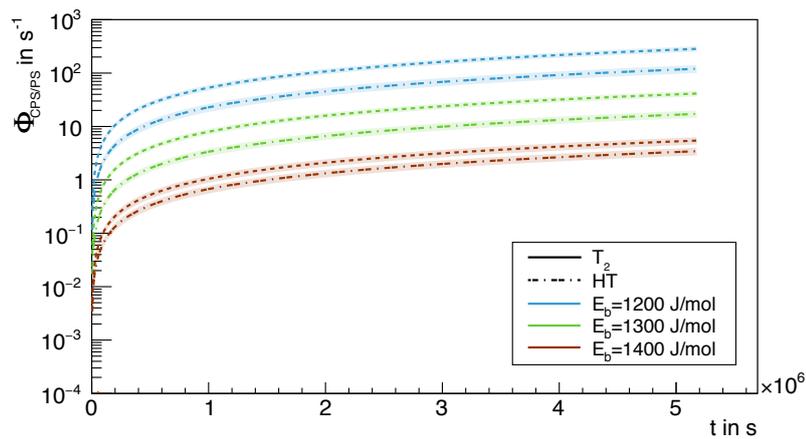
$$B_{\text{Rn}} \approx 30 \text{ mcps} \quad (6.42)$$

um über eine Größenordnung größer ist [Har15], kann dieser Anstieg der Untergrundrate nur schwer vom statistischen Fehler des Radon-Untergrunds unterschieden werden. Eine erkennbare Verschlechterung der Messdaten aus den einzelnen Messintervallen während der 60 Tage ist somit durch den temporär erhöhten Untergrund eines einzelnen Tritium-

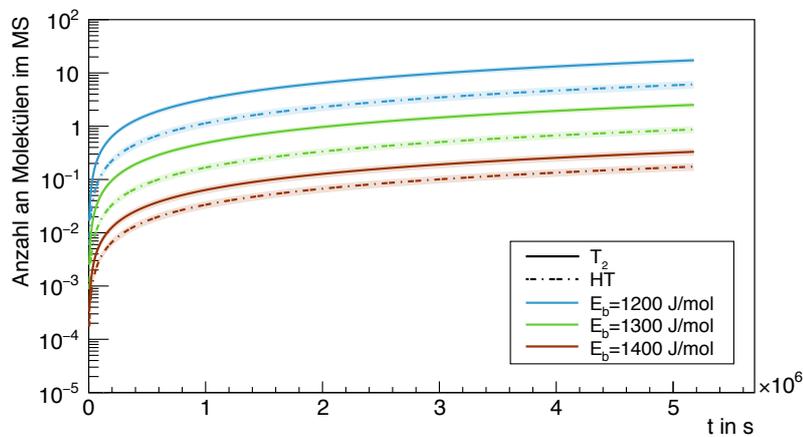
**Tabelle 6.2** Effektive Saugleistungen der Turbomolekular- sowie Getterpumpen innerhalb des Vor- und Hauptspektrometers. Für die verschiedenen Isotopologe des Wasserstoffs unterscheiden sich die Pumpleistungen aufgrund der unterschiedlichen Isotopmassen. Die angegebenen Pumpleistungen stammen aus [MDF<sup>+</sup>13][Mer12][ABB<sup>+</sup>16].

<b>Vorspektrometer</b> ( $V_{PS} = 85001$ )			
	<b>H<sub>2</sub></b>	<b>HT</b>	<b>T<sub>2</sub></b>
$S_{\text{eff}}(200 \text{ m NEG})$	63 3331/s	44 7831/s	36 5661/s
$S_{\text{eff}}(2 \times \text{MAG W 1300})$	13601/s	14701/s	13901/s
Leitwert $C_{PS/MS}$	7501/s	5301/s	4301/s
Reduktionsfaktor $R_{PS}$	87,3	88,3	89,3
<b>Hauptspektrometer</b> ( $V_{MS} = 1,24 \cdot 10^6 \text{ l}$ )			
	<b>H<sub>2</sub></b>	<b>HT</b>	<b>T<sub>2</sub></b>
$S_{\text{eff}}(6 \times \text{MAG W 2800})$	10 4001/s	12 4001/s	12 0001/s
$S_{\text{eff}}(3000 \text{ m NEG mit LN-Baffle})$	375 0001/s	265 1651/s	216 5061/s

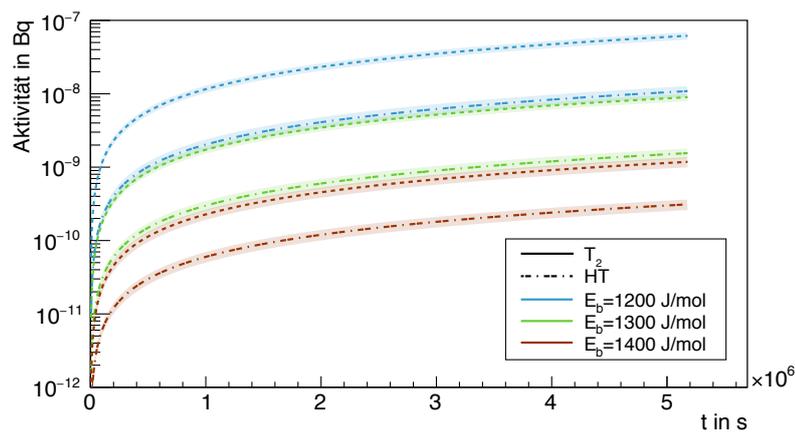
Zerfall nicht zu erwarten. Die Messdauer bis zur zwingenden Regeneration des Argon-Frosts wegen des Überschreitens der gemittelten Untergrundrate von  $B_{\text{max}} = 1 \text{ mcps}$  könnte somit wesentlich verlängert werden.



(a)



(b)



(c)

**Abbildung 6.17** Darstellung des zeitabhängigen Tritium-Flusses (a) und die daraus resultierende Menge an Tritium-Molekülen (b) beziehungsweise deren Aktivität (c) im Hauptspektrometer. Durch die unterschiedliche Pumpleistung für die jeweiligen Isotopologe und die unterschiedlich hohe Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall der Moleküle verschieben sich die Kurven zueinander. Die simulierten Szenarien führen während eines Messperiode von 60 Tagen zu weniger als einem Tritium-Zerfall im Hauptspektrometer.

## Kapitel 7

### Zusammenfassung

Ziel des **K**arlsruhe **T**ritium **N**eutrino **E**xperiments (KATRIN) ist die Massenbestimmung des Elektron-Neutrinos anhand des Tritium-Betazerfalls bis hin zu einer minimalen Sensitivität von 200 meV bei 90 % Konfidenzniveau. Damit diese Sensitivität erreicht werden kann, darf während der Messung des Endpunkts des Energiespektrums eine maximale Untergrundrate von mehr als 10 mcps, davon 1 mcps aus Tritium-Untergrund, nicht überschritten werden. Um diese Obergrenze des Untergrunds einhalten zu können ist eine Reduktion des Tritium-Flusses aus der fensterlosen Tritiumquelle in Richtung des Hauptspektrometers um mindestens 14 Größenordnungen nötig.

Einen wichtigen Beitrag zur Unterdrückung des Tritium-Flusses liefert hierbei die kryogene Pumpstrecke am Ende der Transportstrecke zwischen Quelle und Spektrometer. Damit eine ausreichend große Reduktion des Tritium-Flusses erreicht werden kann, muss die Kaltfalle bis auf eine Temperatur von etwa 3 K abgekühlt werden, sodass eine Adsorption des Tritiums mit ausreichend langer Desorptionszeit auf der mit Argon-Frost präparierten Oberfläche der Kaltfalle stattfinden kann.

Begleitend zur ersten Inbetriebnahme der kryogenen Pumpstrecke wurde als Teil dieser Arbeit die zeitliche sowie räumliche Temperaturstabilität der Kaltfalle im Standardbetrieb untersucht. Die Messungen zur Bestimmung der Langzeitstabilität aller vier Strahlrohrsegmente zeigen, dass die Temperatur im zeitlichen Mittel bis auf 9 mK konstant gehalten werden kann. Speziell bei Segment 2 konnten zusätzliche systematische Temperaturschwankungen von 10 mK festgestellt werden, als deren Ursache die Stickstoffkühlung des etwa 80 K warmen Pumpstutzen 1 und des Strahlrohrsegment 1 identifiziert werden kann. Mit diesen gemessenen Werten ist die zeitliche Temperaturstabilität besser als erwartet, sodass deren Einfluss auf die Kaltfalle nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Deutlich weniger zufriedenstellende Ergebnisse ergeben sich bei der Messung der räumlichen Temperaturstabilität der Kaltfalle. Die Auswertung der Temperatursensordaten entlang der Strahlrohrsegmente 2-5 zeigt eine sehr inhomogene Temperaturverteilung, die stellenweise mehrere Kelvin oberhalb der spezifizierten Temperaturobergrenze von  $T_{\max} = 3,5$  K liegt. Dabei sind speziell die Bereiche an den Konen zwischen den einzelnen Segmenten und große Teile des Strahlrohrsegments 5 betroffen. Als Grund für die zu hohe Temperatur in Segment 5 ist eine erhöhte Strahlungslast aus Richtung des Vorspektrometers auszumachen, für die übrigen Bereiche lässt sich aber aus den Messdaten keine direkte Ursache finden. Zur genaueren Untersuchung dieser Temperaturverteilung und um ein möglichst detailliertes Temperaturprofil für die weiteren Simulationen zu erhalten, wird eine Temperatursimulation mithilfe des Simulationsprogramm COMSOL

Multiphysics<sup>®</sup> durchgeführt. Hier zeigt sich, dass die gemessenen Daten nicht allein durch die Wärmestrahlung der umliegenden Kaltmasse erklärt werden können, sondern eine deutlich größere Wärmelast zur Erzeugung der Inhomogenitäten nötig ist. Auch wenn die genaue Ursache der Wärmelast bisher noch nicht geklärt werden konnte, lässt sich durch eine einfache Erhöhung der Umgebungsstrahlung eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messwerten erreichen. Diese Tatsache weist unter Umständen auf eine unterschätzte Wärmestrahlung mancher warmen Bauteile innerhalb der Kaltmasse, zum Beispiel die Pumpstutzen, hin.

Um die Einflüsse durch die Temperaturschwankungen, das dreidimensionale Temperaturprofil und die Auswirkungen der radioaktiven Desorption auf die Leistung der Kaltfalle zu untersuchen, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein auf C++ basierendes Simulationsprogramm entwickelt. Zur Simulation des Unterdrückungsfaktors wird die Teilchenbahn durch die Strahlrohrgeometrie der CPS analytisch berechnet und die einzelnen Desorptionszeiten durch die Generierung speziell verteilter Zufallszahlen simuliert. Diese hierfür hergeleitete Wahrscheinlichkeitsverteilung ist der essenzielle Kern der Simulation und ermöglicht neben der Berücksichtigung einer möglichen radioaktiven Desorption auch zeitabhängige Effekte, wie die systematischen Temperaturschwankungen in Strahlrohrsegment 2.

Mit der Simulation kann gezeigt werden, dass diese Temperaturschwankungen den Reduktionsfaktor lediglich um eine halbe Größenordnung verringern. Viel stärker beeinflusst wird die Leistung der Kaltfalle durch die inhomogene Temperaturverteilung, welche eine Reduzierung des Unterdrückungsfaktors von etwa zwei Größenordnungen gegenüber der homogenen Temperaturverteilung mit sich bringt. Dennoch kann trotz überschrittener Maximaltemperaturen auf der Kaltfallenoberfläche nach einer Laufzeit von 60 Tagen noch eine minimale Reduktion von mindesten 11 Größenordnungen erreicht werden.

Diese simulierten Unterdrückungsfaktoren verringern sich jedoch noch einmal deutlich unter dem Einfluss der radioaktiven Desorption. Für diesen Fall zeigen die Simulationen, dass die Radioaktivität des adsorbierten Tritiums innerhalb der Kaltfalle eine große limitierende Wirkung auf die Desorptionszeit besitzt. Die stark durch einen radioaktiven Zerfall dominierte Desorptionszeit führt speziell bei Bindungsenergien im Bereich von 1400 J/mol dazu, dass Temperaturinhomogenitäten nur noch eine geringfügige Auswirkung besitzen. Unter dem Einfluss der radioaktiven Desorption rücken die Reduktionsfaktoren für ein homogenes und inhomogenes Temperaturprofil bis auf eine Größenordnung zusammen.

Unter Berücksichtigung des inhomogenen Temperaturprofils, der Temperaturschwankungen und der Betadesorption lässt sich für die konservative Wahl der Bindungsenergie von 1200 J/mol eine Reduktion des Tritium-Flusses um mindestens neun Größenordnungen bestimmen, was die spezifizierten Unterdrückung von  $10^7$  um zwei Größenordnung übertrifft. Die hieraus berechnete Tritiumkonzentration im Hauptspektrometer beläuft sich daher nach einer Pumpdauer von 60 Tagen auf weniger als 20 Tritium-Moleküle, deren Zerfall eine maximale Untergrundrate von  $10^{-2}$  mcps erzeugt. Wie auch im Fall des Reduktionsfaktors übertrifft dieser Wert die Spezifikation um über zwei Größenordnungen, sodass hier keine Gefährdung für die angestrebte Sensitivität des Experiments besteht.

Da im Zuge dieser Arbeit nicht nur gezeigt werden kann, dass die erzielte Reduktion die Spezifikationen übertrifft, sondern dass auch die akkumulierte Aktivität innerhalb der Kaltfalle nach 60 Tagen geringer als die spezifizierte Grenze von 1 Ci ausfällt, kann die Betriebszeit zwischen zwei Regenerationszyklen des Argon-Frosts durchaus auf einen größeren Zeitraum als die bisher geplanten 60 Tage verlängert werden. Eine Verlängerung

der Messperiode und die Verringerung der gesamten Regenerationszeit während der Experimentlaufzeit, würde zu einer längeren effektiven Messzeit von KATRIN führen. In welchem Umfang die Verlängerung der Messdauer sein kann, muss aber erst noch durch weitere Untersuchungen ermittelt werden.



# Anhang

## A Simulation des TRAP-Experiments

Bei den ersten Demonstratorversuchen des TRAP-Experiments zur Abschätzung des Unterdrückungsfaktors der CPS wurden bereits Testmessungen mit Tritium durchgeführt. Dazu wurde ein einfaches Rohr mit 50 mm Durchmesser und 1 m Länge verwendet, welches in der Mitte einen Knick von  $20^\circ$  besitzt. Dieser Bereich wurde mittels eines Bades aus Flüssighelium auf eine Temperatur von 4,2 K gekühlt. Wie auch die CPS wurde die innere Oberfläche dieses Teststands mit Argon-Frost präpariert, sodass hier das selbe Adsorbat-Adsorbens-System eingesetzt wurde.

Die durchgeführten Testmessungen zeigen einen Unterdrückungsfaktor von

$$R_{\text{TRAP}} = (6,9 \pm 0,5_{\text{stat}} \pm 3,1_{\text{sys}}) \cdot 10^6 \quad (\text{A.1})$$

nach einer Messdauer von zehn Tagen. Der genaue Versuchsaufbau und die Diskussion der damit erhaltenen Ergebnissen ist ausführlich in [Eic09] beschrieben.

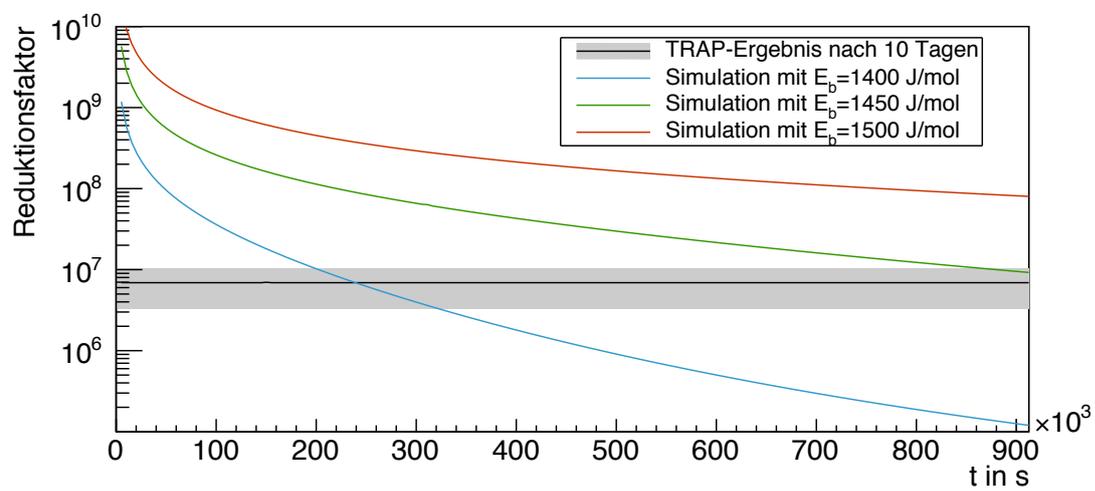
Um eine Abschätzung der Bindungsenergie für Tritium auf Argon zu erhalten, wird der Versuchsaufbau mit den gegebenen Spezifikationen simuliert und die damit bestimmten Unterdrückungsfaktoren mit dem Messergebnis des TRAP-Experiments verglichen.

Bei der Simulation wird der Einfluss durch radioaktiven Zerfall des Tritiums als vernachlässigbar eingestuft, da die Reduzierung der Desorptionszeit (siehe Abbildung 6.5e) bei einer Temperatur von 4,2 K sehr gering sind.

Abbildung A.1 zeigt den simulierten Verlauf der Unterdrückungsfaktoren bei einer Wahl der Bindungsenergie für  $E_b = 1400 \text{ J/mol}$ ,  $1450 \text{ J/mol}$  und  $1500 \text{ J/mol}$  im Vergleich zu dem ebenfalls eingezeichneten Unterdrückungsfaktor des TRAP-Experiments nach 10 Tagen Messzeit. Wie zu erkennen ist, stimmen die Simulation und der Messwert für eine Bindungsenergie von

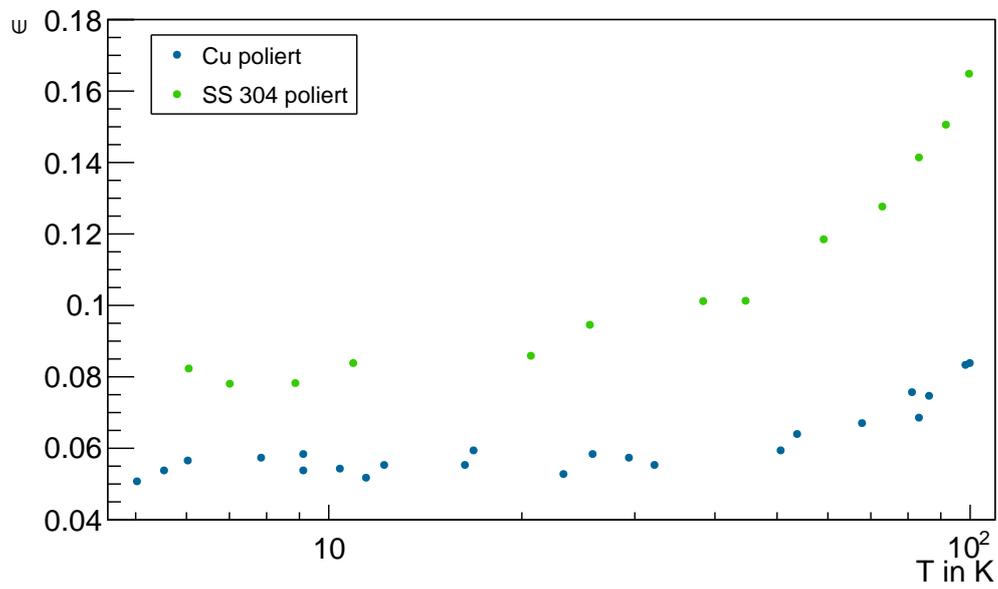
$$E_b = 1450 \text{ J/mol} \quad (\text{A.2})$$

sehr gut überein.



**Abbildung A.1** Simulierte Reduktionsfaktoren bei verschiedenen Bindungsenergien zusammen mit dem bei TRAP erzielten Reduktionsfaktor nach 10 Tagen. Die Simulation mit einer Bindungsenergie von  $E_b = 1450$  J/mol stimmt nach 10 Tagen sehr gut mit dem grau eingezeichneten Fehlerintervall von  $\Delta R = 3,6 \cdot 10^6$  überein.

## B Emissionsgrad von Edelstahl 304 und Kupfer



**Abbildung B.2** Emissionsgrad von Edelstahl 304 und Kupfer in Abhängigkeit der Temperatur nach [HC71]. Die Proben wurden aus einem massiven Block gedreht und die Oberflächen auf eine mittleren Rauheit von  $0,69 \mu\text{m}$  (Edelstahl) und  $1,04 \mu\text{m}$  (Kupfer) poliert. Beide Oberflächen wurden anschließend mit Trichloroethylen und Aceton gereinigt.

## C Übersicht der Simulationsparameter

**Tabelle C.1** Übersicht über die zur Simulation verwendeten Materialeigenschaften von Edelstahl 316L sowie MACOR®.

<b>Edelstahl 316L</b>		
<b>Funktion</b>	<b>Definitionsbereich</b>	<b>Referenz</b>
<b>Wärmekapazität</b> J/(kg · K)	$C_{p,1} = 0.3634524 + 0.2637707 \cdot T + 0.04931346 \cdot T^2 - 0.00381471 \cdot T^3 + 1.195549E - 4 \cdot T^4$	4 K < T ≤ 18 K
	$C_{p,2} = -14.07959 + 2.902466 \cdot T - 0.1533595 \cdot T^2 + 0.004588802 \cdot T^3 - 3.666298E - 5 \cdot T^4$	18 K < T ≤ 50 K
	$C_{p,3} = -20.50161 - 0.8327465 \cdot T + 0.09556189 \cdot T^2 - 7.745224E - 4 \cdot T^3 + 1.944414E - 6 \cdot T^4$	50 K < T ≤ 140 K
		COMSOL [JM76] [CMV54] [LD58]
<b>Wärmeleitfähigkeit</b> W/(m · K)	$k = 10^{-1.4087 + 1.3982 \cdot \log_{10}(T) + 0.2543 \cdot \log_{10}(T)^2 - 0.6260 \cdot \log_{10}(T)^3 + 0.2334 \cdot \log_{10}(T)^4} \cdot 10^{0.4256 \cdot \log_{10}(T)^5 - 0.4658 \cdot \log_{10}(T)^6 + 0.1650 \cdot \log_{10}(T)^7 - 0.0199 \cdot \log_{10}(T)^8}$	1 K < T < 300 K
	$\rho = 7930.967 + 0.03300298 \cdot T - 9.663581 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - 2.917178 \cdot 10^{-6} \cdot T^3 + 102$	4 K < T < 93 K
		COMSOL [Car98] [MC91] [Don03]
<b>Emissionsgrad</b>	0,075	3 K < T < 70 K
		[Don03]
<b>MACOR®</b>		
<b>Funktion</b>	<b>Definitionsbereich</b>	<b>Referenz</b>
<b>Wärmekapazität</b> J/(kg · K)	$C_{p,1} = -0.0748583 + 0.154528 \cdot T - 0.115193 \cdot T^2 + 0.0419968 \cdot T^3 - 0.00795235 \cdot T^4 + 0.00076243 \cdot T^5 - 2.86827 \cdot 10^{-5} \cdot T^6$	3 K < T ≤ 7,9 K
	$C_{p,2} = 0.145355 - 0.0240443 \cdot T + 0.00196443 \cdot T^2 + 0.000202901 \cdot T^3$	7,9 K < T ≤ 50 K
<b>Wärmeleitfähigkeit</b> W/(m · K)	$k_1 = -0.00472134 + 0.00148451 \cdot T + 0.00549512 \cdot T^2 - 0.000302349 \cdot T^3 + 5.0184 \cdot 10^{-6} \cdot T^4$	3 K < T ≤ 18 K
	$k_2 = -0.425092 + 0.103195 \cdot T - 0.00354845 \cdot T^2 + 4.84679 \cdot 10^{-5} \cdot T^3$	18 K < T ≤ 40 K
		[Law75]
<b>Dichte</b> kg/m <sup>3</sup>	$\rho = 2530.952 + 0.01183562 \cdot T - 2.50659 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 + 3.352497 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 - 1.69867 \cdot 10^{-10} \cdot T^4$	1 K < T ≤ 739 K
		COMSOL

**Tabelle C.2** Übersicht über die zur Simulation verwendeten Materialeigenschaften von Kupfer (RRR=100) sowie 2500 Å- 4000 Å dünne Goldschichten.

<b>Kupfer</b>			
	<b>Funktion</b>	<b>Definitionsbereich</b>	<b>Referenz</b>
<b>Wärmekapazität</b> J/(kg · K)	$C_{p,1} = 0.008168 + 0.001044 \cdot T + 0.003441 \cdot T^2$ $+ 2.847 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 + 2.246 \cdot 10^{-5} \cdot T^4$		
	$C_{p,2} = 29.05972 - 3.767169 \cdot T + 0.154054 \cdot T^2$ $- 0.001048 \cdot T^3 + 3.010206 \cdot 10^{-7} \cdot T^4$	1 K < T ≤ 18 K	COMSOL
	$C_{p,3} = - 215.2814 + 8.236 \cdot T - 0.04732108 \cdot T^2$ $+ 1.291 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 - 1.35 \cdot 10^{-7} \cdot T^4$	18 K < T ≤ 60 K  60 K < T ≤ 300 K	
<b>Wärmeleitfähigkeit</b> W/(m · K)	$k = - 22.5 + 135.0796 \cdot T + 4.741986 \cdot T^2$ $- 0.372302 \cdot T^3 + 0.004720 \cdot T^4$		COMSOL
	$\rho = 9028.155 + 0.001936 \cdot T^1$ $- 4.310 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - 8.228 \cdot 10^{-60} \cdot T^3$	2 K < T ≤ 90 K	-
<b>Emissionsgrad</b>	0,2	2 K < T ≤ 70 K	[ASG09]
<b>Gold</b>			
	<b>Funktion</b>	<b>Definitionsbereich</b>	<b>Referenz</b>
<b>Emissionsgrad</b>	0,01	2 K < T ≤ 70 K	[Don03]

## D Fehlerbereich der Temperatursensoren

Der systematische Fehler der Temperatursensoren selbst kann als vernachlässigbar klein angenommen werden, was sich durch die beiden Temperatursensoren 320-RTY-3-4102 und 4103 zeigen lässt. Diese Sensoren sind aufgrund einer Reparaturmaßnahme im selben Halteblock angebracht und sollten daher keine Temperaturdifferenz anzeigen. Aus Abweichungen zwischen den Messwerten kann daher auf die Messungenauigkeit der Sensoren geschlossen werden.

Die Messungen zeigen, dass sich die Temperaturwerte dieser Sensoren im zeitlichen Mittel lediglich um

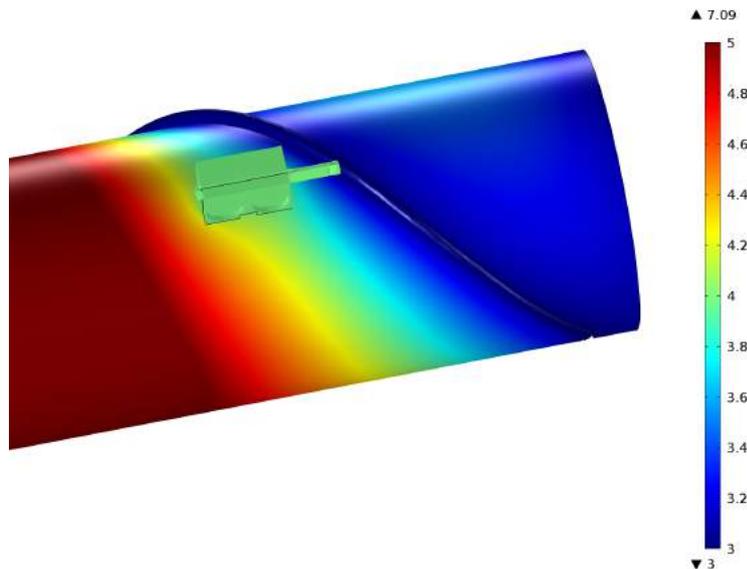
$$\Delta T_{4104/4103} = 0,02 \text{ K} \quad (\text{D.1})$$

unterscheiden.

Um einen weiteren systematischen Fehler durch einen möglichen Temperaturgradienten auszuschließen wird eine weitere Simulation mit den Temperatursensoren und deren Halterungen durchgeführt. Wie sich in Abbildung D.3 zeigt, besteht innerhalb des Kupferblocks lediglich ein Temperaturunterschied zwischen der Kontaktfläche zum Strahlrohr und der zu den Sensoren von lediglich

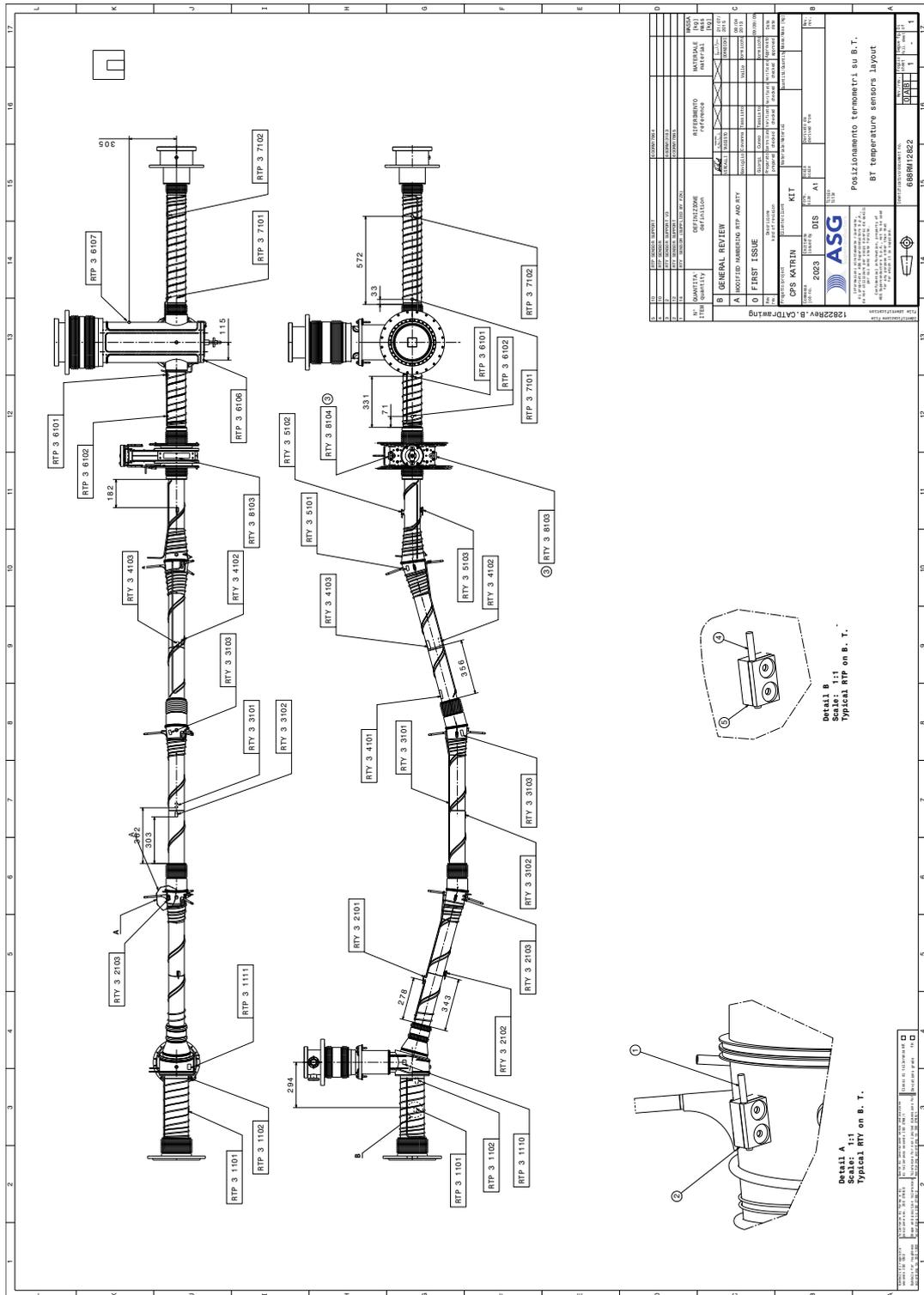
$$\Delta T_{\text{Halterung}} < 1 \text{ mK} \quad (\text{D.2})$$

was auf die sehr hohe thermische Leitfähigkeit des Kupfer zurückzuführen ist.



**Abbildung D.3** Innerhalb der kupfernen Sensorhalterung ist ein Temperaturunterschied von  $\Delta T_{\text{Halterung}} < 1 \text{ mK}$  festzustellen. Zur Simulation wurde Kupfer des Typs  $RRR = 100$  angenommen, dessen thermische Leitfähigkeit etwa 2000 mal größer als die von Edelstahl 316L ist.

## E Lage der Temperatursensoren



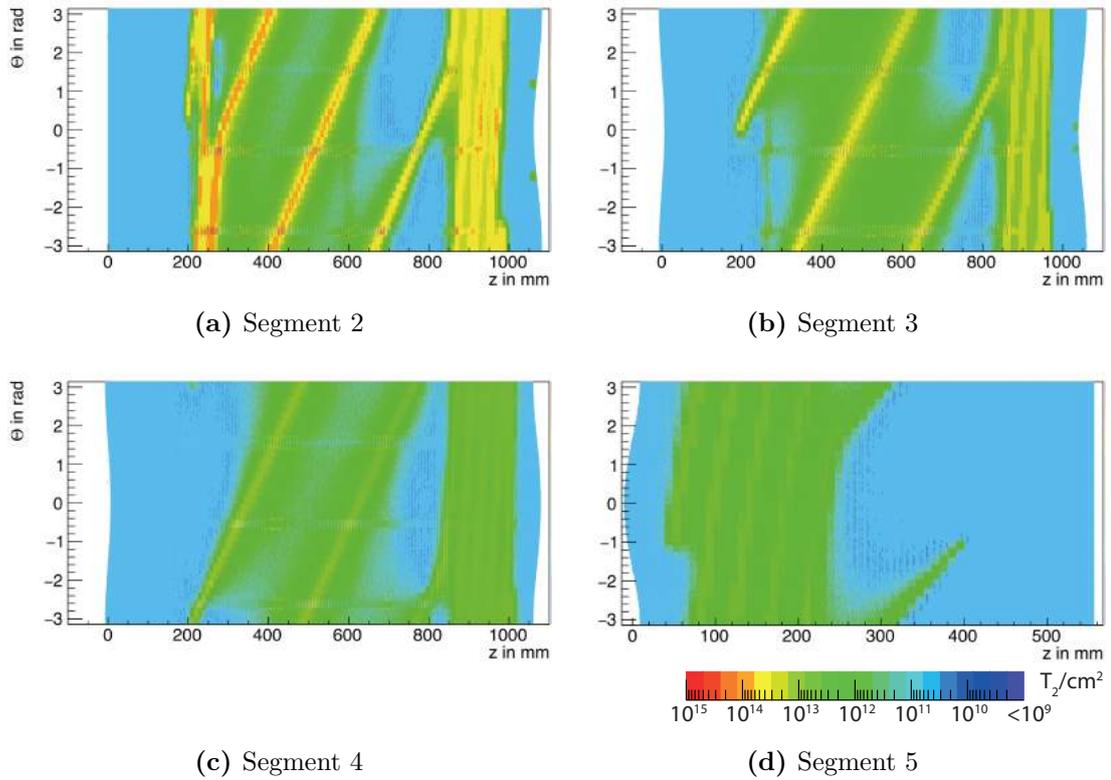
**Abbildung E.4** Technische Zeichnung des Strahlrohrs mit den Positionen der daran angebrachten Temperatursensoren. Die Sensoren werden durch 3 cm lange Kupferblöcke gehalten, welche an das Strahlrohr hartgelötet sind. Der Sensor 320-RTY-3-4102 wurde aufgrund eines fehlenden Halters zusammen mit Sensor 4103 an dem selben Halteblock angebracht (siehe interner Nichtkonformitätsbericht RNC 130502 A).

## F Parameter zur Simulation des Rückhaltefaktors

ID	Temperaturprofil	Simulations- namen	$E_p$ in J/mol	$\Delta T(\text{Segm.2})$ in K	$\sigma$	$s$ in Tz/cm <sup>2</sup>	$a$ in %	$\mu$ in s	$c$ in s	Gültigkeitsbe- reich in s
#0		2.5-10 <sup>9</sup>	1200	0	0		(1.2 ± 0.1) · 10 <sup>-13</sup>	(6.6 ± 0.3) · 10 <sup>10</sup>	(1.9 ± 0.1) · 10 <sup>10</sup>	0 - 4 · 10 <sup>10</sup>
#1		5 · 10 <sup>9</sup>	1200	0.01	0		(4.3 ± 0.4) · 10 <sup>-13</sup>	(7.4 ± 0.3) · 10 <sup>10</sup>	(2.12 ± 0.08) · 10 <sup>10</sup>	0 - 4 · 10 <sup>10</sup>
#2		5 · 10 <sup>10</sup>	1200	0.01	1	1.14 · 10 <sup>15</sup> , 9.65 · 10 <sup>13</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(5.3 ± 0.7) · 10 <sup>-14</sup>	(2.4 ± 0.2) · 10 <sup>9</sup>	(7.8 ± 0.7) · 10 <sup>8</sup>	0 - 1.6 · 10 <sup>9</sup>
#3		5 · 10 <sup>10</sup>	1200	0.01	2	1.14 · 10 <sup>15</sup> , 9.65 · 10 <sup>13</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(1.43 ± 0.4) · 10 <sup>-14</sup>	(1.43 ± 0.09) · 10 <sup>9</sup>	(4.7 ± 0.4) · 10 <sup>8</sup>	0 - 1.15 · 10 <sup>9</sup>
#4		5 · 10 <sup>9</sup>	1300	0.01	0		(5.7 ± 0.6) · 10 <sup>-15</sup>	(3.6 ± 0.1) · 10 <sup>12</sup>	(1.01 ± 0.05) · 10 <sup>12</sup>	0 - 2 · 10 <sup>12</sup>
#5	3K homogen (siehe Abbildung 5.8)	5 · 10 <sup>10</sup>	1300	0.01	1	1.26 · 10 <sup>15</sup> , 1 · 10 <sup>14</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(1.44 ± 0.08) · 10 <sup>-15</sup>	(3.8 ± 0.3) · 10 <sup>9</sup>	(1.4 ± 0.2) · 10 <sup>9</sup>	0 - 5 · 10 <sup>9</sup>
#6		5 · 10 <sup>10</sup>	1300	0.01	2	1.26 · 10 <sup>15</sup> , 1 · 10 <sup>14</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(1.3 ± 0.1) · 10 <sup>-25</sup>	(1.8 ± 0.4) · 10 <sup>9</sup>	(7.3 ± 2.1) · 10 <sup>8</sup>	0 - 2 · 10 <sup>9</sup>
#7		5 · 10 <sup>9</sup>	1400	0.01	0		(1.45 ± 0.09) · 10 <sup>-16</sup>	(2.24 ± 0.05) · 10 <sup>14</sup>	(6.3 ± 0.2) · 10 <sup>13</sup>	0 - 1.3 · 10 <sup>14</sup>
#8		5 · 10 <sup>10</sup>	1400	0.01	1	1.25 · 10 <sup>15</sup> , 9.98 · 10 <sup>13</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(3.6 ± 0.3) · 10 <sup>-16</sup>	(6.0 ± 1.0) · 10 <sup>9</sup>	(2.5 ± 0.6) · 10 <sup>9</sup>	0 - 8.4 · 10 <sup>9</sup>
#9		5 · 10 <sup>10</sup>	1400	0.01	2	1.25 · 10 <sup>15</sup> , 9.98 · 10 <sup>13</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(7.5 ± 0.1) · 10 <sup>-14</sup>	(2.0 ± 1.4) · 10 <sup>9</sup>	(6.1 ± 5.7) · 10 <sup>9</sup>	0 - 2.5 · 10 <sup>9</sup>
#10		2.5 · 10 <sup>9</sup>	1200	0	0		(5.4 ± 1.5) · 10 <sup>-13</sup>	(3.3 ± 0.4) · 10 <sup>9</sup>	(1.1 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	0 - 1.5 · 10 <sup>9</sup>
#11		5 · 10 <sup>10</sup>	1200	0.01	0		(2.6 ± 0.1) · 10 <sup>-12</sup>	(4.01 ± 0.07) · 10 <sup>9</sup>	(1.22 ± 0.02) · 10 <sup>9</sup>	0 - 2 · 10 <sup>9</sup>
#12		5 · 10 <sup>9</sup>	1200	0.01	1	1.15 · 10 <sup>15</sup> , 5.31 · 10 <sup>12</sup> , 5.91 · 10 <sup>10</sup> , 5.91 · 10 <sup>10</sup>	(3.4 ± 0.2) · 10 <sup>-12</sup>	(1.31 ± 0.60) · 10 <sup>9</sup>	(4.4 ± 0.2) · 10 <sup>8</sup>	0 - 8 · 10 <sup>8</sup>
#13	3K inhomogen, mit thermischen Kontakt der Strahlungsschichtfesti- gung (siehe Abbildung 5.9)	5 · 10 <sup>9</sup>	1200	0.01	2	1.15 · 10 <sup>15</sup> , 5.31 · 10 <sup>12</sup> , 5.91 · 10 <sup>10</sup> , 5.91 · 10 <sup>10</sup>	(5.3 ± 0.3) · 10 <sup>-12</sup>	(1.26 ± 0.04) · 10 <sup>9</sup>	(4.3 ± 0.2) · 10 <sup>8</sup>	0 - 8 · 10 <sup>8</sup>
#14		5 · 10 <sup>9</sup>	1300	0.01	0		(9.0 ± 0.5) · 10 <sup>-13</sup>	(2.60 ± 0.60) · 10 <sup>11</sup>	(8.0 ± 0.2) · 10 <sup>10</sup>	0 - 1.5 · 10 <sup>11</sup>
#15		5 · 10 <sup>9</sup>	1300	0.01	1	1.17 · 10 <sup>15</sup> , 1.99 · 10 <sup>12</sup> , 1.54 · 10 <sup>11</sup> , 1.54 · 10 <sup>11</sup>	(1.4 ± 0.1) · 10 <sup>-13</sup>	(1.15 ± 0.06) · 10 <sup>10</sup>	(4.1 ± 0.2) · 10 <sup>9</sup>	0 - 8 · 10 <sup>9</sup>
#16		5 · 10 <sup>9</sup>	1300	0.01	2	1.17 · 10 <sup>15</sup> , 1.99 · 10 <sup>12</sup> , 1.54 · 10 <sup>11</sup> , 1.54 · 10 <sup>11</sup>	(2.6 ± 0.1) · 10 <sup>-13</sup>	(8.6 ± 0.4) · 10 <sup>9</sup>	(3.1 ± 0.2) · 10 <sup>9</sup>	0 - 6 · 10 <sup>9</sup>
#17		5 · 10 <sup>9</sup>	1400	0.01	0		(2.1 ± 0.1) · 10 <sup>-15</sup>	(1.45 ± 0.04) · 10 <sup>13</sup>	(4.5 ± 0.1) · 10 <sup>12</sup>	0 - 8 · 10 <sup>12</sup>
#18		5 · 10 <sup>10</sup>	1400	0.01	1	1.22 · 10 <sup>15</sup> , 2.9 · 10 <sup>12</sup> , 5.9 · 10 <sup>10</sup> , 5.9 · 10 <sup>10</sup>	(8.6 ± 2.0) · 10 <sup>-15</sup>	(9.3 ± 1.8) · 10 <sup>9</sup>	(3.8 ± 0.7) · 10 <sup>9</sup>	0 - 5 · 10 <sup>9</sup>
#19		5 · 10 <sup>10</sup>	1400	0.01	2	1.22 · 10 <sup>15</sup> , 2.9 · 10 <sup>12</sup> , 5.9 · 10 <sup>10</sup> , 5.9 · 10 <sup>10</sup>	(1.82 ± 0.70) · 10 <sup>-14</sup>	(4.8 ± 0.3) · 10 <sup>9</sup>	(1.9 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	0 - 4 · 10 <sup>9</sup>
#20		5 · 10 <sup>10</sup>	1200	0.01	0		(1.1 ± 0.3) · 10 <sup>-12</sup>	(3.8 ± 0.3) · 10 <sup>9</sup>	(1.1 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	0 - 1.5 · 10 <sup>9</sup>
#21		5 · 10 <sup>9</sup>	1200	0.01	1	1.12 · 10 <sup>15</sup> , 3.05 · 10 <sup>12</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(2.0 ± 0.5) · 10 <sup>-12</sup>	(1.7 ± 0.2) · 10 <sup>9</sup>	(5.6 ± 0.7) · 10 <sup>8</sup>	0 - 8 · 10 <sup>8</sup>
#22	3K inhomogen, ohne thermischen Kontakt der Strahlungsschichtfesti- gung	5 · 10 <sup>9</sup>	1200	0.01	2	1.12 · 10 <sup>15</sup> , 3.05 · 10 <sup>12</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(2.3 ± 0.3) · 10 <sup>-12</sup>	(1.5 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	(5.0 ± 0.4) · 10 <sup>8</sup>	0 - 8 · 10 <sup>8</sup>
#23		5 · 10 <sup>9</sup>	1300	0.01	0		(5.4 ± 1.0) · 10 <sup>-14</sup>	(2.8 ± 0.2) · 10 <sup>11</sup>	(8.6 ± 0.6) · 10 <sup>10</sup>	0 - 1.3 · 10 <sup>11</sup>
#24		5 · 10 <sup>10</sup>	1300	0.01	1	1.22 · 10 <sup>15</sup> , 2.25 · 10 <sup>12</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(3.0 ± 0.2) · 10 <sup>-14</sup>	(7.8 ± 0.5) · 10 <sup>9</sup>	(2.9 ± 0.2) · 10 <sup>9</sup>	0 - 5 · 10 <sup>9</sup>
#25		5 · 10 <sup>10</sup>	1300	0.01	2	1.22 · 10 <sup>15</sup> , 2.25 · 10 <sup>12</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(3.6 ± 0.3) · 10 <sup>-14</sup>	(4.4 ± 0.3) · 10 <sup>9</sup>	(1.6 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	0 - 3 · 10 <sup>9</sup>
#26		5 · 10 <sup>9</sup>	1400	0.01	0		(1.3 ± 0.1) · 10 <sup>-15</sup>	(1.55 ± 0.06) · 10 <sup>13</sup>	(4.7 ± 0.2) · 10 <sup>12</sup>	0 - 8 · 10 <sup>12</sup>
#27		5 · 10 <sup>10</sup>	1400	0.01	1	1.22 · 10 <sup>15</sup> , 4.82 · 10 <sup>12</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(7.3 ± 0.5) · 10 <sup>-15</sup>	(8.0 ± 0.7) · 10 <sup>9</sup>	(3.2 ± 0.3) · 10 <sup>9</sup>	0 - 6 · 10 <sup>9</sup>
#28		5 · 10 <sup>10</sup>	1400	0.01	2	1.22 · 10 <sup>15</sup> , 4.82 · 10 <sup>12</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(1.31 ± 0.07) · 10 <sup>-14</sup>	(6.2 ± 0.4) · 10 <sup>9</sup>	(2.4 ± 0.2) · 10 <sup>9</sup>	0 - 5 · 10 <sup>9</sup>
#29		5 · 10 <sup>9</sup>	900	0.01	0		(4.1 ± 0.9) · 10 <sup>-10</sup>	(2.6 ± 0.2) · 10 <sup>7</sup>	(8.0 ± 0.7) · 10 <sup>6</sup>	0 - 1.2 · 10 <sup>7</sup>
#30		5 · 10 <sup>9</sup>	900	0.01	1	5.72 · 10 <sup>14</sup> , 2.74 · 10 <sup>13</sup> , 4.49 · 10 <sup>11</sup> , 6.13 · 10 <sup>10</sup>	(5.2 ± 0.2) · 10 <sup>-10</sup>	(7.8 ± 0.8) · 10 <sup>7</sup>	(7.8 ± 0.8) · 10 <sup>6</sup>	0 - 1.1 · 10 <sup>7</sup>
#31		5 · 10 <sup>9</sup>	900	0.01	2	5.72 · 10 <sup>14</sup> , 2.74 · 10 <sup>13</sup> , 4.49 · 10 <sup>11</sup> , 6.13 · 10 <sup>10</sup>	(4.2 ± 1.0) · 10 <sup>-10</sup>	(2.1 ± 0.2) · 10 <sup>7</sup>	(6.7 ± 0.6) · 10 <sup>6</sup>	0 - 1 · 10 <sup>7</sup>
#32	2.5K inhomogen, mit thermischen Kontakt der Strahlungsschichtfesti- gung	5 · 10 <sup>9</sup>	950	0.01	0		(4.3 ± 0.5) · 10 <sup>-11</sup>	(2.9 ± 0.1) · 10 <sup>8</sup>	(9.2 ± 0.5) · 10 <sup>7</sup>	0 - 1.5 · 10 <sup>8</sup>
#33		5 · 10 <sup>9</sup>	950	0.01	1	1.14 · 10 <sup>15</sup> , 7.66 · 10 <sup>12</sup> , 5.96 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(7.8 ± 0.6) · 10 <sup>-11</sup>	(2.10 ± 0.06) · 10 <sup>8</sup>	(6.8 ± 0.2) · 10 <sup>7</sup>	0 - 1.2 · 10 <sup>8</sup>
#34		5 · 10 <sup>9</sup>	950	0.01	2	1.14 · 10 <sup>15</sup> , 7.66 · 10 <sup>12</sup> , 5.96 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(8.8 ± 0.3) · 10 <sup>-11</sup>	(1.87 ± 0.04) · 10 <sup>8</sup>	(6.1 ± 0.1) · 10 <sup>7</sup>	0 - 1.2 · 10 <sup>8</sup>
#35		5 · 10 <sup>9</sup>	1000	0.01	0		(5.7 ± 0.4) · 10 <sup>-12</sup>	(3.5 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	(1.1 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	0 - 2 · 10 <sup>9</sup>
#36		5 · 10 <sup>9</sup>	1000	0.01	1	1.33 · 10 <sup>15</sup> , 5.21 · 10 <sup>12</sup> , 5.86 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(4.6 ± 0.3) · 10 <sup>-12</sup>	(9.9 ± 0.5) · 10 <sup>8</sup>	(3.4 ± 0.2) · 10 <sup>8</sup>	0 - 6 · 10 <sup>8</sup>
#37		5 · 10 <sup>9</sup>	1000	0.01	2	1.33 · 10 <sup>15</sup> , 5.21 · 10 <sup>12</sup> , 5.86 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(3.2 ± 0.5) · 10 <sup>-12</sup>	(6.2 ± 0.6) · 10 <sup>8</sup>	(2.2 ± 0.2) · 10 <sup>8</sup>	0 - 3.5 · 10 <sup>8</sup>
#38		5 · 10 <sup>10</sup>	1200	0.01	2	1.26 · 10 <sup>15</sup> , 3.46 · 10 <sup>12</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup> , 5.85 · 10 <sup>10</sup>	(1.4 ± 0.1) · 10 <sup>-14</sup>	(2.6 ± 0.3) · 10 <sup>9</sup>	(1.0 ± 0.1) · 10 <sup>9</sup>	0 - 2 · 10 <sup>9</sup>
#39	4.5K inhomogen, mit therm. Kont. der Strahlungsschichtbef.	5 · 10 <sup>9</sup>	1400	0.01	2		(1.9 ± 0.1) · 10 <sup>-9</sup>	(1.4 ± 0.3) · 10 <sup>7</sup>	(4.0 ± 0.1) · 10 <sup>6</sup>	0 - 8 · 10 <sup>6</sup>
#40		5 · 10 <sup>9</sup>	1500	0.01	2					
#41		5 · 10 <sup>9</sup>	1550	0.01	2					

**Tabelle F.3** Aufistung der Simulations- und Anpassungsparameter der Migrationsimulationen bei einem Stickingkoeffizienten von  $\alpha = 0,7$ . Mehrfachangaben beziehen sich auf die Strahlrohsegmente 2-5.

## G Oberflächenbedeckung bei geringer Unterdrückung



**Abbildung G.5** Oberflächenbedeckung nach 60 Tagen bei Simulation mit geringem Unterdrückungsfaktor (#40). Wie zu erkennen ist, findet eine deutlich schnellere Migration der Teilchen als bei Abbildung 6.8 statt, sodass hier die Strukturen im Bereich der Kühlschlangen bis in Segment 5 erkennbar sind.



# Literaturverzeichnis

- [AA<sup>+</sup>10] Agafonova, N., A. Aleksandrov *et al.*: *Observation of a first  $\nu_{\tau}$  candidate event in the OPERA experiment in the CNGS beam.* Physics Letters B, 691(3):138–145, Jul 2010. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2010.06.022>.
- [AAA<sup>+</sup>02] Ahmad, Q. R., R. C. Allen, T. C. Andersen *et al.*: *Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory.* Phys. Rev. Lett., 89(1), Jun 2002. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.011301>.
- [AAA<sup>+</sup>14] Abe, K., J. Adam, H. Aihara *et al.*: *Precise Measurement of the Neutrino Mixing Parameter  $\theta_{13}$  from Muon Neutrino Disappearance in an Off-Axis Beam.* Phys. Rev. Lett., 112(18), Mai 2014. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.181801>.
- [AAA<sup>+</sup>16a] Adam, R., P. A. R. Ade, N. Aghanim *et al.*: *Planck2015 results: I. Overview of products and scientific results*, sep 2016. <https://doi.org/10.1051%2F0004-6361%2F201527101>.
- [AAA<sup>+</sup>16b] Ade, P. A. R., N. Aghanim, M. Arnaud *et al.*: *Planck2015 results: XIII. Cosmological parameters*, sep 2016. <https://doi.org/10.1051%2F0004-6361%2F201525830>.
- [AAB<sup>+</sup>16] Agostini, M., M. Allardt, A.M. Bakalyarov *et al.*: *Search of Neutrinoless Double Beta Decay with the GERDA Experiment.* Nuclear and Particle Physics Proceedings, 273-275:1876–1882, Apr 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2015.09.303>.
- [AAAdA<sup>+</sup>12] Abe, Y., C. Aberle, J. C. dos Anjos *et al.*: *Reactor  $\bar{\nu}_e$  disappearance in the Double Chooz experiment.* Physical Review D, 86(5), Sep 2012. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.86.052008>.
- [ABB<sup>+</sup>11] Aseev, V. N., A. I. Belesev, A. I. Berle *et al.*: *Upper limit on the electron antineutrino mass from the Troitsk experiment.* Physical Review D, 84(11), Dez 2011. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.84.112003>.
- [ABB<sup>+</sup>12] An, F. P., J. Z. Bai, A. B. Balantekin *et al.*: *Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay.* Phys. Rev. Lett., 108(17), Apr 2012. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.171803>.
- [ABB<sup>+</sup>15] Amsbaugh, J.F., J. Barrett, A. Beglarian *et al.*: *Focal-plane detector system for the KATRIN experiment.* Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 778:40–60, Apr 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2014.12.116>.

- [ABB<sup>+</sup>16] Arenz, M., M. Babutzka, M. Bahr *et al.*: *Commissioning of the vacuum system of the KATRIN Main Spectrometer*. J. Inst., 11(04):P04011–P04011, Apr 2016. <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/11/04/P04011>.
- [ABC<sup>+</sup>99] Abdurashitov, J. N., T. J. Bowles, M. L. Cherry *et al.*: *Measurement of the Solar Neutrino Capture Rate by SAGE and Implications for Neutrino Oscillations in Vacuum*. Phys. Rev. Lett., 83(23):4686–4689, Dez 1999. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4686>.
- [ACC<sup>+</sup>12] Ahn, J. K., S. Chebotaryov, J. H. Choi *et al.*: *Observation of Reactor Electron Antineutrinos Disappearance in the RENO Experiment*. Phys. Rev. Lett., 108(19), Mai 2012. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.191802>.
- [AEE<sup>+</sup>08] Abe, S., T. Ebihara, S. Enomoto *et al.*: *Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND*. Phys. Rev. Lett., 100(22), Jun 2008. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.221803>.
- [ASG09] ASG Superconductors s.p.a.: *KATRIN CPS - Technical Design Report*. 2009.
- [AW03] Altarelli, Guido und Klaus Winter: *Neutrino Mass*. Springer Science and Business Media, Berlin Heidelberg, 2003. Aufl. Auflage, 2003, ISBN 978-3-540-40328-9.
- [Bah64] Bahcall, John N.: *Solar Neutrinos. I. Theoretical*. Phys. Rev. Lett., 12(11):300–302, März 1964. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.12.300>.
- [Bah00] Bahcall, J.N.: *Solar neutrinos: an overview*. Physics Reports, 333-334:47–62, Aug 2000. [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573\(00\)00015-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(00)00015-6).
- [Bil10] Bilenky, Samoil: *Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos*. Springer Berlin Heidelberg, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-14043-3>.
- [Boe92] Boehm/Vogel: *Physics of Massive Neutrinos*. Cambridge University Press, Cambridge, 2. Aufl. Auflage, 1992, ISBN 978-0-521-42849-1.
- [Bol84] Boltzmann, Ludwig: *Ableitung des Stefan'schen Gesetzes, betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur aus der electromagnetischen Lichttheorie*. Ann. Phys., 258(6):291–294, 1884. <http://dx.doi.org/10.1002/andp.18842580616>.
- [BP34] Bethe, H. und R. Peierls: *The "Neutrino"*. Nature, 133(3362):532–532, Apr 1934. <http://dx.doi.org/10.1038/133532a0>.
- [BPT80] Beamson, G, H Q Porter und D W Turner: *The collimating and magnifying properties of a superconducting field photoelectron spectrometer*. J. Phys. E: Sci. Instrum., 13(1):64–66, Jan 1980. <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3735/13/1/018>.
- [BU88] Bahcall, John N. und Roger K. Ulrich: *Solar models, neutrino experiments, and helioseismology*. Reviews of Modern Physics, 60(2):297–372, Apr 1988. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.60.297>.
- [Car98] *Carpenter Specialty Alloys and Designer Handbook*. Specialty Steel Industry of North America, Washington DC, 1998.

- 
- [CDRD<sup>+</sup>98] Cleveland, Bruce T., Timothy Daily, Jr. Raymond Davis *et al.*: *Measurement of the Solar Electron Neutrino Flux with the Homestake Chlorine Detector*. *ApJ*, 496(1):505–526, März 1998. <http://dx.doi.org/10.1086/305343>.
- [Cha14] Chadwick, J.: *Intensitätsverteilung im magnetischen Spektrum der  $\beta$ -Strahlen von Radium B + C*. *Verh. d. deutschen Phys. Ges.*, 16(383), 1914.
- [CHH<sup>+</sup>99] Cribier, M., W. Hampel, G. Heusser *et al.*: *Results of the whole GALLEX experiment*. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 70(1-3):284–291, Jan 1999. [http://dx.doi.org/10.1016/S0920-5632\(98\)00438-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0920-5632(98)00438-1).
- [CLG55] Clement, J. R., J. K. Logan und J. Gaffney: *Liquid Helium Vapor Pressure Equation*. *Physical Review*, 100(2):743–744, Okt 1955. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.100.743>.
- [CMV54] C.F.Lucks, J. Matolich und J.A. Van Valzor: *USAF TR 6145*. [AD 95 95406], Seiten 1–71, 1954.
- [Day07] Daya Bay Collaboration: *A Precision Measurement of the Neutrino Mixing Angle  $\Theta_{13}$  using Reactor Antineutrinos at Daya Bay*. 2007.
- [Dea99] Dean, John A.: *Handbook of chemistry*. McGraw-Hill, New York, 15. aufl. Auflage, 1999, ISBN 978-0-070-16384-3.
- [DGG<sup>+</sup>62] Danby, G., J M. Gaillard, K. Goulianos *et al.*: *Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos*. *Phys. Rev. Lett.*, 9(1):36–44, Jul 1962. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.9.36>.
- [DGM<sup>+</sup>13] Dev, P. S. Bhupal, Srubabati Goswami, Manimala Mitra *et al.*: *Constraining neutrino mass from neutrinoless double beta decay*. *Physical Review D*, 88(9), Nov 2013. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.88.091301>.
- [Don03] Donabedian, Martin: *Spacecraft Thermal Control Handbook - Cryogenics*. Aerospace Press, 00002. aufl. Auflage, 2003, ISBN 978-1-884-98914-8.
- [Duc15] Duchesneau, D.: *Recent Results from the OPERA Experiment*. *Physics Procedia*, 61:467–474, 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.phpro.2014.12.109>.
- [EH11] Enss, Christian und Siegfried Hunklinger: *Tieftemperaturphysik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1. aufl. Auflage, 2011, ISBN 978-3-642-57265-4.
- [EHM87] Elliott, S. R., A. A. Hahn und M. K. Moe: *Direct evidence for two-neutrino double-beta decay in  $Se82$* . *Phys. Rev. Lett.*, 59(18):2020–2023, Nov 1987. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.2020>.
- [Eic09] Eichelhardt, Frank: *Measurement of the Tritium pumping properties of a 4.2 K Argon Condensate for the Cryogenic Pumping Section of KATRIN*. Dissertation, KIT/IEKP, Jan 2009. <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000010434>.
- [Eki06] Ekin, Jack: *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements - Cryostat Design, Material Properties and Superconductor Critical-Current Testing*. OUP Oxford, New York, London, 1. aufl. Auflage, 2006, ISBN 978-0-191-52469-1.

- [Fer34] Fermi, E.: *Versuch einer Theorie der  $\beta$ -Strahlen. I.* Zeitschrift für Physik, 88(3-4):161–177, März 1934. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01351864>.
- [FHI<sup>+</sup>96] Fukuda, Y., T. Hayakawa, K. Inoue *et al.*: *Solar Neutrino Data Covering Solar Cycle 22.* Phys. Rev. Lett., 77(9):1683–1686, Aug 1996. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.1683>.
- [FHI<sup>+</sup>98a] Fukuda, Y., T. Hayakawa, E. Ichihara *et al.*: *Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos.* Phys. Rev. Lett., 81(8):1562–1567, Aug 1998. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1562>.
- [FHI<sup>+</sup>98b] Fukuda, Y., T. Hayakawa, E. Ichihara *et al.*: *Measurements of the Solar Neutrino Flux from Super-Kamiokande's First 300 Days.* Phys. Rev. Lett., 81(6):1158–1162, Aug 1998. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1158>.
- [Fis10] Fischer, Hans: *A History of the Central Limit Theorem - From Classical to Modern Probability Theory.* Springer Science Business Media, Berlin Heidelberg, 2011. Aufl. Auflage, 2010, ISBN 978-0-387-87857-7.
- [Gat01] Gatti, F.: *Microcalorimeter measurements.* Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, 91(1-3):293–296, Jan 2001. [http://dx.doi.org/10.1016/S0920-5632\(00\)00954-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0920-5632(00)00954-3).
- [GBH<sup>+</sup>13] Grohmann, S., T. Bode, M. Hötzel *et al.*: *The thermal behaviour of the tritium source in KATRIN.* Cryogenics, 55-56:5–11, Mai 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cryogenics.2013.01.001>.
- [GDL<sup>+</sup>13] Glück, Ferenc, Guido Drexlin, Benjamin Leiber *et al.*: *Electromagnetic design of the large-volume air coil system of the KATRIN experiment.* New Journal of Physics, 15(8):083025, Aug 2013. <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/15/8/083025>.
- [GER] *First results from GERDA Phase II.* [https://www.mpi-hd.mpg.de/gerda/public/2016/t16\\_neutrino\\_gerda\\_ma.pdf](https://www.mpi-hd.mpg.de/gerda/public/2016/t16_neutrino_gerda_ma.pdf), 28.11.2016.
- [GK86] Grotz, K. und H.V. Klapdor: *Calculation of double beta decay rates and the neutrino mass.* Nuclear Physics A, 460(3):395–436, Dez 1986. [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474\(86\)90422-7](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474(86)90422-7).
- [GP69] Gribov, V. und B. Pontecorvo: *Neutrino astronomy and lepton charge.* Physics Letters B, 28(7):493–496, Jan 1969. [http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(69\)90525-5](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(69)90525-5).
- [Gre02] Greenwood, John: *The correct and incorrect generation of a cosine distribution of scattered particles for Monte-Carlo modelling of vacuum systems.* Vacuum, 67(2):217–222, Sep 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S0042-207X\(02\)00173-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0042-207X(02)00173-2).
- [Hae81] Haefer, R.A.: *Kryo-Vakuumentchnik - Grundlagen und Anwendungen.* Springer Berlin Heidelberg, Wiesbaden, 1981, ISBN 978-3-540-10167-3.
- [Har15] Harms, Fabian T.: *Characterization and Minimization of Background Processes in the KATRIN Main Spectrometer.* Dissertation, KIT/IEKP, Okt 2015. <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000050027>.
- [HC71] Hawks, K. H. und W. B. Cottingham: *Total Normal Emittance of Some Real Surfaces at Cryogenic Temperature.* Advances in Cryogenic Engineering, 16:467–474, 1971.

- 
- [HK09] Heubner, Ulrich und Jutta Klöwer: *Nickelwerkstoffe und hochlegierte Sonderedelstähle - Eigenschaften - Verarbeitung - Anwendungen*. expert verlag, Renningen, 4. Aufl. Auflage, 2009, ISBN 978-3-816-92859-1.
- [HLK<sup>+</sup>13] Hinshaw, G., D. Larson, E. Komatsu *et al.*: *Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: cosmological parameter results*. *ApJS*, 208(2):19, Sep 2013. <http://dx.doi.org/10.1088/0067-0049/208/2/19>.
- [Jan15] Jansen, Alexander: *The Cryogenic Pumping Section of the KATRIN Experiment - Design Studies and Experiments for the Commissioning*. Dissertation, KIT/IEKP, Jan 2015. <http://digbib.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/documents/3508198>.
- [JM76] J.M.Corsan und N.I. Mitchem: *Proc. of the 6th Inter. Cryo. Eng. Conf., Grenoble*. IPC Science and Tech. Press, Seite 342, Mai 1976.
- [KAT04] KATRIN Collaboration: *KATRIN design report 2004*. 2004. <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/270060419>.
- [KBB<sup>+</sup>03] Kraus, C., J. Bonn, B. Bornschein *et al.*: *Latest results of the Mainz Neutrino Mass Experiment*. *Eur Phys J C*, 33(S1):s805–s807, Dez 2003. <http://dx.doi.org/10.1140/epjcd/s2003-03-902-9>.
- [KBB<sup>+</sup>08] Kazachenko, O., B. Bornschein, L. Bornschein *et al.*: *TRAP—a cryo-pump for pumping tritium on pre-condensed argon*. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 587(1):136–144, März 2008. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2007.12.024>.
- [Knu16] Knudsen, Martin: *Das Cosinusgesetz in der kinetischen Gastheorie*. *Ann. Phys.*, 353(24):1113–1121, 1916. <http://dx.doi.org/10.1002/andp.19163532409>.
- [KUA<sup>+</sup>01] Kodama, K., N. Ushida, C. Andreopoulos *et al.*: *Observation of tau neutrino interactions*. *Physics Letters B*, 504(3):218–224, Apr 2001. [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)00307-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00307-0).
- [Lan18] Langmuir, Irving: *The Adsorption of Gases on Plane Surface of Glass, Mica and Platinum*. *Journal of the American Chemical Society*, 40(9):1361–1403, sep 1918. <http://dx.doi.org/10.1021/ja02242a004>.
- [Law75] Lawless, W.N.: *Dielectric and thermal properties of a machinable glass—ceramic at low temperatures*. *Cryogenics*, 15(5):273–277, Mai 1975. [http://dx.doi.org/10.1016/0011-2275\(75\)90117-4](http://dx.doi.org/10.1016/0011-2275(75)90117-4).
- [LBB<sup>+</sup>12] Lukić, S., B. Bornschein, L. Bornschein *et al.*: *Measurement of the gas-flow reduction factor of the KATRIN DPS2-F differential pumping section*. *Vacuum*, 86(8):1126–1133, Feb 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.vacuum.2011.10.017>.
- [LD58] Lucks, C.F. und H.W. Deem. *Am. Soc. Testing Mater. Spec. Tech. Publ.*, 227:1–29, 1958.
- [LD08] Luo, X. und Ch. Day: *Test particle Monte Carlo study of the cryogenic pumping system of the Karlsruhe tritium neutrino experiment*. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, 26(5):1319, 2008. <http://dx.doi.org/10.1116/1.2956628>.

- [LDH<sup>+</sup>06] Luo, X., Chr. Day, V. Hauer *et al.*: *Monte Carlo simulation of gas flow through the KATRIN DPS2-F differential pumping system*. *Vacuum*, 80(8):864–869, Jun 2006. <http://dx.doi.org/10.1016/j.vacuum.2005.11.044>.
- [LP06] Lesgourgues, J und S. Pastor: *Massive neutrinos and cosmology*. *Physics Reports*, 429(6):307–379, Jul 2006. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2006.04.001>.
- [Mal08] Malyshev, Oleg B.: *Tritium migration along the cryopumping section*. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, 26(1):68, 2008. <http://dx.doi.org/10.1116/1.2816945>.
- [Man77] Mann, Douglas: *LNG Materials and Fluids*. National Bureau of Standards, Cryogenics Division, first edition Auflage, 1977.
- [MC91] Miller, A.P. und A. Cezairliyan: *High Temperatures-High Pressures*. 23:205, 1991.
- [MDF<sup>+</sup>13] Mertens, S., G. Drexlin, F.M. Fränkle *et al.*: *Background due to stored electrons following nuclear decays in the KATRIN spectrometers and its impact on the neutrino mass sensitivity*. *Astroparticle Physics*, 41:52–62, jan 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.astropartphys.2012.10.005>.
- [Mer12] Mertens, Susanne: *Study of Background Processes in the Electrostatic Spectrometers of the KATRIN experiment*. Dissertation, KIT/IEKP, Feb 2012. <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000027058>.
- [MNS79] Maki, Ziro, Masami Nakagawa und Shoichi Sakata: *Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur*. *Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften*, 79:391–428, 1879. [http://www.zobodat.at/pdf/SBAWW\\_79\\_0368-0408.pdf](http://www.zobodat.at/pdf/SBAWW_79_0368-0408.pdf).
- [MNS62] Maki, Ziro, Masami Nakagawa und Shoichi Sakata: *Remarks on the Unified Model of Elementary Particles*. *Progress of Theoretical Physics*, 28(5):870–880, Nov 1962. <http://dx.doi.org/10.1143/PTP.28.870>.
- [Nak05] Nakaya, T.: *K2K Results*. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 143:96–103, Jun 2005. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2005.01.093>.
- [NRS05] Nepijko, Sergej A., Irene Rabin und Wilfried Schulze: *Morphology of Frozen Rare-Gas Layers*. *ChemPhysChem*, 6(2):235–238, Feb 2005. <http://dx.doi.org/10.1002/cphc.200400420>.
- [O<sup>+</sup>14] Olive, K. A. *et al.*: *Review of Particle Physics*. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014.
- [Pau30] Pauli, W.: *Brief an die Gruppe der "Radioaktiven"*. 1930.
- [PDYL<sup>+</sup>15] Palanque-Delabrouille, Nathalie, Christophe Yèche, Julien Lesgourgues *et al.*: *Constraint on neutrino masses from SDSS-III/BOSS Ly $\alpha$  forest and other cosmological probes*. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(02):045–045, Feb 2015. <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2015/02/045>.
- [PSB15] Priester, Florian, Michael Sturm und Beate Bornschein: *Commissioning and detailed results of KATRIN inner loop tritium processing system at*

- Tritium Laboratory Karlsruhe*. Vacuum, 116:42–47, Jun 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.vacuum.2015.02.030>.
- [PW65] Penzias, A. A. und R. W. Wilson: *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s*. ApJ, 142:419, Jul 1965. <http://dx.doi.org/10.1086/148307>.
- [Rut99] Rutherford, Ernest: *Uranium radiation and the electrical conduction produced by it*. Philosophical Magazine, 47(109 - 163), 1899.
- [SAB<sup>+</sup>04] Sisti, M, C Arnaboldi, C Brofferio *et al.*: *New limits from the Milano neutrino mass experiment with thermal microcalorimeters*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 520(1-3):125–131, März 2004. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2003.11.273>.
- [Sch13] Schmitz, Norbert: *Neutrino Physik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2013, ISBN 978-3-322-80114-2.
- [SDS85] Simpson, J. J., W. R. Dixon und R. S. Storey: *End-point energy of H 3 beta decay*. Phys. Rev. C, 31(5):1891–1895, Mai 1985. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.31.1891>.
- [Smo99] Smoot, George F.: *COBE observations and results*. In: *Conference on 3K cosmology*. AIP Publishing, 1999. <http://dx.doi.org/10.1063/1.59326>.
- [Sue15] Suekane, Fumihiko: *Neutrino Oscillations*. Springer Japan, 2015. <http://dx.doi.org/10.1007/978-4-431-55462-2>.
- [SWI66] SWIFT, J.D.: *Kinetic theory of gases and gaseous flow*. In: *Gases and Vacua*, Seiten 229–320. Elsevier BV, 1966. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-08-011297-8.50004-2>.
- [TH76] Touloukian, Y.S. und C.Y. Ho: *Thermophysical Properties of Selected Aerospace Materials Part II: Thermophysical Properties of Seven Materials*. National Bureau of Standards, Cryogenics Division, 1976.
- [The06] The Planck Collaboration: *The Scientific Programme of Planck*. 2006.
- [Tho97] Thomson, J. J.: *XL. Cathode Rays*. Philosophical Magazine Series 5, 44(269):293–316, Okt 1897. <http://dx.doi.org/10.1080/14786449708621070>.
- [UDRL<sup>+</sup>09] Ubieto-Díaz, M., D. Rodríguez, S. Lukic *et al.*: *A broad-band FT-ICR Penning trap system for KATRIN*. International Journal of Mass Spectrometry, 288(1-3):1–5, Nov 2009. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijms.2009.07.003>.
- [UL00] Unterweger, M.P und L.L Lucas: *Calibration of the National Institute of Standards and Technology tritiated-water standards*. Applied Radiation and Isotopes, 52(3):527–531, März 2000. [http://dx.doi.org/10.1016/S0969-8043\(99\)00205-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0969-8043(99)00205-5).
- [VBY70] V. B. Yuferov, R. M. Kobez. Sov. J. Tech. Phys., 14:1261, 1970.
- [vW35] Weizsäcker, C. F. v.: *Zur Theorie der Kernmassen*. Zeitschrift für Physik, 96(7-8):431–458, Jul 1935. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01337700>.

- [WAW13] Wutz, Max, Hermann Adam und Wilhelm Walcher: *Theorie und Praxis der Vakuumtechnik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2013, ISBN 978-3-322-87814-4.

# Danksagungen

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. G. Drexlin, der es mir ermöglichte diese Masterarbeit im Rahmen des KATRIN-Experiments anfertigen zu können. Zudem möchte ich mich bei meinem Betreuer Dr. M. Steidl bedanken. Insbesondere dafür, dass er sich immer die Zeit für richtungsweisende Gespräche nahm, auch während der arbeitsintensiven Inbetriebnahme der CPS. Ebenso möchte ich mich bei ihm für die Korrektur dieser Arbeit bedanken.

Dieser Dank gilt auch den weiteren Freunden und Kollegen Timothy Gebhard, Moritz Machatschek, Marc Korzeczek und Carsten Röttele, die mich ebenfalls durch eine ausführliche Korrektur dieser Arbeit unterstützt haben. Bei allen weiteren Studenten, Doktoranden und Mitarbeitern bei KATRIN möchte ich mich für die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre und die gute Stimmung bedanken. Da es sich in einem angenehmen Umfeld deutlich produktiver arbeiten lässt, habt ihr so sicherlich alle einen Beitrag zum Gelingen dieser Masterarbeit beigetragen.

Bei Carsten Röttele möchte ich mich zudem auch für die Beantwortung vieler allgemeiner Fragen am Anfang meiner Zeit bei KATRIN bedanken. Ihm und besonders auch Fabian Friedel möchte ich zudem für zahlreiche fachliche Diskussionen zum Thema dieser Arbeit und die daraus gewonnene Erkenntnis danken. Das ein oder andere Problem während dieser Arbeit wurde so durch gemeinsamen Gedankenaustausch gelöst.

Abschließend möchte ich mich bei meiner Familie für die Unterstützung während des gesamten Studiums über bedanken.

*Das also war des Pudels Kern!*  
Johann Wolfgang von Goethe