
Ein elektrostatisches Dipolsystem zur Eliminierung von Ionen in der DPS2-F des KATRIN Experimentes

Stefan Reimer



Institut für Experimentelle Kernphysik
Karlsruher Institut für Technologie

**Ein elektrostatisches Dipolsystem
zur Eliminierung von Ionen in
der DPS2-F des KATRIN
Experimentes**

Diplomarbeit

vorgelegt

von

Stefan Reimer

Institut für Experimentelle Kernphysik

Karlsruher Institut für Technologie

November 2009

Referent:
Co-Referent:
Betreuer:

Prof. Dr. Guido Drexlin
Prof. Dr. Thomas Müller
Dr. Strahinja Lukic

Inhaltsverzeichnis

1	Motivation für ein Neutrinomassenexperiment	1
1.1	Standardmodell	1
1.2	Neutrinooszillationen	2
1.3	Massenhierarchie der Neutrinos	5
1.4	Kosmologische Grenzen an die Neutrinomasse	6
1.5	Doppel Beta Zerfall	6
1.6	Bisherige Neutrino Experimente: Troitsk und Mainz	8
2	Übersicht über das KATRIN Experiment	9
2.1	T_2 Beta-Zerfall	9
2.2	MAC-E Filter	14
2.3	WGTS und Loops	17
2.4	DPS2-F und Gasunterdrückungsfaktor	20
2.5	CPS	22
2.6	Spektrometer	23
2.7	Detektor	26
2.8	Rear Sektion	27
2.9	Sensitivität von KATRIN	28
2.10	Untergrund bei KATRIN	29
3	Entstehung und Einfluß von Ionen	31
3.1	Ionenproduktion in der WGTS	31
3.2	Analyse der Ionen mit einer FT-ICR	35
3.3	Einfluss der Ionen auf das KATRIN Experiment	37

4	$\vec{E} \times \vec{B}$ Drift zur Beseitigung von Ionen	41
4.1	Theorie: $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift	41
4.2	Umsetzung im KATRIN Experiment	42
4.3	Abschätzung der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift in der DPS2-F	46
5	Simulationen	51
5.1	Berechnung von B Feldern	51
5.1.1	Elliptische Integrale	51
5.1.2	Entwicklung nach Legendre Polynomen	52
5.2	Berechnung des Flussschlauches	55
5.3	Berechnung von E Feldern	61
5.4	3 dimensionale Hermite Interpolation	63
5.5	Designvorschlag A	66
5.5.1	Das elektrische Feld des Dipols	66
5.5.2	Bahnrechnungen der Ionen	69
5.5.3	gedrehte Dipolfelder	73
5.6	Designvorschlag B	77
5.6.1	Das elektrische Feld des Dipols	77
5.6.2	Bahnrechnungen der Ionen	81
5.6.3	gedrehte Dipolfelder	82
6	Realisierung der Dipole	87
6.1	Generelle Anforderungen an den Dipol	87
6.2	Designparameter Konfiguration A	88
6.2.1	Geometrie	88
6.2.2	Materialien	89
6.2.3	Einbringung	92
6.2.4	Befestigung	93
6.2.5	Bewertung der Konfiguration A	93
6.3	Designparameter Konfiguration B	93
6.3.1	Geometrie	93

6.3.2	Materialien	94
6.3.3	Einbringung	95
6.3.4	Befestigung	96
6.3.5	Bewertung der Konfiguration B	97
6.4	Vergleich der beiden Konfigurationen	97
7	Zusammenfassung und Ausblick	99
	Abbildungsverzeichnis	106
	Tabellenverzeichnis	110
	Literaturverzeichnis	111

1. Motivation für ein Neutrinomassenexperiment

1.1 Standardmodell

Im Standardmodell der Teilchenphysik werden alle bekannten Elementarteilchen, aus denen die uns umgebende Welt aufgebaut ist, zusammengefasst. Dabei kann man die Elementarteilchen nach ihrer Art der Wechselwirkung in Gruppen einteilen.

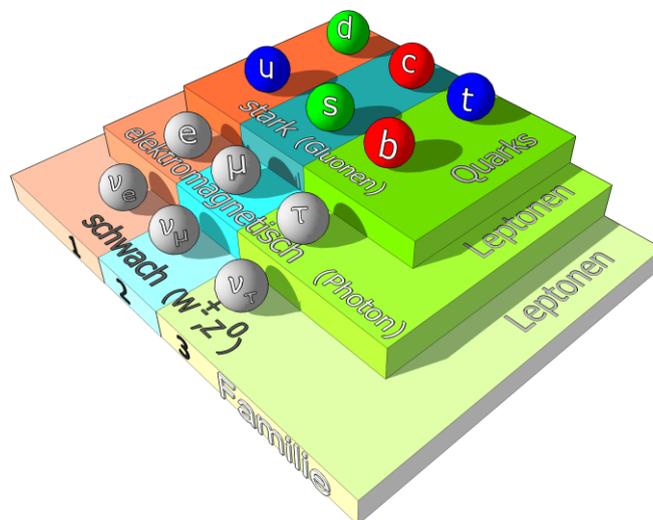


Abbildung 1.1: Materieteilchen des Standardmodells. Bild entnommen aus [1].

Protonen und Neutronen, die zusammen die Atomkerne, der uns umgebenden Elemente bilden, sind selbst gar keine Elementarteilchen, da sie selber wiederum aus noch elementareren Teilchen zusammengesetzt sind, den Quarks. Bisher wurden 6 Quarks gefunden; up, down, strange, charm, bottom und top. Diese Quarks werden durch die starke Kernkraft zusammengehalten und können so durch unterschiedliche Kombinationen viele Teilchen bilden wie zum Beispiel das Proton (uud) und das Neutron(udd). Alle Quarks unterliegen zusätzlich noch der elektrischen und der schwachen Wechselwirkung.

Neben den Quarks gibt es noch die Leptonen, zu denen das Elektron, das Myon, das Tauon und ihre zugehörigen Neutrinos Elektronneutrino, Myonneutrino und Tauonneutrino gehören. Die geladenen Leptonen Elektron, Myon und Tauon können über

die elektromagnetische und die schwache Kraft wechselwirken. Die neutralen Leptonen können hingegen nur über die schwache Wechselwirkung mit anderen Teilchen interagieren.

Untersucht man diese Elementarteilchen so stellt man fest, dass es zu jedem Teilchen zwei weitere Teilchen gibt, die genau dieselben Quantenzahlen haben außer der Masse. Man sagt das leichteste dieser Teilchen gehört zur 1. Familie, das mittlere gehört zur 2. Familie und das schwerste gehört zur 3. Familie. Da die Massen der Neutrinos noch nicht bekannt sind, werden die Neutrinos als Partner zu ihrem geladenen Lepton in diese Familienhierarchie eingegliedert, da ein Neutrino immer in Zusammenhang mit seinem geladenen Lepton Partner auftaucht. Somit gehören das Elektronneutrino, das Elektron und die beiden Quarks u und d zur 1. Familie [21].

Zusätzlich zu diesen Elementarteilchen gibt es noch zu jedem dieser Teilchen ein Antiteilchen, das genau dieselben Eigenschaften hat wie das dazugehörige Teilchen bis auf die elektrische Ladung. Die elektrische Ladung eines Antiteilchens ist nämlich genau entgegengesetzt zu seinem Teilchen. Die Masse jedoch ist für Teilchen und Antiteilchen genau gleich.

Die Massen der Quarks und Leptonen sind heutzutage gut bekannt, aber für die Masse der Neutrinos kann man nur Obergrenzen angeben, bei denen man erahnen kann, dass die Masse der Neutrinos über die Familien hinweg auch ansteigt.

Kein anderes Elementarteilchen als die Neutrinos haben sich so lang einer Massenbestimmung entzogen. Es war lange Zeit sogar nicht einmal klar, ob die Neutrinos überhaupt eine Masse besitzen oder ob sie wie das Photon masselos sind. Das Standardmodell der Teilchenphysik kann die Wechselwirkungen des Neutrinos mit anderer Materie wunderbar erklären ohne irgendeine Masse für die Neutrinos postulieren zu müssen.

Spätestens nachdem aber am Super Kamiokande Neutrinooszillationen nachgewiesen werden konnten, weiß man das die Neutrinos eine Masse haben müssen. Beim Nachweis der Neutrinooszillationen konnte aber keine absolute Masse für die Neutrinos gemessen werden sondern nur die Massenunterschiede zwischen den drei Neutrinoarten.

1.2 Neutrinooszillationen

Insgesamt hat man bis heute drei unterschiedliche Arten von Neutrinos nachweisen können. Das erste Neutrino, das nachgewiesen wurde ist der Partner des Elektrons e^- und heißt Elektronneutrino ν_e . Später hat man dann herausgefunden, dass es zu den schwereren Brüdern des Elektrons, nämlich dem Myon μ und dem Tauon τ ebenfalls einen Neutrino Partner gibt. Dies sind das Myonneutrino ν_μ und das Tauonneutrino ν_τ . Diese drei Neutrinoarten können alle eine unterschiedliche Masse haben m_1 , m_2 und m_3 .

Diese drei Neutrinoarten koppeln über die schwache Wechselwirkung nur an ihren leptonen Partner. Das heißt, dass ein Elektronneutrino ν_e nur in Verbindung mit einem Elektron und ein Myonneutrino ν_μ nur in Verbindung mit einem Myon auftaucht.

Somit sagt die Eigenschaft Elektron, Myon oder Tauon eines Neutrinos, die auch Flavour des Neutrinos genannt wird, etwas über die Wechselwirkung aus. Da die Masse eines Neutrinos keinen Einfluss auf die Wechselwirkung, also auch auf den Flavour des Neutrinos hat, müssen die Flavoureigenzustände und die Masseneigenzustände der Neutrinos nicht zwangsweise dieselben sein. Sondern ein bestimmter Flavourzustand kann sich aus einer beliebigen Linearkombination der Masseneigenzustände zusammensetzen und umgekehrt.

Wenn man die Flavoureigenzustände mit $|\nu_\alpha\rangle$, wobei ($\alpha = e, \mu, \tau$) sein kann, und die Masseneigenzustände mit $|\nu_i\rangle$ bezeichnet, wobei ($i = 1, 2, 3$) sein kann, kann man die Linearkombination folgendermaßen ausdrücken.

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad (1.1)$$

Wobei die Elemente $U_{\alpha i}$ Teil einer unitären Drehmatrix sind.

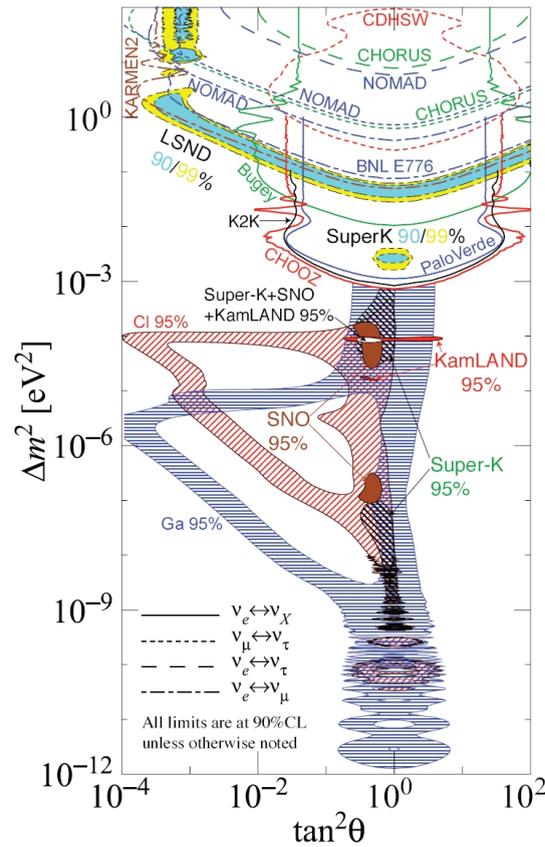


Abbildung 1.2: Ausschlussgebiete für die Neutrinooszillationen. Bild entnommen aus [35].

Diese Linearkombination der Flavoureigenzustände hat zur Folge, dass ein Neutrino, das sich im freien Raum fortbewegt ständig seine Flavoureigenschaft wechseln kann.

Somit kann ein Neutrino als Elektronneutrino ν_e starten und kommt als Myonneutrino ν_μ wo anders an. Die Wahrscheinlichkeit P eines Neutrinos im Flavourzustand Elektron zu sein ändert sich mit der Zeit für eine solche Linearkombination. Allgemein für drei unterschiedliche Flavourzustände kann man die Übergangswahrscheinlichkeit mit der Energie E_i der Masseneigenzustände $|\nu_i\rangle$ folgendermaßen berechnen:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)(t) = \left| \sum_i U_{\beta i} \exp^{iE_i t} U_{\alpha i}^* \right|^2 \quad (1.2)$$

Hierbei wird angenommen, dass sich die Energie des Neutrinos erhalten bleibt egal in welche Flavour es gerade ist.

Für nur zwei Flavourzustände kann man vereinfacht schreiben:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Die Übergangswahrscheinlichkeit eines Elektronneutrinos zu einem Myonneutrinos kann dann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\Theta) \sin^2\left(\frac{\Delta(m^2)L}{4E}\right) \quad (1.4)$$

Dabei ist L die zurückgelegte Strecke, E die Energie des Neutrinos und $\Delta(m^2)$ die Differenz der Massenquadrate.

$$\Delta(m^2) = m_2^2 - m_1^2 \quad (1.5)$$

Hier erkennt man nun gut, dass solche Flavouroszillationen der Neutrinos nur dann stattfinden können, wenn die einzelnen Massen m_i der Neutrinomasseneigenzustände unterschiedlich und ungleich NULL sind, und wenn der Mischungswinkel Θ ungleich Null ist.

Um diese Neutrinooszillationen nachweise zu können, wurde an sehr vielen unterschiedlichen Detektoren danach gesucht. Für neutrinooszillationen auf kurzen Strecken wurden Kernreaktoren untersucht. Für die mittleren Entfernung wurden atmosphärische Neutrinos untersucht, die durch die kosmische Strahlung in der oberen Atmosphäre der Erde durch Teilchenkollisionen erzeugt werden. Und auf sehr großen Entfernungen wurden die solaren Neutrinos untersucht, die bei der Fusion in der Sonne entstehen.

Aus all diese Untersuchungen von atmosphärischen und solaren Neutrinos kann man die Differenzen der Massenquadrate gewinnen.

Bei den atmosphärischen Neutrinos wird die Oszillation von $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ untersucht und man erhält folgende Einschränkungen auf Δm^2 [24].

$$5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2 < \Delta m_{atmos}^2 < 6 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad (1.6)$$

Aus den Untersuchungen von solaren Neutrinos $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau}$ erhält man folgende Einschränkung [12].

$$5 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 < \Delta m_{solar}^2 < 12 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad (1.7)$$

1.3 Massenhierarchie der Neutrinos

Da bei den Neutrinooszillationen nur Differenzen von Massenquadraten der einzelnen Masseneigenzuständen gemessen werden können, kennt man die absolute Massenskala der Neutrinos nicht. Aber man kann die Massen zweier Masseneigenzustände in Abhängigkeit des Dritten und der Hilfe der Δm angeben, wie es in Abbildung 1.3 gemacht wurde.

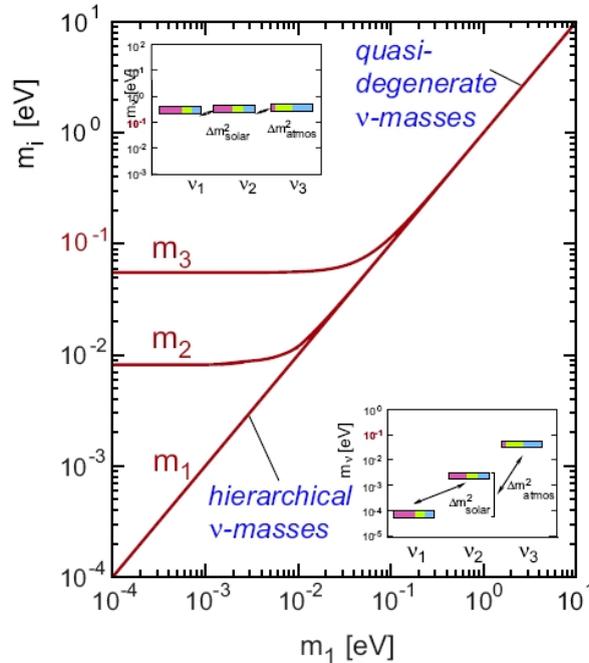


Abbildung 1.3: Massenhierarchie der Neutrinos. Bild entnommen aus [10].

Nun kann man zwei Extremfälle unterscheiden. Ist die Masse des leichtesten Eigenzustandes größer als 1 eV, dann sind die Massen der anderen beiden Masseneigenzustände

quasi gleich dem leichtesten. Dieser Fall wird quasi-degenerierter Fall genannt, da man hier die einzelnen Flavours anhand der Masse kaum unterscheiden kann. Im zweiten Fall, in dem das leichteste Neutrino leichter als $0,01 \text{ eV}$ ist, sind die beiden anderen Masseneigenzustände deutlich schwerer und alle drei Masseneigenzustände sind klar voneinander unterscheidbar. Dieser Fall wird hierarchischer Fall genannt.

1.4 Kosmologische Grenzen an die Neutrinomasse

Aus der Thermodynamik des frühen Universums wissen wir, dass es einen kosmischen Mikrowellenhintergrund gibt mit einer Temperatur von $2,73 \text{ K}$ und einer Photonen Anzahldichte von 410 1/cm^3 . Dieser kosmische Mikrowellenhintergrund rührt von Photonen her, die 300000 Jahre nach dem Urknall aufgehört haben mit der Materie im Kosmos wechselzuwirken. Deshalb kann man durch Messung dieses Mikrowellenhintergrundes ein Blick in die Zeit 300000 Jahre nach dem Urknall werfen.

Nach der Thermodynamik, die diesen Mikrowellenhintergrund beschreibt, gibt es auch einen kosmischen Neutrinohintergrund bei einer Temperatur von $1,9 \text{ K}$. Der Neutrinohintergrund besitzt eine tiefere Temperatur, da er schon früher als die Photonen entkoppelte und im Gegensatz zu den Photonen keine Energie mehr durch die Zerstrahlung von Positronen und Elektronen zugeführt bekommen hat.

Dieser kosmische Neutrinohintergrund konnte experimentell noch nicht nachgewiesen werden, da die Neutrinos nur über die schwache Wechselwirkung mit anderer Materie in Kontakt treten. Aus der Thermodynamik kann man die Teilchenzahldichte dieser Neutrinos berechnen und kommt auf eine Neutrino Anzahldichte von 340 1/cm^3 .

Dies bedeutet, dass wenn die Neutrinos eine Masse besitzen, sie doch einen erheblichen Teil zur Massendichte ρ des ganzen Universums beitragen könnten, da es sehr viele von ihnen gibt. Die Massendichte ρ des Universums hat einen direkten Einfluss auf die Evolution des Universums, ob das Universum geschlossen oder offen in der Zeit ist und welche Strukturen sich bilden können.

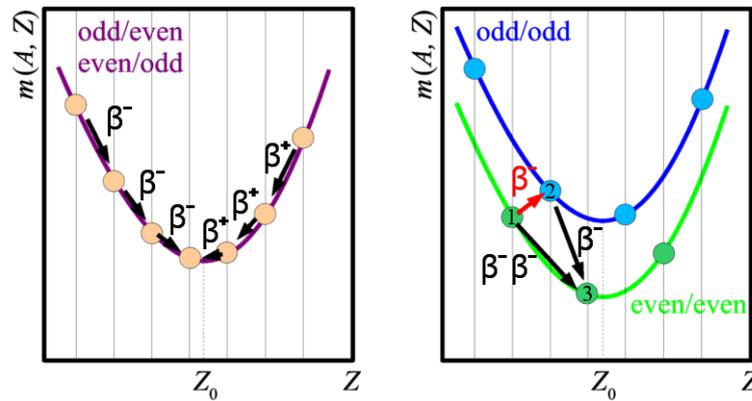
Andererseits kann man aus der Struktur unseres beobachtbaren Universums schließen, dass die Masse der Neutrinos keinen zu hohen Anteil an der Strukturbildung gehabt haben kann, da es sonst nicht zur Bildung von sehr kleinen Strukturen, wie Galaxien, gekommen wäre. Anhand des Powerspektrums der Massenverteilung im Universum kann man zurückrechnen, wie stark die Neutrinos an dieser Strukturbildung beteiligt waren. Die oberen Grenzen an die Neutrinomassen, die man so erhält, sind sehr Modellabhängig und bewegen sich zwischen $0,2 \text{ eV}$ und $1,8 \text{ eV}$ [25] [58].

Dies ist genau der Bereich der vom KATRIN Experiment vermessen werden soll.

1.5 Doppel Beta Zerfall

Ein weiterer Versuch die Massen der Neutrinomasseneigenzustände experimentell zu bestimmen, bietet der $\beta\beta$ -Zerfall.

Betrachtet man die Massenparabel nach der Weizsäcker Formel für einen Kern mit konstantem A für variierendes Z , so erkennt man, dass es für Kerne mit einer ungeraden

Abbildung 1.4: $\beta\beta$ -Zerfall, Massenparabel.

oder geraden Anzahl an Neutronen und Protonen, zwei Parabeln gibt, zwischen denen die Zustände mit variierendem Z hin und her springen.

Betrachten wir nun einen Kern, der nicht im Minimum der Massenparabel sitzt, aber auch nicht durch einen einfachen β -Zerfall in eine energetisch günstigere Position gelangen kann, da er hierzu für einen Sprung auf die obere Massenparabel Energie von außen zugeführt bekommen müsste. Ein solcher Kern kann durch einen doppelten β -Zerfall über einen virtuellen Zwischenzustand mit höherer Energie in den energetisch günstigeren Zustand im Minimum springen. Dieser Zerfall ist allerdings stark unterdrückt, da die Energie, um in den virtuellen Zwischenzustand springen zu können, aus dem Vakuum geliehen werden muss.

Bei diesem $\beta\beta$ -Zerfall kann es zwei Varianten geben. Die eine Variante ist, dass beim $\beta\beta$ -Zerfall zwei Anti-Elektronneutrinos $\bar{\nu}_e$ entstehen, wie wenn zwei einfache β -Zerfälle hintereinander geschehen.



Hierbei zeigen die emittierten Elektronen ein ganzes Spektrum in ihrer kinetischen Energie.

In dem besonderen Fall, dass das Neutrino ein Majorana Teilchen ist, also sein eigenes Antiteilchen, kann es zu einem Neutrinolosen $\beta\beta$ -Zerfall kommen.



Dabei wird in einem ersten β -Zerfall ein Anti-Elektronneutrino $\bar{\nu}_e$ emittiert und gleich darauf von einem weiteren Neutron zu einem erneuten β -Zerfall angeregt. Dabei muss das vom Neutron absorbierte Neutrino aber ein Elektronneutrino ν_e sein. Den neutrinolosen $\beta\beta$ -Zerfall erkennt man daran, dass dabei monoenergetische Elektronen emittiert

werden. Die Zerfallsrate für diesen neutrinolosen $\beta\beta$ -Zerfall ist direkt proportional zur effektiven Neutrinomasse $\langle m_\nu \rangle$.

$$\langle m_\nu \rangle = \sum_i |U_{ei}^2 m_i| \quad (1.10)$$

Diese Information wäre aber schon ein weiterer Schritt in Richtung Verständnis der Zusammensetzung der Massen der Neutrinos. Bisher hat man aber noch keinen neutrinolosen $\beta\beta$ -Zerfall entdecken können.

1.6 Bisherige Neutrino Experimente: Troitsk und Mainz

Eine weitaus bessere Methode die Masse des Neutrinos bestimmen zu können, ist über den einfachen β -Zerfall. Hierfür wird das Spektrum der β -Elektronen vermessen und anhand der Kinematik dieses Drei-Körper-Zerfalles auf die Energie bzw. die Masse des Neutrinos zurückgeschlossen.

Vor dem KATRIN Experiment gab es schon zwei andere Experimente, die versucht haben die Massen des Neutrinos auf kinematischem Wege über den β -Zerfall zu bestimmen. Dies waren die Experimente in Troitsk und Mainz.

Die Experimente in Troitsk und Mainz verwendeten ebenso wie das KATRIN Experiment einen MAC-E Filter zur Energieanalyse der β -Elektronen. Dabei waren die Ausmaße der Spektrometer allerdings etwas kleiner als beim KATRIN Experiment. Das Spektrometer im Troitsk Experiment hatte einen Durchmesser von 1,5 m und eine Länge von 7 m. Im Mainz Experiment hatte der Spektrometer einen Durchmesser von 1 m und eine Länge von 4 m.

Im Troitsk Experiment wurde eine fensterlose gasförmige Tritiumquelle benutzt, während im Mainzer Experiment ein dünner Film kondensierten, gekühlten molekularen Tritiumgases als Quelle verwendet wurde.

Aus den Daten von 200 Tagen reiner Meßzeit hat man in Troitsk folgende obere Grenze für die Neutrinomasse gefunden.

$$m(\nu_e) < 2,05 \text{ eV} \quad (1.11)$$

In Mainz konnte folgende obere Grenze für die Neutrinomasse gegeben werden.

$$m(\nu_e) < 2,3 \text{ eV} \quad (1.12)$$

Diese Meßergebnisse liegen gerade an der oberen Grenze des Intervalles, dass von kosmologischen Analysen für die Neutrinomasse vorher gesagt wird. Um eine wirkliche Aussage über diese kosmologischen Modelle machen zu können, muss ein weiteres, größeres Neutrinomassenexperiment durchgeführt werden, um diesen noch unerforschten Massenbereich zwischen 0,2 eV und 2 eV zu vermessen. Diesen für so viele Forschungsbereiche wichtigen Massenbereich wird das KATRIN Experiment analysieren.

2. Übersicht über das KATRIN Experiment

Das KATRIN Experiment ist ein relatives großes Experiment mit sehr vielen unterschiedlichen Komponenten. Die Hauptkomponenten, wie man sie in Abbildung 2.1 sieht, haben eine Gesamtlänge von 70 m und stehen in aneinander grenzenden Gebäudekomplexen.

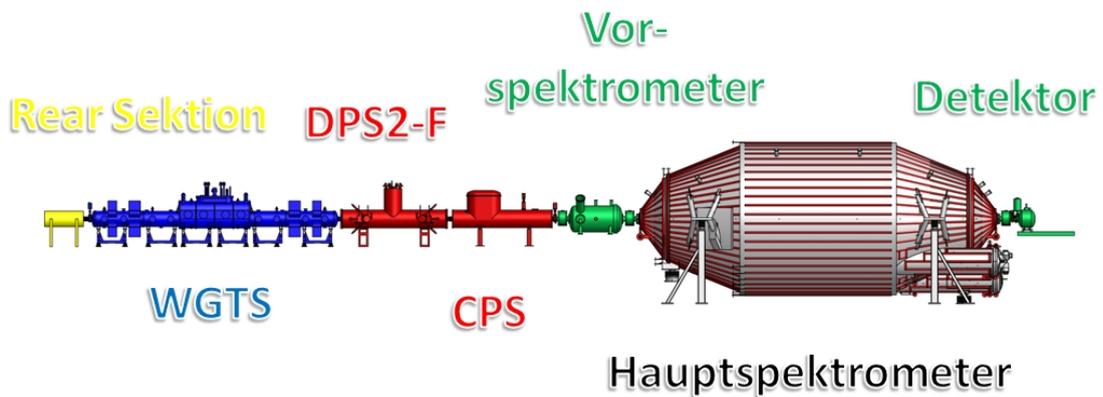


Abbildung 2.1: Aufbau des KATRIN Experimentes mit seinen Hauptkomponenten. Von Links nach Rechts: Rear Sektion, WGTS, DPS2-F, CPS, Vorspektrometer, Hauptspektrometer, Detektor.

In diesem Kapitel wird auf die einzelnen Bestandteile des KATRIN Experiment und deren Funktionsweisen eingegangen. Bevor die Einzelnen Bestandteile des KATRIN Experimentes vorgestellt werden, wird zunächst der T_2 β -Zerfall genauer erläutert, der die Grundlage des ganzen Experimentes darstellt.

2.1 T_2 Beta-Zerfall

Beim β -Zerfall wird ein Neutron n in ein Proton p , ein Elektron e^- und ein Elektron-Antineutrino $\bar{\nu}_e$ verwandelt. Dieser Prozess wird durch ein Schwaches W^- Boson der schwachen Wechselwirkung vermittelt (siehe Abbildung 2.2).



Dieser Prozeß kann energetisch ohne eine Beteiligung von Außen stattfinden, da die Masse des Neutrons schwerer ist als die Summe der Massen der entstehenden Teilchen und somit die Energie erhalten bleibt. Dieser Zerfall findet für jedes freie Neutron mit einer Halbwertszeit von 886 *Sekunden* statt, wenn es nicht vorher gebunden wurde.

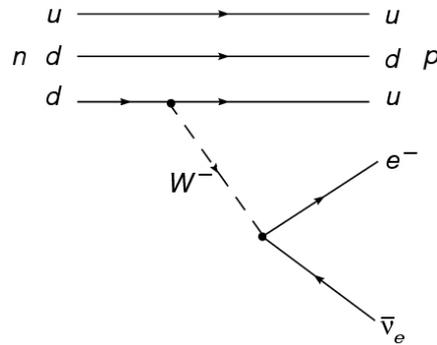


Abbildung 2.2: Feynman Diagramm auf dem Quark Level für den β -Zerfall eines Neutrons. Ein d-Quark eines Neutrons n zerfällt in ein u-Quark und in ein W^- Boson. Das entstandene u-Quark bildet mit den verbliebenem u und d Quark ein Proton p . Das W^- Boson ist nicht stabil und zerfällt nach kurzer Zeit in ein Elektron e^- und ein Elektron-Antineutrino $\bar{\nu}_e$

Die Energie die beim β -Zerfall des freien Neutrons frei wird, ist durch die Massendifferenz der daran beteiligten Teilchen bestimmt. Diese freiwerdende Energie verteilt sich auf die Endprodukte der Reaktion. Für den β -Zerfall des Neutrons bedeutet dies, dass sich die Energie auf das Proton, das Elektron und das Elektron-Antineutrino verteilt. Dieser Prozeß wird ein 3-Körper Zerfall genannt und die Energie kann sich hierbei auf die drei beteiligten Teilchen beliebig verteilen, im Gegensatz zum 2-Körper Zerfall, bei dem die Energie in einem festen Verhältnis auf die zwei Endprodukte verteilt wird.

Als man den β -Zerfall entdeckte, kannte man das Elektron-Antineutrino noch nicht und man ging zur Beschreibung dieser Reaktion von einem 2-Körper Zerfall aus. Allerdings konnte man dadurch das kontinuierliche Spektrum der β -Elektronen nicht erklären. Erst als Wolfgang Pauli 1930 in einem Brief, die Beteiligung eines neutralen, extrem leichten Elementarteilchens am Zerfallsprozess vorschlug, welches er „Neutron“ taufte, konnte man sich das kontinuierliche Spektrum der β -Elektronen, durch den 3-Körper Zerfall, erklären. Da man das neutrale Teilchen im Kern der Atome zuerst entdeckt hatte und dieses Neutron taufte, gab man dem von Wolfgang Pauli postulierten Teilchen später den Namen Neutrino, da es sehr viel leichter als das Neutron sein musste.

Für das KATRIN Experiment wird das radioaktive Nuklid Tritium ${}^3\text{H}$ verwendet, das auch überschwerer Wasserstoff genannt wird. Beim β -Zerfall von Tritium gibt es einige Unterschiede im Vergleich zu dem von einem freien Neutron.



Beim β -Zerfall von Tritium zerfällt nur ein Teil des Atomkerns, nämlich ein gebundenes Neutron (siehe Abbildung 2.3). Dieses Neutron hat zusätzlich zu seiner Masse auch noch

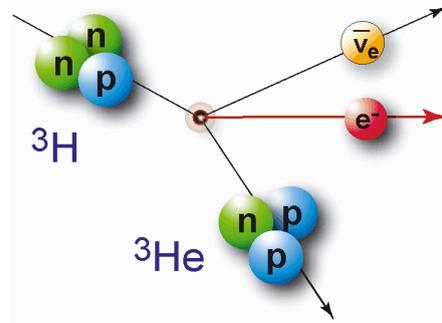


Abbildung 2.3: Beim β -Zerfall von Tritium zerfällt ein Neutron im Tritium Atomkern in ein Proton, ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino. Das Proton bildet mit dem Rest des Tritium Atomkerns den Kern von ${}^3\text{He}$ und das Elektron und das Elektron-Antineutrino fliegen davon. Bild entnommen aus [3].

eine Bindungsenergie im Kern, die beim Zerfall aufgebracht werden muss. Nach dem Zerfall des gebundenen Neutrons wird das Proton wieder in den Kern aufgenommen und es bildet sich so der Tochterkern ${}^3\text{He}$, bei der die Bindungsenergie des freien Protons wieder frei wird. Somit hängt die Gesamtenergie bei diesem β -Zerfall nicht nur von den Massendifferenzen der beteiligten Teilchen ab, wie im freien Fall, sondern auch noch von den Bindungsenergien.

Da sich die Kernstruktur von ${}^3\text{H}$ und ${}^3\text{He}$ leicht unterscheidet, kann sich der Tochterkern in verschiedenen angeregten Zuständen befinden, die sich energetisch unterscheiden, und sich auch somit auf die Endpunktsenergie E_0 des Elektronenspektrums auswirken. Die angeregten ${}^3\text{He}$ Kerne gehen nach kurzer Zeit durch das Abstrahlen eines γ Quants in den Grundzustand zurück.

Da Tritium in dem vom KATRIN Experiment benutzten Temperaturbereich als Gas vorhanden ist und nur ein Elektron in der äußersten Schale besitzt, tritt das Tritiumgas vorwiegend als T_2 Molekül auf. Zerfällt nun eines der Tritiumkerne innerhalb dieses T_2 Moleküls, so erhält man als Tochtermolekül ein ${}^3\text{He}T^+$ Molekül in unterschiedlichen Anregungszuständen.

Betrachtet man nun einen bestimmten Endzustand des Tochtermoleküls ${}^3\text{He}T^+$ mit der dazu gehörenden Endpunktsenergie E_0 so kann man das Energiespektrum der β -Elektronen für die in diesem Falle gesamt freiwerdende Energie E_0 nach der Fermi Theorie des β -Zerfalls theoretisch berechnen [17].

$$\frac{dN}{dE} = C F(Z, E) p (E + m_e) (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2} \Theta(E_0 - E - m_\nu) \quad (2.3)$$

Dabei ist E die kinetische Energie des Elektrons, p der Impuls des Elektrons, m_e die Masse des Elektrons und m_ν die Masse des Elektron-Antineutrinos. Die Θ Funktion sorgt für die Energie Erhaltung. Die Funktion $F(Z, E)$ ist die Fermi Funktion, die den Energieverlust im elektrischen Feld des Tochterkerns beachtet. Das entstandene

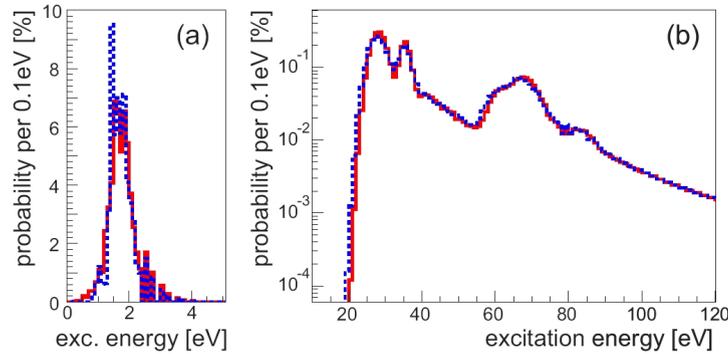


Abbildung 2.4: Verteilung der angeregten Endzustände des ${}^3\text{HeT}^+$ Kerns (rote Kurve) und des ${}^3\text{HeH}^+$ Kerns (blaue Kurve) aus eine Berechnung von [16]. Die rotations und vibrations Anregungen des Grundzustandes (a) haben eine Gesamtwahrscheinlichkeit von 57%. Die elektronisch angeregten Zustände des Tochtermoleküls (b) sind klar getrennt vom Grundzustand. Bild entnommen aus [10].

β -Elektron spürt das elektrische Feld des nun positiv geladenen Tochterkerns und wird dadurch abgebremst.

Die Konstante C setzt sich aus folgenden Größen zusammen:

$$C = \frac{G_F^2}{2\pi^3} \cos^2\theta_C |M|^2 \quad (2.4)$$

Mit der Fermi Konstanten G_F , dem Cabibo Winkel θ_C , die die Stärke der schwachen Wechselwirkung charakterisieren, und dem Kern Matrix Element M, das den Übergang vom ${}^3\text{H}_2$ Molekül zum ${}^3\text{HeT}$ Molekül beschreibt.

Die Konstante C und die Fermifunktion $F(Z,E)$ sind beide unabhängig von der Neutrinomasse m_ν , so dass die Abhängigkeit des Spektrums von der Neutrinomasse m_ν nur von dem Phasenraumfaktor bestimmt wird. Dieser Zusammenhang gilt sowohl für Majorana als auch für Dirac Neutrinos.

Hier sieht man, das die Neutrinomassenbestimmung über diesen kinematischen Ansatz modellunabhängig ist, im Gegensatz zu den $\beta\beta$ -Zerfalls Experimenten.

Wie man in Gleichung 2.3 sieht ist der Einfluss einer endlichen Neutrinomasse m_ν nur nahe dem Endpunkt E_0 des Elektronenspektrums markant, da die Neutrinomasse im Vergleich zur Endpunktsenergie E_0 von 18,6 keV sehr klein ist. Deswegen wird beim KATRIN Experiment das Elektronen Spektrum nur in einem kleinen Gebiet um den Endpunkt E_0 vermessen.

Die Fläche unterhalb des Elektronenspektrums nahe dem Endpunkt im Vergleich zur Gesamtfläche des Spektrums ist ein Maß dafür, wieviele Elektronen eine Energie nahe dem Endpunkt haben. Und wie man in Abbildung 2.5 sehen kann ist der Anteil der

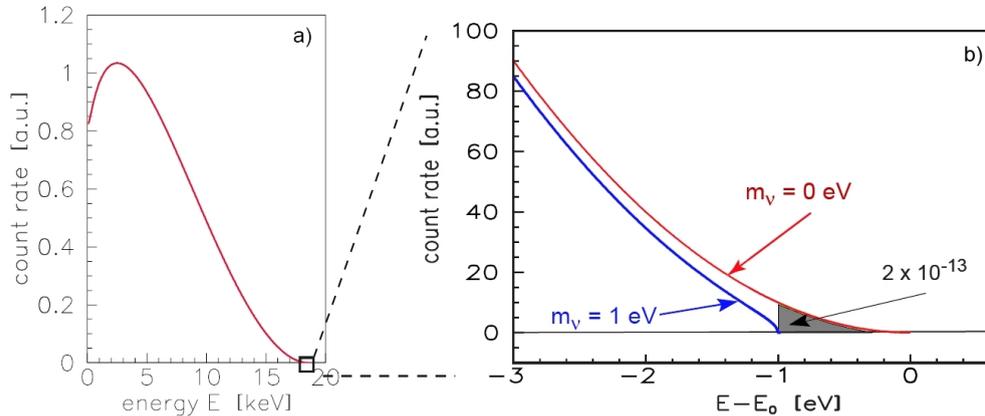


Abbildung 2.5: Energie Spektrum der Elektronen beim Tritium β -Zerfall. Das Spektrum ist einmal dargestellt für die Neutrinomasse 0 und für die hypothetische Neutrinomasse 1 eV. a) Gesamtspektrum von 0 bis 20 keV. b) Vergrößerung des Endpunktes bei 18,6 keV. Man erkennt das der Einfluss einer endlichen Neutrinomasse nur nahe dem Endpunkt bemerkbar ist. Bild entnommen aus [10].

Elektronen mit einer Energie 1 eV unterhalb des Endpunktes nur 2×10^{-13} . Das bedeutet, dass man eine starke Quelle braucht um eine gute Zählrate zu erhalten.

Die Wahl von Tritium als β -Strahler hat für das KATRIN Experiment einige Vorteile:

1. Tritium besitzt den zweit niedrigsten Endpunkt E_0 im Energiespektrum. Dies ist wichtig, da das Spektrum nur in einem kleinen Gebiet vor dem Endpunkt vermessen wird. Die Anzahl an Elektronen, deren Energie in diesem kleinen Bereich liegt ist proportional zu $\frac{1}{E_0^3}$, so dass bei einem niedrigen Endpunkt E_0 mehr Elektronen mit Energien nahe dem Endpunkt in gleicher Messzeit nachgewiesen werden können.
2. Tritium besitzt eine recht kurze Halbwertszeit von 12,3 Jahren, was eine hohe Aktivität bedeutet.
3. Tritium und dessen Tochterkern ^3He haben eine einfache Schalenstruktur. Korrekturen für den β -Zerfall von Atomen und Molekülen können einfach berechnet werden.
4. Tritium hat einen kleinen Z -Wert, so dass es in der Quelle zu wenigen inelastischen Streuungen der β -Elektronen an den Gasmolekülen kommen wird.
5. Der Tritium β -Zerfall ist übererlaubt und somit gibt es keine Korrekturfaktoren für das Kernmatrixelement M .

Dies Alles führt dazu, dass Tritium der ideale β -Strahler für ein solches Neutrinomassen Experiment darstellt.

2.2 MAC-E Filter

Um die Elektronen mit genau der Energie nahe dem Endpunkt E_0 des Spektrums herausfiltern zu können, braucht man einen Spektrometer mit hoher Energieauflösung $\frac{\Delta E}{E}$. Für diesen Zweck wird im KATRIN Experiment ein Spektrometer nach dem MAC-E-Filter (Magnetic Adiabatic Collimation combined with an Electrostatic Filter) Prinzip mit einer sehr hohen Energieauflösung verwendet.

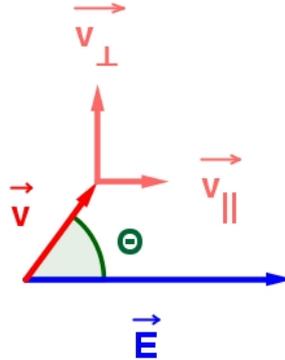


Abbildung 2.6: Das elektrische Feld des Retardierungspotentials U analysiert nur die Geschwindigkeitskomponente v_{\parallel} parallel zum elektrischen Feld \vec{E} . Ist die Gesamtgeschwindigkeit \vec{v} nicht parallel zum elektrischen Feld \vec{E} , sondern schließt einen Winkel Θ mit diesem ein, so wird nur der Teil der Geschwindigkeit v_{\parallel} analysiert. Somit ist die Energieauflösung $\frac{\Delta E}{E}$ von dem Winkel Θ abhängig.

Bei einfachen Spektrometern wird nur die kinetische Energie der Geschwindigkeitskomponente parallel zum elektrischen Feld des Retardierungspotentials analysiert. Dies ist allerdings nur ein Anteil der Gesamtenergie der Elektronen. Wenn deren Ausbreitungsrichtung einen Winkel Θ zum elektrischen Feld aufweist, so ist die im Spektrometer gemessene Energie E_{\parallel} nur:

$$E_{\parallel} = E \cos \Theta \quad (2.5)$$

Da man den Winkel Θ zwischen Ausbreitungsrichtung und elektrischem Feld im Spektrometer nicht messen kann, hängt die Energieauflösung $\frac{\Delta E}{E}$ von der Winkelverteilung der gemessenen Elektronen ab.

Bei einem MAC-E Filter werden die Impulse der Elektronen in Richtung des Magnetfeldes gedreht, so dass fast der gesamte Impuls gegen das Retardierungspotential anläuft. Dies verbessert die Energieauflösung im Vergleich zu den einfachen Spektrometern enorm.

Geladene Teilchen, die sich in einem Magnetfeld bewegen, gyrieren um die Magnetfeldlinien mit der Zyklotronfrequenz ω_c und dem Radius R :

$$R = \frac{|\vec{p}_\perp|}{qB} = \frac{|\vec{v}_\perp|}{\omega_c} \quad (2.6)$$

Ändert sich nun das äußere Magnetfeld B adiabatisch, so muss sich die Energie E_\perp , die in dieser Gyrationbewegung steckt, ändern, da das magnetische Moment μ erhalten bleibt.

$$\mu = \frac{E_\perp}{B} \quad (2.7)$$

Da aber die Gesamtenergie erhalten bleiben muss, wird die Energie, die in der Gyrationbewegung steckt, in longitudinale Energie E_\parallel umgewandelt. Das bedeutet, dass der Impuls in Richtung des Magnetfeldes umgeklappt wird, wenn das Teilchen von einem hohem Magnetfeld in ein niedrigeres Magnetfeld fliegt.

Genau dieser Mechanismus wird bei einem MAC-E Filter benutzt, um den Impuls der geladenen Teilchen in Richtung des elektrischen Feldes zu drehen und somit die gesamte Energie im Spektrometer analysieren zu können.

Ein weiterer Vorteil dieses Spektromertyps ist auch, dass man den halben Raumwinkel von 2π der Quelle ausnutzen kann, da auch Elektronen die nicht direkt in Richtung des Spektrometers ausgesandt werden durch das Magnetfeld zum Spektrometer geleitet werden, und der Impuls dort parallel zum elektrischen Feld ausgerichtet wird, um die gesamte Energie analysieren zu können.

Die Energieauflösung des MAC-E Filters kann man über das maximale Magnetfeld B_{max} und das Magnetfeld B_A in der Analysierebene des Spektrometers berechnen.

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_A}{B_{max}} \quad (2.8)$$

Im KATRIN Aufbau wird das Magnetfeld in der Analysierebene B_A gleich 3×10^{-4} Tesla sein und das maximale Magnetfeld B_{max} in den Pinch-Magneten des Spektrometers 6 Tesla betragen. Dies ergibt eine Energieauflösung $\frac{\Delta E}{E}$ von 5×10^{-5} und einen maximalen Energieunterschied ΔE der Elektronen am Detektor von $0,93 \text{ eV}$.

Der gesamte MAC-E Filter wirkt als Hoch-Energie Pass Filter und durch Variation des Retardierungspotentials kann man das Spektrum in einer integrierten Form aufnehmen.

Die Elektronen, deren Geschwindigkeit \vec{v} einen großen Winkel Θ zum Magnetfeld einschließen, legen einen viel weiteren Weg zurück als die Elektronen, die parallel zum Magnetfeld verlaufen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron mit einem Restgasmolekül inelastisch streut, nimmt mit der zurück gelegten Strecke zu. Somit haben die Elektronen mit einem großen Winkel Θ mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht mehr ihre ursprüngliche Energie aus dem β -Zerfall. Diese Elektronen können das Spektrum verfälschen und deshalb werden sie nicht für die Messung benutzt.

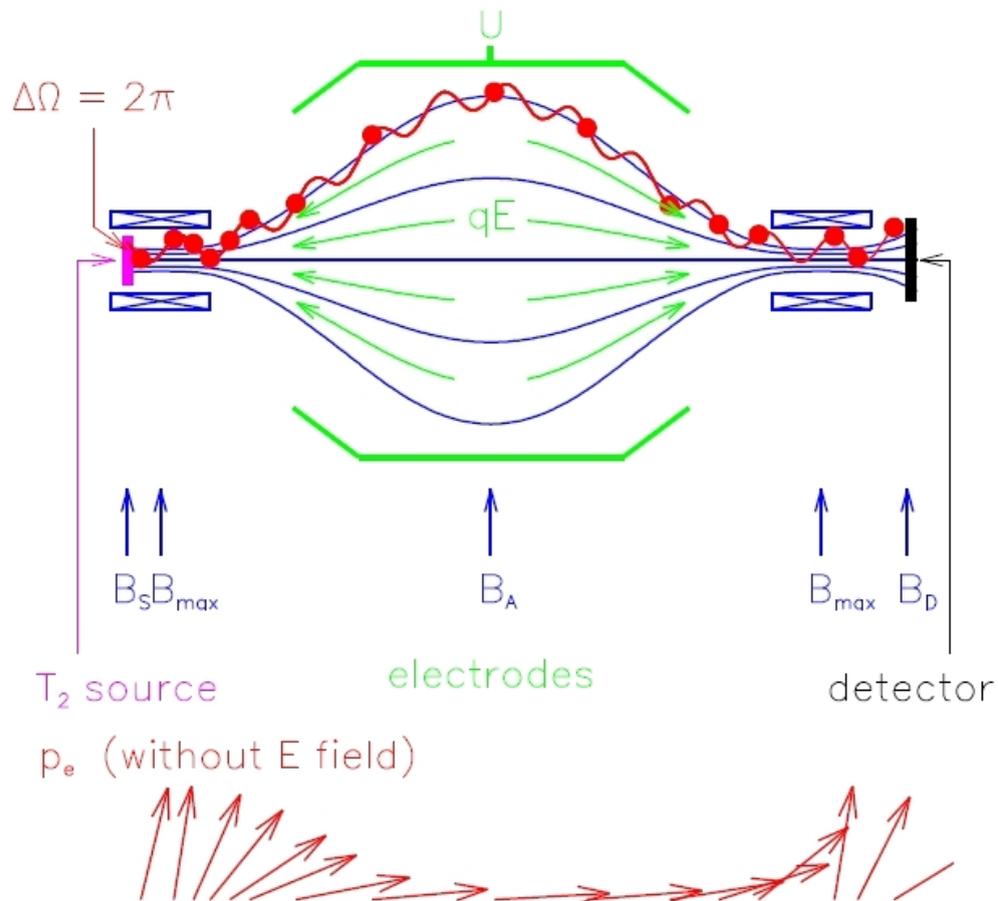


Abbildung 2.7: Funktionsweise eines MAC-E Filter. Die Elektronen werden links in der Quelle in einem hohen Magnetfeld B_{max} emittiert in einen Raumwinkel von 2π und folgen danach den Magnetfeldlinien in die Mitte des MAC-E Filters. Das Magnetfeld B_A in der Analysierebene in der Mitte des MAC-E Filter ist am geringsten. Dort wird der Impuls komplett in longitudinalen Impuls umgewandelt und kann vom Retardierungspotential U des Spektrometers analysiert werden. Danach kommen alle Elektronen, deren Energien größer als das Retardierungspotential sind weiter zum Detektor, der wiederum in einem hohen Magnetfeld liegt. Bild entnommen aus [10].

Um diese Elektronen vor dem Spektrometer zu stoppen, kann man die Quelle in einem Magnetfeld B_S platzieren, das niedriger ist als das maximale Magnetfeld B_{max} vor dem MAC-E Filter. Dadurch werden die Elektronen mit großen Winkel Θ aufgrund dieses magnetischen Spiegels reflektiert, während die anderen Elektronen weiter fliegen können.

Der Winkel Θ_{max} , ab dem die Elektronen reflektiert werden, kann über den Quotienten der Magnetfelder eingestellt werden.

$$\sin \Theta_{max} = \sqrt{\frac{B_S}{B_{max}}} \quad (2.9)$$

Mit einer Magnetfeldstärke von 3,6 *Tesla* innerhalb der WGTS und einer maximalen Magnetfeldstärke von 6 *Tesla* in den Pinch-Magneten des Spektrometers beträgt der Winkel, ab dem die Elektronen durch den magnetischen Spiegel reflektiert werden, 51 °.

All diese Eigenschaften eines MAC-E Filters kann man in der Transmissionsfunktion $T(E, qU)$ zusammenfassen, für eine isotrope Elektronenquelle mit der Energie E , der Elektronenladung q und dem Retardierungspotential U .

$$T(E, qU) = \begin{cases} 0 & E - qU < 0 \\ \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{E - qU}{E} \frac{B_S}{B_A}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta E}{E} \frac{B_S}{B_A}}} & 0 \leq E - qU \leq \Delta E \\ 1 & E - qU > \Delta E \end{cases} \quad (2.10)$$

2.3 WGTS und Loops

Die β -Elektronen von Tritium haben mit einer maximalen Energie von 18,6 *keV* eine sehr geringe Energie im Vergleich zu anderen β -Strahlern und die Reichweite der β -Elektronen ist damit ebenso gering (In Luft ca. 8 *cm* und in Glas ca. 0,04 *mm*). Wollte man das Tritium Gas in einem Behälter einsperren und die β -Elektronen aus einem Fenster heraus strahlen lassen, so müsste das Fenster so dünn sein, dass der Druckunterschied, zwischen dem Inneren des Behälters und dem Vakuum auf der Außenseite, das Fenster zerbrechen würde. Deswegen wird im KATRIN Experiment eine fensterlose, gasförmige Tritiumquelle (engl. Windowless Gaseous Tritium Source: WGTS) verwendet.

Das Tritiumgas wird in der Mitte eines 10 *m* langes Edelstahlrohres mit einem Durchmesser von 9 *cm* eingelassen und strömt zu beiden Seiten nach außen. An den Enden dieses Edelstahlrohres wird das Tritiumgas durch Turbomolekularpumpen wieder abgepumpt und durch ein Rohrleitungssystem, dem Inner und Outer Loop, wieder zum Injektionssystem in der Mitte der WGTS zurück gebracht.

Das Gas, das in die WGTS injiziert wird, ist kein reines Tritiumgas, sondern besteht aus einem Gemisch von Molekülen aller Isotope des Wasserstoffes. Das sind H_2 , D_2 , T_2 ,

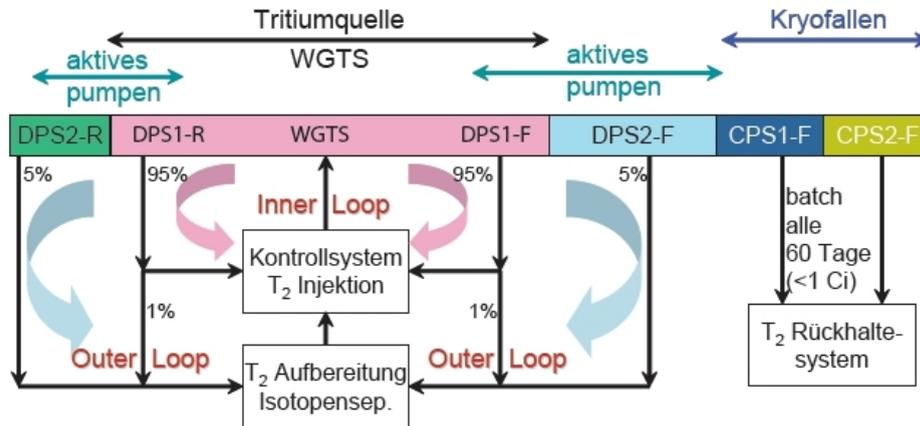


Abbildung 2.8: Inner und Outer Loop. Das Tritiumgas wird in der Mitte der WGTS eingelassen und strömt frei zu beiden Enden der WGTS. Dort wird der größte Teil des Gases von den Turbomolekularpumpen der DPS1-F und DPS1-R in den Inner Loop gepumpt. Der Rest des Tritiumgases wird schließlich von den Pumpstationen DPS2-F und DP2-R abgepumpt und in den Outer Loop gebracht. Das abgepumpte Gas wird innerhalb des Tritium Labor Karlsruhe TLK gereinigt und angereichert, bevor es wieder in die WGTS injiziert wird. Die Gasmoleküle, die sowohl durch die DPS1-F als auch durch die DPS2-F hindurchgekommen sind werden in den Cryopumpen der CPS absorbiert. Bild entnommen aus [2].

HD, HT und DT, mit den Isotopen: Wasserstoff H, Deuterium D und Tritium T. Da nur Tritium radioaktiv ist, können die β -Elektronen also nur von den Molekülen T_2 , HT und DT kommen. Allerdings ist die freiwerdende Energie all dieser Moleküle leicht unterschiedlich, so dass im KATRIN Experiment am Enden eine Überlagerung verschiedener Spektren gemessen wird. Um diese Fehlerquelle möglichst klein zu halten, sollte die Reinheit ϵ_T des Gas in Bezug auf die T_2 Moleküle sehr hoch und bis auf 0,1 % stabil sein.

Innerhalb des Inner Loop wird das abgepumpte Tritiumgas gereinigt und der Gehalt an T_2 Molekülen wieder angereichert bevor es wieder in die WGTS injiziert wird, so dass eine Reinheit ϵ_T von 95 % für die T_2 Moleküle gehalten werden kann. Innerhalb des Inner Loops wird die Reinheit ϵ_T des Tritiumgases mit einer Laser Raman Zelle überwacht. Dabei wird ein Laserstrahl durch das Tritiumgas geschickt und das gestreute Raman Licht untersucht. Jedes Molekül hat sein eigenes Raman Spektrum, das durch Anregung von Rotations- und Vibrationzuständen der Moleküle erzeugt wird. Durch die Analyse des gestreuten Lichts kann man die Zusammensetzung der Wasserstoff Isotope im Gas bestimmen und überwachen [43].

Da für die Neutrinomassenmessung nur der Bereich nahe des Endpunktes E_0 des β -Spektrums interessant ist, brauchen wir eine hohe Intensität der Quelle, um eine ausreichende Anzahl an Events im Detektor nachweisen zu können.

Für die WGTS wird eine Aktivität von $4,7 \text{ Ci} = 1,7 \times 10^{11} \text{ Bq}$ angestrebt. Dies wird durch eine Gas Säulendichte ρd von $5 \times 10^{17} \text{ Moleküle/cm}^2$ erreicht. Diese Säulendicht

muss mit einer Präzision von 0,1 % bekannt sein, um die genaue Aktivität der Quelle bestimmen zu können. Die Aktivität der WGTS von 4,7 Ci entspricht einer Menge von 40 g Tritium, das am Tag durch die WGTS gepumpt wird. Das Tritiumlabor Karlsruhe ist das größte zivile Forschungslabor in Europa, das mit einer solche großen Menge an Tritium experimentieren darf, und bildet somit die einzige Forschungseinrichtung, die das KATRIN Experiment mit der benötigten Menge an Tritium versorgen kann.

Da an den beiden Enden der WGTS das Tritiumgas abgepumpt wird, ist der Gasdruck und damit auch die Teilchenzahldichte hier viel geringer als in der Mitte der WGTS und die Angabe des Druckes oder der Teilchenzahldichte ist keine gut charakterisierung für die Aktivität der Quelle. Integriert man allerdings die Teilchenzahldichte ρ entlang der z-Achse so bekommt man die Säulendichte ρd , die ein gutes Maß für die Anzahl der Teilchen innerhalb der WGTS ist.

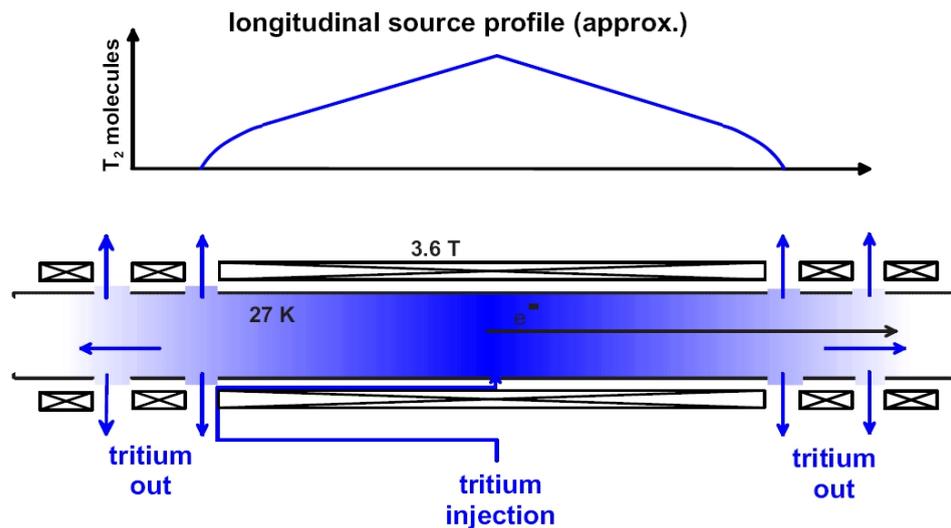


Abbildung 2.9: Druckverlauf innerhalb der WGTS. Da das Tritiumgas an beiden Enden der WGTS abgepumpt wird, fällt der Gasdruck innerhalb der WGTS von der Mitte zu den Enden hin ab. Somit ist auch die Teilchenzahldichte in der Mitte der Quelle am größten. Bild entnommen aus [10].

Das Tritiumgas wird in der Mitte der WGTS mit einem Druck von $p_{in} = 3,35 \times 10^{-3} \text{ mbar}$ injiziert. Durch das Abpumpen am Ende der WGTS mit den Turbomolekularpumpen wird der Druck auf einen Wert zwischen $0.036 p_{in}$ und $0.05 p_{in}$ gefallen sein. Genauere Berechnungen stehen noch aus [10],[22].

Damit das Tritiumgas eine hohe Gasdichte bei niedrigem Druck besitzt und der Gasfluss klein gehalten werden kann, wird das gesamte Rohr der WGTS auf 27 K heruntergekühlt. Weiterhin sollte die Temperatur so tief wie möglich sein, damit die Bewegungsenergie der T_2 Moleküle so gering wie möglich ist. Somit kann die Doppler-Verschiebung der β -Elektronen möglichst klein gehalten werden. Bei tieferen Temperaturen als 27 K können sich aus den T_2 Molekülen Tritium Cluster bilden, deren Endzustände unterschiedlich zu denen der T_2 Moleküle sind und deren β -Elektronen deswegen eine andere

Endpunktenergie E_0 besitzen. Um die Aktivität der Quelle stabil zu halten, muss die Temperatur des Tritiumgases innerhalb $\pm 30 \text{ mK}$ stabil sein. Dies wird durch den Einsatz eines 2-Phasen Kühlsystems erreicht. Als Kühlmittel wird flüssiges Neon verwendet, das einen Siedepunkt bei 27 K besitzt. Zum Einstellen der Temperatur wird das Kühlsystem nur bis zur Hälfte mit dem flüssigen Neon gefüllt. Das siedende Neon und der Neondampf stehen im Gleichgewicht und die Temperatur ist somit stabil auf der Dampfdruckkurve des Neons. Die Temperatur kann über den Druck leicht variiert werden.

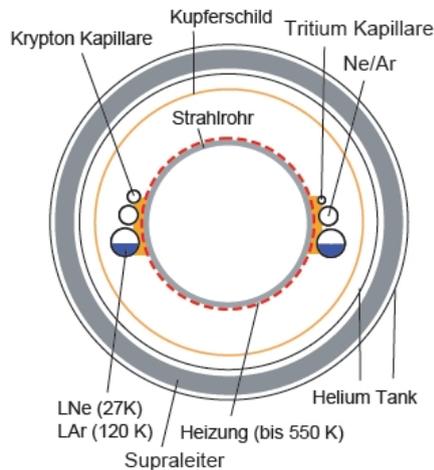


Abbildung 2.10: 2-Phasen Kühlsystem der WGTS. Das siedende und gasförmige Neon stehen im Gleichgewicht in den Kühlkapillaren bei einer Temperatur von 27 K . Das gesamte Strahlrohr der WGTS wird thermisch an diese Kühlkapillare gekoppelt. Über dieses 2-Phasen Gemisch kann die Temperatur mit einer Stabilität von $\pm 30 \text{ mK}$ gehalten werden. Für einen weiteren Betriebsmodus der WGTS kann man auch flüssiges Argon bei einer Temperatur von 120 K benutzen. Bild entnommen aus [2].

Will man die Energie der β -Elektronen aus einer solchen fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle genau verstehen, muss man zusätzlich auch die inelastischen Stöße der β -Elektronen innerhalb des Tritiumgases und die Dopplerverschiebung berücksichtigen [38],[37].

Die supraleitenden Spulen um das Strahlrohr der WGTS erzeugen ein Magnetfeld von $3,6 \text{ Tesla}$, in dem die β -Elektronen in einem Fluss Schlauch von 191 Tcm^2 adiabatisch zu den beiden Enden der WGTS geleitet werden. Für das Vermessen des Spektrums kann aber nur die Hälfte der β -Elektronen verwendet werden, die die WGTS in Richtung Spektrometer verlassen.

2.4 DPS2-F und Gasunterdrückungsfaktor

Zwischen der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle und dem Spektrometer, das ein Ultrahochvakuum beinhaltet, ist eine Pump- und Transportsektion geschaltet, die zwei Funktionen wahrnimmt. Zum einen werden die β -Elektronen adiabatisch von der Quelle

zum Spektrometer geleitet und zum zweiten wird der Gasfluss aus der WGTS um einen Faktor von 10^{14} vermindert. Da zwischen der Quelle und dem Spektrometer keine trennende Wand vorhanden ist, wird das Ultrahochvakuum im Spektrometer nur durch das ständige Abpumpen des Tritiumgases aus der WGTS aufrecht erhalten. Die Aufgabe des Abpumpens wurde auf zwei unterschiedlich agierende Systeme verteilt.

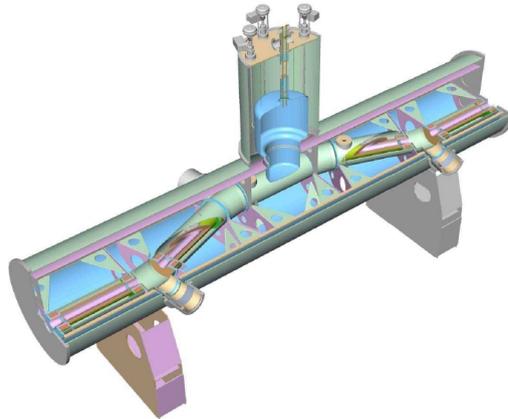


Abbildung 2.11: 3D-Modell der DPS2-F. Man erkennt die um 20° geneigten Strahlrohre innerhalb der DPS2-F, die verhindern, dass die Gasmoleküle auf direktem Weg durch die DPS2-F hindurch gelangen können. Zwischen den fünf Strahlrohrelementen sind 4 Pumpingports geschaltet, an denen jeweils eine große Turbomolekularpumpe mit einer Saugleistung von 2000 l/s angebracht wird. Bild entnommen aus [10].

Das erste Pumpsystem ist die differentielle Pumpsektion (engl. Differential Pumping Section: DPS), in der mit einem System von vier kaskadierten Turbomolekularpumpen, die jeweils eine Saugleistung von 2000 l/s besitzen, der Gasfluss um einen Faktor von 10^5 verringert wird. Zusammen mit den Pumpen am Ende der WGTS kommt man somit auf einen Gasunterdrückungsfaktor von 10^7 .

Um die Effektivität des Gasunterdrückungsfaktor der DPS zu erhöhen, sind die einzelnen Strahlrohre in der DPS2-F zueinander um einen Winkel von 20° geneigt, so dass die neutralen Gasmoleküle nicht auf einem direkten Weg durch die DPS2-F hindurch gelangen können. Damit die β -Elektronen diesem geneigten Weg folgen können, muss das Magnetfeld ebenfalls geneigt werden. Dadurch wird die bisher geltende Axialsymmetrie gebrochen.

Zwischen den fünf Strahlrohrelementen, die auf einer Temperatur von 80 K gehalten werden, sind 4 Pumpingports angebracht, an denen die großen Turbomolekularpumpen mit einem Saugvermögen von 2000 l/s angeschlossen werden. Zusätzlich können an den Pumpingports Sensoren zur Druckmessung oder Gaszusammensetzung angeschlossen werden.

Die 15 supraleitenden Magnetspulen der DPS2-F erzeugen ein Magnetfeld von $5,6\text{ Tesla}$ innerhalb der Strahlrohre und transportieren den magnetischen Fluss von 191 Tcm^2 auf einem Radius von 33 mm . Da das Magnetfeld in den Pumpingports abfällt und der Flussschlauch sich dort ausdehnt, um denselben Fluss transportieren zu können, ist in

den Pumpingports zwischen den Strahlrohren mehr Platz gelassen worden, damit die β -Elektronen sicher zum Spektrometer geleitet werden können.

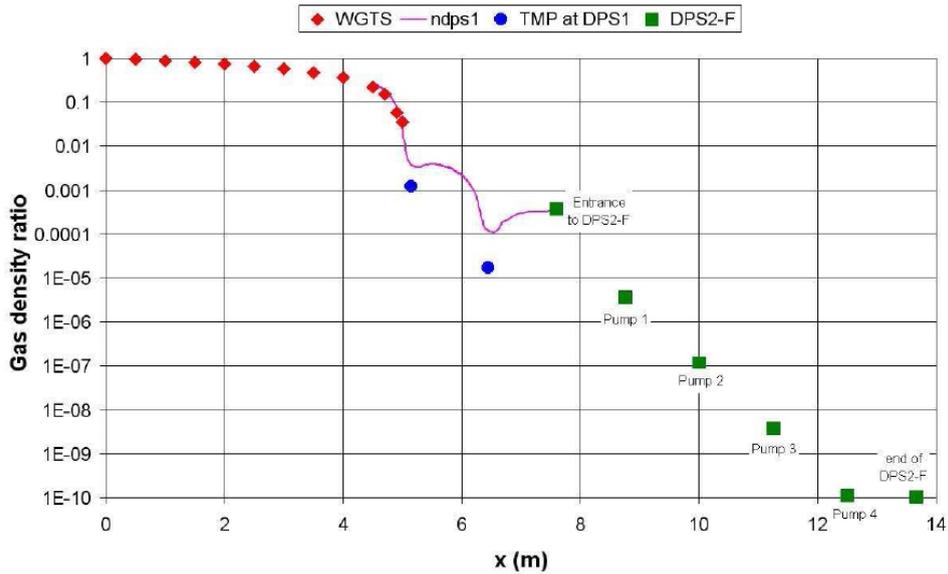


Abbildung 2.12: Der Gasdruck innerhalb der Transportstrecke nimmt kontinuierlich ab. In der Mitte der WGTS bei $x=0$ ist der Gasdruck am höchsten. Am Ende der DPS2-F bei $x=14$ ist er um einen Faktor von 10^{-7} kleiner als am Ender der WGTS. Bild entnommen aus [10].

Die 5 Strahlrohrelemente innerhalb der DPS2-F haben eine Länge von 1062 mm mit einen äußeren Durchmesser von 88 mm und einen inneren Durchmesser von 86 mm . Am Rand des Strahlrohres verbreitert sich der innere Durchmesser konisch auf 113 mm , damit der sich verbreitende Fluss Schlauch nicht unterbrochen wird. Die Pumpingport sind aus einem großen Edelstahlrohr zugeschnitten mit einem Inneren Durchmesser von 360 mm .

2.5 CPS

Die Kryogenische Pump Sektion (engl. Cryo Pump Section: CPS) ist in der Transportsektion die zweite Pumpvorrichtung und sorgt zusammen mit der DPS dafür, dass kein Tritiumgas in die Spektrometer gelangen kann. Dafür reduziert die CPS den Gasfluss, der aus der DPS2-F noch heraus kommt, um einen weiteren Faktor von 10^7 , indem die Gasmoleküle auf den mit flüssigem Helium gekühlten Oberflächen der CPS Strahlrohre bei 4 K absorbiert werden.

Bei der CPS wird die Kryosorption von Tritiumgas auf einem Adsorbens Argon angewandt, da man hiermit niedrigere Drücke als durch reine Kryokondensation erreichen kann. Dazu wird eine Argonfrostsicht auf die Inneseite des auf $4,2 \text{ K}$ gekühltem Strahlrohr der CPS aufgebracht. Diese Argonfrostsicht adsorbiert die in die CPS fliegenden Gasteilchen. Um die Eigenschaften dieser Argonfrostsicht genauer zu untersuchen, wurde am Tritiumlabor Karlsruhe das TRAP Experiment durchgeführt [55].

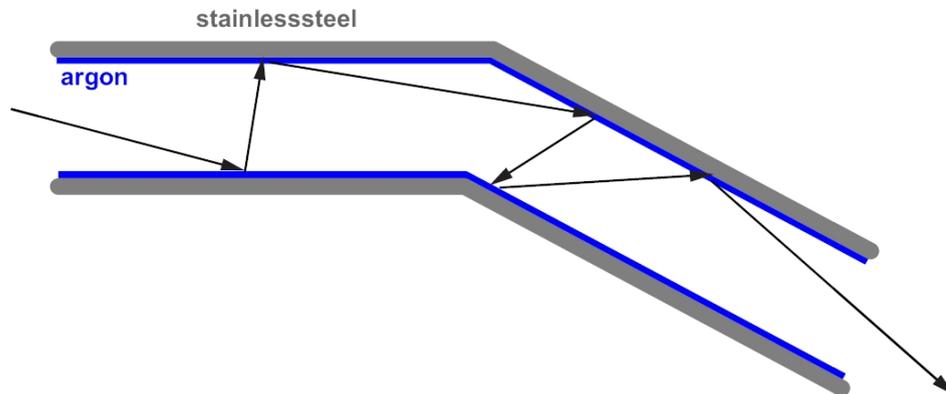


Abbildung 2.13: Durch die, um einen Winkel von 20° geneigten, Strahlrohre in der CPS wird dafür gesorgt, dass die Gasmoleküle auf die kalte Wand der Kryopumpe treffen und dort absorbiert werden können. Bild entnommen aus [10].

Zusätzlich zu dem Argonfrost sind die einzelnen Strahlrohre der CPS ebenfalls um einen Winkel von 20° zueinander geneigt, so dass die Tritiummoleküle auf jeden Fall einen Kontakt mit der Wand haben und adsorbiert werden, wenn sie durch die CPS hindurch fliegen.

Pro Tag werden weniger als 10^{17} Moleküle in der CPS adsorbiert werden. Wegen der großen Kapazität der CPS, kann diese ca. 60 Tage lang funktionsbereit sein. Danach hat sie so viel Tritium Moleküle adsorbiert, dass sich die Adsorptionsfähigkeit der Argonfrostsicht verringert hat. Die CPS wird dann mit warmem Helium Gas ausgespült und von neuem mit Argonfrost präpariert für die nächsten 60 Tage [14].

Supraleitende Magnetspulen erzeugen in der CPS ein Magnetfeld von 5,6 Tesla, mit dem der magnetische Fluss von 191 Tcm^2 durch die Kryopumpe hindurch geführt werden kann.

Innerhalb der CPS ist ein Monitor Detektor installiert, der online die Aktivität der Quelle überprüft. Dazu wird ein kleiner Detektor am Rand des Flussschlauches platziert, der die Aktivität der WGTS überwacht. Der Detektor ist außerhalb des Flussschlauches von 191 Tcm^2 angebracht, so dass die β -Elektronen, die zum Hauptdetektor gelangen sollen, von dem Monitor Detektor nicht beeinflusst werden. In gewissen Wartungsintervallen, in denen keine Messungen vorgenommen werden, kann der Monitor Detektor den gesamten Flussschlauch abfahren und die Aktivität der Quelle in Abhängigkeit der Position überprüfen [51].

2.6 Spektrometer

Nach der Transport- und Pumpsektion kommt das Spektrometer des KATRIN Experimentes. Die Hauptfunktion des Spektrometers ist es, die β -Elektronen nach der Energie

zu sortieren, damit das Spektrum aufgenommen werden kann. Das angelegte Retardierungspotential U erlaubt es nur den β -Elektronen über die Analysierebene zu gelangen, deren kinetische Energie größer ist als das Retardierungspotential U . Die restlichen β -Elektronen werden reflektiert. Geladene Ionen oder Elektronen die aber hinter der Analysierebene erst entstanden sind, durch inelastische Streuung an Restgasmolekülen oder durch kosmische Strahlung, können unabhängig ihrer kinetische Energie das Spektrometer in Richtung Detektor verlassen und bilden somit einen störenden Hintergrund für die Messung.

Um die Streuung an Restgasmolekülen zu unterbinden, wird innerhalb des Spektrometertanks ein Ultrahochvakuum von 10^{-11} mbar benötigt. Für die kosmischen Strahlen die von Außen auf den Hauptspektrometertank treffen und aus der Wand geladene Teilchen auslösen können, wird ein Elektrodensystem nahe der Innenseite des Spektrometertanks errichtet, das die geladenen Teilchen zurück zur Wand lenkt, damit sie den Spektrometer nicht in Richtung Detektor verlassen können [26].

Das im KATRIN Experiment verwendete Spektrometer besteht aus zwei einzelnen Spektrometern. Das erste Spektrometer auch Vorspektrometer genannt, besitzt eine schlechtere Energieauflösung von ≈ 100 eV als das Hauptspektrometer und soll nur den β -Elektronenfluss vermindern, der in das Hauptspektrometer gelangt. Der β -Elektronenfluss wird durch das Vorspektrometer von 10^{10} Elektronen pro Sekunde auf 10^4 Elektronen pro Sekunde verringert, indem das Retardierungspotential des Vorspektrometers auf 300 eV unterhalb des Endpunktes E_0 des Spektrums fixiert wird und nur die letzten 200 eV des Spektrums ungestört in das Hauptspektrometer gelangen können.

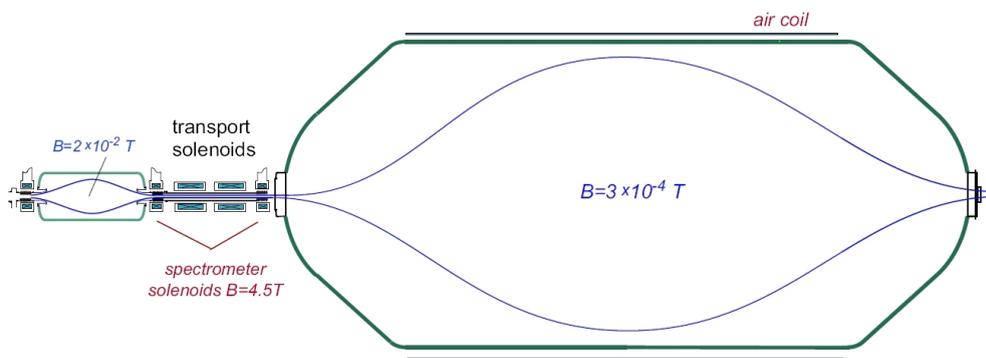


Abbildung 2.14: Das im KATRIN Experiment verwendete Spektrometer besteht aus einem kleineren Vorspektrometer mit einer Energieauflösung ΔE von ca. 100 eV und einem großen Hauptspektrometer mit einer Energieauflösung von ca. 1 eV. Das Vorspektrometer reduziert den Elektronenfluss um einen Faktor 1 Million. Bild entnommen aus [10].

Da die Energieauflösung ΔE des Vorspektrometers nicht so gut sein muss wie die des Hauptspektrometers kann die Größe des Vorspektrometers kleiner ausfallen. Der Vorspektrometertank besitzt eine Länge von 3,38 m und einen Durchmesser von 1,68 m und besitzt somit eine ähnliche Größe wie die Spektrometer bei den vorhergehenden Neutrinomassenexperimenten in Mainz und Troitzk. Das Vorspektrometer war eines der ersten

Teile des KATRIN Experimentes an dem Tests vollzogen werden konnten. Somit wurden alle nötigen Konzepte und Techniken des Hauptspektrometers am Vorspektrometer ausprobiert und getestet.

Innerhalb des Vorspektrometertanks sind die axialsymmetrischen Elektroden angebracht, die das Retardierungspotential erzeugen. Die Formgebung der einzelnen Elektroden kann die elektromagnetischen Eigenschaften des Spektrometers stark beeinflussen. Durch ungünstige Wahl der Elektrodengeometrie kann es zu Fallen-Bedingungen innerhalb des Spektrometers kommen. Kreuzen sich nämlich ein Magnetfeld und eine elektrische Feldlinie mehrmals ist dies eine Penningfalle, in der β -Elektronen gefangen werden können. Durch das ständige Durchlaufen durch das Fallenvolumen können Restgasmoleküle im Spektrometertank ionisiert werden und bilden einen großen Hintergrund für den Detektor, da diese Ionen schon auf einem hohen Potential erzeugt werden [23].

Das Vorspektrometer kann genauso wie das Hauptspektrometer auf ein Potential von bis zu 35 kV gelegt werden. Dazu steht das Vorspektrometer auf keramischen Isolatoren. Die Turbomolekularpumpen und das Heiz- und Kühlsystem sind ebenfalls über keramische Isolatoren angeschlossen.

Das Vorspektrometer ist mit zwei Turbomolekularpumpen mit jeweils 800 l/s Saugvermögen ausgestattet. Zusätzlich ist das Vorspektrometer mit einer NEG-Pumpe (engl. Non Evaporable Getter) ausgestattet, die eine Saugleistung von 10000 l/s für Wasserstoff besitzt. Eine NEG Pumpe besteht aus einem Material mit großer Oberfläche, das sehr viel Gas an der Oberfläche binden kann. Die NEG Pumpen müssen ähnlich den Kryopumpen nach einem gewissen Zeitraum ausgeheizt werden, um das Absorptionsvermögen wieder herzustellen. Mit diesen beiden Pumpentechnologien kann das Vorspektrometer auf dasselbe Ultrahochvakuum von 10^{-11} mbar wie im Hauptspektrometer gebracht werden. Um dieses Ultrahochvakuum erreichen zu können und den Untergrund klein zu halten, darf der Tritiumfluss in das Vorspektrometer nicht größer sein als 10^{-14} mbarl/s. Dieser kleine Gasfluss wird durch die Transport- und Pumpstrecke erst ermöglicht.

Das Hauptspektrometer muss wegen der hohen Energieauflösung im Vergleich zum Vorspektrometer sehr viel größer sein. Die Länge des Hauptspektrometers beträgt 23,28 m und der Innere Durchmesser ist 9,8 m mit einer Wanddicke von 25 bis 32 mm. Dies ergibt eine Oberfläche von 650 m^2 und ein Volumen von 1400 m^3 . Wollte man ein Spektrometer dieses Typs bauen mit einer noch besseren Energieauflösung, so müssten die Dimensionen dieses Spektrometers noch einmal größer werden. Da dies ein riesen Aufwand bedeuten würde, ist das KATRIN Experiment wohl das letzte dieser Art.

Für das Ultrahochvakuum im Hauptspektrometertank werden Turbomolekularpumpen mit einer effektiven Saugleistung von 10000 l/s und NEG-Pumpen mit einer effektiven Saugleistung von 50000 l/s verwendet. Dies entspricht einer Länge von 3 - 6 km an Drähten für die NEG-Pumpe. Zusätzlich zu den Pumpen benötigt man ein Heizsystem, das den kompletten Hauptspektrometertank auf $350 \text{ }^\circ\text{C}$ erwärmt, damit das in den Edelstahlwänden gebundene Wasser und Wasserstoffgas ausgebacken wird. Würde man den Hauptspektrometertank nicht ausbacken so würde die Ausgasrate von Wasserstoff

und Wasser aus der Oberfläche der Wände zu hoch sein um das Ultrahochvakuum erreichen zu können.

Wie im Kapitel 2.2 schon beschrieben wurde, wird die Energieauflösung ΔE eines MAC-E Filters nur durch das maximale Magnetfeld B_{max} und das Magnetfeld in der Analysierebene B_A bestimmt. Im Falle des Hauptspektrometers erhalten wir so eine Energieauflösung ΔE von ca. 1 eV.

Das Magnetfeld des Hauptspektrometers wird durch zwei Pinch Magnete am Eingang und Ausgang des Hauptspektrometers erzeugt. Die Magneten erzeugen im Zentrum der Spulen ein Magnetfeld von 4,5 Tesla. Das Magnetfeld innerhalb des Hauptspektrometers fällt dann bis auf einen Wert von 3×10^{-4} Tesla in der Analysierebene ab.

Das niedrige Magnetfeld in der Analysierebene von 3 Gauss ist nur eine Größenordnung höher als das Erdmagnetfeld mit 0,65 Gauss und einem Inklinationwinkel von 64° in Karlsruhe. Somit muss man den Hauptspektrometertank vor dem Erdmagnetfeld abschirmen, damit der Flussschlauch nicht zu stark deformiert wird und die einzelnen Elektronenbahnen unterschiedliche Längen haben oder sogar gegen die Tankwand des Hauptspektrometers laufen. Die Kompensation des Erdmagnetfeldes wird durch ein Luftspulensystem außerhalb des Hauptspektrometers erreicht [48].

Der Hauptspektrometertank ist so gebaut worden, dass der Tank selbst als Elektrode dienen kann. Somit wird die Hochspannung von 15 kV bis 35 kV direkt an die Hülle des Hauptspektrometers angelegt [56]. Wenn eine Hochspannung am Hauptspektrometer angelegt ist, ist der Aufenthalt in der Nähe des Hauptspektrometers lebensgefährlich. Zusätzlich gibt es im Inneren des Hauptspektrometertanks noch weitere Elektrodensysteme zur Unterdrückung des Untergrundes [39].

2.7 Detektor

Nach dem Hauptspektrometer werden die β -Elektronen, die den Hauptspektrometer passieren konnten, von einer Silicon Drift Diode (SDD) nachgewiesen und gezählt. Der Detektor besitzt eine segmentierte Oberfläche mit 148 flächengleichen Pixeln, radial verteilt auf 12 Ringe (siehe Abbildung 2.15). Damit kann man das β -Spektrum aus verschiedenen Volumina der Quelle aufnehmen und systematische Effekte des Experimentaufbaus analysieren.

Der Detektor kann die β -Elektronen mit einer Energie von bis zu 18,6 keV des Tritium β Spektrums nachweisen. Dabei beträgt die Energieauflösung des Detektors 600 eV bei 18,6 keV. Somit ist die Energieauflösung des Hauptspektrometers von ca. 1 eV die maßgebliche Energieauflösung für das ganze Experiment.

Der intrinsische Untergrund soll kleiner als 1 mHz sein. Dazu muss man den Untergrund verstehen. Ein Teil der β -Elektronen wird nämlich von der Oberfläche des Detektors reflektiert und kommt einen Bruchteil später wieder zum Detektor, da das Retardierungspotential alle geladenen Teilchen hinter der Analysierebene zum Detektor befördert [49].



Abbildung 2.15: Detektor mit segmentierter Oberfläche aus 148 flächengleichen Pixeln, radial verteilt auf 12 Ringe. Damit können die Spektren nach ihrer Herkunft aus der Quelle aufgenommen werden und systematische Effekte untersucht werden. Bild entnommen aus [10].

Die erwarteten Zählraten im Experiment liegen im Bereich von 1 Elektron pro Minute. Zu Kalibrationszwecken wird zwischen den Messperioden eine Elektronenkanone benutzt, um die Parameter der Quelle, der Transportstrecke und des Spektrometers zu testen. Dabei muss der Detektor eine Ereignissrate von 100 kHz verarbeiten können.

Als weitere Anforderung an den Detektor, muss er UHV-kompatibel (10^{-11} mbar) sein. Dies bedeutet auch, dass er die Ausheizphasen von bis zu $200\text{ }^\circ\text{C}$ übersteht. Da für den Detektor Silizium benutzt wird und schon einige Vorverstärker direkt am Detektor angebracht werden, ist die maximale Temperatur allerdings nur $90\text{ }^\circ\text{C}$.

2.8 Rear Sektion

Die Rear Sektion ist auf der Detektor abgewandten Seite der WGTS und erfüllt zwei wichtige Aufgaben. Zum einen bietet die Rear Sektion eine Rückwand, genannt die Rear Wall, an der die Hälfte der β -Elektronen, die nicht in Richtung Detektor wegfliegen, kontrolliert eliminiert werden können. Somit kann das Raumpotential innerhalb der Quelle gut definiert werden [47]. Zum zweiten beinhaltet die Rear Sektion mehrere Monitor Systeme mit denen man die Quellaktivität der WGTS und die Transmissionsfunktion des Spektrometers überwachen kann [36].

Da die Rear Sektion direkt an die Quelle anschließt, kommt sie unvermeidbar mit dem radioaktiven Tritiumgas in Kontakt, weswegen spezielle Sicherheitsbedingungen erfüllt werden müssen. Die Rear Sektion beinhaltet weiterhin eine Pumpsektion, die das Tritiumgas in den Inner Loop leitet und den Gasdruck in der Rear Sektion vermindert. Dadurch wird auch das Druckprofil innerhalb der WGTS symmetrisiert, da an beiden Seiten gleich stark abgepumpt wird.

In der Rear Sektion kann die Quellaktivität online während den Messphasen durch die Bremsstrahlungsphotonen der β -Elektronen kontrolliert werden [46].

In regelmäßigen Intervallen, neben der eigentlichen Vermessung des Spektrums, werden die Gassäulendichte ρd und die Transmissionsfunktion des Spektrometers vermessen und geprüft, dass die Messungen über 3 Jahre hinweg immer unter gleichen Bedingungen stattfinden.

2.9 Sensitivität von KATRIN

Beim KATRIN Experiment wird das β -Spektrum von Tritiummolekülen T_2 vermessen. Das bedeutet, dass die Energie, der bei dem radioaktiven Zerfall entstehenden β -Elektronen, vermessen wird. Die Energie der β -Elektronen kann zwischen Null und der maximal, bei dem Zerfall freiwerdenden, Energie liegen. Welche Energie genau die β -Elektronen in einem einzelnen betrachteten Zerfall haben, kann man allerdings nicht sagen, da dies ein stochastischer Prozess ist.

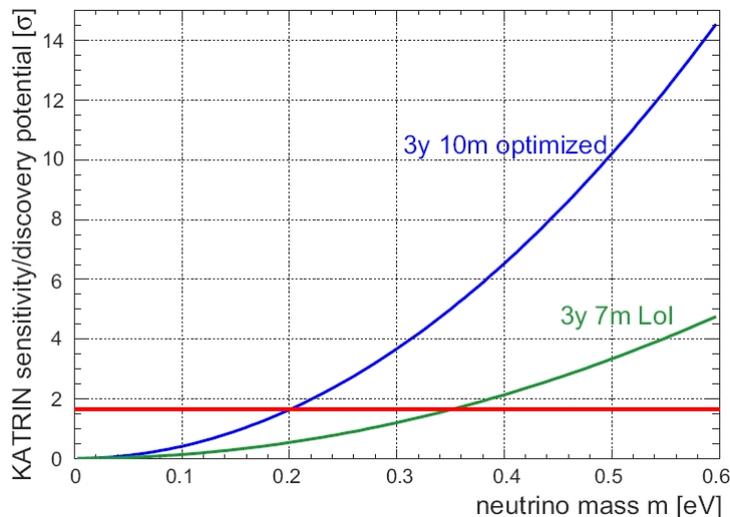


Abbildung 2.16: Entdeckungspotential für die Neutrinomass m_ν im KATRIN Experiment. Untere Kurve ist der erste Designvorschlag mit einem Hauptspektrometerdurchmesser von 7 m. Obere Kurve ist das aktuelle Design mit einem Hauptspektrometerdurchmesser von 10 m. Bild entnommen aus [10].

Damit man nun die wahre Form des vermessenen β -Spektrums bestimmen kann, braucht man sehr viele vermessene Ereignisse. Je mehr Ereignisse man hat, desto kleiner wird der statistische Fehler σ_{stat} und desto besser kann man die Form des β -Spektrums vorhersagen. Da wir im KATRIN Experiment nur an dem Endpunkt des Spektrums interessiert sind, da hier der Einfluss der Neutrinomasse m_ν auf das β -Spektrum am größten ist, und nur relativ wenig Ereignisse in diesem Bereich gemessen werden können, muss man sehr lange warten, um eine gute Statistik zu bekommen.

Nach einer Messdauer von 3 Jahren, in denen die verschiedenen Energieintervalle vermessen werden, wird der statistische Fehler σ_{stat} gleich groß dem systematischen Fehler

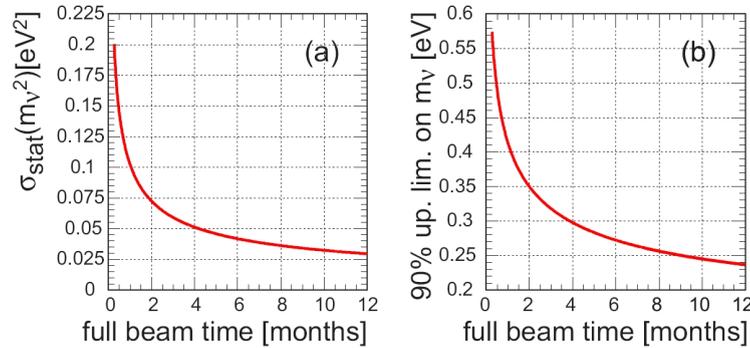


Abbildung 2.17: Der zeitliche Verlauf des statistischen Fehlers σ_{stat} a) und der Sensitivität b) des KATRIN Experimentes bei einem angenommenen gesamten systematischen Fehler $\sigma_{sys,tot}$ von $0,017 eV^2$. Bild entnommen aus [10].

von $0,017 eV^2$, der direkt aus den Ungenauigkeiten, die im verwendeten Experiment benutzten Geräten stammt. Nach *3 Jahren* ist also der Fehler auf das Endergebnis nur noch durch den Experimentaufbau gegeben und kann durch längeres Messen nicht mehr verbessert werden. Für eine weitere Verbesserung des Ergebnisses muss man den Experimentaufbau verbessern.

Für die Sensitivität auf die Neutrinomasse m_ν bedeutet dies, dass nach *3 Jahren* Messdauer das KATRIN Experiment eine Neutrinomasse m_ν von $0,2 eV$ mit einer Sensitivität von 2σ messen kann, wenn das Neutrino nicht leichter als $0,2 eV$ ist.

2.10 Untergrund bei KATRIN

Der Untergrund beim KATRIN Experiment kann einmal von außerhalb des Experimentes kommen, z.B. aus der kosmischen Strahlung, die durch die dicken Edelstahlwände des Hauptspektrometers kommt oder durch geladene Teilchen, die innerhalb des gesamten Experimentes entstehen. Die erstere Komponente hat nicht so einen großen Einfluss auf die Sensitivität des KATRIN Experimentes, da der MAC-E Filter von Natur aus eine gute Abschirmung gegen äußere Ereignisse bietet. Zusätzlich ist nahe der Innenseite des Hauptspektrometers eine Schicht von Elektroden angebracht, die die geladenen Teilchen, die aus der Wand kommen, wieder zurück schickt.

Die zweite Komponente bildet für das KATRIN Experiment die weit aus gefährlichere Untergrundquelle - geladene Teilchen die innerhalb des KATRIN Experimentes entstehen. Hier muss man zwei unterschiedliche Mechanismen unterscheiden.

Zum einen können neue geladene oder neutrale Moleküle mit mindestens einem Tritium Atom entstehen. Hier ist das gefährliche, dass bei einem β -Zerfall dieser Moleküle die β -Elektronen eine andere Endpunktsenergie E_0 haben. Liegt diese höher als die Endpunktsenergie des T_2 Spektrums, so kann dies einen sehr starken Untergrund bilden, da die Zählraten um so größer werden je weiter man vom Endpunkt entfernt ist und die β -Elektronen aus den verschiedenen β -Zerfällen nicht unterschieden werden können.

Eine weitere Quelle für Untergrund können geladene Teilchen darstellen, die über die Analysierebene des Spektrometers gelangen und so auch vom Detektor nachgewiesen werden können.

Die negativ geladenen Ionen, die keine ausreichende kinetische Energie besitzen, um über die Analysierebene zu gelangen, werden vom Spektrometer reflektiert und sind zwischen Spektrometer und WGTS gefangen, da der Gasstrom aus der WGTS nahezu alle Teilchen, die wieder zurück fliegen, auf Grund von Streuungen im Gas ebenfalls reflektiert .

Da von der Quelle ständig neue Ionen nach produziert werden, wird die Ladungsdichte innerhalb der Transportstrecke kontinuierlich ansteigen und erhöht die Gefahr, dass die β -Elektronen, bevor sie vermessen werden können, ihre Energie durch Streuung an den geladenen Ionen verändern.

Deswegen ist eine Methode um die gespeicherten geladenen Teilchen in der Transportsektion zu entfernen für das KATRIN Experiment sehr wichtig, da sonst die Zählrate am Detektor kontinuierlich während des Betriebes absinkt. Weiterhin bildet sich durch die hohe Ladungsdichte innerhalb der Transportsektion ein Plasma aus, das die β -Elektronen beeinflussen kann.

Um dieses Problem zu lösen wird im KATRIN Experiment ein elektrostatisches Dipol-system eingebaut, das diese geladenen Teilchen mit Hilfe der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift neutralisieren soll. Dieses elektrostatische Dipolssystem ist das Hauptthema dieser Diplomarbeit und wird nach einer genaueren Darstellung der Ionenerzeugung im KATRIN Experiment in den darauf folgenden Kapiteln vorgestellt.

3. Entstehung und Einfluß von Ionen

Da die Ionen einen großen Einfluss auf die Messung des β -Spektrums im KATRIN Experiment haben, wird in diesem Kapitel zunächst genauer untersucht welche Ionen hauptsächlich im KATRIN Experiment vorkommen, wo sie entstehen und wie schädlich sie für das KATRIN Experiment sind.

3.1 Ionenproduktion in der WGTS

Innerhalb der WGTS entstehen die meisten geladenen Teilchen, da hier die Gasdichte am höchsten ist und somit die mittlere freie Weglänge am kürzesten ist. Außerhalb der WGTS sinkt der Gasdruck und somit auch die Teilchendichte stark ab, so dass hier viel weniger Reaktionen stattfinden.

Die Hauptaufgabe der WGTS ist die Bereitstellung von β -Elektronen aus dem β -Zerfall des Tritiummoleküls T_2 . Der bei diesem Zerfall entstehende Tochterkern ${}^3HeT^+$ ist das erste auftretende geladene Teilchen. Da das Tritiumgas in der WGTS zu über 95 % aus molekularem Tritium T_2 besteht, wollen wir nur diesen Reaktionszweig verfolgen.



Das Tochtermolekül ${}^3HeT^+$ kann in einem angeregten Zustand erzeugt werden, das in weitere Ionen zerfallen kann, so dass daraus ${}^3HeT^+$, T^+ oder ${}^3He^+$ hervorgehen können. Diese Ionen werden primäre Ionen genannt, da sie aus dem β -Zerfall des Tritiums stammen und als erstes entstehen.

Weiterhin können auch innerhalb der WGTS sekundäre Ionen durch die inelastische Streuung der β -Elektronen an T_2 Molekülen entstehen. Dabei werden im Mittel zu 4 % T^+ und zu 96 % T_2^+ Ionen gebildet [20]. In Abbildung 3.1 sieht man den Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Elektronen an Wassertoff. Der Wirkungsquerschnitt von Elektronen an Tritiumgas ist leider nicht so genau bekannt, so dass wir uns mit dem Wirkungsquerschnitt an Wasserstoff begnügen müssen. Allerdings sind die elektronischen Eigenschaften von Tritium und Wasserstoff sehr ähnlich, da sie sich nur durch zwei Neutronen im Kern unterscheiden. Für langsame Elektronen mit Energien in der Größenordnung von ca. 50 eV hat der inelastische Wirkungsquerschnitt ein Maximum durch Ionisation und ist ca. 500 mal größer als für Elektronen mit 18,6 keV kinetischer Energie. Unterhalb von 10 eV kinetischer Energie der Elektronen, können nur Rotations- und Vibrationszustände im Tritium angeregt werden.

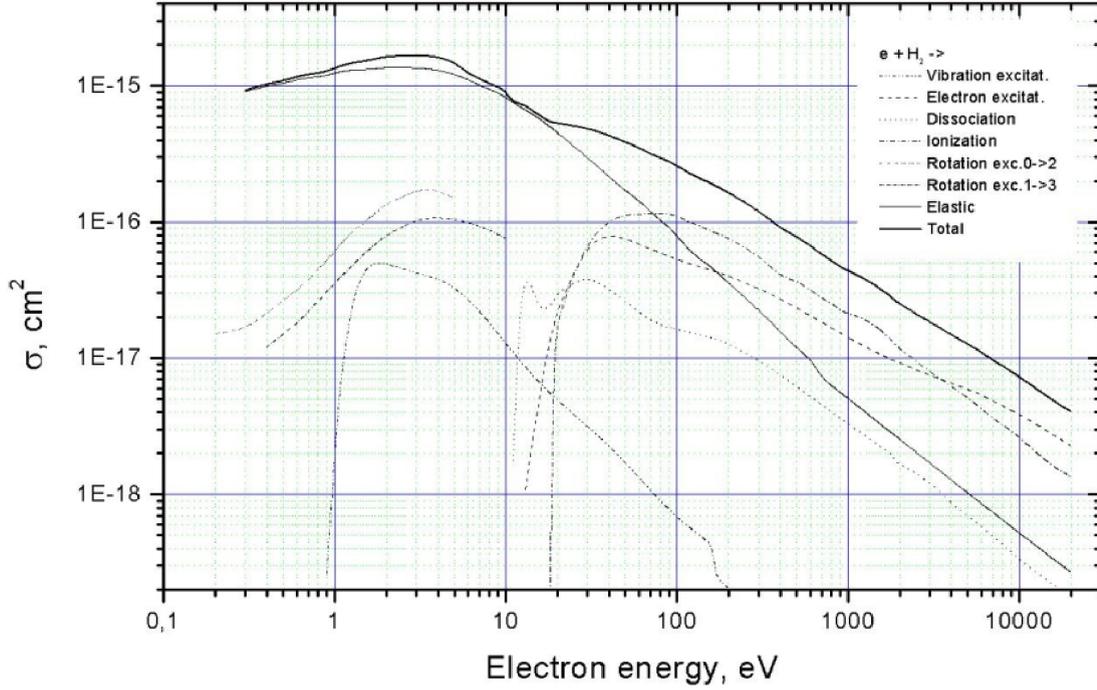
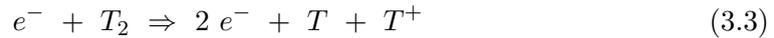
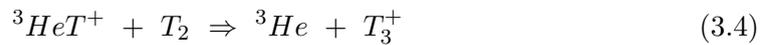


Abbildung 3.1: Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Elektronen an Wassertoff. Bild entnommen aus [50].

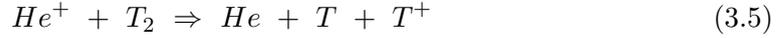


Da der Wirkungsquerschnitt (siehe Abbildung 3.1) für Elektronenstreuung an Wassertoff recht groß ist, streuen die β -Elektronen im Mittel 15 mal bevor sie den Hauptspektrometer erreicht haben. Deshalb wird es sehr viele T^{+} und T_2^{+} Ionen in der WGTS und dem Transportsystem geben. Ungefähr 40 % der β -Elektronen kommen jedoch ohne eine einzige Streuung an Restgasmolekülen zum Spektrometer und können vermessen werden.

Innerhalb der WGTS ist die Dichte so hoch, dass die bisher entstandenen Ionen sehr schnell durch folgende chemische Reaktionen umgewandelt werden.

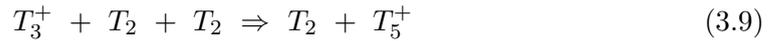
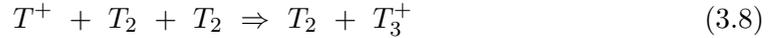


Der Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion ist ungefähr $\sigma \approx 10^{-14} \text{ cm}^2$ und die freie Weglänge in der WGTS damit $\lambda = 1 \text{ mm}$. In der hohen Gasdichte der WGTS werden also nahezu alle ${}^3HeT^{+}$ Ionen in T_3^{+} Ionen umgewandelt.



Die letzte Reaktion hat ebenfalls einen Wirkungsquerschnitt von $\sigma \approx 10^{-15} \text{ cm}^2$ und in der hohen Gasdichte der WGTS eine freie Weglänge von $\lambda = 1 \text{ mm}$. Somit werden innerhalb der WGTS nahezu alle T_2^+ Ionen in T_3^+ Ionen umgewandelt [32].

Weiterhin kann es zu chemischen Reaktionen kommen, bei denen 3 Teilchen beteiligt sind [18]:



Auf diesem Weg kann es auch zur Bildung schwerer Tritiumcluster vom Typ T_{2n+1}^+ kommen, wenn die Gasdichte hoch genug ist und die Ionen nicht zu schnell aus der WGTS herausgeführt werden.

Verfolgt man die einzelnen Reaktionspfade so stellt man fest, dass eigentlich alle primären und sekundären Ionen in T_3^+ verwandelt werden. Von dort aus ist die weitere Entwicklung für alle Reaktionspfade gleich (siehe Abbildung 3.2).

Zusätzlich zu diesen positiv geladenen Ionen können auch negativ geladene T^- Ionen aus inelastischen Streuungen mit Elektronen entstehen [19]:



Da die Ionen innerhalb der WGTS wegen der kleinen mittleren freien Weglänge sehr viele Reaktionen durchlaufen, werden die Energien der meisten Ionen thermisch sein.

Ein Teil all dieser Ionen wird innerhalb der WGTS mit den dortigen langsamen Elektronen rekombinieren und von den Pumpen in den differentiellen Pumpensektionen abgepumpt werden. Der größte Teil der Ionen allerdings gelangt in das Transportsystem und wird durch die Magnetfelder in Richtung der Spektrometer geführt.

Zusammenfassend kann man sagen, dass bei den positiv geladenen Ionen die T^+ , T_3^+ und die T_5^+ Ionen am häufigsten vorkommen werden, vielleicht auch noch in geringerem Maße die schwereren Tritium Cluster ab T_7^+ . Bei den negativ geladenen Ionen wird hauptsächlich das T^- Ion vertreten sein, dass allerdings für das Spektrometer keine direkte Gefahr darstellt, da die kinetische Energie viel zu klein ist, als dass es das Vorspektrometer passieren kann.

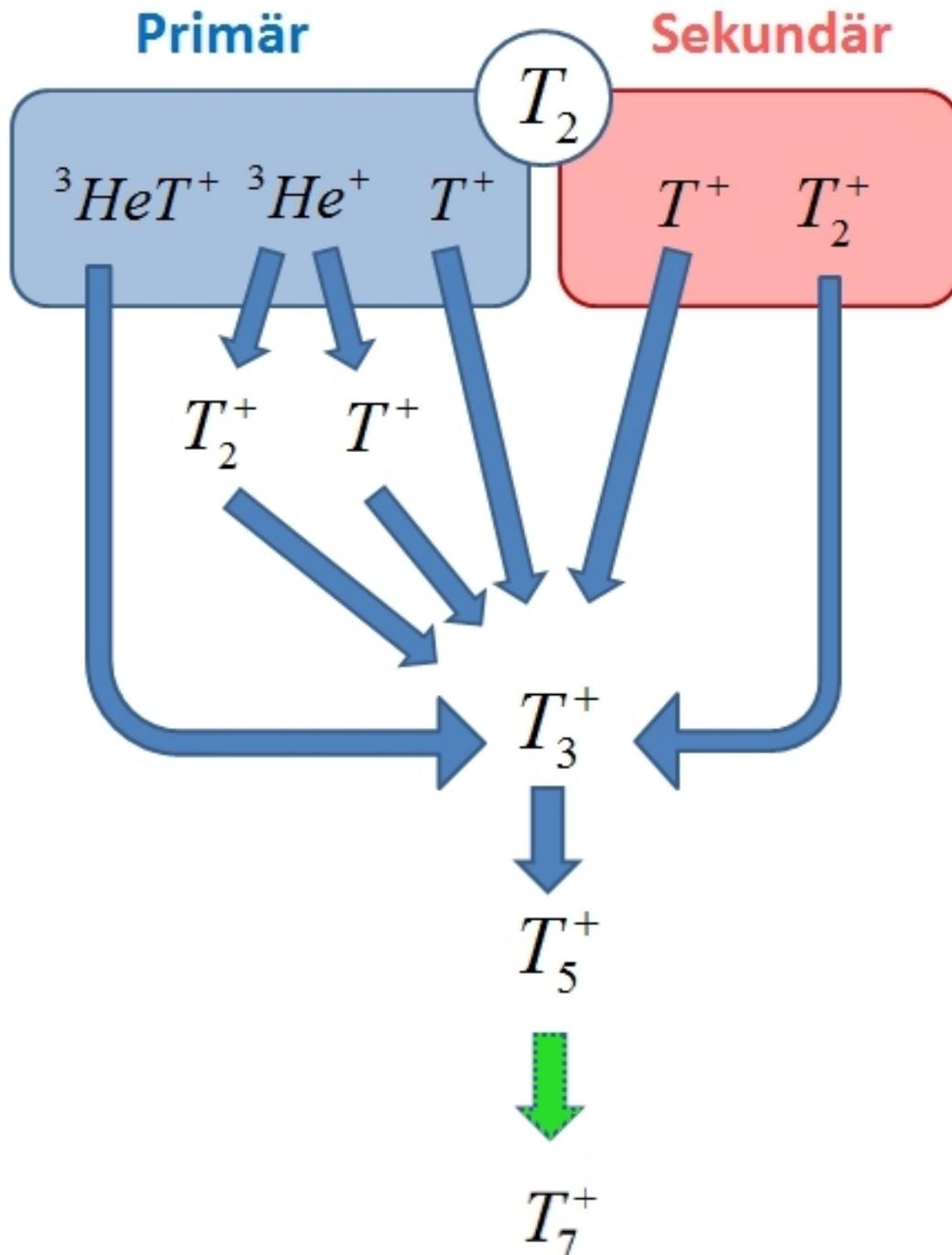


Abbildung 3.2: Reaktionspfade für die unterschiedlichen Ionen in der WGTS. Die primären Ionen stammen direkt aus dem β -Zerfall von T_2 . Die sekundären Ionen stammen aus inelastischen Streuungen von β -Elektronen an T_2 Molekülen. Trotz der großen Vielfalt an Ionen am Anfang, verschmelzen die Reaktionspfade aller Ionen zu ein und demselben Endprodukt T_3^+ und entwickeln sich von dort an alle gleich weiter. Für die Reaktionspfade wurden nur die wichtigen geladenen Ionen mit angeschrieben.

3.2 Analyse der Ionen mit einer FT-ICR

Um das Verhalten der Ionen innerhalb der WGTS und des Transportsystems genauer zu verstehen ist es gut die einzelnen Arten an unterschiedlichen Ionen und deren Konzentrationen zu kennen. Dafür wird im ersten und fünften Strahlrohr der DPS2-F jeweils ein FT-ICR Analyse Geräte installiert, mit denen man analysieren kann welche und wieviel Ionen sich im Transportsystem befinden.



Abbildung 3.3: FT-ICR Analyse Gerät für das KATRIN Experiment. Entwickelt von Stefan Stahl.

Ein FT-ICR (engl. Fourier Transformation Ion Cyclotron Resonance) besteht aus einer Penning Falle und mehreren Ausleseelektroden. In der Penningfalle werden Ionen eingefangen und anhand der gemessenen Zyklotronfrequenzen ω_c der eingefangenen Ionen kann auf das Verhältnis von Ladung zu Masse q/m und deren Konzentration zurück geschlossen werden.

In einer Penningfalle können elektrisch geladene Teilchen mit Hilfe eines konstantem Magnetfeldes und einem elektrostatischen Quadrupolfeld gefangen und gespeichert werden. Das magnetische Feld zwingt die geladenen Teilchen auf Kreisbahnen senkrecht zu den Feldlinien und beschränkt sie in radialer Richtung. Das elektrostatische Quadrupolfeld sorgt dafür, dass die Teilchen nicht den Magnetfeldlinien folgen können und bindet sie in axialer Richtung, indem sie mit einer Frequenz ω_z oszillieren, die von der genauen Form des elektrischen Feldes abhängt.

Durch die Überlagerung von \vec{E} und \vec{B} Feldern wird die Bewegung in radialer Richtung aufgespalten in zwei überlagerte Bewegungen. Zum einen ergibt sich eine modifizierte Zyklotronbewegung mit Frequenz ω_+ nahe der Zyklotronfrequenz ω_c und einem kleinen Radius und zum anderen eine Magnetronbewegung mit Frequenz ω_- und einem großen Radius (siehe Abbildung 3.4).

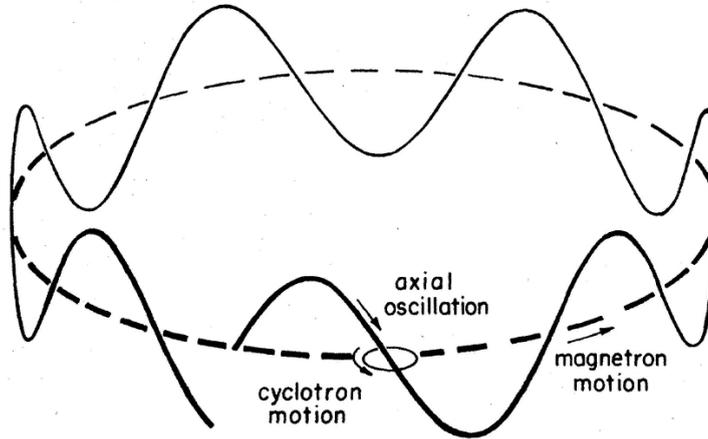


Abbildung 3.4: Eigenbewegungen eines geladenen Teilchens in einer Penning Falle. In radialer Richtung gibt es die modifizierte Zyklotronbewegung mit kleinem Radius aber großer Frequenz ω_+ und die Magnetronbewegung mit großem Radius aber kleiner Frequenz ω_- . In Axialer Richtung gibt es die axiale Oszillation mit Frequenz ω_z hervorgerufen durch das elektrische Feld. Bild entnommen aus [7].

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_z^2} \right) \quad (3.11)$$

Mit der Zyklotronfrequenz ω_c :

$$\omega_c = \frac{qB}{m} \quad (3.12)$$

Für die beteiligten Frequenzen kann man eine Hierarchie angeben.

$$\omega_- < \omega_z < \omega_+ < \omega_c \quad (3.13)$$

Durch die Ausleselektroden innerhalb der FT-ICR kann man die Bewegung der in der Penningfalle gefangenen, geladenen Teilchen als Spiegelstrom auslesen. Durch geeignete Anordnung der Ausleselektroden kann man so die Bewegung der modifizierten Zyklotronbewegung als zeitlich variierendes Spannungssignal messen. Mit der Fouriertransformation dieses Signals kann man die beteiligten Frequenzen darstellen. Somit kann man die modifizierte Zyklotronfrequenz ω_+ der gefangenen Ionen bestimmen und auf ihr Verhältnis von Ladung zu Masse q/m schließen. Die Amplituden der einzelnen Frequenzen sind direkt proportional zu den Ionendichten innerhalb der Falle [44].

Die FT-ICR ist als eine Röhre aus Aluminium verwirklicht, auf deren Innenseite mehrere Elektroden angebracht sind. Die Elektroden am Rand erzeugen das elektrische

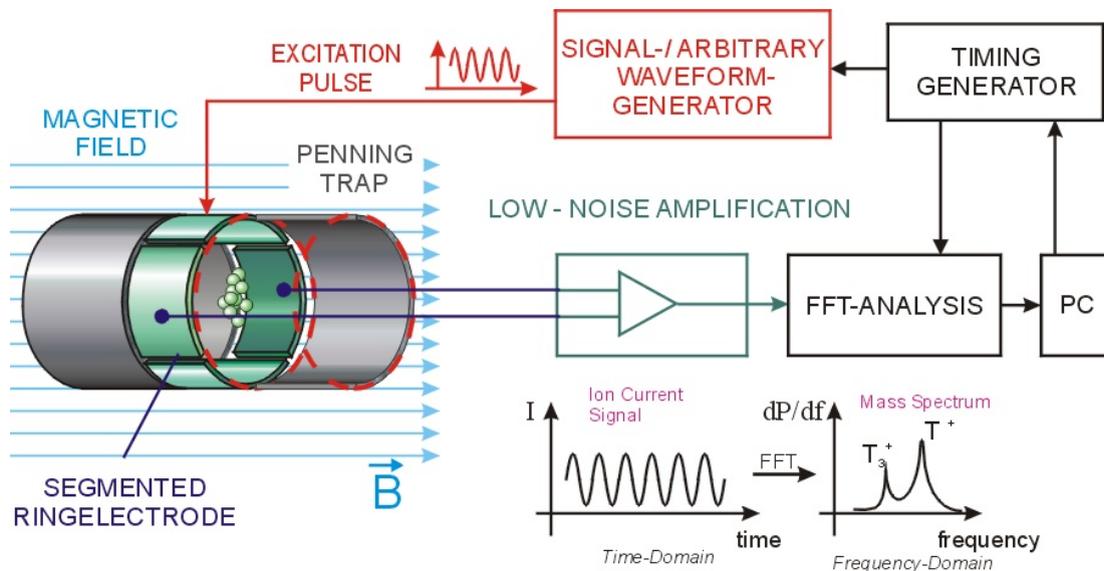


Abbildung 3.5: Funktionsweise eines FT-ICR Analyse Gerätes. Die gefangenen Ionen in der Penningfalle werden durch einen kurzen Impuls angeregt. Die Bewegung der gefangenen Ionen in der Penningfalle induzieren eine Spannung in den Ausleseelektroden, deren Signal Fourier analysiert wird. Die beteiligten Frequenzen lassen auf die Ionenarten innerhalb der Falle zurückschliessen. Bild entnommen aus [54].

Quadrupolfeld und die vier Elektrodensegmente in der Mitte werden zum Auslesen des Spiegelstromes benutzt. Die FT-ICR ist auf ein externes Magnetfeld angewiesen, das durch die supraleitenden Magnete der DPS2-F erzeugt wird.

Mit diesen Analysegeräten kann man feststellen welche Ionentypen mit welcher Ionendichte innerhalb des Transportsystems vorkommen. Dies ist ein wichtiger weiterer Parameter um die systematischen Effekte des KATRIN Experimentes zu analysieren. Zudem kann man mit diesem Analysegerät die Effektivität der Ionen-Neutralisierung durch das elektrostatische Dipolsystem untersuchen.

3.3 Einfluss der Ionen auf das KATRIN Experiment

Geladene Teilchen sind für das KATRIN Experiment besonders gefährlich, da sie genauso wie die β -Elektronen durch die Magnetfelder in Richtung Spektrometer geführt werden. Innerhalb des KATRIN Experimentes können sowohl positiv als auch negativ geladene Ionen entstehen. Diese Ionen werden aber alle im Vergleich zu den $18,6 \text{ keV}$ β -Elektronen eine sehr geringe kinetische Energie haben.

Negativ geladenen Ionen, die vor der Analysierebene erzeugt werden, können die Analysierebene nicht überschreiten und sind im Transportsystem gefangen, da sie zwischen Quelle und Analysierebene hin und her reflektiert werden. Hier können diese Ionen weitere geladene Teilchen durch inelastische Streuung erzeugen. Zudem kann eine große Ladungsdichte innerhalb des Transportsystems ein Plasma bilden, dass die Energie der zu vermessenden β -Elektronen unvorhersehbar beeinflussen kann.

Negativ geladene Ionen, die zwischen Analysierebene und Detektor entstehen, werden von dem Retardierungspotential auf den Detektor hin beschleunigt und erzeugen somit mit Sicherheit ein Signal am Detektor. Dies ist sehr schlecht für die Messung und muss verhindert werden. Die Erzeugung von Ionen im Hauptspektrometer kann unterdrückt werden, indem sehr wenige Restgasmoleküle im Hauptspektrometertank vorhanden sind. Der Gasdruck im Hauptspektrometertank wird kleiner als 10^{-11} mbar sein. Der Partialdruck für die T_2 Moleküle wird 10^{-20} mbar sogar noch niedriger sein. Das sind insgesamt nur 4×10^5 T_2 Tritium Moleküle im gesamten Hauptspektrometertank. Mit diesen Vorkehrungen sollte der Untergrund, der aus diesen negativen Ionen resultiert, stark unterdrückt werden können.

Wo entstanden	Ladung	gefangen	Gefahr
vor Analysierebene	positiv	Transportsektion (el. Spiegel)	++
vor Analysierebene	negativ	Transportsektion	+
hinter Analysierebene	positiv	Spektrometer	+++
hinter Analysierebene	negativ	nein	++

Tabelle 3.1: Unterschiedliche Gefahren von Ionen innerhalb des KATRIN Experimentes

Positive Ionen, die vor der Analysierebene erzeugt werden, werden wegen des negativen Potentials auf die Analysierebene zu beschleunigt und können das Retardierungspotential im Spektrometer unabhängig ihrer kinetischen Energie überwinden. Diese positiven Ionen erzeugen mit Sicherheit ein Signal am Detektor. Um diesen Untergrund zu unterdrücken, muss man einen zusätzlichen elektrostatischen Spiegel vor den Spektrometern einbauen, der verhindert, dass die positiv geladenen Ionen von dem Retardierungspotential in den Hauptspektrometertank gezogen werden. Da die kinetische Energie der Ionen nicht sehr hoch sein wird, reicht hier ein elektrisches Potential von einigen hundert Volt aus. Die kinetische Energie der β -Elektronen wird dadurch nicht verändert, da das elektrische Potential dieses Spiegels im Spektrometer schon wieder auf Null Volt abgefallen sein wird. Durch diesen elektrostatischen Spiegel werden die positiven Ionen auch innerhalb der Transportsektion gefangen sein, wie die negativ geladenen Ionen.

Positiv geladene Ionen, die zwischen Analysierebene und Detektor entstehen, werden auf die Analysierebene zu beschleunigt und da ihre eigene kinetische Energie nicht hoch genug sein wird, um komplett aus dem elektrischen Feld des Hauptspektrometers zu entkommen, werden sie beständig um die Analysierebene oszillieren. Diese gefangenen positiven Ionen können durch Stöße weitere geladene Teilchen erzeugen. Allerdings sind diese gefangenen Ionen gefährlicher als alle anderen bisher besprochenen Ionen, da sie bedingt durch ihre Gefangenschaft, sehr viele sekundäre Teilchen erzeugen können. Haben sie all ihre kinetische Energie durch Stöße abgegeben, so sammeln sie sich in der Analysierebene, wo sich eine hohe Ladungsdichte ansammeln kann. Mit laufender Messdauer werden immer mehr Ionen in der Analysierebene gefangen sein. Deshalb muss man in regelmäßigen Abständen die Messung unterbrechen und diese gefangenen Ionen aus dem Hauptspektrometertank entfernen. Dazu sind innerhalb der Hauptspektrometertanks Dipolelektroden, nahe der Innenseite angebracht, die die gefangenen Ionen auf die Tankwand beschleunigen und neutralisieren können. Um diesen störenden Untergrund

so klein wie möglich zu halten, ist es ebenfalls sehr wichtig das Ultrahochvakuum von 10^{-11} mbar im Spektrometer zu halten.

Die Anzahl der Ionen, die hinter der Analysierebene entstehen, ist im Vergleich zu den Ionen, die vor der Analysierebene entstehen, sehr gering, aber dennoch für die Messung sehr gefährlich, da sie unabhängig ihrer eigenen kinetischen Energie im Detektor gezählt und in das β -Spektrum am Endpunkt eingebaut werden. Da nur 2×10^{-13} aller β -Elektronen eine Energie im Bereich des Endpunktes des Spektrums besitzen und das Retardierungspotential überwinden können, kann schon eine sehr geringe Ionendichte innerhalb des Hauptspektrometers einen großen Effekt erzielen.

Eine weitere Quelle für Untergrund, der nicht nur durch geladene Teilchen erzeugt werden kann sondern auch durch neutrale Teilchen, sind die unterschiedlichen Endpunktenergien E_0 der β -Spektren von unterschiedlichen Mutterkernen. So ist zum Beispiel die Endpunktenergie E_0 eines T_3^+ Ions anders als das von molekularem Tritium T_2 . In Abbildung 3.6 sind die Q-Werte für verschiedene Tritiumverbindungen angegeben.

decay process (with $\bar{\nu}_e$)	$\tilde{Q} = E_0 - \Delta M(^3\text{He}, ^3\text{H})$	comment
$^3\text{H} \rightarrow ^3\text{He}^+ + e^-$	-24.6 eV	atomic decays
$^3\text{H}^- \rightarrow ^3\text{He} + e^-$	-0.75 eV	
$^3\text{H}^+ + e^- \rightarrow ^3\text{He}^{++} + 2e^-$	-65.4 eV	
$^3\text{H}_2 \rightarrow (^3\text{He}^3\text{H})^+ + e^-$	-16.5 eV	molecular decays
$^3\text{H}_2^+ + e^- \rightarrow (^3\text{He}^3\text{H})^{++} + 2e^-$	-48.9 eV	
$^3\text{H}_3^+ + ^3\text{H} + e^-$ $\rightarrow (^3\text{He}^3\text{H}_2)^{++} + 2e^-$	-35.1 eV ³¹	

Abbildung 3.6: Tritiumverbindungen und ihre Endpunktenergien. Bild entnommen aus [10]

Der Q-Wert ist die Differenz der Endpunktenergie E_0 und der Massendifferenz von T und ^3He . Man erkennt, dass nur die Endpunktenergie von T^- höher liegt als die Endpunktenergie von molekularem Tritium T_2 . Somit können die β -Elektronen von andern Zerfällen als die von T_2 und T^- gar nicht in den Energiebereich eindringen den das KATRIN Experiment untersucht. Einzig und allein das negativ geladene T^- Ion sorgt für einen störenden Untergrund innerhalb des vom KATRIN Experiment untersuchten Energieintervall, der aber nicht von den andern β -Elektronen unterschieden werden kann. Um diesen Untergrund klein zu halten, muss die Ionendichte dieser T^- Ionen innerhalb der Transportstrecke klein gehalten werden.

Die Ionen, die in der Transportsektion gefangen sind, müssen beseitigt werden. Dazu eignet sich ein elektrostatisches Dipolsystem, das ein elektrisches Feld innerhalb des Strahlrohrs erzeugt und die geladenen Teilchen mit Hilfe der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift aus dem Fluss-schlauch herausholt. Treffen die Ionen dann auf eine Oberfläche werden sie neutralisiert. Nach der Neutralisation der Ionen können sie durch die Pumpen in der Transportsektion abgepumpt werden.

Im nächsten Kapitel wird die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift, mit deren Hilfe die geladenen Teilchen aus dem magnetischen Flusschlauch heraus gelenkt werden können, genauer erläutert

4. $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift zur Beseitigung von Ionen

Im vorhergehenden Kapitel wurde gezeigt welche Ionen im KATRIN Experiment entstehen können und welche Gefahr von ihnen ausgeht. In diesem Kapitel wird nun in der Theorie gezeigt wie man die Ionen mit Hilfe der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift eliminieren kann.

4.1 Theorie: $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift

Von der Physik her wissen wir, dass in einem homogenen Magnetfeld überlagert mit einem homogenen elektrischen Feld senkrecht zum Magnetfeld, geladene Teilchen eine $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift erfahren. Das bedeutet, dass sie zusätzlich zu ihrer Spiralbahn um die Magnetfeldlinien eine Bewegung zur Seite ausführen.

Zur Herleitung dieses Sachverhalts schauen wir uns die Lorentz Kraft F_L an, die auf ein solches Teilchen wirkt.

$$\vec{F}_L = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (4.1)$$

Mit der Lorentzkraft können wir die Bewegungsgleichung für ein solches geladenes Teilchen aufstellen. Zur Vereinfachung der Gleichungen zeigt das homogene Magnetfeld B in z -Richtung. Das elektrische Feld \vec{E} hingegen kann allgemeiner mit 3 Freiheitsgraden aufgestellt werden.

Die Bewegungsgleichung ist ein lineares, gekoppeltes Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung:

$$m\ddot{x} = qE_x + q\dot{y}B \quad (4.2)$$

$$m\ddot{y} = qE_y - q\dot{x}B \quad (4.3)$$

$$m\ddot{z} = qE_z \quad (4.4)$$

Man kann zeigen, dass die folgende Bahnkurve eine Lösung dieses Differentialgleichungssystems ist:

$$x(t) = \frac{v_{\perp} m}{qB} \sin\left(\frac{qB}{m}t\right) + \frac{E_y}{B}t + x_0 \quad (4.5)$$

$$y(t) = \frac{v_{\perp} m}{qB} \cos\left(\frac{qB}{m}t\right) - \frac{E_x}{B}t + y_0 \quad (4.6)$$

$$z(t) = \frac{qE_z}{2m}t^2 + v_{\parallel}t + z_0 \quad (4.7)$$

Wobei v_{\perp} die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Magnetfeld B ist, und v_{\parallel} die Geschwindigkeitskomponente in Richtung des B -Feldes ist.

Neben der zu erwarteten Gyrationbewegung in der x - y Ebene, mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = \frac{qB}{m}$, hervorgerufen durch das Magnetfeld B , erkennt man eine weitere Komponente für die x und y Koordinate. Diese Komponente wird $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift genannt, da diese Drift immer senkrecht auf das elektrische und das magnetische Feld steht.

Allgemein kann man die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift so darstellen:

$$\vec{v}_{Drift} = \frac{1}{|\vec{B}|^2} \vec{E} \times \vec{B} \quad (4.8)$$

Die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift ist direkt proportional zur Stärke des elektrischen Feldes E und proportional zum inversen des magnetischen Feldes B . Die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift hängt nicht von den Eigenschaften des Teilchens ab. So ist die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift für Teilchen mit unterschiedlicher Masse und Ladung gleich. Auch die Flugrichtung hat keinen Einfluss, da die Richtung der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift nur durch das elektrische und magnetische Feld bestimmt wird.

4.2 Umsetzung im KATRIN Experiment

Da wir im Strahlrohr des KATRIN Experimentes schon ein möglichst homogenes Magnetfeld benutzen, um die β -Elektronen adiabatisch zum Spektrometer zu führen, liegt es nahe dieses auf einem begrenzten Volumen mit einem zusätzlichen elektrischen Feld zu kombinieren und die Ionen mit Hilfe der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift aus dem Flusschlauch herauszuschupsen. Außerhalb des Flusschlauches können die Ionen dann neutralisiert werden ohne die β -Elektronen im Flusschlauch zu beeinflussen. Da die β -Elektronen mit einer kinetischen Energie von $18,6 \text{ keV}$ im Vergleich zu den Ionen mit thermischer Energieverteilung sehr kurz im elektrischen Feld verweilen, ist die Ablenkung, die die β -Elektronen erfahren sehr gering. Nachdem die β -Elektronen das elektrische Feld des Dipols verlassen haben, hat sich ihre kinetische Energie nicht verändert.

Das elektrische Feld kann von zwei Elektroden, die einen elektrostatischen Dipol bilden, erzeugt werden. Um die Ionen neutralisieren zu können, müssen die Ionen auf eine Wand gelenkt werden. Auf leitenden Materialien steht das elektrische Feld immer senkrecht auf der Oberfläche, deshalb können die Ionen mit der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift nicht auf eine leitende Wand gelenkt werden, da die Ionen hier immer senkrecht zum elektrischen Feld \vec{E} fliegen. Um die Ionen mit Hilfe der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift auf eine Wand treffen zu lassen, muss das elektrische Feld \vec{E} in der Nähe einer Oberfläche parallel zu dieser laufen. Das kann man erreichen indem man einen kleinen Strom in dieser Oberfläche fließen lässt. Dazu bietet sich die Fläche zwischen den beiden Elektroden des Dipols an. Zwischen den Elektroden muss daher ein Bereich mit sehr hohem Widerstand angebracht werden, damit der Strom der zwischen den beiden Elektroden fließt nicht zu hoch wird. Dadurch können die Ionen von der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift direkt auf diesen hochohmigen Bereich gelenkt und neutralisiert werden. Der Strom in dieser Fläche sorgt zusätzlich dafür, dass ausreichend freie Ladungen für die Neutralisation der Ionen zur Verfügung steht.

Ionenart	Masse [kg]	Zyklotronfrequenz [Hz]
T_1^+	$5 \cdot 10^{-27}$	$1,6 \cdot 10^8$
T_3^+	$15 \cdot 10^{-27}$	$6 \cdot 10^7$
T_5^+	$25 \cdot 10^{-27}$	$3,6 \cdot 10^7$
e^-	$9 \cdot 10^{-31}$	$1 \cdot 10^{12}$

Tabelle 4.1: Zyklotronfrequenzen für die unterschiedlichen Ionen

Zusätzlich zu der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift gyrieren die Ionen um die Magnetfeldlinien mit der Zyklotronfrequenz ω_c .

$$\omega_c = \frac{qB}{m} \quad (4.9)$$

Ist der Zyklotronradius R groß genug, so können die Ionen auch aufgrund dieser Gyrationbewegung schon auf eine Oberfläche auftreffen und dort neutralisiert werden. Der Zyklotronradius hängt vom der Masse m , der Geschwindigkeit v und der Ladung q der Ionen sowie dem Magnetfeld B ab.

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (4.10)$$

Die Geschwindigkeit der Ionen kann man im nicht relativistischen Fall leicht über die kinetische Energie E bestimmen.

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad (4.11)$$

Die kinetische Energie, die die Ionen im elektrischen Feld des Dipols haben liegt zwischen 0 eV und 100 eV . Die thermische Energie für $T = 80 \text{ K}$ ist $E_{th} = 10 \text{ meV}$ und kann im Vergleich zur kinetischen Energie im Dipolfeld vernachlässigt werden. Aus der Tabelle 4.2 erkennt man, dass der Zyklotronradius der Ionen im elektrostatischen Dipol zwischen $0,05 \text{ mm}$ und 1 mm liegt.

Ionenart	Masse [kg]	kinetsche Energie [eV]	R [mm]
T_1^+	$5 \cdot 10^{-27}$	0,01	0,005
T_1^+	$5 \cdot 10^{-27}$	1	0,05
T_1^+	$5 \cdot 10^{-27}$	100	0,5
T_3^+	$15 \cdot 10^{-27}$	0,01	0,008
T_3^+	$15 \cdot 10^{-27}$	1	0,08
T_3^+	$15 \cdot 10^{-27}$	100	0,8
T_5^+	$25 \cdot 10^{-27}$	0,01	0,01
T_5^+	$25 \cdot 10^{-27}$	1	0,1
T_5^+	$25 \cdot 10^{-27}$	100	1
e^-	$9 \cdot 10^{-31}$	18,6	0,08

Tabelle 4.2: Zyklotronradius für die unterschiedlichen Ionenarten bei thermischer Energie von 80 K und Energien im elektrostatischen Dipol. Zum Vergleich der Zyklotronradius von $18,6 \text{ keV}$ β -Elektronen.

Dies bedeutet, dass die Ionen, die sich in einer Entfernung von nur $0,05 \text{ mm}$ bis 1 mm von der Oberfläche des Strahlrohres befinden, durch die hohen Zyklotronfrequenzen der Ionen (siehe Tabelle 4.1) mit Sicherheit die Wand berühren und neutralisiert werden. Somit sorgt die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift dafür, dass die Ionen nahe an die Wand gelangen, und ab einem Abstand von 1 mm unterstützt die Zyklotronbewegung die Effektivität der Neutralisation der Ionen.

Um einen geeigneten Platz für ein solches elektrostatisches Dipolsystem innerhalb des KATRIN Experimentes zu suchen, könnte man einen Platz suchen an dem die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift maximiert wird, um die Ionen Elimination zu maximieren. Dazu bräuchte man einen Ort mit geringem Magnetfeld und einem starken elektrischen Feld.

Ein starkes elektrisches Feld können wir im KATRIN Experiment aber nicht benutzen, da die β -Elektronen, die in diesem hohen elektrischen Feld durch den β -Zerfall erzeugt werden, auf einem höheren negativen Potential liegen. Somit sehen diese β -Elektronen ein geringeres Retardierungspotential U im Hauptspektrometer und es kommen zunehmend β -Elektronen mit geringerer Energie in den, für die Neutrinomassen Messung wichtigen Endpunkt des Spektrums. Deshalb ist für die elektrostatischen Dipole eine maximale Spannung von $\pm 100 \text{ V}$ vorgesehen. Zusätzlich sollte am Einbauort der Dipole keine hohe Gasdichte auftreten, damit innerhalb des Feldbereiches nur wenige Tritiumzerfälle stattfinden.

Weiterhin könnte man versuchen einen Platz für den elektrostatischen Dipol zu finden, an dem das magnetische Feld gering ist. Das magnetische Feld ist am kleinsten in den

Pumpports, wo die großen Turbomolekularpumpen angeschlossen werden, und deswegen gleichzeitig keine Magnetfeldspulen angebracht werden können. Allerdings weitet sich der Flussschlauch innerhalb der Pumpports auf bis zu 20 cm Durchmesser aus, so dass die Dipole sehr groß sein müssten, um den Flussschlauch nicht abzuschatten. Zudem ist eine Montage durch die Pumpportstutzen und eine Befestigung im Pumpport, für so große Dipole, sehr schwierig.

Deshalb kann ein solches elektrostatisches Dipolsystem am besten in den drei mittleren Strahlrohren der DPS2-F installiert werden, da die DPS2-F der zentrale Teil der Strecke ist, in der die Ionen gefangen sind. Das Magnetfeld innerhalb der DPS2-F ist mit 5,6 T allerdings sehr hoch und die Ablenkung der einzelnen geladenen Teilchen ist somit geringer als bei niedrigerem Magnetfeld. Die Strahlrohre der DPS2-F haben einen ausreichend großen Durchmesser um zusätzliche Elektroden installieren zu können, ohne dabei den Flussschlauch abzuschatten. Die Gasdichte innerhalb der DPS2-F ist sehr gering, so dass das Beseitigen der Ionen nicht durch die Streuung an Restgasmolekülen behindert werden sollte und nur wenige β -Zerfälle im Feldbereich stattfinden. Ein weiterer wichtiger Punkt ist, dass die Strahlrohre der DPS2-F selbst kein aktives Element der Transportsektion sind, so wie die Strahlrohre der Kryopumpen in der CPS.

Das besondere an der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift ist, dass die Ablenkung, die die geladenen Teilchen erfahren, unabhängig von der Ladung des Teilchens ist. Sowohl positiv als auch negativ geladene Teilchen werden in dieselbe Richtung abgelenkt. Weiterhin ist die Richtung, in die die geladenen Teilchen fliegen, nicht relevant für die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift. So werden Ionen, die in Richtung Spektrometer fliegen in dieselbe Richtung abgelenkt wie Ionen, die in Richtung Quelle fliegen. Dies ist im KATRIN Experiment besonders wichtig, da im ersten Durchflug durch die DPS2-F nicht alle Ionen neutralisiert werden können. Die Ionen werden durch einen elektrostatischen Spiegel am Ende der DPS2-F, der durch die Endkappe der FT-ICR realisiert werden kann, reflektiert und auf den Rückweg zur Quelle geleitet. Würde die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift von der Flugrichtung der geladenen Teilchen abhängen, so würden die zurückfliegenden Ionen genau wieder in ihre Ausgangsposition zurück gebracht werden, und der Netto Effekt der elektrostatischen Dipole wäre Null.

Die Ionen, die auf dem Rückweg zur Quelle sind, werden durch Streuung mit den Gasmolekülen in dem großen Gasstrom aus der Quelle selbst wieder reflektiert und sind somit zwischen Ausgang DPS2-F und dem Gaststrom aus der WGTS gefangen und können viele Male durch die elektrostatischen Dipole laufen. Dabei werden sie in jedem Durchlauf durch die elektrostatischen Dipole um ein weiteres Stück Richtung Wand abgelenkt bis sie letztendlich neutralisiert werden. Nach der Neutralisation der Ionen können sie wie die restlichen neutralen Gasmoleküle durch die Turbomolekularpumpen in der DPS2-F abgepumpt werden.

Das hohe Magnetfeld in der DPS2-F von 5,6 T hat aber auch den Vorteil, das die wichtigen β -Elektronen durch das Dipolfeld nicht zu stark abgelenkt werden. Da die β -Elektronen nur einmal und die Ionen mehrmals durch die Dipole durchfliegen können, ist der Einfluss der Dipole auf die β -Elektronen sehr gering, während aber gleichzeitig alle Ionen eliminiert werden können.

4.3 Abschätzung der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift in der DPS2-F

Die Ablenkung der Ionen, die durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift im elektrischen Feld des Dipols hervorgerufen wird, kann man mit einigen vereinfachten Annahmen abschätzen. Eine genauere Berechnung folgt in Kapitel 5.

Die durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift zurückgelegte Strecke S kann mit der Verweildauer T des Teilchens im Feldbereich berechnet werden.

$$S = v_{Drift}T \quad (4.12)$$

Die Ionen werden eine recht kleine kinetische Energien haben, wenn sie in der DPS2-F angekommen sind. Die Rückstossenergie der ${}^3\text{HeT}^+$ Ionen beträgt $1,7 \text{ eV}$. Alle Ionen haben in der WGTS so viele Wechselwirkung durchlebt, dass ihre kinetische Energie thermisch sein wird in der Größenordnung von 10 meV . Somit ist die kinetische Energie dieser Ionen durch das elektrische Potential des Dipols bestimmt.

Die Art der Ionen, die durch den elektrostatischen Dipol eliminiert werden kann, hängt von der Polarität des Dipols ab. Liegt am Dipol eine negative Spannung an, so werden nur positiv geladene Ionen in das elektrische Feld des Dipols eindringen können. Wegen der geringen kinetischen Energie der Ionen wird der Dipol auf die negativen Ionen wie ein elektrostatischer Spiegel wirken und diese in Richtung WGTS reflektieren. Somit kann man mit dem elektrostatischen Dipol entweder negativ oder positiv geladene Ionen zur gleichen Zeit beseitigen.

Für die Abschätzung der Ablenkung der Ionen durch die Dipole wird die mittlere Energie der Ionen im elektrostatischen Dipolfeld benutzt. Da eine maximale Spannung von $\pm 100 \text{ V}$ an die Dipole angelegt wird, beträgt die mittlere kinetische Energie der Ionen, die in das Dipolfeld eindringen, 50 eV . Mit dieser Vereinfachung kann man die Geschwindigkeit v der Ionen mit Hilfe ihrer Masse m und ihrer Ladung q berechnen.

$$v = \sqrt{\frac{q U_D}{m}} \quad (4.13)$$

Die Verweildauer T der Ionen im elektrischen Feld des Dipols kann dann mit der Länge L des Feldbereiches berechnet werden zu:

$$T = L \sqrt{\frac{m}{q U_D}} \quad (4.14)$$

Für die Drift Geschwindigkeit v_{Drift} benötigen wir noch das elektrische Feld der Dipolelektroden. Dieses kann in der Mitte abgeschätzt werden durch:

$$E = 1,3 \frac{U_D}{d} \quad (4.15)$$

Wobei 1,3 eine numerischer Faktor ist, der die Form der Elektroden berücksichtigt und d der Durchmesser der Elektroden ist.

Die Ablenkung der Ionen im Dipolfeld durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift kann dann folgendermaßen abgeschätzt werden:

$$S = 1,3 \frac{L}{d B} \sqrt{\frac{m U_D}{q}} \quad (4.16)$$

Die Ablenkung der Ionen ist damit für schwerere Ionen stärker als für leichtere.

Für die schnellen β -Elektronen mit 18,6 keV kinetischer Energie ist die Geschwindigkeit im elektrischen Feld des Dipols nahezu diesselbe wie außerhalb und man muss die Verweildauer T mit der kinetischen Energie E_{kin} von 18,6 keV berechnen.

$$S_e = 1,3 \frac{U_D L}{d B} \sqrt{\frac{2 m_e}{E_{kin}}} \quad (4.17)$$

Deshalb ist die durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift verursachte Ablenkung für die Ionen mit der Masse m und Ladung q um einen Faktor K größer als die der β -Elektronen.

$$K = \sqrt{\frac{E_{kin}}{2 q U_D} \frac{m}{m_e}} \quad (4.18)$$

Ionenart	Energie [keV]	Ablenkung [mm]	Faktor K
T^+	0,05	4,4	708
T_3^+	0,05	7,6	1226
T_5^+	0,05	9,8	1582
e^-	18,6	0,006	1

Tabelle 4.3: Ablenkung durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift für verschiedene Ionenarten in einem Dipol mit der Länge $L = 0,807 m$. Die Ablenkung der Ionen ist um einen Faktor K kleiner als die Ablenkung der 18,6 keV β -Elektronen.

Dabei wurden für die Massen der Tritium Ionen ein Vielfaches von der atomaren Tritiummasse $m_T = 5,01 \times 10^{-27} kg$ benutzt. Für das Magnetfeld wurde der Wert von

5,6 *Tesla* benutzt. Die Länge des Feldbereiches ist die Länge L von 0,807 *m*, die einem Dipolelement in einem der Strahlrohre zur Verfügung steht. Der Durchmesser d der Dipole ist 0,075 *m* und die Spannung an den Dipolen beträgt -100 *V*.

In der Tabelle 4.3 erkennt man schon deutlich das die schweren Ionen bei einem Durchflug durch ein Dipolelement mit 0,807 *m* Länge stärker abgelenkt werden als die leichteren Ionen.

Kennt man die Strecke S , die ein Ion bei einem Durchflug durch den Dipol abgelenkt wird und kennt man den Durchmesser des Dipolrohres, so kann man abschätzen wieviele Durchgänge N durch die Dipole ein Ion benötigt um im Mittel neutralisiert zu werden. Dazu Teilt man den halben Durchmesser durch die abgelenkte Strecke S .

$$N = \frac{D}{2S} \quad (4.19)$$

Mit einem Durchmesser der Dipole von 75 *mm* werden die T^+ , T_3^+ und T_5^+ Ionen im Mittel 8,5, 4,9 und 3,8 Durchläufe brauchen, bis sie aus dem Flussschlauch entfernt wurden.

Benutzt man die Formel für die Strecke S 4.16, so erkennt man schnell das die Anzahl an Durchgängen bis zur Elimination der Ionen proporitonal zum inversen der Wurzel aus der Masse der Ionen ist.

$$N \propto \frac{1}{\sqrt{M}} \quad (4.20)$$

Nach 6 Durchläufen werden die Ionen an dem Gaststrom aus der WGTS reflektiert und erreichen die DPS2-F zum zweiten Mal aus der Quellrichtung. Wenn aus der Quelle ein Ionenfluss von I_0 herauskommt, so scheint es dass durch das mehrmalige Durchlaufen der Ionen durch die DPS2-F eine effektiver Ionenstrom I_{eff} aus der WGTS herauskommt, der größer ist als der Ionenstrom I_0 , der durch die reine Ionenproduktion innerhalb der WGTS erzeugt wird. 6 Durchgänge durch die einzelnen Dipolelemente sind ein Zyklus, nach dem sich die Ereignisse wiederholen.

Ignoriert man die Rekombination der Ionen innerhalb der Transportstrecke, und geht davon aus, dass die Ionen nur durch die elektrostatischen Dipole neutralisiert werden, so bleibt nach jedem Zyklus ein gewisser Ionenfluss I_i übrig, der wiederum in die DPS2-F eindringt. Addiert man diese wiedereintretenden Ionen auf bis zum M -ten Zyklus, bei dem alle Ionen neutralisiert worden sind, so erhält man den effektiven Ionenstrom.

$$I_{eff} = I_0 + I_1 + I_2 + \dots + I_M \quad (4.21)$$

Kennt man den Prozentsatz p_l der im l -ten Zyklus beseitigten Ionen, so kann man den effektiven Ionenstrom in die DPS2-F berechnen.

$$I_{eff} = I_0 \left(M + 1 - \sum_{i=1}^M k_i \right) \quad (4.22)$$

Dabei ist M die maximale Anzahl an Zyklen die gebraucht werden um alle Ionen zu neutralisieren und k_i ist eine Konstante die aus den Prozentsätzen p_l berechnet wird.

$$k_i = \sum_{l=1}^i p_l \quad (4.23)$$

Je besser die Ionen durch die Dipole entfernt werden, desto näher kommt der Wert des effektiven Ionenfluss I_{eff} dem wahren aus der WGTS fließenden Ionenfluss I_0 . Die Konstante k_i bzw. p_i werden durch das elektrostatische Dipolsystem bestimmt.

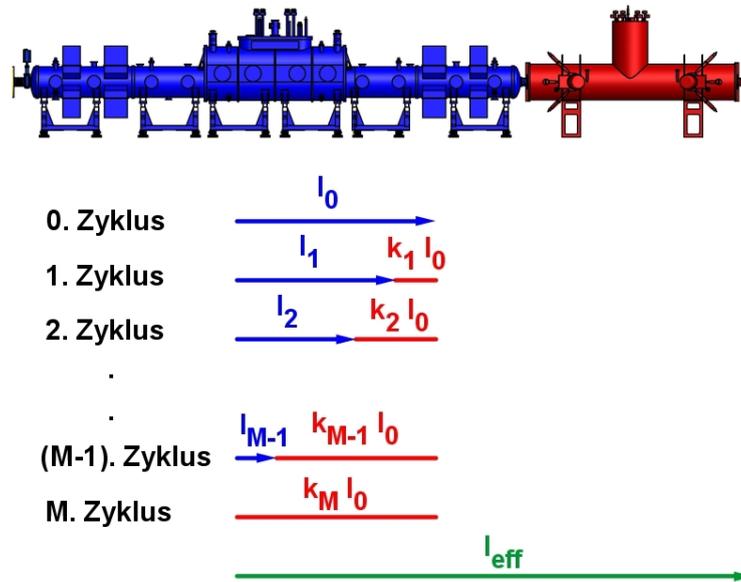


Abbildung 4.1: Durch das mehrmalig Durchlaufen der Ionen durch die DPS2-F scheint es so als würde ein größer Ionenfluss aus der WGTS herauskommen als durch die Ionenproduktion innerhalb der WGTS tatsächlich herauskommen sollte. Nicht alle Ionen sind nach dem 1. Zyklus beseitigt worden, sondern können noch weitere Male durch die DPS2-F durchfliegen bis sie den Flussschlauch verlassen. Der Prozentsatz k_i ist der nach dem i -te Zyklus noch übrig gebliebene Anteil an Ionen. Summiert man diese Ionen auf so erhält man einen effektiven Ionenfluss I_{eff} der aus der Quelle zu kommen scheint.

Um den Effekt der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift auf die Ionen und den effektiven Ionenfluss aus der WGTS genauer studieren zu können, muss man Simulationen mit den genauen Feldverläufen der magnetischen und elektrischen Felder machen. Dazu muss man das magnetische

Feld, das durch die supraleitenden Spulen des KATRIN Experimentes erzeugt werden und das elektrische Feld, das durch die Dipolelektroden erzeugt wird, berechnen. Danach kann man den Effekt der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift mit Hilfe der Teilchenbahnberechnungen in diesen Feldern studieren. In dem nächsten Kapitel wird gezeigt, wie man die Felder berechnen kann und die Simulationen zu den Ionenbewegungen vorgestellt.

5. Simulationen

In diesem Kapitel wird das Verhalten der Ionen im Strahlrohr der DPS2-F unter der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift simuliert. Hierzu werden zuerst die Methoden zur Berechnung der magnetischen und elektrischen Felder sowie das Hermite Interpolations Verfahren und die Methoden für die Teilchenbahnberechnung vorgestellt, mit denen die Bahnberechnungen der Ionen durchgeführt wurden. Dann werden die Ergebnisse der Simulationen und der Einfluss von verdrehten Dipolelementen auf die Ionenbeseitigung vorgestellt.

5.1 Berechnung von B Feldern

5.1.1 Elliptische Integrale

Im KATRIN Experiment werden mehrere supraleitende Magnetspulen benutzt, um die Magnetfelder entlang des Strahlrohres zu erzeugen. Die Ströme in den Spulen sind konstant, so dass wir zur Berechnung dieser Magnetfelder die Magnetostatik benutzen können [40]. Die Maxwell Gleichungen die wir hierfür benötigen sind folgende:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{5.1}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \tag{5.2}$$

Aus der Gleichung 5.1 sieht man, dass man das Magnetfeld \vec{B} als die Rotation eines anderen Vektorfeldes \vec{A} schreiben kann, da allgemein gilt.

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0 \tag{5.3}$$

Dieses Vektorfeld wird magnetisches Vektorpotential \vec{A} genannt und man kann daraus das magnetische Feld \vec{B} berechnen, indem man die Rotation von \vec{A} berechnet.

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \tag{5.4}$$

Die allgemeine Lösung der Gleichungen 5.1 und 5.2 ist das Biot-Savart Gesetz

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \vec{j}(r') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (5.5)$$

Löst man das Biot-Savart Gesetz nun für eine axialsymmetrische Spule mit Länge L , Dicke d und innerem Radius R_{min} , so stößt man auf die kompletten elliptischen Integrale 1ter, 2ter und 3ter Ordnung: $K(k)$, $E(k)$ und $\Pi(n, k)$ [13].

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\Theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Theta}} \quad (5.6)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Theta} d\Theta \quad (5.7)$$

$$\Pi(n, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\Theta}{(1 - n \sin^2 \Theta) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Theta}} \quad (5.8)$$

Die elliptischen Integrale sind analytisch nicht lösbar, deswegen muss man auf numerische Lösungsverfahren zurückgreifen. In der Literatur gibt es mehrere unterschiedliche Verfahren diese Integrale numerisch zu lösen. Numerische Berechnungen der elliptischen Integrale sind möglich über die Chebyshev Näherung oder die Carlson Methode [9] [8].

Mit den elliptischen Integralen kann man die Magnetfelder überall berechnen, sogar innerhalb der Spulenwindungen. Allerdings können die numerischen Lösungen an Punkten, die der Symmetrieachse nahe sind, singular werden.

Das Lösen der elliptischen Gleichungen auf numerischem Wege dauert sehr lange und führt bei Teilchenbahnberechnungen zu noch längeren Rechenzeiten, da die Integrale für jeden Punkt, in dem man das Magnetfeld berechnen will, numerisch ausgewertet werden müssen. Um die Rechenzeiten hierfür zu verringern, kann man das Magnetfeld auf eine andere Weise berechnen, indem man das Magnetfeld nach Legendre Polynomen entwickelt.

5.1.2 Entwicklung nach Legendre Polynomen

Da uns das Magnetfeld hauptsächlich im Inneren der Spule interessiert, wo der Stromdichtevektor \vec{j} gleich Null ist, kann man das Magnetfeld in Legendre Polynomen entwickeln. Die Legendre Polynome sind ein Satz vollständiger, orthogonaler Eigenfunktionen des Laplace Operators in Kugelkoordinaten. In den Bereichen, in denen kein Strom fließt, der Stromdichtevektor \vec{j} also Null ist, wird das Magnetfeld bzw. das Vektorpotential \vec{A} durch die Laplace Gleichung bestimmt.

$$\Delta \vec{A} = 0 \quad (5.9)$$

Da die Legendre Polynome Eigenfunktionen des Laplace Operators sind, kann man das Vektorpotential \vec{A} nach diesen Legendre Polynomen entwickeln und man kann diese unendliche Reihe schon nach einer geringen Anzahl von Gliedern abbrechen, da man nach wenigen Gliedern schon eine für die numerische Berechnung ausreichende Genauigkeit erreicht hat von double precision 10^{-14} .

Für die Entwicklung nach Legendre Polynomen wählen wir einen Quellpunkt S auf der Symmetrieachse der Spule. Nun gibt es zwei Gebiete um diesen Quellpunkt S , in denen der Stromdichtevektor \vec{j} gleich Null ist und wir die Entwicklung vornehmen können. Zum einen ist es das Gebiet innerhalb einer Sphäre um den Quellpunkt S , deren Radius kleiner ist als die kleinste Entfernung des Quellpunktes S zu der Spule, die das Magnetfeld erzeugt (siehe Abbildung:5.1).

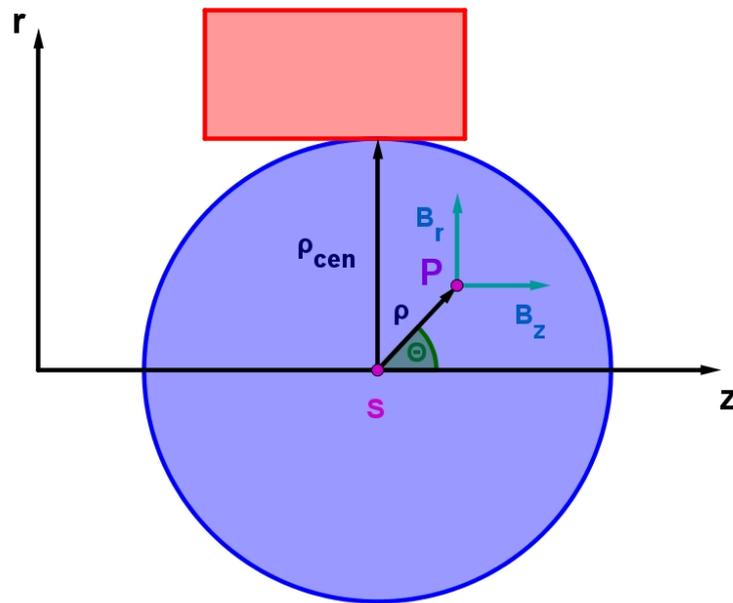


Abbildung 5.1: Innerhalb einer Sphäre mit dem Radius ρ_{cen} um den Quellpunkt S kann man das axialsymmetrische, magnetische Feld B_r und B_z in Legendre Polynomen entwickeln. Die einzelnen Summanden der Entwicklung sind proportional zu $(\rho/\rho_{cen})^n$, so dass die Reihe für Punkte nahe des Quellpunktes S sehr schnell konvergiert. Der rote Kasten ist ein Schnitt durch die Spule mit z als Symmetrieachse.

Zum anderen ist es das Gebiet ausserhalb einer Sphäre um den Quellpunkt S mit einem Radius, der größer ist als die größte Entfernung des Quellpunktes zu der Spule (siehe Abbildung:5.2). Die Entwicklung im ersten Fall nennen wir zentrale Legendre Polynome Entwicklung von \vec{B} und der Radius der Sphäre bezeichnen wir als ρ_{cen} . Im zweiten Fall

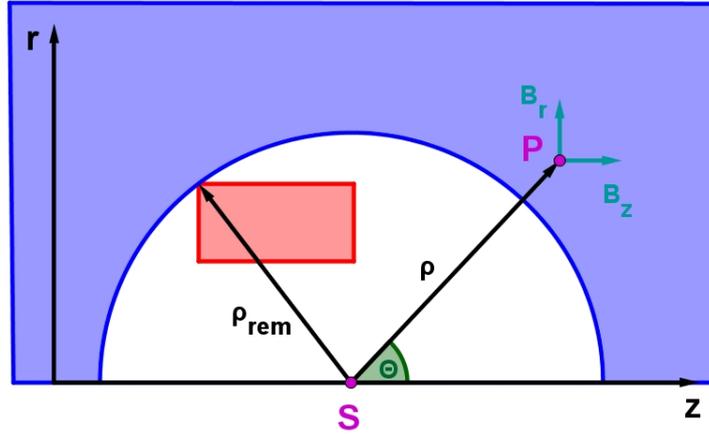


Abbildung 5.2: Außerhalb einer Sphäre mit dem Radius ρ_{rem} um den Quellpunkt S kann man das axialsymmetrische, magnetische Feld B_r und B_z in Legendre Polynomen entwickeln. Die einzelnen Summanden der Entwicklung sind proportional zu $(\rho_{rem}\rho)^{n+1}$, so dass die Reihe für Punkte weit weg von dem Quellpunkt S sehr schnell konvergiert. Der rote Kasten ist ein Schnitt durch die Spule mit z als Symmetrieachse.

nennen wir die Entwicklung entfernte Legendre Polynom Entwicklung von \vec{B} und der Radius der Sphäre wird als ρ_{rem} bezeichnet.

Man kann nun zeigen, dass sich das axiale und radiale Magnetfeld B_z und B_r im zentralen Bereich ausdrücken lassen durch:

$$B_z = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{cen} \left(\frac{\rho}{\rho_{cen}} \right)^n P_n(\cos\theta) \quad (5.10)$$

$$B_r = -\sin\theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n^{cen}}{n+1} \left(\frac{\rho}{\rho_{cen}} \right)^n P_n'(\cos\theta) \quad (5.11)$$

Dabei wurde die erste Ableitung der Legendre Polynome $P_n(\cos\theta)$ benutzt.

$$P_n'(\cos\theta) = \frac{d}{d\cos\theta} P_n(\cos\theta) \quad (5.12)$$

Ebenso kann man zeigen, dass das Magnetfeld im entfernten Bereich ausgedrückt werden kann als:

$$B_z = \sum_{n=2}^{\infty} B_n^{rem} \left(\frac{\rho_{rem}}{\rho} \right)^{n+1} P_n(\cos\theta) \quad (5.13)$$

$$B_r = \sin\theta \sum_{n=2}^{\infty} \frac{B_n^{rem}}{n} \left(\frac{\rho_{rem}}{\rho} \right)^{n+1} P_n'(\cos\theta) \quad (5.14)$$

Hierfür müssen die Koeffizienten B_n^{cen} und B_n^{rem} nur einmal berechnet werden, wofür man nur das Magnetfeld auf der Symmetrieachse benötigt. Die Koeffizienten hängen von der Position des Quellpunktes S, der Geometrie der Spule und dem Strom, der durch die Spule fließt, ab. Um nun im gesamten Raum das Magnetfeld mit der Legendre Polynom Entwicklung berechnen zu können, muss man mehrere Quellpunkte wählen und die dazugehörigen Koeffizienten B_n^{cen} und B_n^{rem} für jeden Quellpunkt berechnen. Durch geschickte Wahl der Quellpunkte kann man das Magnetfeld in jedem Punkt im Raum berechnen, in dem der Stromdichtevektor \vec{j} gleich Null ist [34] [31].

Der Vorteil der Legendre Polynom Entwicklung ist, dass die Berechnung des Magnetfeldes, nachdem die Koeffizienten berechnet wurden, um einen Faktor 100 - 1000 schneller ist als die Berechnung über die elliptischen Integralen. Für die zentrale Legendre Entwicklung konvergiert die Reihe für Punkte nahe dem Quellpunkt S sehr schnell und für Punkte nahe dem Konvergenzradius ρ_{cen} werden mehrere hundert Glieder der Reihenentwicklung benötigt, um die geforderte Genauigkeit zu erhalten. Für die entfernte Legendre Polynom Entwicklung konvergiert die Reihe für Punkte sehr weit entfernt vom Quellpunkt S und für Punkte nahe dem Konvergenzradius ρ_{rem} benötigt man ebenfalls mehrere hundert Glieder der Reihenentwicklung.

In der Programmbibliothek `magfield2.c` und `magfield3.c` von Ferenc Glück sind beide hier vorgestellten Methoden implementiert und wurden für die folgenden Berechnungen verwendet [30] [29].

5.2 Berechnung des Flussschlauches

Der elektrostatische Dipol soll in das Strahlrohr der DPS2-F eingebaut werden, ohne dass dabei der Transport der β -Elektronen gestört wird. Das heißt insbesondere, dass der Flussschlauch in dem die β -Elektronen von der Quelle zum Spektrometer geführt werden nicht berührt, oder sogar geschnitten werden darf. Um nun die Maße des Dipoles festlegen zu können, muss man die Größe des Flussschlauches an verschiedenen Stellen in der DPS2-F berechnen können.

Der magnetische Fluss Φ ist definiert durch das Integral:

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A} \quad (5.15)$$

Hierbei muss man über eine bestimmte Fläche A integrieren die den betrachteten Fluss begrenzt.

Da wir in den meisten Teilen des KATRIN Experimentes (WGTS, Spektrometer und in Teilen der Transportsektion) eine Axialsymmetrie vorliegen haben, ist der Querschnitt

des Flussschlauches in diesen Teilen ein Kreis mit dem Radius r . Nimmt man weiterhin die Vereinfachung hinzu, dass das Magnetfeld innerhalb des Flussschlauches homogen ist, vereinfacht sich das Integral 5.15 zu folgender Gleichung.

$$\Phi = \pi r^2 B \quad (5.16)$$

Hierbei wurde ausgenutzt, dass das Magnetfeld \vec{B} im Zentrum der Magnetspule immer normal auf der Fläche A steht.

Mit dem magnetischen Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ kann man so den Radius des Flussschlauches in erster Näherung abschätzen.

$$r = \sqrt{\frac{\Phi}{\pi B}} \quad (5.17)$$

Die Inhomogenität in radialer Richtung in der WGTS liegt in der Größenordnung von 10^{-7} und ist somit schon recht gut. Die zweite Annahme, dass überall eine Axialsymmetrie vorliegt, stimmt aber nicht, da wir in der DPS2-F und in der CPS von der Symmetrieachse weg gekippte Strahlrohre bzw. Magnetfeldspulen haben. Um den Effekt dieser gekippten Magnetfeldspulen zu untersuchen bzw. die Genauigkeit der einfacheren ersten Methode zu überprüfen, kann man eine weitere Methode benutzen, um den Querschnitt des Flussschlauches an beliebiger z -Position des KATRIN Experimentes zu bestimmen, der nicht auf die Homogenität und die Axialsymmetrie des Magnetfeldes angewiesen ist.

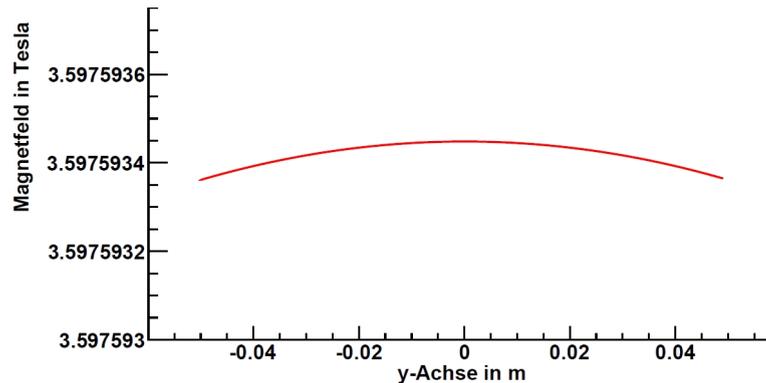


Abbildung 5.3: Magnetfeld innerhalb der WGTS in radialer Richtung. Innerhalb der WGTS gibt es eine Inhomogenität in der Größenordnung 10^{-7} .

Betrachtet man einen bestimmten magnetischen Fluss Φ an einer Stelle C und will wissen auf welche Fläche sich dieser Fluss an einem Ort D aufteilt, so stellt man fest, dass gerade die Magnetfeldlinien, die von der Begrenzung der Fläche am Ort C weggehen den Fluss am Ort D begrenzen. Dass heißt, dass der Flussschlauch durch die Magnetfeldlinien begrenzt wird. Dies kann man folgendermaßen zeigen:

Die zweite Maxwell Gleichung 5.1 kann man durch Anwenden des Greenschen Satzes in eine integrale Form bringen:

$$\oint_O \vec{B} d\vec{A} = 0 \quad (5.18)$$

Die geschlossene Oberfläche O wählen wir in unserem Falle als einen Schlauch, der durch die Magnetfeldlinien begrenzt wird mit zwei runden Stirnseiten mit den Flächen C und D . Das Oberflächenintegral an der Außenseite des Schlauches verschwindet, da hier der Normalenvektor der Fläche senkrecht auf den Magnetfeldvektor steht (siehe Abbildung 5.4). Somit tragen nur die Integrale an den Stirnflächen bei.

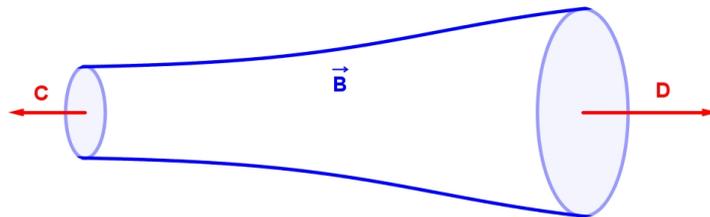


Abbildung 5.4: Das geschlossene Oberflächenintegral über einen Flussschlauch mit den Stirnseiten C und D hat nur zwei Beiträge, die gleich den magnetischen Flüssen durch die Stirnseiten C und D sind. Ein Flussschlauch mit einem festen Fluss Φ wird durch die begrenzenden Magnetfeldlinien definiert.

$$\int_C \vec{B} d\vec{A} + \int_D \vec{B} d\vec{A} = 0 \quad (5.19)$$

Diese auftauchenden Flächenintegrale sind aber gerade die magnetischen Flüsse Φ_C und Φ_D durch die Flächen C und D . Bei einem Integral muss man das Vorzeichen noch umdrehen, damit die Flächennormalenvektoren in dieselbe Richtung zeigen.

$$\Phi_C = \Phi_D \quad (5.20)$$

Somit ist gezeigt, dass ein Satz von Magnetfeldlinien immer denselbe magnetischen Fluss begrenzt, egal wie sie verlaufen.

Diese Tatsache können wir ausnutzen, um den Querschnitt des Flussschlauches genau zu bestimmen, ohne die Forderung nach einem homogenen und axialsymmetrischen Magnetfeld. Dafür starten wir an einer Stelle, an der wir die Form des Querschnittes gut kennen und berechnen die Magnetfeldlinien. In der Mitte der WGTS herrscht in einem guten Maße Axialsymmetrie, da die ersten gedrehten Magnetfeldspulen in der

DPS2-F 10 m entfernt sind. Der magnetische Fluss von 191 Tcm^2 wird durch einen Kreis mit einem Radius von $4,11 \text{ cm}$ begrenzt (Dieser Radius wurde mit dem richtigen inhomogenen Feld numerisch berechnet).

Nun läßt man die Magnetfeldlinien beginnend auf diesem Radius in der x-y Ebene in Richtung Spektrometer auf der z-Achse berechnen. Die Magnetfeldlinien, beschrieben durch den Ortsvektor \vec{r} mit dem Parameter s, gehorchen folgender Differentialgleichung:

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = B(\vec{r}) \quad (5.21)$$

Diese Differentialgleichung erster Ordnung kann man numerisch mit dem Runge-Kutta Verfahren lösen. In der Programmbibliothek von Ferenc Glück ist hierzu das Runge-Kutta Verfahren 8ter Ordnung implementiert.

An der Position z_0 , an der man den Querschnitt des Flussschlauches bestimmen will, stellt man eine Ebene E auf die senkrecht auf der zentralen Magnetfeldlinie steht, die in der Mitte der WGTS im Zentrum des Kreises bei $x=0$ und $y=0$ beginnt. Die Schnittpunkte der Magnetfeldlinien mit dieser Ebene definieren nun den Querschnitt des Flussschlauches an dieser Position. Je mehr Magnetfeldlinien man berechnet desto stärker wird die Form des Querschnittes bestimmt, aber um so mehr Daten muss man auch verarbeiten. In dem konkreten Fall, der Berechnung des Querschnittes in der DPS2-F, benötigt man für die Koordinaten von 100 Magnetfeldlinien, mit einem Abstand der aufeinanderfolgenden Punkte einer Feldlinien von $0,1 \text{ mm}$, 800 MB an Speicher.

Um die Form des Querschnittes aus den Schnittpunkten der Magnetfeldlinien mit der Ebene E zu bestimmen muss man eine geschlossene Kurve an diese Schnittpunkte fitten und die beschreibenden Parameter bestimmen. In unserem Fall genügt es den maximalen und minimalen Radius des deformierten Kreises zu bestimmen. Dazu müssen wir aber zuerst den Mittelpunkt dieses Kreises bestimmen, um die Radien zu jedem Schnittpunkt ausrechnen zu können.

Bezeichnen wir die Schnittpunkte der i-ten Magnetfeldlinie mit x_i und y_i und den Mittelpunkt des zu fittenden Kreises mit x_0 und y_0 , so können wir eine Funktion F aufstellen, die die Summe der Quadratischen Abweichungen von den Schnittpunkten zu dem zu fittenden Kreis beschreibt.

$$F(y_0, x_0, r, t_i) = \sum_{i=1}^n \left[(x_i - x_0 - r \sin t_i)^2 + (y_i - y_0 - r \cos t_i)^2 \right] \quad (5.22)$$

Dabei beschreiben die Parameter t_i den azimuthalen Winkel der einzelnen Schnittpunkte, gesehen vom Mittelpunkt des Kreises.

Minimiert man nun diese Funktion nach den Parametern y_0 und x_0 , so erhält man eine Formel zur Berechnung des Mittelpunktes des Kreises auf der Schnittebene E.

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + r \sum_{i=1}^n \sin t_i \quad (5.23)$$

$$y_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i + r \sum_{i=1}^n \cos t_i \quad (5.24)$$

Unter der Annahme, dass die Schnittpunkte in azimuthaler Richtung gleich verteilt sind, kann man die zweite Summe in den Gleichungen 5.23 und 5.24 vernachlässigen, da hier über eine volle Periode von Sinus und Cosinus summiert wird.

Somit ist der Mittelpunkt des zu fittenden Kreises gerade der Mittelwert der Koordinaten der Schnittpunkte. Mit dem Mittelpunkt des Kreises ist es nun ein Leichtes den Radius des Kreises als Mittelwert aus den einzelnen Abständen der Schnittpunkte zum Mittelpunkt des Kreises zu berechnen. Weiterhin kann man daraus auch den maximalen und minimalen Radius bestimmen, der ein Maß für die Abweichung des Querschnittes von der idealen Kreisform bei Axialsymmetrie ist.

In Abbildung 5.5 sieht man den Radius des berechneten Flussschlauches mit beiden hier vorgestellten Methoden. Man erkennt, dass in den Pumpports die axial symmetrische Berechnung die größten Abweichung von der genaueren zweiten Methode besitzt. Dies kann dadurch erklärt werden, dass das Magnetfeld in den Pumpports schwächer wird und damit die Inhomogenitäten stärker werden. Da die Homogenität eine Annahme der ersten Berechnungsmethode war, muss der Fehler hierfür auch größer werden.

Innerhalb der Strahlrohre der DPS2-F ist auf dieser Skala kein Unterschied zwischen beiden Methoden zu erkennen. In Abbildung 5.6 sieht man das von der WGTS aus gesehen zweite Strahlrohrelement mit den beiden Flussschlauchradien Berechnungen. Der maximale Unterschied liegt in der Größenordnung von $0,1 \text{ mm}$. Dies ist noch kleiner als die Toleranz für die Radien der Strahlrohre in der DPS2-F.

Betrachtet man nun noch die Verformung des Flussschlauches, indem man den maximalen und minimalen Radius des Flussschlauches in Abbildung 5.7 betrachtet, so erkennt man, dass der Querschnitt des Flussschlauches nur in den Pumpports stark von der Kreisform abweicht. In den Pumpports beträgt der maximale Abstand zum Kreismittelpunkt 99 mm und der minimaler Abstand beträgt 93 mm , bei einem mittleren Radius von 96 mm . Innerhalb der Strahlrohre ist die Verformung so gering, dass der Querschnitt als Kreis angesehen werden kann.

Somit können wir die einfachere Methode benutzen um die maximale Größe des Dipols im Strahlrohr zu berechnen, ohne dass der Flussschlauche abgeschattet wird. Aus Sicherheitsgründen lassen wir in radialer Richtung zwischen dem berechneten Radius des Flussschlauches und den Dipolen einen Sicherheitsabstand von 3 mm .

Für die Länge von 807 mm eines Dipolelementes besitzt der Sicherheitsbereich in Form eines Hohlzylinder einen inneren Durchmesser von 69 mm und einen äußeren Durchmesser von 75 mm . Somit kann der innere Durchmesser der Dipole mit 75 mm bemessen werden.

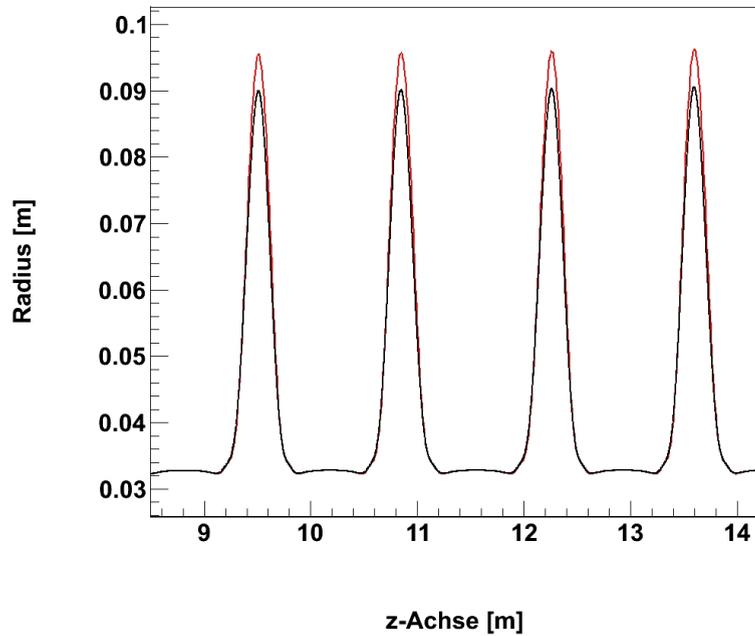


Abbildung 5.5: Vergleich der beiden Methoden zur Berechnung des Flusschlauches in der DPS2-F. Schwarz axial symmetrische Berechnung. Rot nicht axial symmetrische Berechnung.

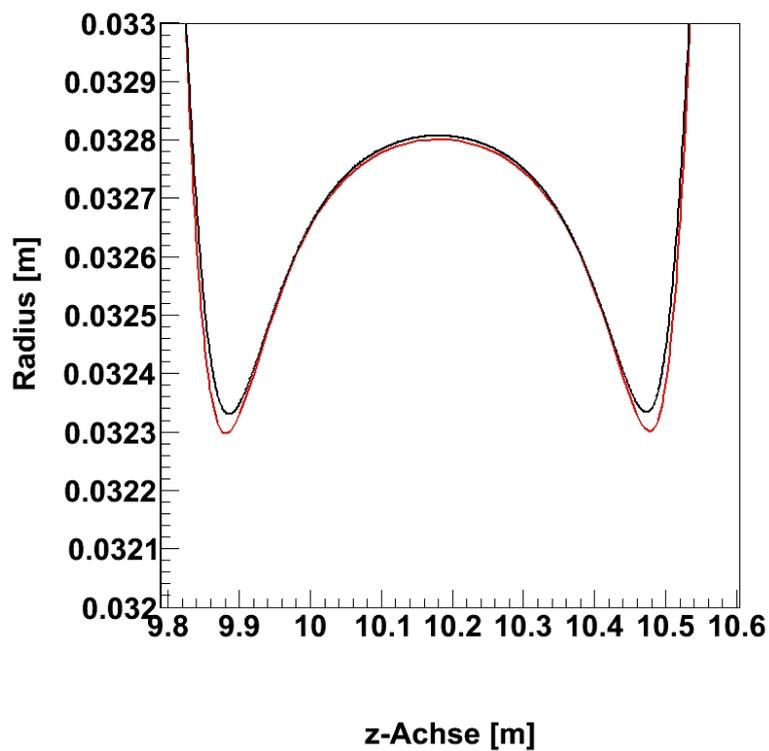


Abbildung 5.6: Zoom auf den Radius des Flusschlauches in einem Strahlrohrelement der DPS2-F. Schwarz axial symmetrische Berechnung. Rot nicht axial symmetrische Berechnung.

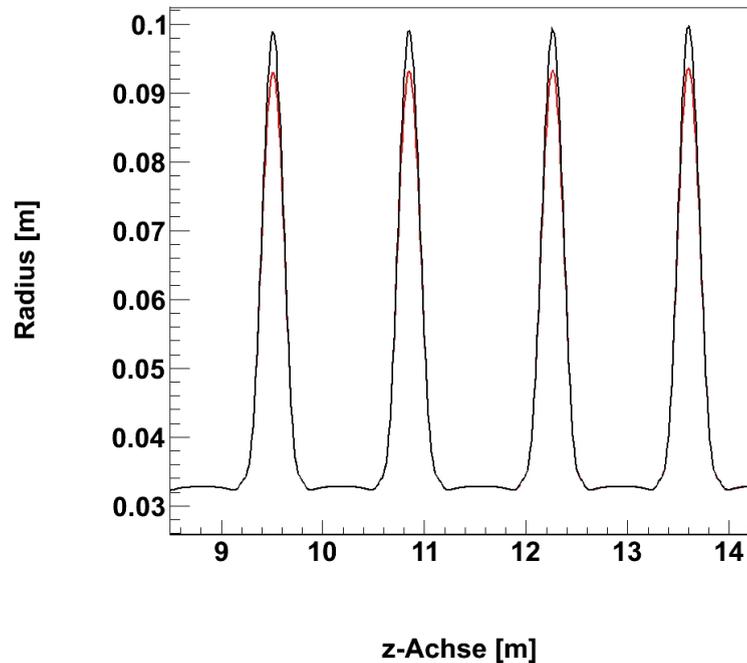


Abbildung 5.7: Minimaler und Maximaler Radius des nicht axial symmetrischen Flussschlauches.

Der äußere Durchmesser der Dipole wird durch den inneren Durchmesser des Strahlrohres und dessen Toleranz festgelegt. Der Innendurchmesser der Strahlrohre beträgt auf dem Papier 86 mm . Bei der Vermessung der gefertigten Rohre sind aber Abweichung von bis zu 1 mm festgestellt worden [4].

Somit haben wir einen Bereich in Form eines Hohlzylinders mit Innendurchmesser 75 mm , Außendurchmesser 84 mm und einer Länge von 807 mm in jedem Strahlrohr der DPS2-f frei für einen Dipol.

5.3 Berechnung von E Feldern

Im KATRIN Experiment werden neben den Hauptspektrometerelektroden mehrere Dipolelektroden benutzt, die keine Axialsymmetrie mehr aufweisen. Für Elektroden mit Axialsymmetrie kann man das elektrische Feld exakt lösen in dem man wiederum elliptische Integrale löst. Die exakte Lösung ist für nicht axialsymmetrische Elektroden noch schwieriger und würde sehr lange dauern, weswegen wir dafür die Randelemente Methode (engl: Boundary elements method - BEM) benutzen wollen.

Die Randelemente Methode ist eine numerische Methode um lineare, partielle Differentialgleichungen mit Randbedingungen zu lösen. Dabei wird nicht der ganze Raum in ein diskretes Gitter aufgeteilt, wie bei vielen anderen numerischen Methoden, sondern nur die Fläche der Elektroden, die die Randbedingungen festlegen. Dies hat zum Vorteil, dass es nicht so viele freie Parameter gibt.

In unserem Falle ist es die Laplace Gleichung für das elektrische Potential Φ im ladungsfreien Raum, die wir lösen wollen.

$$\Delta\Phi = 0 \quad (5.25)$$

Die Randbedingungen sind durch die Geometrie und die angelegten Spannungen der Elektroden gegeben. Dazu diskretisieren wir die Flächen der Elektroden in N Unterelemente, die wir als rechteckige, dünne Plättchen annehmen, mit den angelegten Spannungen U_i . Anschliessend wird das elektrische Potential, durch aufsummieren der einzelnen Potentiale der N Unterelemente, berechnet.

Für die Berechnung des elektrischen Potentials mit der Coloumbformel benötigen wir zuerst die Flächenladungsdichten σ_i der einzelnen Unterelemente. Diese kann man ausrechnen über das folgenden lineare Gleichungssystem:

$$U_i = \sum_j C_{ij}\sigma_j \quad (5.26)$$

Wobei die Matricelemente C_{ij} aus der Coloumbformel für die rechteckigen, dünnen Plättchen berechnet werden können und die U_i die angelegten Spannungen der einzelnen Unterelemente sind. Die Spannungen an den einzelnen Unterelementen setzt sich nämlich aus den Potentialen aller beteiligten Unterelementen selbst zusammen.

Hat man in dem ersten Schritt die Flächenladungsdichten σ_i der einzelnen Unterelemente berechnet, kann man als zweites in jedem beliebigen Punkt abseits der Elektroden das elektrische Potential berechnen, in dem man das Potential aller Unterelemente aufsummiert.

$$\Phi(x, y, z) = \sum_i \frac{\sigma_i}{4\pi} F_i(x, y, z) \quad (5.27)$$

Wobei die σ_i , die im vorherigen Schritt berechneten Flächenladungsdichten der Rechtecke sind und die Funktionen $F_i(x, y, z)$ die zu lösenden Integrale für die benutzte Geometrie der Unterelemente darstellen, in unserem Falle für rechteckige dünne Plättchen mit den Seitenlängen a und b [13].

Das elektrische Feld kann einfach über den Differenzenquotient numerisch berechnet werden.

$$E_i(\vec{r}) = -\frac{\Phi(\vec{r} + \epsilon \vec{e}_i) - \Phi(\vec{r} - \epsilon \vec{e}_i)}{2\epsilon} \quad (5.28)$$

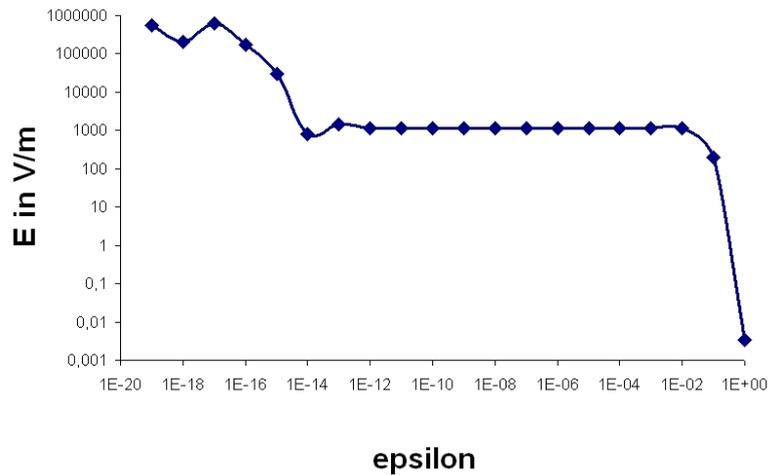


Abbildung 5.8: Aufgetragen ist hier der Betrag des elektrischen Feldes \vec{E} über ϵ berechnet im Punkt $(0 / 0 / 0,4)$. Wie man hier sieht gibt es für ϵ im Bereich zwischen 10^{-12} und 10^{-2} ein Plateau, in dem das elektrische Feld stabil ist. Wählt man ϵ zu klein so kommt es zu numerischen Fehlern. Wählt man ϵ zu groß erfasst man die Geometrie nicht genau.

Dabei muss man die kleine, positive Größe ϵ so wählen, dass sie klein im Verhältnis zu den geometrischen Ausmassen des elektrischen Feldes ist aber dennoch nicht zu klein, dass es zu numerischen Fehlern kommt. Dabei zeigen die Einheitsvektoren e_i in die Richtung der Koordinatenachsen ($i=x,y,z$). Für folgenden Berechnungen wurde eine ϵ von 10^{-6} gewählt.

Je mehr Unterelemente man wählt desto, genauer stimmt das so berechnete elektrische Feld mit dem wahren Feld überein. Allerdings steigt die Rechenzeit T für sehr viele Unterelemente mit der dritten Potenz an, da das Gaußsche Eliminationsverfahren zum Lösen des linearen Gleichungssystems proportional zur dritten Potenz der Elemente N ist.

$$T \propto N^3 \quad (5.29)$$

In der Programmbibliothek *elcd3_2.c* und *elcd3_3.c* von Ferenc Glück ist diese Randelemente Methode implementiert und wurde für die folgenden Berechnungen verwendet [27] [28].

5.4 3 dimensionale Hermite Interpolation

Die Berechnung des elektrischen Potential, über die in der Sektion 5.3 vorgestellten Methode, wird für eine große Anzahl an Unterelementen sehr langsam. Dies ist besonders schlecht wenn man für die Bahnberechnung von geladenen Teilchen das elektrische Potential Φ an sehr viele Punkten berechnen muss. Um diese Rechenzeit zu Verkürzen benutzen wir eine 3 dimensionale Hermite Interpolation des elektrischen Potentials Φ in

einem begrenzten Volumen. Diese Methode kann man für eine beliebige 3 dimensionale skalare Funktion F anwenden.

Bei dem Hermite Interpolationsverfahren werden nicht nur die Funktionswerte der Funktion F an den Gitterpunkten angegeben wie bei dem Lagrange Interpolationsverfahren, sondern auch noch zusätzlich die n -ten Ableitungen der Funktion F an den Gitterpunkten. Dieses Verfahren hat zum Vorteil, dass auch die n -ten Ableitungen an den Gitterpunkten stetig sind. Da wir in unserem Falle für die Bahnberechnung, das elektrische Feld \vec{E} benötigen, das über die negative erste Ableitung des elektrischen Potentials Φ definiert ist, sollte die erste Ableitung des elektrischen Potentials Φ auch im gesamten betrachteten Volumen stetig sein.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi \quad (5.30)$$

Dazu benutzen wir für die Hermite Interpolation des elektrischen Potentials Φ die Funktionswerte und die ersten drei räumlichen Ableitungen von Φ .

Für die 3 dimensionale Hermite Interpolation wird in dem Raumbereich, in dem das elektrische Potential $\Phi(x, y, z)$ interpoliert werden soll, ein Gitter mit äquidistanten Knotenpunkten und Gitterkonstante d erzeugt. An jedem Gitterpunkt muss nur einmal das elektrische Potential Φ und die drei ersten räumlichen Ableitungen $\frac{d\Phi}{dx}$, $\frac{d\Phi}{dy}$ und $\frac{d\Phi}{dz}$ berechnet werden. Diese Werte werden in einem File abgespeichert, das dann für die Interpolation in den Speicher des Computers geladen wird.

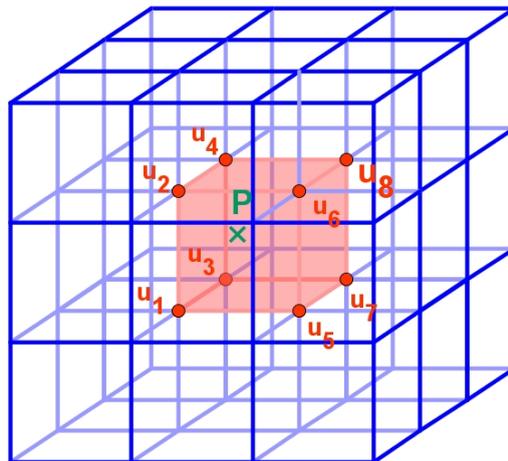


Abbildung 5.9: Für die Interpolation des elektrischen Potentials in einem Punkt P muss man zuerst den Würfel des Gitters suchen, der den entsprechenden Punkt P beinhaltet. Anschließend benutzen wir die Funktionswerte und Ableitungen an den Eckpunkten u_1 bis u_8 für die Interpolation innerhalb dieses Würfels.

Will man nun das elektrische Potential Φ an einem Punkt P interpolieren, so muss man nur den Würfel des Gitters bestimmen, in dem der Punkt P liegt, die Funktionswerte

und die drei räumlichen Ableitungen der 8 Ecken dieses Würfels auslesen und für die Interpolation benutzen.

Für die Interpolationsfunktion $G(\vec{x})$ selber kann man folgenden Ansatz verwenden:

$$G(\vec{x}) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=1}^8 g_{ij} \Psi_{ij}(\vec{x}) \quad (5.31)$$

Die Parameter g_{ij} sind die gegebenen Parameter für die Interpolation, also die Funktionswerte von Φ und deren drei räumlichen Ableitungen an den 8 Eckpunkten des Würfels.

$$g_{ij} = \begin{cases} \Phi(\vec{u}_i) & i = 0 \\ \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right|_{\vec{x}=\vec{u}_i} & i = 1,2,3 \end{cases} \quad (5.32)$$

Und die Parameter $\Psi_{ij}(\vec{x})$ sind die Koeffizienten, die von dem Vektor \vec{x} des Punktes P abhängen, an dem man das elektrische Potential interpolieren will. Mit den 4 gegebenen Parametern Φ , $\frac{d\Phi}{dx}$, $\frac{d\Phi}{dy}$ und $\frac{d\Phi}{dz}$ an jeder Ecke, hat man 8×4 Bedingungen und somit kann man 32 Parameter für die Koeffizienten $\Psi_{ij}(\vec{x})$ eindeutig bestimmen [13].

Der relative Fehler dieser Interpolation zum wahren Wert des elektrischen Potentials hängt stark von der Gitterkonstanten d ab. Je kleiner die Gitterkonstante d gemacht wird desto kleiner wird auch der relative Fehler. In der Tat wird der relative Fehler mit der vierten Potenz der Gitterkonstanten d kleiner. In Abbildung 5.10 erkennt man, dass ab einer Gitterkonstante von $d = 2 \text{ mm}$ der relative Fehler unter 10^{-6} sinkt.

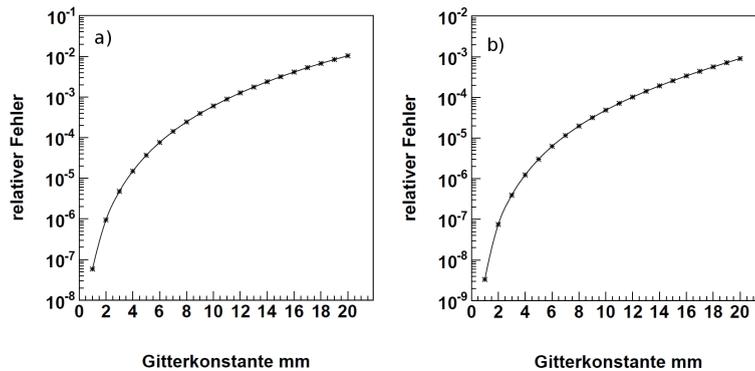


Abbildung 5.10: Relativer Fehler der Hermite Interpolation in Abhängigkeit des Gitterabstandes d . Berechnet in einem Punkt auf der Symmetrieachse ($0 \text{ m}/0 \text{ m}/0.4 \text{ m}$) für a) und abseits der Symmetrieachse ($0 \text{ m}/0.02 \text{ m}/0 \text{ m}$) für b) für den Designvorschlag A.

Im Gegenzug nimmt aber die Anzahl an Gitterpunkten für ein festes Volumen V und den Speicher den man reservieren muss, mit der dritten Potenz der Gitterkonstanten d zu. So

braucht man schon für einen Würfel mit dem Volumen von 1 m^3 125 Mio Gitterpunkte. Daher muss man einen Kompromiss zwischen Rechenleistung und Genauigkeit finden.

Für die folgenden Rechnungen wurde aus diesem Grund nur das elektrische Feld eines Dipols mit $0,807\text{ m}$ Länge auf einem Gitter mit der Gitterkonstanten $d = 2\text{ mm}$ und einem Volumen von $0,15\text{ m}^3$ simuliert .

Im folgenden werden zwei Designvorschläge zur Realisierung der Dipole vorgestellt. Im nächsten Kapitel werden die elektrischen Eigenschaften der beiden Vorschläge vorgestellt und im Kapitel 6 wird der technische Aspekt diskutiert. Im Abschnitt 6.4 werden dann die Vor- und Nachteile der beiden Vorschläge behandelt.

5.5 Designvorschlag A

Der Designvorschlag A für den elektrostatischen Dipol beinhaltet eine komplette Röhre, auf deren Innenseite die beiden Elektroden und die beiden hochohmigen Schichten als Beschichtungen aufgetragen werden. Dabei besitzen die vier Schichten alle die gleichen Flächen. Bei dieser Methode muss das Trägerrohr, auf das die funktionalen Beschichtungen aufgetragen werden, selber ein Isolator sein, damit es keinen Kurzschluss zwischen den beiden Elektroden des Dipols gibt, außer den gewollten über die hochohmige Schicht.

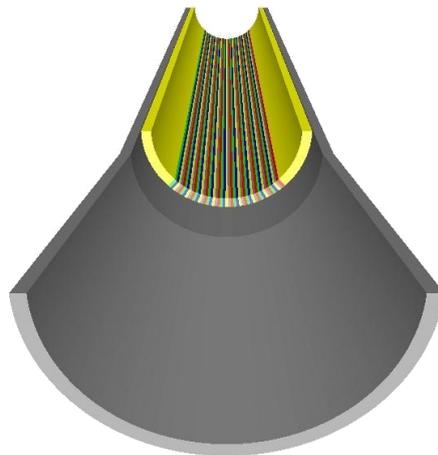


Abbildung 5.11: Elektrodenkonfiguration für die Berechnung des elektrischen Potential des Dipoldesigns A. Das Strahlrohr (grau) ist geerdet. Von den beiden Elektroden (gelb) ist eine auf -100 V und die andere auf 0 V gelegt. Der Bereich zwischen den beiden Elektroden (bunt) simuliert den Spannungsabfall innerhalb eines Leiters und sorgt für ein elektrisches Feld, das in Flussrichtung des Stromes zeigt.

5.5.1 Das elektrische Feld des Dipols

Für das Dipoldesign A ist nur das elektrische Feld innerhalb der Dipolröhre wichtig, da die Ionen nur durch die Dipolröhre fliegen und nicht in den Zwischenraum zwischen Strahlrohr und Dipolrohr gelangen können.

Das elektrische Potential wurde nach der Randelemente Methode mit 9000 Unterelementen berechnet. Dabei wurde das Strahlrohr mit konischem Frontstück auf 0 V gesetzt und die Elektroden auf 0 V und -100 V . Der Strom in der hochohmigen Schicht wurde durch einen linearen Spannungsabfall von -100 V bis 0 V in der Schicht simuliert.

Durch die hochohmige Schicht zwischen den beiden Elektroden ist das elektrische Feld parallel zur Oberfläche an den Seiten und die Ionen können durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift auf die Wand gelenkt werden. In der Mitte des Rohres ist das elektrische Feld nahezu homogen (siehe Abbildung 5.12).

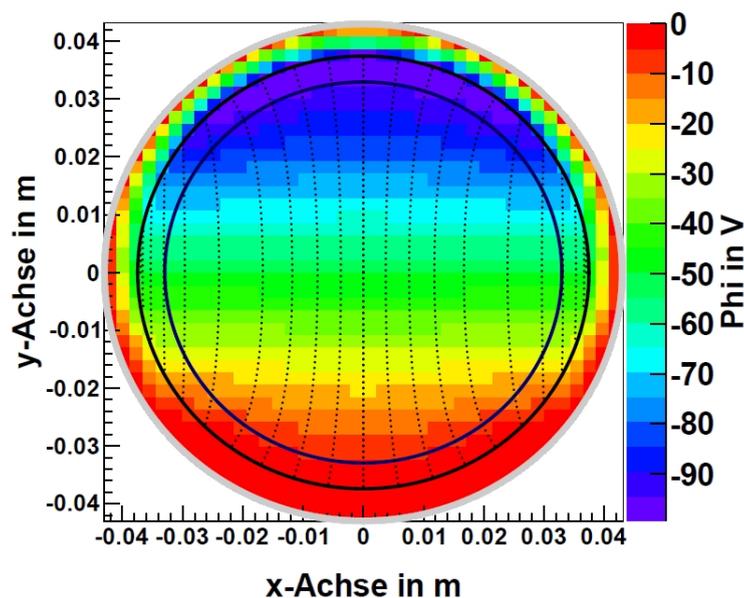


Abbildung 5.12: Das elektrische Feld und das elektrische Potential in der x-y Ebene bei $z=0$ erzeugt von Designvorschlag A. Schwarzer Kreis Innendurchmesser des Dipols, dunkelblauer Kreis Flussschlauch, grauer Kreis Strahlrohr

Das elektrische Potential und das elektrische Feld fallen außerhalb des Dipoles sehr schnell ab. So ist das elektrische Potential in einer Entfernung von 10 cm vom Dipol schon um einen Faktor 250 im Vergleich zum Maximalwert abgefallen. Die größte Komponente des elektrischen Feldes ist die Komponente in y-Richtung E_y . Diese ist in einem Abstand von 10 cm schon um einen Faktor von 5000 im Vergleich zum Maximalwert abgesunken (siehe Abbildung 5.13). Die z-Komponente des elektrischen Feldes ist nur am Eingang und Ausgang des Dipoles stark, da sich hier das elektrische Potential stark verändert. Die x-Komponente des elektrischen Feldes ist auf der Achse im Zentrum der Dipole innerhalb der Genauigkeit Null. Somit ist die y-Komponente des elektrischen Feldes die Hauptkomponente, die die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift auslöst.

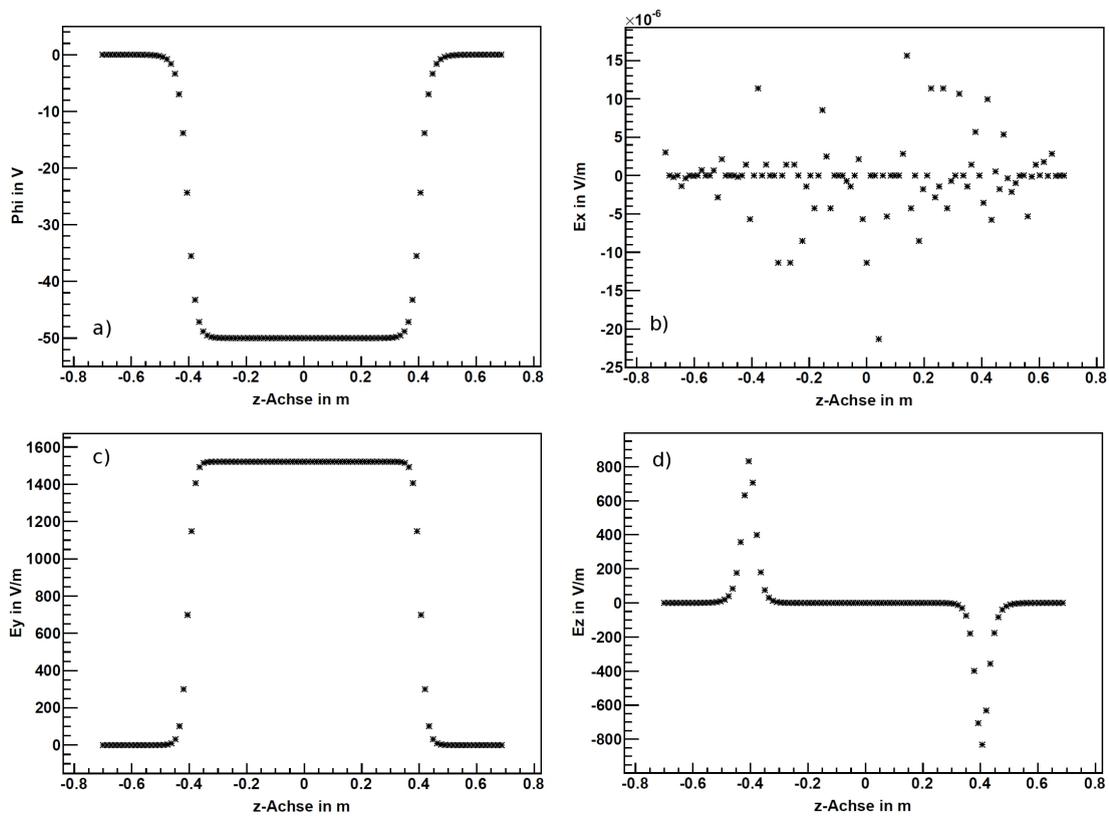


Abbildung 5.13: Das elektrische Potential und das elektrische Feld des Dipoldesigns A entlang der z-Achse im Zentrum des Dipols berechnet mit der Randelemente Methode. a) Elektrische Potential b) Elektrisches Feld in x-Richtung c) Elektrisches Feld in y-Richtung d) Elektrisches Feld in z-Richtung.

5.5.2 Bahnrechnungen der Ionen

Wollte man das elektrische Feld aller drei Dipolelemente innerhalb der DSP2-F simulieren und die Teilchenbahnbewegungen für die ganze Strecke berechnen in der die Ionen gefangen sind, würde dies die Rechen- und Speicherkapazität eines Prozessors sprengen. Deswegen wird das elektrische Feld nur für das kleinste sich wiederholende Element berechnet und mehrmals benutzt, um die Durchgänge durch mehrere Dipolelemente zu simulieren.

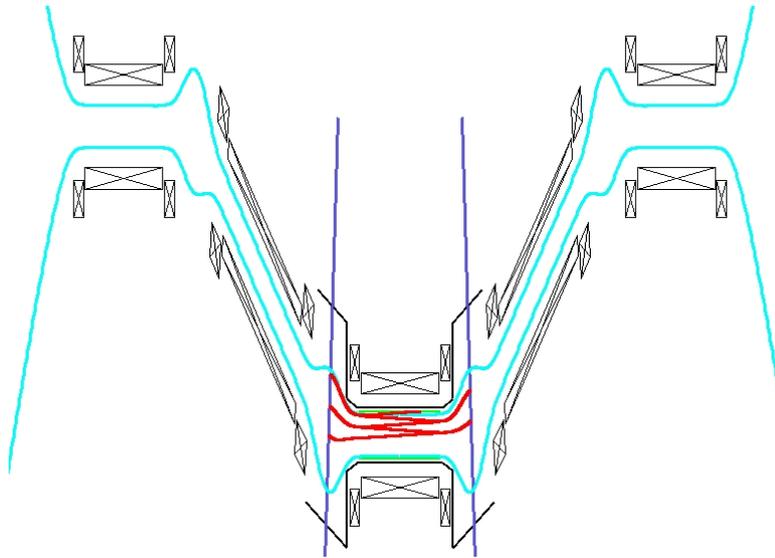


Abbildung 5.14: Bahnkurve(rot) eines Iones innerhalb der Simulation. Hellblau Fluss-schlauch innerhalb der DPS2-F, Grün Dipole und Schwarz Magentspulen.

Dazu wird das elektrische Feld eines Dipolelements im dritten Strahlrohr und deren angrenzenden Pumpingports der DPS2-F in einem kleinen Volumen von nur $0,153 \text{ m}^3$ mit Hilfe der Hermite Interpolation berechnet. Das magnetische Feld kann innerhalb der gesamten DPS2-F schnell mit der Legendre Polynom Methode berechnet werden. Um nun die Durchgänge durch mehrere Dipolelemente zu simulieren werden die Ionen in der Simulation zwischen den zwei Pumpports, die das dritte Strahlrohr der DPS2-F bergen, hin und her geschickt. Wenn die Ionen die Ebene in der Mitte eines Pumpports erreichen, also die Ebene, die einen Pumpport halbiert, so wird ihr Geschwindigkeitsvektor \vec{v} umgedreht und die Ionen fliegen ein weiteres Mal durch denselben Feldbereich. Dieses Umdrehen des Geschwindigkeitsvektors ist natürlich physikalisch nicht korrekt, aber die Ablenkung ist nahezu gleich dem Durchflug durch das nächste Segment, da dies einer Translation des elektrischen Feldes entspricht. Somit fliegen die Ionen in der Simulation immer durch das dritte Strahlrohr der DPS2-F. Für mehrere Durchflüge entspricht dies einer Anordnung, in der die Dipolelemente in einem regelmäßigen 18-Eck angeordnet sind. Für eine kleine Anzahl an Durchflügen ist dies noch eine korrekte Beschreibung.

Für mehrere Durchgänge wird somit die Flugzeit der Hälfte der Ionen überschätzt und die Flugzeit der anderen Hälfte unterschätzt. Bei der Mittelwert Bildung hebt sich dieser Fehler wieder heraus.

Da nur das elektrische Feld eines Dipolelementes simuliert wird, entspricht das simulierte elektrische Feld im Übergangsbereich des Pumpports nicht genau dem echten elektrischen Feld in den Pumpports, da hier noch ein Beitrag vom Nachbardipolfeld berücksichtigt werden müsste. Das elektrische Feld ist hier aber um einen Faktor von 10^5 kleiner als das elektrische Feld im Dipolelement selbst, so dass dies nur ein kleiner Effekt für die Ablenkung durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift darstellt (siehe Abbildung 5.13).

In den Simulationen waren die Startenergien der Ionen 3 eV . Thermische Energien der Ionen konnte für diese Simulation nicht benutzt werden, da die Ungenauigkeit des elektrischen Feldes im Eingangsbereich in derselben Größenordnung liegt. Allerdings ist das Verhalten der Ionen im Dipol hauptsächlich durch das elektrische Potential der Dipole bestimmt, da die kinetische Energie, die die Ionen im Dipolfeld gewinnen, viel größer ist als die thermische Energie. Deshalb verhalten sich Ionen mit niedrigen Anfangsenergien ähnlich [53].

Der Winkel Θ der Ionengeschwindigkeit zum Magnetfeld hat einen direkten Einfluss auf die Aufenthaltsdauer der Ionen im Feldbereich, da bei größerem Winkel Θ mehr Energie in der Gyrationbewegung steckt. Deswegen wurden die Bahnberechnungen für zwei Werte des Winkels Θ durchgeführt, einmal für $\cos \Theta = 1$ und einmal für $\cos \Theta = 0,95$. Ionen mit größeren Winkeln treten in den Pumpports wegen dem magnetischen Spiegeleffekt nicht auf, da sie im hohen Magnetfeld der DPS2-F zurück zur WGTS reflektiert werden.

Die Simulationen der Bahnbewegungen wurden für T^+ , T_3^+ und T_5^+ Ionen gemacht. Die untersuchten Parameter waren die Anzahl der Durchgänge N bis zum Verlassen des Flussschlauches und die Flugzeit τ bis zum Verlassen des Flussschlauches.

Als weiteren Parameter wurde das Verhältnis des effektiven Ionenstrom I_{eff} zum Ionenstrom I_0 , der durch die Ionenproduktion in der WGTS erzeugt wird, untersucht. Diese Größe ist im Vergleich zur Anzahl der Durchgänge N und der Lebensdauer τ nicht über den Mittelwert der Verteilung definiert, sondern sagt etwas über die Art der Verteilung an sich aus. Somit kann dieser Parameter genutzt werden um die Konsistenz der Ergebnisse zu überprüfen. Im nächsten Kapitel bekommt dieser Parameter noch eine wichtigere Bedeutung.

Für die Simulation wurden die Ionen auf der Ebene, die den Pumpport halbiert, gestartet und die Anfangskoordinaten x, y gespeichert. Dann werden für die einzelnen Anfangskoordinaten die Anzahl der Durchgänge N und die Flugzeit τ berechnet bis sich die Ionen 2 mm vor der Dipolwand befinden, indem die Bewegungsgleichung numerisch gelöst wird. Die Teilchenbahn kann nicht bis auf die Oberfläche verfolgt werden, da das elektrische Feld über die Hermite Interpolation interpoliert wird. In einem schmalen Bereich in der Größenordnung der Gitterkonstanten d vor der Wand versagt die Interpolation, da hier Werte des elektrischen Feldes aus der Wand selbst benutzt werden müssen und diese sich innerhalb der Gitterkonstante $d = 2 \text{ mm}$ stark verändern.

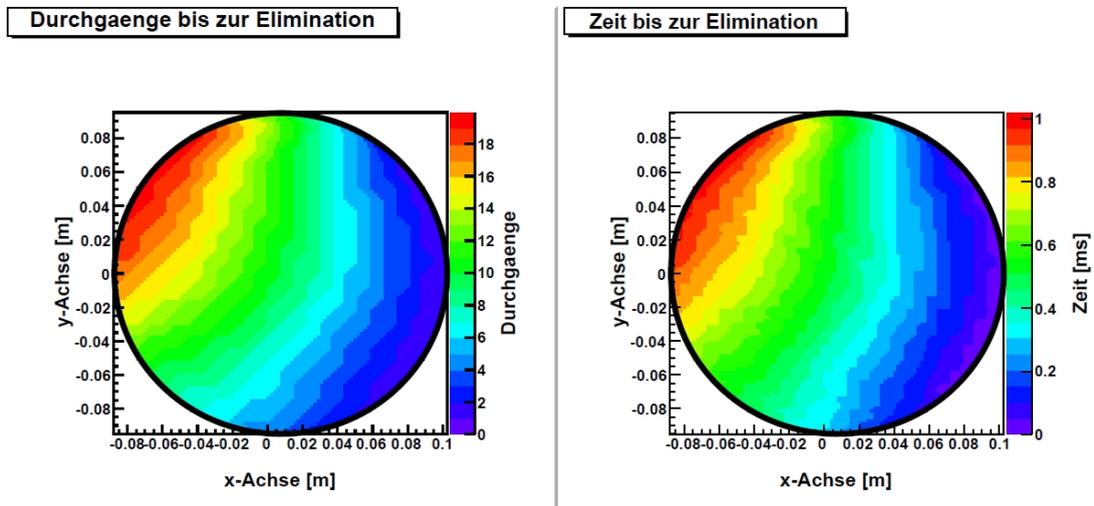


Abbildung 5.15: Durchgänge bis zur Elimination und Lebensdauer der T^+ Ionen in Abhängigkeit von x,y mit einem Winkel $\Theta = 0^\circ$. Die z -Achse zeigt in Richtung Spektrometer.

Für die numerische Lösung der relativistischen Bewegungsgleichung im elektromagnetischen Feld wird das Runge-Kutta Verfahren 8ter Ordnung benutzt, das in Ferenc Glücks Programmibliothek *trajexact.c* bereitgestellt wird. Für die Benutzung des Runge-Kutta Verfahrens müssen die Differentialgleichungen 2ter Ordnung, die die relativistische Bewegung beschreiben, in ein Differentialgleichungssystem 1ter Ordnung zerlegt werden.

Mit der Verteilung der berechneten Werte kann man im Anschluss untersuchen wieviele Ionen nach 1 Zyklus (= 6 Durchgänge durch die Dipolelemente), nach 2 Zyklen usw. eliminiert wurden und der effektive Ionenfluss I_{eff} aus der WGTs nach der Formel 4.22 kann berechnet werden. Dabei hängt die untersuchte Größe I_{eff} eher von der Form der Verteilung als vom Mittelwert ab, wie die anderen beiden untersuchten Parameter N und τ .

Aus der Abbildung 5.15 erkennt man deutlich, dass durch die elektrostatischen Dipole die Axialsymmetrie stark gebrochen wird und die Ionendichte in einem Quadranten der Querschnittsfläche entlang des Strahlrohres stark zunehmen wird. Diese Brechung der Axialsymmetrie kann durch zwei Effekte erklärt werden. Zum einen ist die Geschwindigkeit der Ionen innerhalb des Dipols nicht gleichverteilt, sondern die Ionen, die sich näher an der negativen Elektrode befinden, haben eine größere Geschwindigkeit und damit eine kürzere Aufenthaltsdauer T im Feldbereich. Zum anderen ist die Ablenkung der Ionen durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift nur auf eine Seite gerichtet, so dass die Ionen auf der entfernten Seite viel länger brauchen, um aus dem Flussschlauch entfernt zu werden.

Aus dieser Simulation kann man lernen, dass der Feldbereich mit hohem elektrischem Potential so klein wie möglich gehalten werden sollte, um die Ionen schnellstmöglich zu neutralisieren. Dies kann erreicht werden, indem die Elektrode die auf der betragsmäßig größeren Spannung liegt so klein wie möglich gemacht wird. Im Gegenzug braucht man für ein homogenes elektrisches Feld innerhalb des Strahlrohres eine Elektrode die ähnlich

groß ist wie der Durchmesser des Strahlrohres. Im Design A wurde der Kompromiss mit einem Winkel von 90° für die Elektroden gewählt.

Ionenart	$\cos \Theta$	Durchgänge	Lebensdauer [ms]	I_{eff}/I_0
T^+	1	8,75	0,455	1,89
T^+	0,95	8,39	0,530	1,83
T_3^+	1	5,26	0,455	1,34
T_3^+	0,95	5,03	0,530	1,31
T_5^+	1	4,22	0,458	1,20
T_5^+	0,95	4,02	0,532	1,17

Tabelle 5.1: Berechnete Anzahl der Durchgänge N bis zur Elimination, Lebensdauer τ und effektiver Ionenstrom I_{eff} in Abhängigkeit der Ionenart und des Winkels Θ für das Design A.

In der Tabelle 5.1 sind die Ergebnisse für die unterschiedlichen Ionenarten für die beiden Werte vom Winkel Θ aufgetragen. Man erkennt deutlich, dass die schweren Ionen weniger Durchgänge durch die Dipole benötigen, bis sie auf die Wand treffen. Die Zeit, die sie benötigen ist bei allen untersuchten Ionen nahezu gleich. Bei der Lebensdauer τ der einzelnen Ionen erkennt man jedoch eine kleine Abhängigkeit vom Winkel Θ . Die Ionen, die eine Gyrationbewegung um die Magnetfeldlinien ausführen, benötigen eine längere Zeit bis sie auf eine Wand auftreffen.

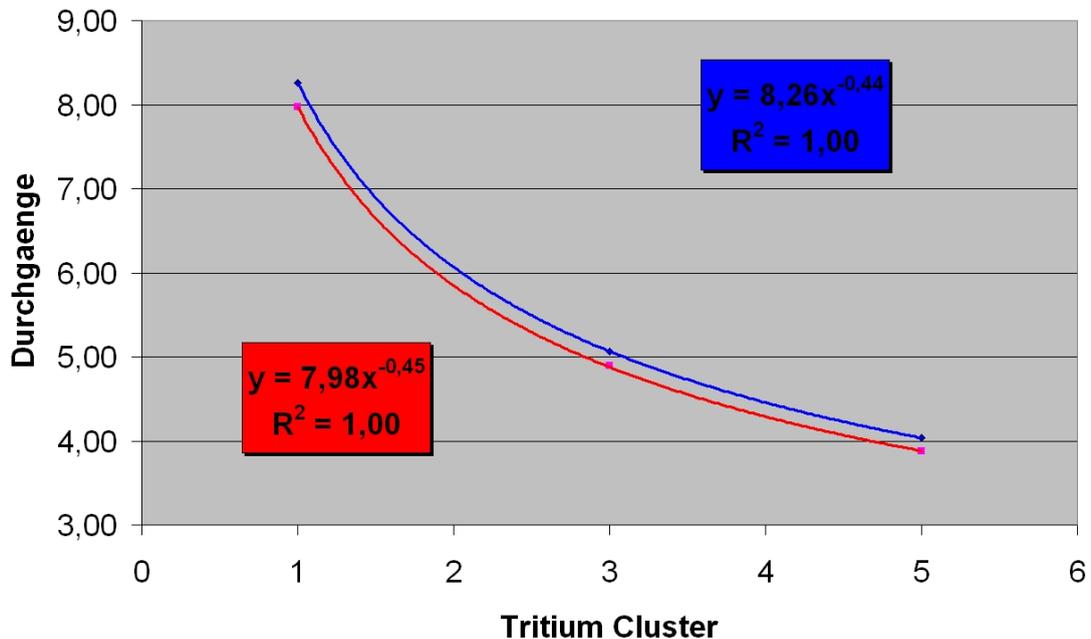


Abbildung 5.16: Abhängigkeit der Durchgänge N durch den Dipol von der Masse der Ionen für das Design A. Man erkennt eine Abhängigkeit von dem inversen aus der Wurzel der Masse der Ionen.

Betrachtet man die Anzahl der Durchgänge N durch die Dipolelemente über der Masse der Ionen aufgetragen, so erkennt man, dass sich diese Größe nahezu proportional zum inversen der Wurzel aus der Masse verhält (siehe Abbildung 5.16). Dieser Zusammenhang für den Mittelwert der Ionendurchgänge N durch den Dipol erhielten wir auch schon für die einfache Abschätzung der Ablenkung der Ionen durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift aus Kapitel 4.

5.5.3 gedrehte Dipolfelder

Da die Axialsymmetrie für die Ionen in der DPS2-F durch die Dipole gebrochen wird, kann vielleicht durch die Drehung der drei Dipole in den drei Strahlrohren der DPS2-F um einen Winkel ρ in azimuthaler Richtung eine Verbesserung der Ionenelimination erreicht werden.



Abbildung 5.17: Drehung der Dipole in den drei Strahlrohren um die Effektivität der Ionen Elimination zu erhöhen

Die Dipole werden so gedreht, dass das elektrische Feld in der Mitte der Dipole um einen Winkel ρ zueinander gekippt ist. Damit ist die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift in den einzelnen Strahlrohren ebenfalls um einen Winkel ρ zueinander gekippt. Dies bringt auf den ersten Blick allerdings keine Verbesserung, da so der Weg, den die Ionen aus dem Flusschlauch heraus zurück legen müssen, nur verlängert wird. Der positive Effekt allerdings ist, dass die Ionen, die aufgrund des hohen elektrischen Potentials eine hohe Geschwindigkeit haben, in einen Feldbereich mit niedrigerem elektrischen Potential gelangen und somit ihre Aufenthaltsdauer T im elektrischen Feld erhöht wird, was die Effektivität der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift erhöht. Im Gegenzug werden allerdings auch Ionen aus Feldbereichen mit niedrigerem Potential in Feldbereiche mit hohem elektrischen Potential gedreht. Somit kann dieser Effekt nur im Mittel über alle Ionen eine Verbesserung bringen.

Klar ist auch das nur für Winkel ρ kleiner 90° eine Verbesserung zu erwarten sein kann, da für eine Drehung um 180° die Wirkung der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift gerade aufgehoben wird. Zusätzlich müssen die einzelnen Dipole im Strahlrohr der DPS2-F so gedreht werden, dass die Ionen die sich zuvor in einem hohen elektrischen Potential befanden, näher an die Wand gerückt werden, die die Ionen neutralisiert. Dreht man die Dipole in die andere Richtung wird der Weg den ein einzelnes Ion zurücklegen muss, bis es auf die Wand trifft, noch verlängert. Positive Winkel bedeuten eine Drehung im Uhrzeigersinn, wenn man von der DPS2-F aus in Richtung Spektrometer schaut. Negative Winkel bedeuten eine Drehung im Gegenuhrzeigersinn bei Blickrichtung von der DPS2-F zu den Spektrometern.

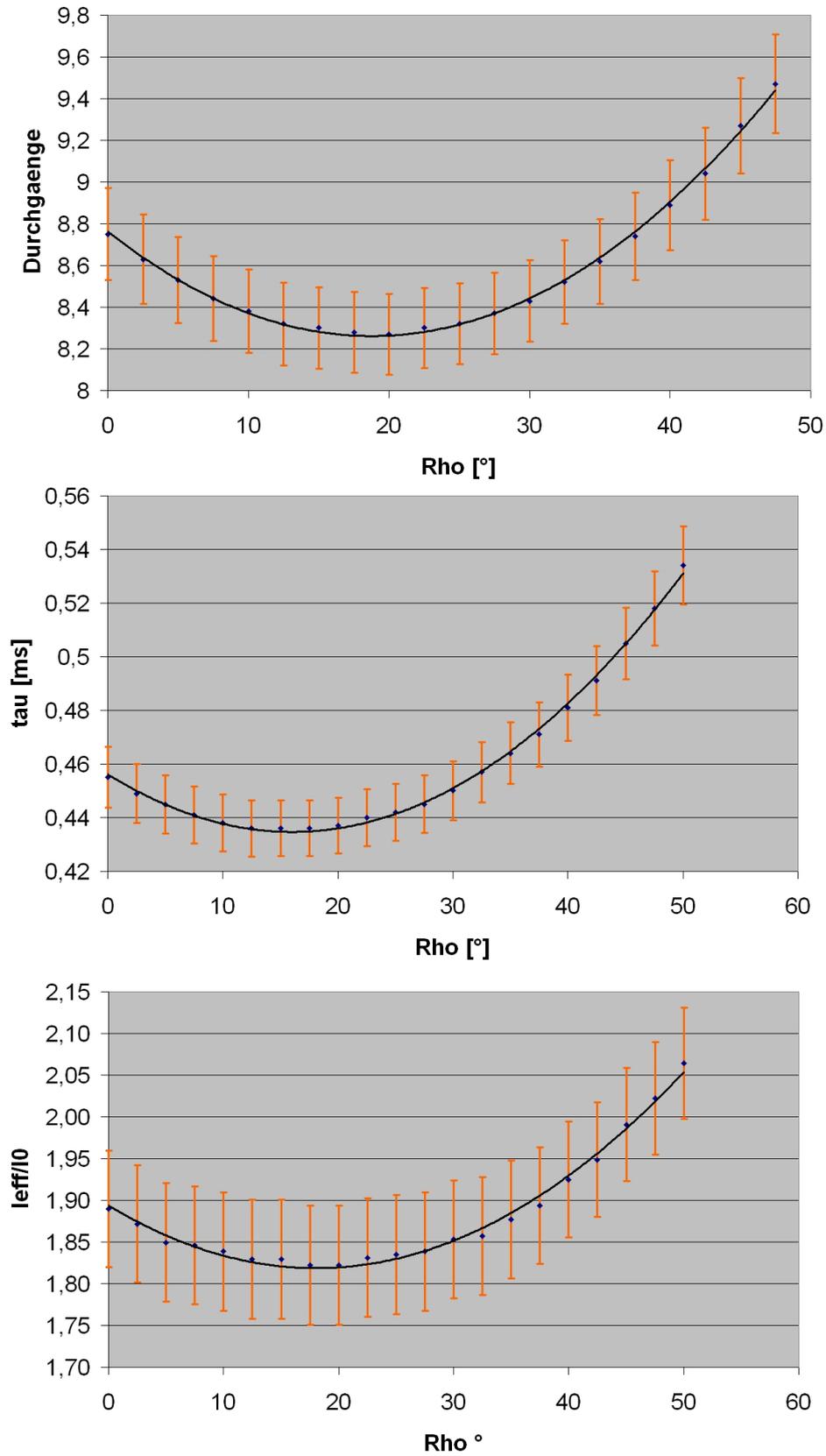


Abbildung 5.18: Durchgänge, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom für das T^+ Ion mit einem Winkel $\Theta = 0^\circ$ in Abhängigkeit des Winkels ρ für das Dipol Design A.

Für die Berechnung der Bahnbewegung in der gedrehte Dipol Anordnung kommt es uns nun zum Vorteil, dass wir nur den kleinsten sich wiederholenden Teil des elektrischen Feldes berechnet haben und nicht das elektrische Feld des ganzen Aufbaus. So können wir dieses kleinste sich wiederholende Element drehen und mehrfach benutzen. Im anderen Falle müsste man für jeden Winkel ρ das gesamte elektrische Feld neu berechnen, was eine enorme Speicherkapazität erfordern würde. So kommt man mit 850 MB Speicher für die Feldkarte der Hermite Interpolation für das kleine Volumen eines Dipolelementes aus.

Allerdings wird für die Berechnung der Bahnbewegungen in den gedrehten Dipolen nicht das elektrische Feld gedreht, sondern es ist einfacher die Position der Ionen beim Eintritt in das elektrische Feld zu drehen. Wenn die Ionen die Ebene in den Pumpports erreichen, wird nicht nur ihr Geschwindigkeitesvektor umgedreht, sondern es werden auch die Koordinaten auf dieser Ebene geändert, indem um den Mittelpunkt des Fluss-schlauches auf dieser Ebene um einen Winkel $-\rho$ gedreht wird. Da die Ionen so in einen Bereich mit geändertem elektrischen Potential und Magnetfeld gelangen, muss hier auch die kinetische Energie und der Winkel Θ angepasst werden. Das Drehen der Teilchenkoordinaten entspricht dabei der Drehung des elektrischen Feldes in entgegen gesetzter Richtung. Damit kann man die Drehung des elektrischen Feldes einfacher simulieren.

Die Drehung wird so vorgenommen, dass die Reihenfolge der gedrehten Dipole, der im KATRIN Experiment auftretenden Reihenfolge entspricht. Das heißt die Ionen kommen aus der WGTS, laufen durch drei zueinander gedrehte Dipolelemente, werden am Ende der DPS2-F reflektiert und laufen in umgekehrter Reihenfolge wieder durch die Dipolelemente zurück zur WGTS. Nach 6 Durchgängen durch die Dipole wiederholt sich dieses Schema und der nächste Zyklus beginnt.

Die Parameter Durchgänge N durch die Dipole bis zur Neutralisation, Lebensdauer τ und der effektiven Ionenstrom I_{eff} wurden für Winkel ρ zwischen 0° und 50° berechnet. Der Winkel ρ_0 , für den diese Parameter ein Minimum aufweisen, wurde durch einen quadratischen Fit bestimmt. In Abbildung 5.18 sieht man exemplarisch das Verhalten dieser Größen in Abhängigkeit von ρ für das Ion T^+ und einen Winkel $\Theta = 0^\circ$. Die angezeigten Fehlerbalken wurde mit dem Fehler Δ auf die Mittelwerte berechnet.

$$\Delta = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (5.33)$$

Wobei σ die Standardabweichung des Mittelwertes ist und n die Anzahl an Werten, über die gemittelt wurde.

Trägt man den Winkel ρ_0 für das Minima der großen Durchgänge N , Lebensdauer τ und effektiven Ionenstrom I_{eff} über der Masse der Ionen auf, so erkennt man, dass sich der Winkel ρ_0 mit zunehmender Masse erhöht (siehe Abbildung 5.19).

Bildet man den Mittelwert für den Winkel ρ_0 aus allen untersuchten Parametern so erhält man einen Wert von $19,3^\circ \pm 2,3^\circ$. Und es ergibt sich eine Verbesserung der Ionen Neutralisation um $3,7\% \pm 1,4\%$.

Ionenart	$\cos \Theta$	ρ_0 aus N	N_0	ρ_0 aus τ	τ_0	ρ_0 aus I_{eff}/I_0	$(I_{eff}/I_0)_0$
T^+	1	18,7	8,26	16,0	0,435	18,1	1,81
T^+	0,95	19,9	7,97	18,6	0,497	18,0	1,78
T_3^+	1	20,2	5,07	16,6	0,443	16,7	1,32
T_3^+	0,95	20,5	4,89	19,9	0,507	15,3	1,30
T_5^+	1	21,7	4,04	17,8	0,444	21,6	1,16
T_5^+	0,95	23,1	3,88	22,3	0,507	22,3	1,14

Tabelle 5.2: Berechnete Winkel ρ_0 für, die die Paramter ein Minimum aufweisen und der minimale Wert dieser Paramter. Berechnet für das Dipol Design A.

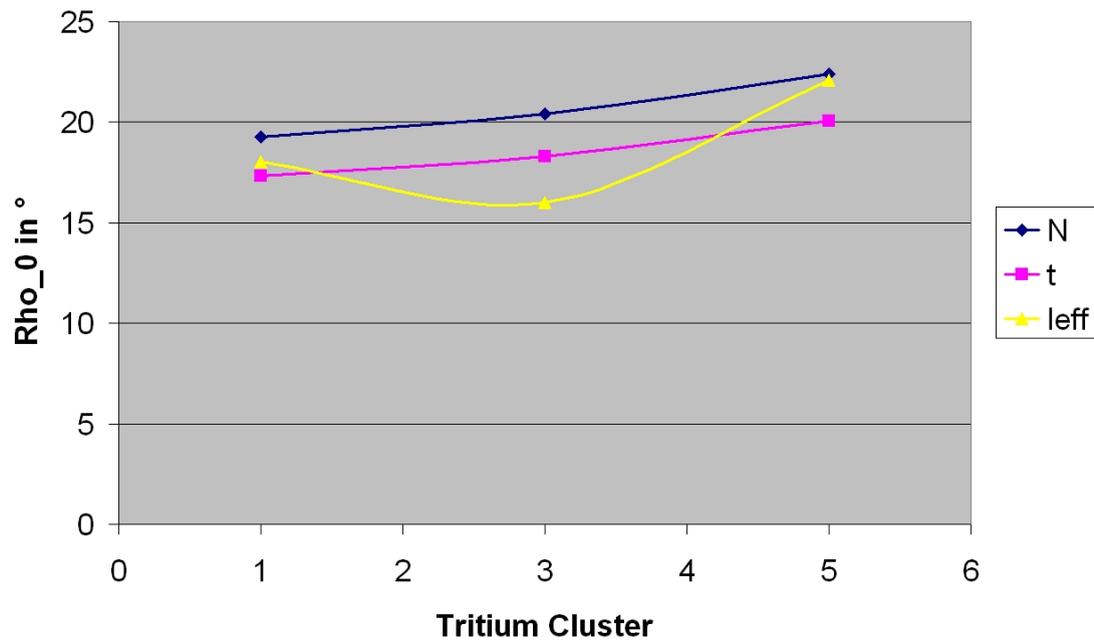


Abbildung 5.19: Abhängigkeit des Minimumwinkels ρ_0 von der Anzahl der Tritiumkerne im Cluster für Design A. Die Position des Minima wurde jeweils für einen der Paramter N, τ oder I_{eff} bestimmt.

Eine Verbesserung von ca. 4 % bei einer Drehung der Dipole um ca. 20° ist nicht viel und man kann im Gegenzug sagen, dass eine kleine unbemerkte Verdrehung der Dipole keinen großen Effekt auf die Ionenneutralisation hat.

Ausgehend von der mittleren Lebensdauer τ für die Ionen in den Dipolen kann man die mittlere Ladungsdichte verursacht durch die Ionen abschätzen. Dazu nehmen wir an, dass die Ionen in ein Volumen V eindringen und dort nach einer mittleren Lebensdauer von τ neutralisiert werden. Mit einem konstanten Ladungsstrom I , der in dieses Volumen eindringt, ergibt sich somit eine konstante Ladungsdichte innerhalb dieses Volumens.

$$\rho_{ion} = \frac{I\tau}{V} \quad (5.34)$$

Das Volumen V indem die Ionen neutralisiert werden, ist der Flussschlauch innerhalb der DPS2-F zwischen dem Ende der WGTS und dem elektrostatischen Spiegel am Ende der DPS2-F. Das Volumen des Flussschlauches zwischen den z -Werten $5,12\text{ m}$ und $14,3\text{ m}$, mit der Mitte der WGTS bei $z = 0\text{ m}$, beträgt ca. 65 l . Die mittlere Lebensdauer für alle Ionen ist nahezu gleich und beträgt ca. $0,5\text{ ms}$. Damit ergibt sich für einen erwarteten Ionenstrom I aus der WGTS von ca. 100 nA eine mittlere Ladungsdichte innerhalb der DPS2-F von $8 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$.

5.6 Designvorschlag B

Für den Designvorschlag B wird nur eine Elektrode benötigt, da als zweite Elektrode das gesamte Strahlrohr der DPS2-F benutzt wird und dieses geerdet wird. Somit braucht man nur eine kleine Schale in das Strahlrohr als Elektrode einführen, die auf eine Spannung von $\pm 100\text{ V}$ gelegt wird. Der hochohmige Bereich wird bei diesem Designvorschlag durch eine Beschichtung auf kleinen Keramikrohren verwirklicht, die als Untersetzer für die Elektrodenschale benutzt werden. Somit läuft der kleine Strom von der Elektrodenschale über die beschichteten Keramikröhrchen zum Strahlrohr der DPS2-F. Die Elektrodenschale darf dabei nicht in den Flussschlauch hereinragen. Damit der Feldbereich mit hohem elektrischem Potential nicht zu groß wird haben die Elektrodenschalen einen Öffnungswinkel von 120° gewählt. Im Vergleich zum Design A ist dieser Winkel größer damit, dass elektrische Feld in einem größeren Bereich nahezu homogen ist.

5.6.1 Das elektrische Feld des Dipols

Für das Dipoldesign B ist das elektrische Feld innerhalb des gesamten Strahlrohres wichtig, da die Ionen durch das elektrische Feld des Dipols hinter die Elektrode gelenkt werden und dort auf die hochohmige Schicht treffen (siehe Abbildung 5.22). Um das elektrische Feld in dem kleinen Bereich hinter der Elektrode mit der Randlelemente Methode genau berechnen zu können, benötigt man für die Berechnung mehr Unter-elemente als im einfacheren Design A.

Die Größe der Unterlemente muss für ein gutes Ergebnis viel kleiner sein als die geometrischen Abstände der Elektroden. Um das elektrische Feld in der schmalen Lücke

zwischen Elektrodenschale und Strahlrohr mit dieser Methode berechnen zu können, müssten die Unterelemente sehr viel kleiner als dieser Abstand gemacht werden. Da die Rechenkapazität für diese Berechnung zum Zeitpunkt dieser Arbeit nicht zur Verfügung stand, wurden nur so viele Unterelemente für die Berechnung benutzt, dass das elektrische Feld im Bereich des Flussschlauches mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden konnte. Sobald die Ionen den Flussschlauch nämlich verlassen haben, stellen sie keine Gefahr mehr für die zu vermessenden β -Elektronen und das β -Spektrum dar.

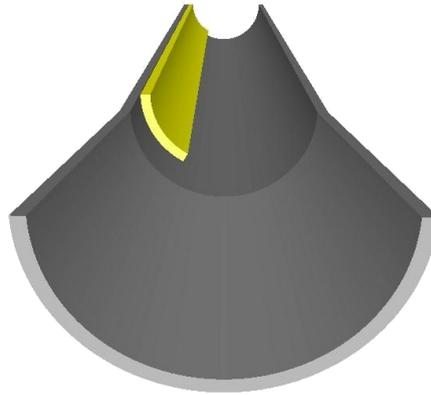


Abbildung 5.20: Elektrodenkonfiguration für die Berechnung des elektrischen Potential des Dipoldesigns B. Das Strahlrohr (grau) ist geerdet und stellt die zweite Elektrode des Dipols dar. Die erste Elektrode (gelb) liegt auf -100 V gelegt.

Das elektrische Potential wurde nach der Randelemente Methode mit 20000 Unterelementen berechnet. Dabei wurde das Strahlrohr mit konischem Frontstück auf 0 V gesetzt und die Elektrode auf -100 V .

Obwohl für die Berechnung des elektrischen Feldes von Design B mehr Unterelemente als bei der Berechnung für Design A gewählt wurden, besitzt das durch die Randelemente Methode berechnete elektrische Feld nicht die Genauigkeit wie die des Designs A. Dies liegt wohl daran, dass der kleine Abstand zwischen Strahlrohr und Dipolelektrode im Design B eine wichtigere Rolle spielt als im Design A. Im Design A wird dieser kleine Abstand durch das Dipolrohr vollkommen verdeckt, was im zweiten Design nicht der Fall ist.

Das elektrische Feld des Designvorschlags B erstreckt sich bis hinter die Elektrode, die in das Strahlrohr eingeführt wird, da das geerdete Strahlrohr selbst ein Teil des Dipols darstellt. Das elektrische Feld dieser Anordnung zeigt im Bereich hinter der Elektrode radial nach außen. Dies bedeutet für die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift, dass die Ionen hinter der Elektrode durchgeführt werden. Daher muss die hochohmige Schicht, die die Elektronen zur Neutralisation zur Verfügung stellt im Bereich hinter der Elektrode angebracht werden. Hier bietet es sich an die Dipol Halbschale auf zwei beschichtete Keramikröhrchen zu legen, die die Halbschale in die richtige Position bringen und die den Kontakt zwischen Elektrode und Strahlrohr schliessen um einen geringen Strom fließen zu lassen.

Wie beim Design A fällt das elektrische Potential und das elektrische Feld außerhalb des Dipoles sehr schnell ab. So ist das elektrische Potential in einer Entfernung von

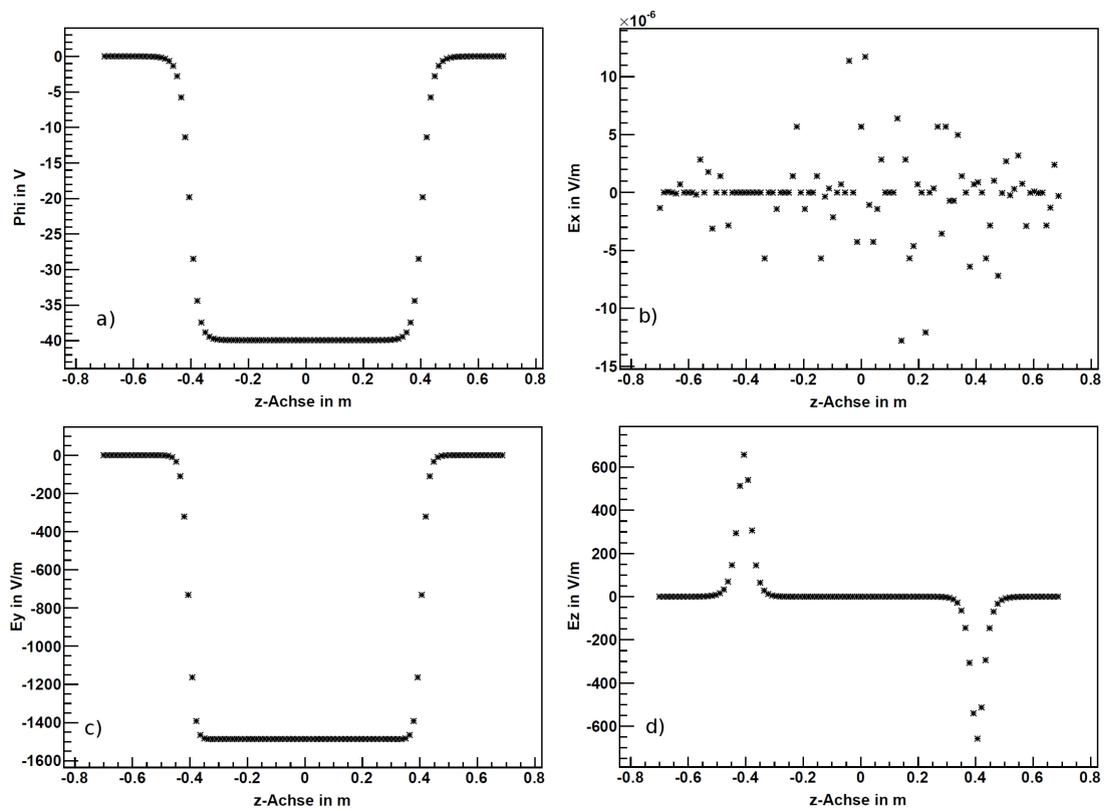


Abbildung 5.21: Das elektrische Potential und das elektrische Feld des Dipoldesigns A entlang der z-Achse im Zentrum des Dipols berechnet mit der Randelemente Methode. a) Elektrische Potential b) Elektrisches Feld in x-Richtung c) Elektrisches Feld in y-Richtung d) Elektrisches Feld in z-Richtung.

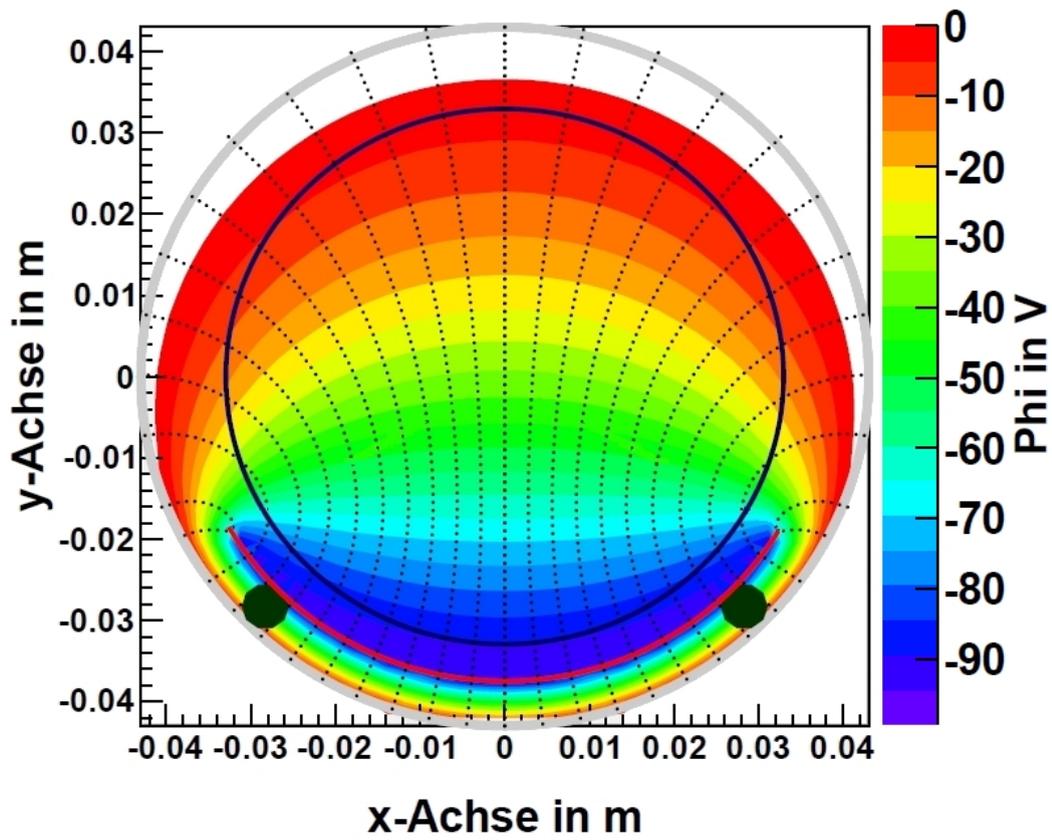


Abbildung 5.22: Das elektrische Feld und elektrische Potential in der x - y Ebene bei $z=0$ von Designvorschlag B. Rot Elektrode, dunkelgrün Keramikstäbe, dunkelblauer Kreis Flusschlauch

10 cm vom Dipol schon um einen Faktor 250 im Vergleich zum Maximalwert abgefallen. Die größte Komponente des elektrischen Feldes ist die Komponente in y-Richtung E_y . Diese ist in einem Abstand von 10 cm schon um einen Faktor von 4400 im Vergleich zum Maximalwert abgesunken. Die z-Komponente des elektrischen Feldes ist nur am Eingang und Ausgang des Dipoles stark, da sich hier das elektrische Potential stark verändert. Das elektrische Feld in z-Richtung E_z beschleunigt positiv geladenen Teilchen in den Dipol hinein und am anderen Ende bremst es diese wieder ab. Die x-Komponente des elektrischen Feldes ist auf der Achse im Zentrum der Dipole innerhalb der Genauigkeit Null. Somit ist die y-Komponente des elektrischen Feldes die Hauptkomponente, die die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift auslöst.

5.6.2 Bahnrechnungen der Ionen

Für das Dipoldesign B wurden ebenfalls die Ionenbahnen innerhalb des Dipolfeldes verfolgt bis sie einen Radius $r = 0,0355 m$ erreicht haben. Der innere Radius der Dipol Halbschale beträgt $0,0375 m$. Da das elektrische Feld mit dem Hermite Interpolationsverfahren berechnet wird, kann das elektrische Feld nicht bis auf die Oberfläche der Elektrode berechnet werden, da hierzu Werte des elektrischen Feldes auf einem Gitter benutzt werden. Die Gitterkonstante ist mit $2 mm$ für die Änderung des elektrischen Feldes auf der Oberfläche der Elektrode zu groß.

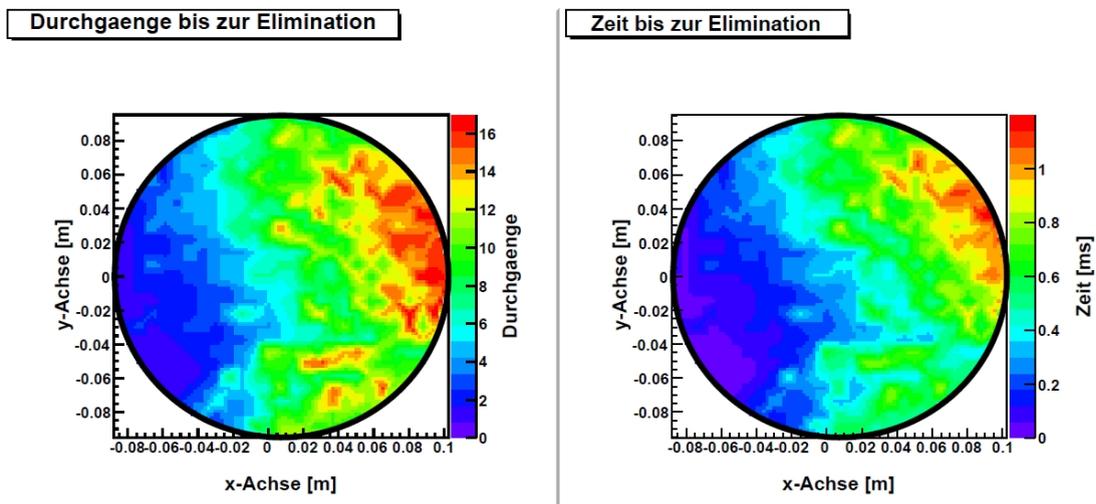


Abbildung 5.23: Durchgänge und Lebensdauer der T^+ Ionen in Abhängigkeit von x,y für den Winkel $\Theta = 0^\circ$. Die z-Achse zeigt in Richtung Spektrometer.

In Abbildung 5.23 erkennt man die Anzahl der Durchgänge und die Lebensdauer in Abhängigkeit der Position auf einer Ebene senkrecht zu Richtung des Magnetfeldes. Die z-Achse steht in Richtung Spektrometer. Beide Verteilungen für das Design B haben im Vergleich zu den Verteilungen des Designs A eine stärkere Struktur. Dieser größere Fehler auf die einzelnen berechneten Parameter kann durch die größeren Fehler auf das elektrische Feld erklärt werden.

Das Verhalten der Parameter Durchgänge N und die Lebensdauer τ verhalten sich für diese gröbere Berechnung ähnlich der Berechnung für das Design A. In Tabelle 5.3 sind die berechneten Parameter für das Design B aufgelistet.

Ionenart	$\cos \Theta$	Durchgänge	Lebensdauer [ms]	I_{eff}/I_0
T^+	1	7,97	0,473	1,90
T^+	0,95	7,46	0,509	1,74
T_3^+	1	4,84	0,463	1,34
T_3^+	0,95	4,60	0,511	1,25
T_5^+	1	3,98	0,477	1,19
T_5^+	0,95	3,73	0,518	1,11

Tabelle 5.3: Berechnete Anzahl der Durchgänge bis zur Elimination, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom für das Design B

In Abbildung 5.24 sind die Durchgänge N für die drei simulierten Ionenarten T^+ , T_3^+ und T_5^+ aufgetragen. In guter Näherung zeigen die Ionen das erwartete Verhalten proportional zum inversen der Wurzel aus der Masse der Ionen.

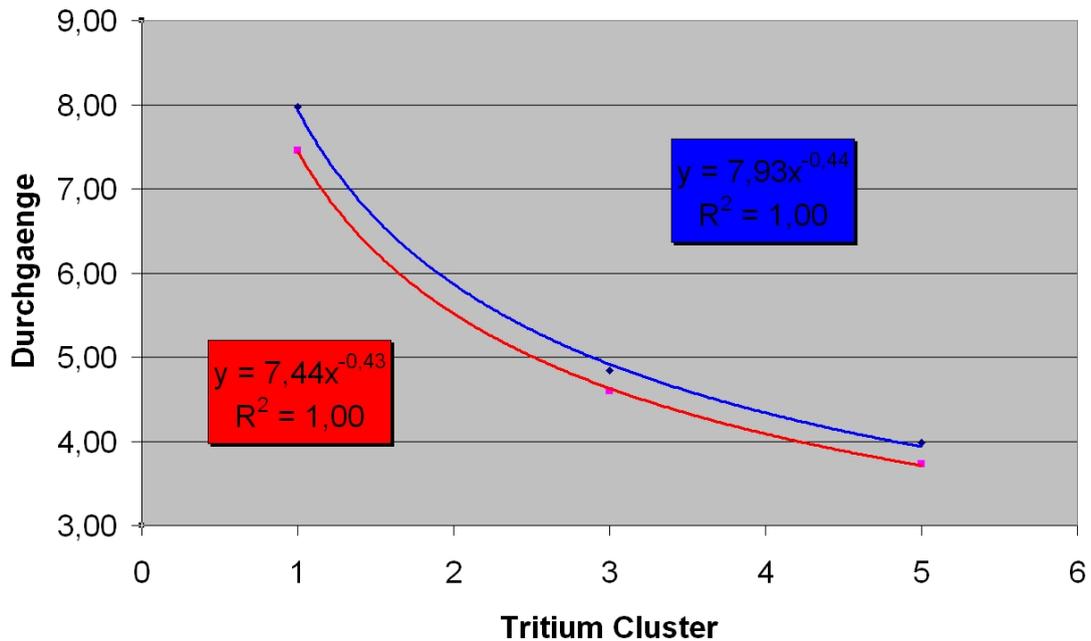


Abbildung 5.24: Abhängigkeit der Durchgänge durch den Dipol von der Masse der Ionen

5.6.3 gedrehte Dipolfelder

Weiterhin wurden die Mittelwerte der Durchgänge N und der Lebensdauer τ für die um den Winkel ρ gedrehten Dipole berechnet. Dabei wurde der Winkel ρ zwischen 0° und

50 ° variiert. In Abbildung 5.25 sieht man exemplarisch das Verhalten dieser Größen in Abhängigkeit von ρ . Bedingt durch den größeren Fehler auf das elektrische Feld, besitzen die Mittelwerte eine größere Streuung. Die angezeigten Fehlerbalken wurde genauso wie für das Design A mit dem Fehler Δ auf die Mittelwerte berechnet.

In Tabelle 5.4 sind die gefitteten Parameter ρ_0 , N_0 , τ_0 und $(I_{eff}/I_0)_0$ für die verschiedenen Ionenarten und Winkel Θ aufgetragen.

Ionenart	$\cos \Theta$	ρ_0 aus N	N_0	ρ_0 aus τ	τ_0	ρ_0 aus I_{eff}/I_0	$(I_{eff}/I_0)_0$
T^+	1	-11,9	7,98	-17,8	0,449	-16,4	1,79
T^+	0,95	-5,3	7,47	-13,6	0,496	-9,3	1,70
T_3^+	1	-18,7	4,82	-24,4	0,450	-23,5	1,28
T_3^+	0,95	-14,0	4,55	-21,9	0,493	-14,2	1,24
T_5^+	1	-19,9	3,88	-24,4	0,452	-20,9	1,13
T_5^+	0,95	-20,1	3,61	-25,1	0,482	-19,0	1,09

Tabelle 5.4: Berechnete Winkel ρ für, die die Parameter ein Minimum aufweisen für das Design B.

Trägt man den Winkel ρ_0 für das Minima der großen Durchgänge N, Lebensdauer τ und effektiven Ionenstrom I_{eff} über der Masse der Ionen auf, so erkennt man, dass sich der Winkel ρ_0 mit zunehmender Masse erhöht (siehe Abbildung 5.26).

Bildet man den Mittelwert für die Winkel ρ_0 aus allen untersuchten Parametern so erhält man einen Wert von $-17,8^\circ \pm 5,5^\circ$. Und es ergibt sich eine Verbesserung der Ionen Neutralisation um $2,8\% \pm 2,0\%$.

Eine Verbesserung von ca. 3 % bei einer Drehung der Dipole um ca. 18 ° ist nicht viel und man kann im Gegenzug sagen, dass eine kleine unbemerkte Verdrehung der Dipole keinen großen Effekt auf die Ionenneutralisation hat.

Die Lebensdauer der Ionen für das Design B sind etwas geringer als für das Design A aber dennoch in derselben Größenordnung wie für das Design A. Da für die Abschätzung der mittleren Ladungsdichte der Ionenstrom aus der WGTS nicht genau bekannt ist, brauchen wir für die Abschätzung dieser nur eine Größenordnung von τ .

Somit ist die abgeschätzte mittlere Ladungsdichte innerhalb der DPS2-F für das Design gleich groß wie für das Design A von $8 \cdot 10^{-10} \frac{C}{m^3}$.

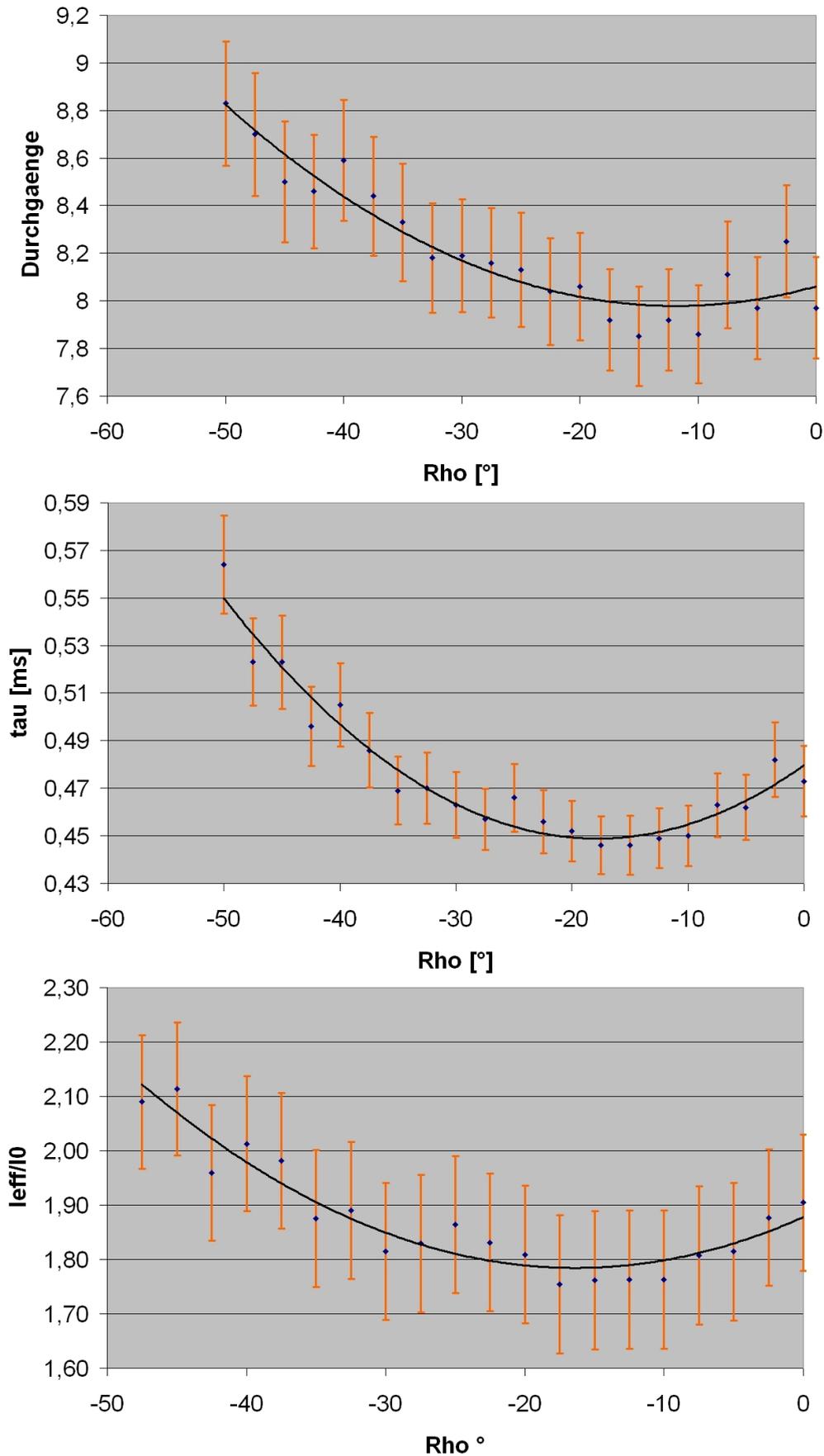


Abbildung 5.25: Untersuchte Parameter in Abhängigkeit des Winkels ρ für das T^+ Ion mit Winkel $\Theta = 0^\circ$ im Dipol Design B

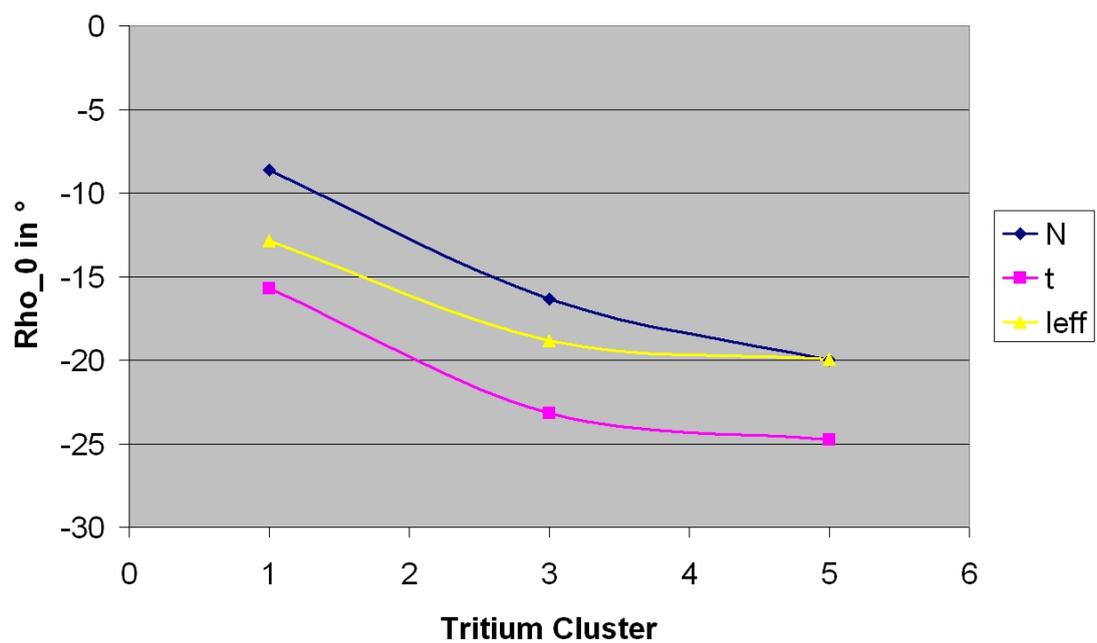


Abbildung 5.26: Abhängigkeit des Minimumwinkels ρ_0 von der Anzahl der Tritiumkerne im Cluster für Design B. Die Position des Minima wurde jeweils für einen der Parameter N , τ oder I_{eff} bestimmt.

6. Realisierung der Dipole

Wie wir in den vorhergehenden Kapiteln gesehen haben, müssen die im KATRIN Experiment entstandenen Ionen neutralisiert werden, damit die Neutrinomasse mit der Sensitivität von $0,2 \text{ eV}$ gemessen werden kann. Dazu wird ein elektrostatisches Dipolsystem in die Transportsektion eingebaut, die die Ionen mit Hilfe der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift beseitigen wird. In diesem Kapitel wird nun näher auf den Aufbau dieses elektrostatischen Dipolsystems und die beiden unterschiedlichen Designs eingegangen.

6.1 Generelle Anforderungen an den Dipol

Das elektrostatische Dipolsystem erzeugt ein nahezu homogenes elektrostatisches Feld im Strahlrohr der DPS2-F, das zusammen mit dem Magnetfeld, erzeugt durch die supraleitenden Magnetfeldspulen des KATRIN Experimentes, eine $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift der geladenen Teilchen im Strahlrohr veranlasst. Dadurch werden die schweren Ionen aus dem Fluss-schlauch heraus geschafft und können auf der Oberfläche einer hochohmigen Schicht neutralisiert werden. Die neutralen Gasmoleküle können dann von den Turbomolekularpumpen in der Transport- und Pumpsektion abgepumpt werden.

Das elektrische Feld wird durch zwei Elektroden erzeugt, wobei die eine Elektrode geerdet ist und die zweite Elektrode auf eine Spannung von $\pm 100 \text{ V}$ gelegt wird.

Damit die Ionen mit Hilfe der $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift auf eine Wand abgelenkt werden, muss das elektrische Feld parallel zu der Wand sein, da die $\vec{E} \times \vec{B}$ Drift immer senkrecht auf dem elektrischen Feld steht. Dies erreicht man am einfachsten, indem man einen kleinen Strom in dieser Wand fließen lässt. Dieser kleine Strom kann in einer hochohmigen Schicht zwischen den beiden Elektroden fließen, und stellt gleichzeitig die freien Ladungsträger für die Neutralisation der Ionen zur Verfügung. Der Strom, in dem Teil des elektrostatischen Dipols, der die Ionen auffängt, soll mindestens 10 mal höher sein als der von der WGTS erwartete Ionenstrom von ca. 100 nA . Allerdings darf der Strom nicht zu hoch sein, da sonst eine zu große Wärmemenge in den Kryostaten der DPS2-F eingebracht wird. Diese eingebrachte Wärmemenge sollte nicht größer sein als 1 Watt . Diese Bedingung beschränkt unseren maximal erlaubten Strom in der hochohmigen Schicht auf 10 mA .

Da das elektrostatische Dipolsystem in das Strahlrohr der DPS2-F eingebaut wird, darf der Dipol den Fluss-schlauch, in dem die β -Elektronen aus der WGTS zum Spektrometer transportiert werden, nicht abschatten. Das bedeutet, dass wir im Strahlrohr der DPS2-F nur einen Schlauch mit einem Innendurchmesser von 75 mm , einem Außendurchmesser von 84 mm und einer Länge von 807 mm zur Verfügung haben, um das elektrostatische Dipolsystem einzubauen.

Das elektrostatische Dipolsystem muss durch die Pumpports der DPS2-F eingebracht werden, die nur einen Durchmesser von 250 *m* besitzen. Damit wir die volle Länge von 807 *mm* in jedem Strahlrohr für das elektrostatische Dipolsystem nutzen können, müssen wir den Dipol in 3 kleinere Elemente teilen, die einzeln durch die Pumpports eingebracht werden können.

Im Betrieb des KATRIN Experimentes sind in konstanten zeitlichen Abständen Aufheiz- und Abkühlphasen eingeplant, um die Versuchsbedingungen immer wieder in die Ausgangskonfiguration zu bringen. Dabei wird die Transportstrecke auf bis zu 200 °C aufgeheizt und danach wieder auf ihre normale Betriebstemperatur von -200 °C abgekühlt. Bei diesen Temperaturunterschieden darf es natürlich zu keinen Beschädigungen oder Verformungen der Dipole kommen.

Im weiteren folgen nun die zwei unterschiedlichen Ansätze, benannt als Design A und Design B, ein solches elektrostatisches Dipolsystem zu bauen.

6.2 Designparameter Konfiguration A

6.2.1 Geometrie

Der Designvorschlag A besteht aus einem Hohlzylinder mit einer Länge von 267 *mm*, einem Innendurchmesser von 75 *mm* und einem Außendurchmesser von 84 *mm*. Der Hohlzylinder soll aus einem Isolatormaterial gemacht sein und wird in das Strahlrohr der DPS2-F eingebracht. Da der Außendurchmesser des Dipol-Hohlzylinders mit 84 *mm* etwas kleiner ist als der Innendurchmesser des Strahlrohrs von 86 *mm*, ist die Lage des Dipol-Hohlzylinders im Strahlrohr stabil und muss nur in axialer Richtung befestigt werden.

Das elektrische Feld wird durch zwei Elektroden erzeugt, die als eine Goldbeschichtung auf der Innenseite des Dipol-Hohlzylinders realisiert sind. Die Elektroden haben einen Winkelanteil vom gesamten Rohr von 90°. Zwischen den zwei Goldschichten wird die hochohmige Schicht mit einem Winkelanteil von ebenfalls 90° aufgebracht, in der ein kleiner Strom zwischen beiden Elektroden fließen soll. Durch eine Bohrung im Dipol-Hohlzylinder kann ein Stromkabel für den elektrischen Kontakt zur Spannungsversorgung hergestellt werden. Das Stromkabel muss dabei außerhalb des Hohlzylinders bis zum Pumpport geführt werden und im Pumpport an der Wand befestigt werden, damit es nicht in den Flussschlauch geraten kann.

In der Mitte jeden Strahlrohrs der DPS2-F ist ein 9 *cm* langer Balg angebracht, der die Ausdehnung der Strahlrohre bei Erwärmung kompensieren soll. Dieser Balg ist sehr sensibel und könnte im Bruchfall der Keramik durch scharfe Bruchstücke zerstört werden. Da die DPS2-F ein geschlossenes System ist, ist die Reperatur des Balgs sehr schwierig und dieser Fall muss verhindert werden. Dazu kann ein gebogenes Blech unter das Dipolrohr geschoben werden, so dass eventuelle Bruchstücke nicht in den Balg hineinfallen können. Im Bruchfalle kommen die Bruchstücke auf dem Blech zum liegen und können dann auf dem Blech aus dem Strahlrohr der DPS2-F herausgeholt werden.

6.2.2 Materialien

Der Dipol-Hohlzylinder ist das tragende Element des Dipols und muss neben der isolierenden Eigenschaft auch noch eine hohe mechanische Stabilität aufweisen. Am geeignetsten dafür ist eine Keramik z.B. aus Al_2O_3 , die beide Eigenschaften kombiniert. Zudem besitzt Keramik einen geringen Wäremausdehnungskoeffizienten und kann hohe Temperaturunterschiede überstehen. Da es im KATRIN Experiment wiederholte Phasen der Aufwärmung und Ausheizung des gesamten Vakuumbereichs gibt, müssen alle Bauteile einen Temperaturunterschied von $\Delta T = 400K$ aushalten können, ohne dass es zu Schäden kommt.

Die Elektroden sollen als eine Goldbeschichtung auf der Innenseite des Dipol-Hohlzylinders aufgebracht werden, wobei die Goldelektrode auf der Innenseite einen Winkel von 90° einschließt. Dazu benutzen wir einen Goldlack, der für Keramik und Glas verwendet wird. Dieser Goldlack kann mit einem Pinsel aufgetragen werden und muss anschließend bei Temperaturen $> 500^\circ C$ gebrannt werden.

Die ersten Test mit einer Gold beschichteten Probe wurden mit einem alten Goldlack angefertigt. Hierzu wurde der Goldlack auf Borosilicatglasträger aufgespritzt und bei $550^\circ C$ gebrannt. Die Goldbeschichtung sah nach dem Brennen gut aus und konnte nicht von dem Glasträger abgerieben werden. Die beschichtete Probe wurde dann für 15 Minuten in ein Ultraschallbad bei einer Temperatur von $60^\circ C$ mit einer Lauge (P3 Almegro) bei einem pH-Wert von 10 gegeben. Dabei löste sich die Goldbeschichtung vom Glasträger ab.

Laut Hersteller soll der Goldlack innerhalb eines halben Jahres nach Öffnen verbraucht werden, deshalb muss dieser Test mit einem frischen Goldlack wiederholt werden. Allerdings wurde auch in diesem Fall der Goldlack durch das Ultraschallbad abgelöst und diese Methode kann für die Dipole nicht benutzt werden. Als alternative Methode muss die Goldschicht auf die Innenseite des Keramikrohres durch ein Sputterverfahren aufgebracht werden.

Für die hochohmige Schicht zwischen den Goldelektroden wurden Titanoxidschichten untersucht, die mit einem Plasmaverfahren auf die Keramik aufgebracht werden können. Damit der Strom durch die hochohmige Schicht fließen kann, braucht es einen Überlapp von der hochohmigen Schicht mit beiden Goldelektroden. Zum Testen des elektrischen Widerstandes solcher dünner, hochohmiger Schichten wurden mit der Firma NTTF Coatings einige Proben auf Borosilicatglasträgern zur Vermessung des Widerstandes hergestellt.

Für den elektrischen Widerstand von dünnen Schichten wird normalerweise der Quadratwiderstand R_{sqr} angegeben. Der Quadratwiderstand ist definiert als der spezifische Widerstand ρ geteilt durch die Schichtdicke d . Ausgehend von der allgemeinen Formel für den Widerstand R eines Leiters, kann man sich die Abhängigkeit des Quadratwiderstand R_{sqr} von den geometrischen Größen veranschaulichen.

$$R_{sqr} = \frac{\rho}{d} = \frac{b}{L} R \quad (6.1)$$

Wobei die Querschnittsfläche A des Leiters aus der Schichtdicke d und der Breite b besteht.

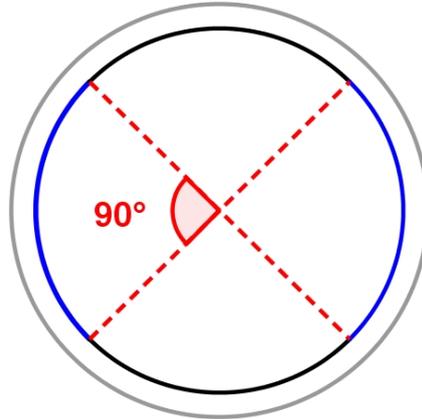


Abbildung 6.1: Der Strom fließt in einer dünnen Schicht (blau) auf der Innenseite des Dipolrohrs (grau) zwischen den beiden Elektroden (schwarz).

Beim Dipoldesign A ist die Querschnittsfläche A durch die Länge l aller Dipole von $2,421\text{ m}$ und der Schichtdicke d gegeben. Die Länge L der leitenden Schicht ist das Bogensegment auf der Innenfläche der Dipolröhre mit dem Radius von $0,0375\text{ m}$ und einem Winkel von 90° (siehe Abbildung 6.1). Der minimale Strom von $1\ \mu\text{A}$ soll nur in der einen Seite der hochohmigen Schicht fließen. In beiden Seiten der hochohmigen Schicht darf aber nur ein maximal erlaubter Strom von 10 mA fließen. Dies ergibt eine obere und untere Grenze für den Quadratwiderstand von

$$R_{sqr}^o = \frac{\rho}{d} = \frac{L}{2\pi r \frac{90^\circ}{360^\circ}} R_{Imin} \quad (6.2)$$

$$R_{sqr}^u = \frac{\rho}{d} = \frac{L}{4\pi r \frac{90^\circ}{360^\circ}} R_{Imax} \quad (6.3)$$

Für den Designvorschlag A brauchen wir einen Gesamtwiderstand zwischen den beiden Elektroden von mindestens $10^4\ \Omega$ und maximal $10^8\ \Omega$, damit die Ionen sicher neutralisiert werden können. Dies bedeutet für den Quadratwiderstand einen Wert zwischen $206\text{ k}\Omega$ und $4\text{ G}\Omega$.

Die Widerstände der Proben von der Firma NTT Coatings wurden im Reinraum bei Raumtemperatur vermessen und die Quadratwiderstände berechnet. Die Ergebnisse dieser Vermessung stehen in Tabelle reftab:proben.

Nach mehreren Vermessungen der Proben erkannten wir, dass der vermessene Widerstand um einen Faktor 30 schwanken kann. In der Literatur findet man, dass der Widerstand von TiO Schicht von vielen Umgebungsvariablen abhängt. So hat der Sauerstoffgehalt in der Luft, die Beleuchtung und die Temperatur einen starken Einfluss

Probe	Vermessungsdatum	R_{sqr}
09014	Juni 2009	$>2 T\Omega$
09014	5. August 2009	213 $G\Omega$
09015	Juni 2009	5 $k\Omega$
09016	Juni 2009	342 $G\Omega$
09016	5. August 2009	92 $G\Omega$
09016	11. August 2009	56 $G\Omega$
09016	24. August 2009	20 $G\Omega$
B3018DLC	Juni 2009	18 $k\Omega$
Uro K	5. August 2009	$>2 T\Omega$
09031	5. August 2009	402 $G\Omega$
09034	5. August 2009	172 $G\Omega$
09032	5. August 2009	$>2 T\Omega$

Tabelle 6.1: Quadratwiderstand der Proben von NTTF Coatings bei Raumtemperatur

auf den Widerstand [45] [6]. Deshalb müssen für weitere Vermessungen diese Umgebungsvariablen kontrolliert werden um reproduzierbare Ergebnisse zu erhalten. Diese weiteren Untersuchungen wurde in dieser Diplomarbeit nicht mehr durchgeführt.

Die elektrischen Kabel für die Dipole müssen von Stickstofftemperaturen nach außen auf Raumtemperatur geführt werden, um die Spannungsversorgung anschließen zu können. Dafür muss der Wärmetransport der Kabel in das Kryosystem der DPS2-F ebenfalls berücksichtigt werden. Der durch einen Körper übertragene Wärmestrom \dot{Q} kann mit folgender Formel berechnet werden.

$$\dot{Q} = \lambda \frac{A}{l} \Delta T \quad (6.4)$$

Für Kupfer beträgt die Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 393 \frac{W}{m K}$. Die Wärmeleitfähigkeit des Isolators kann man im Vergleich zur Wärmeleitfähigkeit des Kupfers vernachlässigen. Somit erhält man für eine Kabellänge von ca.1 m und einem Durchmesser von 1 mm einen Wärmestrom von 0,12 W pro Kabel. Da wir für die 18 Elektroden jeweils ein Kabel benötigen sind wir schon bei einem Wärmestrom von 2,2 W.

Deshalb müssen hier sehr dünne Kupfer Kabel mit einem Durchmesser von 0,5 mm benutzt werden, damit der Wärmestrom in der Größenordnung von 500 mW bleibt.

Da die Kabel in einer Tritiumatmosphäre zum Einsatz kommen, dürfen keine Teflon Isolierungen für die Stromkabel benutzt werden, da das Teflon mit dem Tritium reagiert und zu Lochfrass bei Edelstahl führen kann. Dies muss unbedingt vermieden werden, da sonst das Kryosystem und das Vakuumsystem des gesamten KATRIN Experimentes gefährdet wird.

Für die Isolierung der Stromkabel kann Kapton benutzt werden, das gute Isolationseigenschaften besitzt und sowohl die Temperaturen von $-200^{\circ} C$ bis $200^{\circ} C$ aushält als auch eine geringe Ausgasrate besitzt und somit für ein Ultrahochvauum benutzt werden kann.

6.2.3 Einbringung

Für die Einbringung der Dipolrohre in die Strahlrohre der DPS2-F wird ein Greifwerkzeug benötigt, das die Dipolrohre von innen festhalten kann, da zwischen Dipolrohr und Strahlrohr kein Platz für Werkzeuge bleibt. Mit der Werkstatt zusammen wurde eine pneumatischer Greifer entwickelt der ein Rohr von innen mit drei Druckpunkten festhalten kann (siehe Abbildung 6.2). Damit kann man die Dipolrohre durch die Pumpports in das Strahlrohr der DPS2-F einführen und platzieren.



Abbildung 6.2: Rohrgreifer für die Installation der Dipolrohre in die DPS2-F

Zur Positionierung der Dipolrohre im Strahlrohr wird ein Anschlag benutzt, der auf der einen Seite des Strahlrohres aufgesteckt wird. Die Dipolelemente können nun von der gegenüberliegenden Seite eingeführt und gegen diesen Anschlag geschoben werden. Berührt das vorderste Dipolelement den Anschlag, sitzen die Dipolelemente am richtigen Platz und der Anschlag kann wieder entfernt werden. Damit die Kabel der Dipole durch den Anschlag nicht abgeklemmt werden, besitzt der Anschlag zwei Kanäle durch die die Stromkabel der Dipole nach außen geführt werden können.

Das Schutzblech für den Balg kann mit Saugnäpfen in das Strahlrohr eingebracht und platziert werden bevor die Dipolelemente mit dem Anschlag positioniert werden.

Damit man die Position während und nach dem Einbringen kontrollieren kann, wird eine kleine Kamera benutzt, die leicht durch den Pumpport in das Strahlrohr eingeführt und dort manövriert werden kann. Auf einem Monitor außerhalb der DPS2-F können somit die Positionen der einzelnen Elemente überprüft werden.

6.2.4 Befestigung

Da das Dipolrohr innerhalb des Strahlrohres zum Liegen kommt, braucht man den Dipol nur in axialer Richtung befestigen, damit er bei den Aufheiz- und Abkühlphasen nicht in Richtung Pumpports kriechen kann. Dafür wurde zusammen mit der Werkstatt ein Seegerring entwickelt, der von innen in das Strahlrohr der DPS2-F geklemmt werden kann und der für die mögliche Bewegung des Dipolrohrs einen Widerstand darstellt. Die Seegerringe werden aus einer Kupfer Beryllium Legierung hergestellt, die gute elastische Eigenschaften besitzt und einen ähnlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten wie der Edelstahl des Strahlrohres besitzt, so dass auch bei den Aufheiz- und Abkühlphasen die Spannung der Seegerringe nicht verloren geht.

Die Seegerringe müssen ebenfalls mit einem Greifwerkzeug in das Strahlrohr der DPS2-F eingesetzt werden, da man die Endposition von Hand nicht erreichen kann.

Da der Seegerring aus einem leitenden Material gefertigt wird, muss man aufpassen, dass der Seegerring keinen Kontakt zu den Elektrodenschichten des Dipolrohres bekommt, da sonst die hochohmige Schicht überbrückt wird und eine großer Strom fließen kann, der einen großen Wärmeeintrag in das Kryosystem der DPS2-F leistet.

Die Seegerringe können gleichzeitig dazu genutzt werden, um die Kabel innerhalb der Strahlrohre zu fixieren, damit sie nicht in den Flussschlauch hineinragen.

Die Kamera kann ebenfalls dazu genutzt werden die Position der Seegerringe zu kontrollieren.

6.2.5 Bewertung der Konfiguration A

Der elektrostatische Dipol in der Konfiguration A erzeugt ein elektrisches Feld innerhalb des kompakten Dipolrohres mit dem die Ionen dank der $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift neutralisiert werden können. Das elektrische Feld des Dipols wird komplett durch die zwei Elektroden des Dipols definiert. Hierzu werden ausser der Spannungsversorgung keine weiteren Elemente benötigt. Das tragende Element des Dipols besteht aus einem Keramikrohr mit einer Wanddicke von 4,5 mm. Sollte die Keramik innerhalb des Strahlrohres der DPS2-F brechen, so können viele kleine und scharfe Splitter im Strahlrohr der DPS2-F entstehen. Diese Splitter könnten den Balg im Strahlrohr zerstören, falls sie dort hineingeraten.

Deswegen wurde der Designvorschlag B entwickelt, bei dem keine so großen Keramikbauteile verwendet werden müssen.

6.3 Designparameter Konfiguration B

6.3.1 Geometrie

Der Designvorschlag B besteht aus nur einer Elektrode in Form einer Schale mit Öffnungswinkel von 120° , einem Innenradius von 37,5 mm und einer Länge von 267 mm. Drei solcher Dipolschalen werden in ein Strahlrohr der DPS2-F eingeführt und bilden

somit eine Länge von 2,421 m. Die zweite Elektrode, die für das elektrische Feld benötigt wird, wird durch das Strahlrohr selbst zur Verfügung gestellt. Um das elektrische Feld zu erzeugen, wird das Strahlrohr geerdert und die Elektrode auf ± 100 V gelegt. Die Elektrodenschale liegt auf zwei Keramikrohren mit einem Außendurchmesser von 4 mm und einem Innendurchmesser von 2 mm. Auf die Oberfläche dieser Keramikrohre wird die hochohmige Schicht angebracht, in der ein kleiner Strom zwischen den Elektroden fließen soll und der die freien Elektronen für die Neutralisation der Ionen zur Verfügung stellt.

Da im Design B ebenfalls Keramikbauteile verwendet werden, muss hier ebenfalls ein Schutzblech untergelegt werden um den Balg in der Mitte des Strahlrohres im Notfall vor Keramiksplittern zu schützen. Die Anzahl der Splitter sollte im Bruchfall allerdings kleiner als beim Designvorschlag A sein, da nicht soviel Keramik verwendet wurde. Das Schutzblech hat ebenfalls eine Länge von 2,421 m und muss für die Einbringung in das Strahlrohr der DPS2-F ebenfalls in drei Elemente geteilt werden. Diese Elemente werden untereinander mit einem kleinen Bügel verbunden, so dass im Bruchfall keine Splitter dazwischen durchfallen können.

6.3.2 Materialien

Die Elektrodenschale wird aus demselben Edelstahl gewalzt aus dem auch das Strahlrohr der DPS2-F gefertigt ist. Dabei muss man aufpassen, dass die Form der Schale genau passt und es zu keiner Berührung mit dem umliegenden Strahlrohr kommt, da dies sonst einen Kurzschluss verursacht. Die Elektrodenschalen werden nach dem Walzen unter Vakuum Spannungsfrei gegläht, indem sie bis auf 300 °C aufgeheizt werden. Dadurch sollen sie die inneren Spannungen verlieren, die sich beim Walzen gebildet haben. Durch diese Prozedur soll verhindert werden, dass sich die Form der Elektrodenschalen mit der Zeit ändert. Diese Prozedur ist nötig, da die DPS2-F in regelmäßigen Abständen auf 200 °C aufgeheizt wird und die Elektrodenschalen dabei durch ihre inneren Spannungen langsam die Form ändern könnten.

Die beschichteten Keramikrohre werden mit einem dünnen Edelstahldraht, Durchmesser 0,4 mm, an den Elektrodenschalen befestigt und festgeschweißt. Damit die beschichteten Keramikrohre einen guten elektrischen Kontakt zwischen Elektrodenschale und Strahlrohr aufbauen können wird der Keramikstab an der Kontaktfläche oben und unten mit einem gut leitenden Material (Gold oder Titan) beschichtet. Die Keramikrohre besitzen am Rand eine Kerbe durch die der Edelstahldraht geführt wird. Durch diese Kerbe wird erreicht, dass die gut leitende Schicht jeweils mit dem Strahlrohr und der Elektrodenschale in Kontakt bleibt und sich nicht etwas wegrehen kann. Somit fließt der kleine Strom im Dipol Design B auf der Außenseite der Keramikstäbe mit einem Durchmesser von 4 mm. Durch den kleinen Durchmesser der Keramikstäbe vergrößert sich der benötigte Quadratwiderstand im Vergleich zum Design A.

Beim Dipol Design B fließt der Strom auf der Außenseite von zwei Keramikstäben, so dass wir insgesamt vier Seitenflächen haben in denen der Strom zwischen Elektrodenschale und Strahlrohr fließen kann (siehe Abbildung 6.3). Für die Neutralisation der Ionen wird nur der Strom in einer dieser Seiten benötigt. Der maximal Strom, der fließen darf, muss aber in allen beiden Stäben berücksichtigt werden.

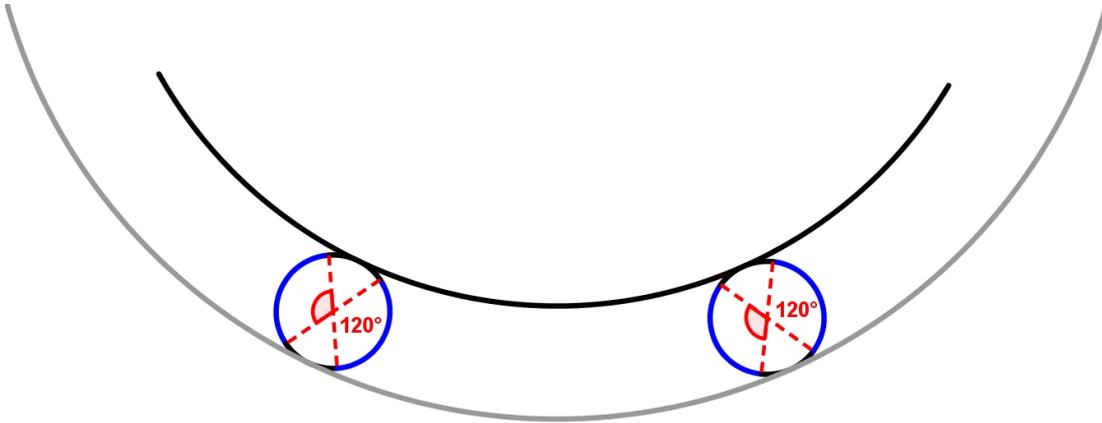


Abbildung 6.3: Der Strom fließt in einer dünnen Schicht (blau) auf der Oberfläche der Keramikröhrchen zwischen der Elektrode (schwarz) und dem Strahlrohr (grau).

Die Querschnittsfläche A ist durch die Länge l aller Dipole von $2,421\text{ m}$ und der Schichtdicke d gegeben. Die Länge L der leitenden Schicht ist das Bogensegment auf der Außenfläche der Keramikrohre mit dem Radius von $0,004\text{ m}$ und einem Winkel von 120° .

$$R_{sqr}^o = \frac{\rho}{d} = \frac{LR_{Imin}}{2\pi r \frac{\alpha}{360^\circ}} \quad (6.5)$$

$$R_{sqr}^u = \frac{\rho}{d} = \frac{LR_{Imax}}{8\pi r \frac{\alpha}{360^\circ}} \quad (6.6)$$

Somit ergibt sich für den Quadratwiderstand der Beschichtung im Design B ein erlaubter Bereich von $1,4\text{ M}\Omega$ bis $58\text{ G}\Omega$. Somit ist der Quadratwiderstandsbereich von Design B um eine Größenordnung höher als der von Design A.

Für die Probe 09016 lag der gemessene Quadratwiderstand im Bereich von $20\text{ G}\Omega$ bis $342\text{ G}\Omega$. Somit liegt er in dem gesuchten Bereich für das Design B, bzw. kann durch leichte Variation des Sauerstoffanteils beim Sputtern noch etwas verkleinert werden. Zuerst muss man allerdings die Umgebungsvariablen Temperatur, Licht und Sauerstoffgehalt für die Messung des Widerstandes unter Kontrolle bekommen.

6.3.3 Einbringung

Die Elektrodenschalen mit angebrachten Keramikstäben können über einen Greifarm mit Saugnapf in das Strahlrohr der DPS2-F durch den Pumpport eingebracht werden. Die Positionierung kann wie für den Designvorschlag A über den Anschlag vorgenommen werden. Zur Kontrolle der Lage wird eine Kamera verwendet, die so klein ist, dass sie in das Strahlrohr eingeführt werden kann.

Um die Einbringung testen zu können, wurde ein Modell des mittleren Strahlrohres der DPS2-F und den angrenzenden Pumpports hergestellt (siehe Abbildung 6.4).



Abbildung 6.4: Modell des Strahlrohres mit angrenzenden Pumpports

Innerhalb des Pumpports kann eine Unterkonstruktion aufgebaut werden, auf die die Schutzbleche und die Dipolschalen abgelegt werden. Durch diese Unterkonstruktion kommen das Schutzblech und die Dipolschalen in derselben Höhe wie das Strahlrohr der DPS2-F zum liegen. Anschließend können das Schutzblech und die Dipolschale gleichzeitig in das Strahlrohr der DPS2-F eingeführt werden. Auf diese Weise kann man alle drei Elemente des Schutzbleches und des Dipoles in die DPS2-F einbringen und die Schutzbleche können so auf einfache Weise innerhalb des Pumpports miteinander verbunden werden. Danach kann die Unterkonstruktion wieder entfernt werden.

6.3.4 Befestigung

Die Dipolschale liegt mit den beiden Keramikstäben im Strahlrohr der DPS2-F auf, so dass der Dipol nur in axialer Richtung befestigt werden muss, um ein Verrutschen in dieser Richtung zu verhindern. Da im Dipol-Design B nur eine Schale benutzt wird, wird hier ein breiterer Seegerring als im Design A benötigt, um die Position des Dipols in axialer Richtung fixieren zu können. Wäre der Seegerring nämlich zu schmal, so würde er im Strahlrohr umfallen, da die Dipolschale nur unten dagegen drückt. Diese Seegerringe können einfach aus einem flachen Blech gebogen werden.

Die Seegerringe müssen wiederum mit einem Greifwerkzeug in das Strahlrohr der DPS2-F eingebracht werden, da ihre Endposition nicht von Hand erreichbar ist. Hierzu kommt wiederum die Kamera zum Einsatz, um die Endposition der Seegerringe zu kontrollieren. Der korrekte Sitz der Seegerringe ist sehr wichtig, da nämlich durch eine falsche

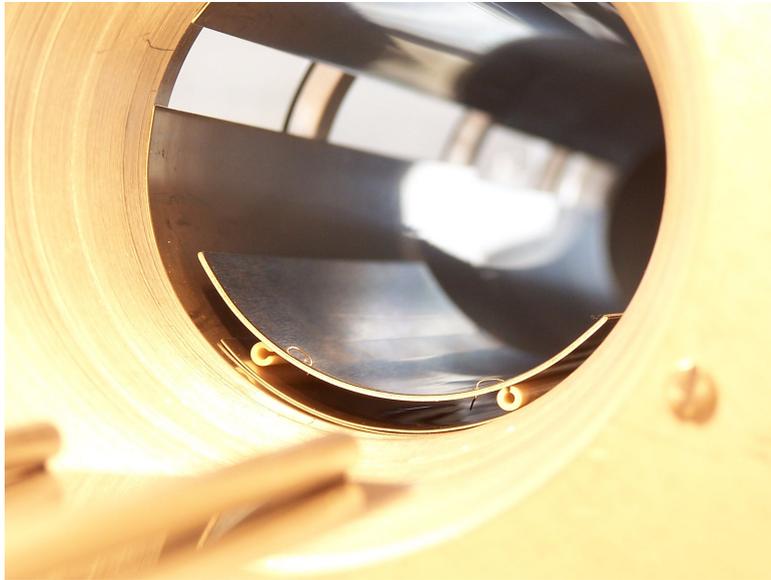


Abbildung 6.5: Dipolschale im Modell des Strahlrohres

Position der Flusschlauch abgeschattet werden kann oder ein Kurzschluss zwischen Elektrodenschale und Strahlrohr erzeugt werden kann.

Zusätzlich können die Seegerringe die Stromkabel innerhalb des Strahlrohres der DPS2-F fixieren, damit diese nicht in den Flusschlauch für die β -Elektronen hineinragen und diesen abschatten könnten.

6.3.5 Bewertung der Konfiguration B

Das Dipoldesign B ist im Vergleich zum Design A einfacher zu bauen, da hierfür nur ein gewalztes Edelstahlblech benötigt wird. Die Keramikstäbe haben Standardmaße und können schnell geliefert werden. Die Befestigung der Keramikstäbe an der Edelstahlschale kann einfach mit einem Edelstahldraht vorgenommen werden.

Im Gegenzug benötigt die Variante mit nur einer Elektroden, das Strahlrohr als geerdeten Gegenpol um das elektrische Feld innerhalb des Strahlrohres zu definieren.

Die Einbringung in das Strahlrohr der DPS2-F dürfte sich für das Design B auch vereinfachen, da der Dipol nur aus einer Schale besteht und nicht aus einem ganzen Zylinder.

Bei der Konzipierung des Design B wurde extra darauf geachtet, dass nicht viele Keramikbauteile dafür benutzt werden, die im Bruchfalle den Balg im Strahlrohr der DPS2-F beschädigen könnte. Da wir aber einen temperaturfesten, vakuumtauglichen Isolator für den Bau der Dipole benötigen, kann man nicht ganz auf Keramik als Werkstoff verzichten.

6.4 Vergleich der beiden Konfigurationen

Sowohl Dipol Design A wie auch Design B erzeugen ein elektrisches Feld innerhalb der DPS2-F mit dessen Hilfe die Ionen durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift auf die hochohmige

Schicht gelenkt und neutralisiert werden. Das elektrische Feld das von Design B erzeugt wird ist etwas höher als das von Design A, allerdings müssen die Ionen bei Design B einen etwas längeren Weg zurücklegen bis sie an die hochohmige Schicht gelangen. Die Lebensdauer der Ionen innerhalb der Transportsektion für Design A und Design B sind ungefähr gleich groß und betragen $0,49 \text{ ms}$. Die Anzahl an Durchgänge durch die Dipole bis zur Neutralisation der Ionen ist für das Design B etwas besser als für das Design A. Für die mittlere Ladungsdichte verursacht durch die Ionen innerhalb der Transportsektion ergeben sich mit der Lebensdauer von $0,49 \text{ ms}$ für beide Fälle derselbe Wert von $8 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$.

Parameter	Design A	Design B
Lebensdauer (Mittel)	0,493 ms	0,492 ms
Durchgänge T_1^+	8,57	7,72
Durchgänge T_3^+	5,15	4,72
Durchgänge T_5^+	4,12	3,86
ρ_0 (Mittel)	19,3	-17,8
Verbesserung bei ρ_0	4,1%	3,2%

Tabelle 6.2: Vergleich der Ionenelimination beider Designvorschläge. Lebensdauer (Mittel) und die Anzahl der Durchgänge bis zur Neutralisation der Ionen für Design A und Design B.

Vergleicht man die Neutralisationseigenschaften beider Vorschläge bei Verkipfung der Dipole, so erkennt man dass die beiden Design in unterschiedliche Richtungen gedreht werden müssen, um die Ionenelimination zu maximieren. Dies liegt daran, dass die Elektrode die auf $\pm 100 \text{ V}$ gelegt wird im Design A oben liegt und im Design B unten liegt. Der Winkel bei der die Ionenelimination maximiert wird liegt in beiden Fällen bei ca. 20° und ist ca. 4 % effektiver als im nicht verkippten Fall.

Da das elektrische Feld von Design A und Design B ähnliches Verhalten in Bezug auf die Ionenelimination zeigen, kann dem Design B der Vorzug gegeben werden, da dieses Design sicherer, einfacher zu bauen und einfacher zum Einbringen in die DPS2-F ist.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die Masse der Neutrinos ist ein wichtiger Parameter um die Entwicklung des Universums zu verstehen. Bis heute ist es aber noch Niemandem gelungen diesen zu bestimmen. Das KATRIN Experiment versucht, dieses noch so unerforschte Teilchen genauer zu fassen und seine Masse zu bestimmen. Dazu wird das β -Spektrum des radioaktiven Elementes Tritium vermessen, bei dem ein Anti-Elektronneutrino $\bar{\nu}_e$ beteiligt ist.

Die Neutrinos treten nur über die schwache Wechselwirkung mit anderen Materieteilchen in Kontakt. Deswegen ist es sehr schwer die Neutrinos auf direktem Wege nachzuweisen. Im KATRIN Experiment wird das Spektrum der β -Elektronen aus dem Zerfall des radioaktiven Isotop Tritium vermessen. Hierbei wird ausgenutzt, dass die bei dem radioaktiven Zerfall gesamt freiwerdende Energie sich auf das β -Elektron und das gleichzeitig entstehende Neutrino verteilt.

Im Extremfall, dass das β -Elektron die gesamte Energie als kinetische Energie mit sich fortträgt, besitzt das Neutrino nur die Energie die in seiner Masse steckt. Vermisst man das β -Elektronen Spektrum an diesem Endpunkt, wo das β -Elektron fast die gesamte Energie aus dem Zerfall besitzt, so kann man den Einfluss der Neutrinomasse deutlich erkennen und auf die Neutrinomasse zurückschliessen.

Zur Vermessung des β -Spektrums von Tritium benötigt man eine Quelle reinen Tritiumgases T_2 . Da die beim β -Zerfall freiwerdenden Elektronen nur eine maximale Energie von $18,6 \text{ keV}$ besitzen, kann die Tritiumquelle keine Wände oder Fenster zwischen Quelle und Spektrometer besitzen um das Tritiumgas festzuhalten. Beim Durchflug der β -Elektronen durch eine Wand oder ein Fenster würden sie einen Teil ihrer Energie verlieren und somit wäre die Information über die Neutrinomasse verloren.

Deshalb wird im KATRIN Experiment eine fensterlose, gasförmige Tritiumquelle benutzt, die die β -Elektronen für das Experiment zur Verfügung stellt. Da im Spektrometer des KATRIN Experimentes ein Ultrahochvakuum herrschen muss, damit die Energie der Elektronen exakt vermessen werden kann, muss verhindert werden, dass das Tritiumgas aus der Quelle in das Spektrometer gelangt. Dies wird durch eine Pumpstrecke zwischen Quelle und Spektrometer erreicht, die das Tritiumgas aus der Quelle abpumpt, so dass der Druck innerhalb der Quelle von $3 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$ bis hin zum Spektrometer auf einen Wert von 10^{-11} mbar abgefallen ist. Die β -Elektronen werden gleichzeitig durch einen magnetischen Fluss Schlauch adiabatisch von der Quelle zum Spektrometer geleitet, wo sie vermessen werden können.

Bei dem radioaktiven Zerfall des Tritiumgases werden geladene ${}^3\text{HeT}^+$ Ionen erzeugt, die wiederum mit dem Tritiumgas und den freien Elektronen reagieren und weitere Ionen bilden. Diese Ionen können die Vermessung des β -Spektrums erheblich stören und

müssen aus dem Experiment beseitigt werden ohne dabei die Energie der β -Elektronen zu verändern.

Zur Entfernung dieser geladenen Ionen kann die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift genutzt werden. Durch das Hinzufügen eines nahezu homogenen elektrischen Feldes innerhalb des Strahlrohres, das senkrecht auf dem Magnetfeld des KATRIN Experimentes steht, können geladene Teilchen aus dem Flussschlauch entfernt und an einer Oberfläche neutralisiert werden. Nach der Neutralisation dieser Ionen können diese wie die anderen neutralen Teilchen durch die Pumpen aus dem Experiment entfernt werden. Die β -Elektronen werden durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift nur um ca. $20 \mu\text{m}$ seitlich versetzt. Dieser kleine Versatz der β -Elektronen kann mit dem Detektor des KATRIN Experimentes nicht nachgewiesen werden.

Um dieses homogene elektrische Feld innerhalb des Strahlrohres zu erzeugen wird ein elektrostatisches Dipolsystem in die Transportsektion des KATRIN Experimentes eingebaut. Die DPS2-F eignet sich hierfür am besten, da im Strahlrohr der DPS2-F genügend Platz für einen solchen Dipol zur Verfügung steht, die Gasdichte schon stark abgefallen ist und die Beseitigung der Ionen nicht durch Streuungen am Restgas behindert werden sollte. Zudem ist die DPS2-F ausreichend weit vom Spektrometer entfernt, so dass das elektrische Potential des Dipols beim Spektrometer auf Null abgefallen ist und die Energie der β -Elektronen nicht verändert wurde.

Die Aufgabe dieser Diplomarbeit war es ein solches elektrostatisches Dipolsystem für das KATRIN Experiment zu konzipieren und mit Hilfe von Ionen Trajektorien, die Parameter bestmöglichst anzupassen.

Hierzu wurden für zwei unterschiedliche Vorschläge das elektrische Feld der Dipole berechnet und anhand von Ionentrajektorien die Ioneneliminationseigenschaften dieser beiden Vorschläge untersucht.

Da die Ionen, die in der Quelle produziert werden, in der Quelle sehr viele Streuungen erleben, ist ihre kinetische Energie thermisch in der Größenordnung vom 10 meV . Das Potential, das an die Dipole angelegt wird beträgt 100 V . Somit ist die Geschwindigkeit der Ionen innerhalb des Dipols durch das elektrische Potential des Dipols bestimmt. Ionen, die nun durch ein hohes elektrisches Potential fliegen, besitzen eine hohe Geschwindigkeit und haben das elektrische Feld des Dipols schneller wieder verlassen. Deswegen ist die Ablenkung durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift für solche Ionen nicht sehr groß. Dieser Effekt kann verringert werden, wenn die Elektroden der Dipole nur so groß gemacht werden wie man sie für ein fast homogenes elektrisches Feld benötigt.

Aus den Simulationen für beide Designvorschläge ergab sich eine ähnliche mittlere Lebensdauer von $0,5 \text{ ms}$ innerhalb der Transportsektion. Mit einem Volumen des Flussschlauches innerhalb der Transportsektion von 65 l , der mittleren Lebensdauer der Ionen und einem erwarteten Ionenstrom aus der Quelle von ca. 100 nA , kann man eine mittlere Ladungsdichte innerhalb der Transportstrecke für positive Ionen von $8 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$ abschätzen.

Weiterhin wurde untersucht wie sich eine Verdrehung der Dipole in azimuthaler Richtung in den aufeinanderfolgenden Strahlrohren der DPS2-F auswirkt. Hierbei ergaben die Simulationen, dass durch eine Drehung der Dipole um einen Winkel von $\rho_0 = 20^\circ$

die Ionenelimination um ca. 4 % gesteigert werden kann. Diese Steigerung um 4 % ist nur sehr gering und kann so interpretiert werden, dass eine Ausrichtung der Dipole in den aufeinanderfolgenden Strahlrohren nur bis auf einen Winkel von ca. 20° genau bewerkstelligt werden muss, da sich die Ioneneliminationseigenschaften nicht stark verändern.

Beide Vorschläge zur Realisierung des Dipoles haben ähnliche Eliminationseigenschaften und deswegen sollte dasjenige Design benutzt werden, das die größere Sicherheit bietet und einfacher hergestellt werden kann. Diese ist das Design B, das aus einer Halbschale als Elektrode besteht, das auf zwei beschichteten Keramikrohren steht. Diese Elektrode mit den Keramikrohren kann einfach in das Strahlrohr der DPS2-F eingeführt werden und zwischen Elektrode und Strahlrohrwand wird dank der beschichteten Keramikrohren ein elektrischer Kontakt hergestellt, durch den ein kleiner Strom zwischen beiden Elektroden fließt, der den Ionen freie Elektronen für die Neutralisation zur Verfügung stellt.

Die Beschichtung auf den Keramikrohren muss so gewählt werden, dass der Strom, der darüber abfließt, nicht zu groß und nicht zu klein ist. Bisher wurden TiO_2 Schichten dafür untersucht, die einen spezifischen Widerstand in der Nähe des gewünschten Widerstandes haben und über den Gehalt an Sauerstoff passend eingestellt werden können. Allerdings hat sich herausgestellt, dass der Widerstand des TiO_2 sehr stark von den Umgebungsvariablen wie Licht, Sauerstoffgehalt und Temperatur abhängt. Deswegen müssen hier noch weitere Untersuchungen unter kontrollierten Bedingungen durchgeführt werden.

Die Simulationen der Ionentrajektorien wurden mit einigen Vereinfachungen durchgeführt um die Rechenzeit zu verringern. Durch die nun aufgestockte Rechenkapazität am KATRIN Experiment, dank dem Ausbau des Rechenclusters Tesla, können in Zukunft genauere Simulationen durchgeführt werden.

Der Einbau der Dipole in die DPS2-F und die Vermessung der Ionenelimination durch die FT-ICR erfolgt erst im Frühjahr 2010. Die Messungen der Ionenelimination können dann mit den Werten aus der Simulation verglichen werden.

Ohne den Einsatz dieses elektrostatischen Dipolsystems im KATRIN Experiment, wäre eine so sensitive Vermessung der Neutrinomasse bis $0,2 \text{ eV}$ gar nicht möglich, da durch die hohe Ionendichte die Energie der β -Elektronen verändert würde und der Hintergrund am Detektor enorm ansteigen würde.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich alle Leuten danken, die zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

Zuerst einmal möchte ich Prof. Guido Drexlin dafür danken, dass er mir dieses Thema angeboten und somit diese Arbeit erst ermöglicht hat.

Ich danke meinem Betreuer Strahinja Lukic für die viele Diskussionen und die Betreuung meiner Diplomarbeit.

Ich danke Jochen Bonn für die vielen Anregungen für das Design der Dipole.

Ferenc Glück gilt besonderer Dank, da ich seine ganzen C Programme zur Berechnung von Magnetfeldern, elektrischen Feldern und Teilchenbahnberechnungen benutzen durfte. Zudem konnte man jederzeit mit Fragen zu ihm kommen, für die er sich selbstverständlich Zeit nahm.

Ich danke Lutz Bornschein für die aufmunternden Worte zwischendurch.

Mein Dank geht auch an Florian Fränkle, der mir in Sachen Linux viele Fragen beantwortet hat und mir mit dem Computer Cluster Tesla einige Male helfen konnte.

Siegfried Horn danke ich im Besonderen für die vielen Stunden an Diskussionen über die Konstruktion der Dipole, der nötigen Werkzeuge dazu und die Auswahl der Materialien.

Danken möchten ich auch allen Anderen, die ich hier nicht erwähnt habe und mit denen ich in meinem Jahr am IK Kontakt hatte.

Zuletzt möchte ich noch meiner ganzen Familie danken, die mich während dem ganzen Studium unterstütz hat und somit einen großen Anteil an dieser Arbeit hat.

Ein besonderer Dank geht auch an meine Freundin und zukünftige Frau, die immer für mich da ist.

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt, alle dem Wortlaut oder Sinn nach entnommenen Inhalte anderer Werke an den entsprechenden Stellen unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht und keine weiteren Hilfsmittel verwendet zu haben.

Stefan Reimer, November 2009

Abbildungsverzeichnis

1.1	Standardmodell	1
1.2	Neutrinooszillationen	3
1.3	Massenhierarchie der Neutrinos	5
1.4	$\beta\beta$ -Zerfall	7
2.1	Aufbau des KATRIN Experimentes	9
2.2	Feynman Diagram des β -Zerfalls	10
2.3	β -Zerfall von Tritium	11
2.4	Verteilung der angeregten Endzustände der Tochterkerne	12
2.5	Energie Spektrum der β -Elektronen beim Tritium Zerfall	13
2.6	Analysierte Geschwindigkeitskomponente im Spektrometer	14
2.7	Funktionsweise eines MAC-E Filters	16
2.8	Inner und Outer Loop	18
2.9	Druckverlauf innerhalb der WGTS	19
2.10	2-Phasen Kühlsystem der WGTS	20
2.11	3D-Modell der DPS2-F	21
2.12	Gasdruck entlang der WGTS und DPS	22
2.13	Gasfluss in der CPS	23
2.14	Vor und Hauptspektrometer	24
2.15	Detektor	27
2.16	Entdeckungspotential von KATRIN	28
2.17	Sensitivität von KATRIN	29
3.1	Wirkungsquerschnitt für Elektronen Streuung an H	32

3.2	Reaktionspfade der Ionen in der WGTS	34
3.3	FT-ICR	35
3.4	Eigenbewegungen in einer Penningfalle	36
3.5	Funktionsweise eines FT-ICR	37
3.6	Endpunktsenergien von Tritiumverbindungen	39
4.1	Effektiver Ionenfluss aus der WGTS	49
5.1	Legendre Entwicklung im Zentrum	53
5.2	Entfernte Legendre Entwicklung	54
5.3	Radiales Magnetfeld in der WGTS	56
5.4	Magnetfeldlinien begrenzen den Fluss Schlauch	57
5.5	Vergleich der beiden Methoden zur Berechnung des Fluss Schlauches	60
5.6	Fluss Schlauch in einem Strahlrohrelement	60
5.7	Minimaler und Maximaler Radius	61
5.8	Differenzenquotient	63
5.9	3 dimensionales Gitter für die Hermite Interpolation	64
5.10	Relativer Fehler der Hermite Interpolation	65
5.11	Elektrodenkonfiguration für Design A	66
5.12	Elektrisches Feld Designvorschlag A	67
5.13	Elektrisches Feld und Potential entlang der z-Achse - Design A	68
5.14	Bahnkurve eines Ions	69
5.15	Durchgänge und Lebensdauer in Abhängigkeit von x y	71
5.16	Durchgänge in Abhängigkeit der Masse - Design A	72
5.17	Gedrehte Dipole	73
5.18	Durchgänge, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom im Design A	74
5.19	ρ_0 in Abhängigkeit der Masse - Design A	76
5.20	Elektrodenkonfiguration für Design B	78
5.21	Elektrisches Feld und Potential entlang der z-Achse - Design B	79
5.22	Elektrisches Feld im Designvorschlag B	80
5.23	Durchgänge, Lebensdauer im Design B	81
5.24	Abhängigkeit der Durchgänge von der Ionenmasse - Design B	82

5.25	Durchgänge, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom in Abhängigkeit von ρ - Design B	84
5.26	ρ_0 in Abhängigkeit der Masse - Design B	85
6.1	Hochohmige Schicht im Design A	90
6.2	Rohrgreifer für die Installation der Dipolrohre in die DPS2-F	92
6.3	Hochohmige Schicht im Design B	95
6.4	Modell des Strahlrohres mit angrenzenden Pumpports	96
6.5	Dipolschale im Modell des Strahlrohres	97

Tabellenverzeichnis

3.1	Unterschiedliche Gefahren von Ionen innerhalb des KATRIN Experimentes	38
4.1	Zyklotronfrequenzen für Ionen	43
4.2	Zyklotronradien für Ionen	44
4.3	Ablenkung der Ionen durch $\vec{E} \times \vec{B}$	47
5.1	Durchgänge, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom im Design A	72
5.2	Durchgänge, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom für gedrehte Dipol im Design A	76
5.3	Durchgänge, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom im Design B	82
5.4	Durchgänge, Lebensdauer und effektiver Ionenstrom für gedrehte Dipole im Design B	83
6.1	Quadratwertand der Proben	91
6.2	Vergleich beider Designs	98

Literaturverzeichnis

- [1] *PSI: Die Physik Schülerlabor Initiative*. KIT.
- [2] *Fensterlose molekulare Tritiumquelle*, 2005. Poster auf BSCW.
- [3] *Tritium β -Zerfall und Neutrinomasse*, 2005. Poster auf BSCW.
- [4] *DPS2-F beam tube QC documentation 20-05-06 part2*, 2006. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [5] Torsten Armbrust. Messung der eigenschaften eines silizium drift detektors mit elektronen im kev-bereich. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2004.
- [6] Dipl.-Ing. Saskia Biehl. *Gassensoren auf Basis von Titandioxid zur Detektion von Sauerstoff bei niedrigen Temperaturen*, 2008. FRAUNHOFER - INSTITUT für Schicht- und Oberflächentechnik IST - Jahresbericht 2008.
- [7] Lowell S. Brown and Gerald Gabrielse. *Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a Penning trap*, 1986. Reviews of Modern Physics, Vol. 58, No.1.
- [8] B.C. Carlson. *NUMERICAL COMPUTATION OF REAL OR COMPLEX ELLIPTIC INTEGRALS*, 1994. Numerical Algorithms, Volume 10, Number 1, p13-26.
- [9] W.J. Cody. *Chebyshev Approximation for the Complete Elliptic Integrals K and E*, 1965. MATH. COMP. 19(1965), 105.
- [10] KATRIN Collaboration. *KATRIN Design Report 2004*. Wissenschaftliche Berichte FZKA 7090.
- [11] KATRIN Collaboration. *Letter of Intent: A next generation tritium beta decay experiment with sub-eV sensitivity for the electron neutrino mass*, 2004. Wissenschaftliche Berichte FZKA 7090.
- [12] Super-Kamiokande Collaboration. Solar neutrino measurements in super-kamiokande-i. *Physical Review D (Particles and Fields)*, 73(11):112001, 2006.
- [13] Thomas Joseph Corona. Tools for electromagnetic field simulation in the katrin experiment. Master's thesis, MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2009.

-
- [14] Frank Eichelhardt. *Measurement of the Tritium pumping properties of a 4.2 K Argon Condensate for the Cryogenic Pumping Section of KATRIN*. PhD thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- [15] Kathrin Essig. Untersuchungen zur penningfalle zwischen den spektrometern des katrin experimentes. Master's thesis, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2004.
- [16] A. Saenz et al. *Phys. Rev. Lett.* **84**(2000) 242, 2000.
- [17] Fedor Simkovic et al. Exact relativistic tritium β -decay endpoint spectrum in a hadron model. *PHYSICAL REVIEW C* **77**, 055502, 2008.
- [18] M. Bacal et al. *Rev. Sci. Instruments* **67**(3), 1138, 1996.
- [19] R. Johnsen et al. *Journal of Chemical Physics* **65**(4), 1539, 1976.
- [20] R.K. Janec et al. *Elementary Processes in Hydrogen-Helium Plasmas*, 1987.
- [21] C. Amsler et al. (Particle Data Group). Review of particle physics. *Physics Letters B* **667** 1, 2008. <http://pdg.lbl.gov>.
- [22] Guilherme Bertoldo Felix Sharipov, Denize Kalempa. *Influence of temperature variations and acoustic waves on the column density. Calculations of the velocity distribution function*, 2009. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [23] Florian Fränkle. Erste messungen der elektromagnetischen eigenschaften des katrin vorspektrometers. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2006.
- [24] Y. u.a. Fukuda. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(8):1562–1567, Aug 1998.
- [25] Masataka Fukugita, Guo-Chin Liu, and Naoshi Sugiyama. Limits on neutrino mass from cosmic structure formation. *Physical Review Letters*, **84**:1082, 2000.
- [26] Alexander Gebel. Entwicklung und aufbau eines prototypmoduls für die drahtelektrode des katrin hauptspektrometers. Master's thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2007.
- [27] Ferenc Glück. *The 3-dimensional electric field calculation program package elcd3_2*. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [28] Ferenc Glück. *The 3-dimensional electric field calculation program package elcd3_3*. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [29] Ferenc Glück. *The 3-dimensional magnetic field calculation program package mag-field3*. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [30] Ferenc Glück. *The axisymmetric magnetic field calculation program package mag-field2*. KATRIN interner Bericht - BSCW.

- [31] Ferenc Glück. *Axisymmetric magnetic field calculation with zonal harmonic expansion*. Veröffentlichung in Arbeit.
- [32] Ferenc Glück. *Electric field in WGTS tubes I*. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [33] Ferenc Glück. *Electric field in WGTS tubes II*. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [34] Ferenc Glück. *Mathematics of field calculations*, 2009. Vortrag im Diplomanden- und Doktorandenseminar am IK.
- [35] Particle Data Group. *NEUTRINO MASS, MIXING, AND FLAVOR CHANGE*, 2007. Review.
- [36] The Rear Section Working Group. *Rear Section Design Document - Outline of Questions*, 2008. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [37] Matthew K. Heine. Doppler shifts in the katrin experiment. Master's thesis, MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2008.
- [38] Markus Hötzel. Berechnung von katrin messspektren unter einbeziehung der eigenschaften der fensterlosen gasförmigen tritiumquelle. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- [39] Karen Anna Hugenberg. Design of the electrode system for the katrin main spectrometer. Master's thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2008.
- [40] John David Jackson. *Klassische Elektrodynamik*. Walter de Gruyter, 2002. 3. Auflage.
- [41] Kai Klapdor-Kleingrothaus, Hans V. ; Zuber. *Teilchenastrophysik*. Teubner Studienbücher : Physik. Teubner, Stuttgart, 1997.
- [42] Christine Kraus. Untersuchung von anomalien im β -spektrum. Master's thesis, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2000.
- [43] Richard James Lewis. *DEVELOPMENT OF A RAMAN SYSTEM FOR IN-LINE MONITORING OF TRITIUM AT THE KARLSRUHE TRITIUM NEUTRINO (KATRIN) EXPERIMENT*. PhD thesis, Swansea University, 2007.
- [44] S.Lukic Sz.Nagy S. Stahl K.Blaum M. Ubieto-Diaz, D.Rodriguez. *A broad-band FT-ICR Penning trap system for KATRIN*, 2009. International Journal of Mass Spectrometry 288 (2009) 1-5.
- [45] Diana Mardare and G.I. Rusu. *Structural and electrical properties of TiO_2 RF sputtered thin films*, 2000. Materials Science and Engineering B75 (200) 68-71.
- [46] Detlef Maurel. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- [47] Alan Poon. *Design Specifications for the Rear Wall [0.1]*, 2009. KATRIN interner Bericht - BSCW.

- [48] Jan Reich. Magnetfeldmessungen und designarbeiten für das emcs luftspulensystem am katrin hauptspektrometer. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- [49] Pascal Renschler. Inbetriebnahme und charakterisierung von detektorsystemen für elektromagnetische tests von spektrometern. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [50] K.Evans Jr. D.E.Post Jr R.K.Janev, W.D.Langer. *Elementary Processes in Hydrogen-Helium Plasmas. Cross Sections and Reaction Rate Coefficients*, 1987. Springer- Verlag. Berlin, Heidelberg.
- [51] Udo Schmitt. *Entwicklung eines Monitor-detektors für das KATRIN-Experiment*. PhD thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2008.
- [52] Michael Schöppner. A prototype ion source for the functionality test of the katrin transport section. Master's thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2008.
- [53] Aino Skasyrskaya. *Simulation of ion tracks in the DPS2-F equipped with electrostatic dipole*, 2008. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [54] S. Stahl. *Schematic drawing of FT-ICR, including the analysis segment*, 2008. BSCW.
- [55] Michael Sturm. Bestimmung der tritiumflussreduktion einer tritium-argon-frostpumpe für das neutrinomassenexperiment katrin. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [56] Thomas Thümmeler. *Präzisionsüberwachung und Kalibration der Hochspannung für das KATRIN-Experiment*. PhD thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2007.
- [57] N.A. Titov. *KATRIN Systematics*. KATRIN interner Bericht - BSCW.
- [58] D. N. Spergel u.a. Wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) three year results: Implications for cosmology. *The Astrophysical Journal*, 170:377, 2007.
- [59] Marcel Christian Robert Zoll. Development of tools and methods for katrin dps2-f test experiments. Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.