

Design zur Messung der elektro-optischen Eigenschaften der differentiellen Pumpstrecke DPS2-F des KATRIN-Experiments

Diplomarbeit
vorgelegt
von

Johannes Simon Schwarz

Am Institut für Experimentelle Kernphysik (IEKP)
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Referent: Prof. Dr. Guido Drexlin
Korreferent: Prof. Dr. Wim de Boer

Bearbeitungszeit: 15. Juni 2009 – 22. Juni 2010

Inhaltsverzeichnis

1	Neutrinos	1
1.1	Neutrinos und das Standardmodell der Teilchenphysik	1
1.2	Neutrinoquellen	2
1.2.1	Primordiale Neutrinos	2
1.2.2	Neutrinos aus Supernovae vom Typ II	2
1.2.3	Reaktorneutrinos	3
1.2.4	Solare Neutrinos	3
1.2.5	Atmosphärische Neutrinos	3
1.3	Historischer Überblick	4
1.3.1	Entdeckung der Notwendigkeit des Neutrinos	4
1.3.2	Entdeckung der Neutrinos	4
1.3.3	Entdeckung des solaren Neutrinoproblems	5
1.4	Messung der Neutrinomasse	6
1.4.1	Neutrinooszillationen	6
1.4.2	Neutrinoloser doppelter Beta-Zerfall	8
1.4.3	Kosmologische Methoden	9
1.4.4	Kinematische Methoden	12
1.4.5	Bedeutung der Neutrinomasse	16
2	Das KATRIN-Experiment	19
2.1	Experimenteller Überblick	19
2.2	Systematische und statistische Genauigkeiten	20
2.3	Hauptkomponenten	21
2.3.1	Die Quelle	21
2.3.2	Die Transportstrecke	22
2.3.3	Die Spektrometer	26
2.3.4	Der Fokalebenenendetektor	29
2.3.5	Die Rear Section	29
2.4	Messung der elektro-optischen Eigenschaften der DPS2-F	30
3	Simulationssoftware	33
3.1	Berechnung von Magnetfeldern	33
3.1.1	Das Biot-Savart-Gesetz	33
3.1.2	Die elliptischen Integrale	34
3.1.3	Die Entwicklung nach Legendre-Polynomen	35
3.1.4	Das Programm magfield3.c	38
3.1.5	Das Programm force3d.c	39
3.2	Berechnung von Magnetfeldlinien und Elektronenbahnen	39
3.2.1	Das Runge-Kutta-Verfahren	39
3.2.2	Berechnung von Magnetfeldlinien	40
3.2.3	Das Programm magfieldline3.c	40
3.2.4	Berechnung von Elektronenbahnen in Magnetfeldern	41

3.2.5	Das Programmpaket KPAGE	41
3.2.6	Das Programmpaket KTRACK	43
3.2.7	Berechnung von Abständen zur Strahlrohrwand	43
3.3	Modellierung der DPS2-F	45
3.3.1	Bestimmung von Geometrien und Positionen	45
3.3.2	Parametrisierung der Solenoide	46
3.3.3	Parametrisierung des Strahlrohrs	46
3.4	Der magnetische Flussschlauch in der DPS2-F	47
4	Die Quellseite	51
4.1	Elektronenquellen	51
4.1.1	Anforderungen	51
4.1.2	Rb-/Kr-Festkörper-Quelle	52
4.1.3	Elektronenkanone	54
4.2	Positionierung der Elektronenquelle	55
4.2.1	Anforderungen	55
4.2.2	Installation der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle	59
4.2.3	Installation der Elektronenkanone	59
4.3	Technische Umsetzung	62
4.4	Sicherheitstechnische Betrachtungen	63
4.4.1	Kontamination des Strahlrohrs	63
4.4.2	Verlust und Beschädigung der Quelle	64
4.4.3	Vorvakuum und Vakuumeinbruch	65
4.4.4	Magnetische Quench-Effekte	65
5	Der Detektor	69
5.1	Motivation	69
5.2	Funktionsprinzip einer PIN-Fotodiode aus Silizium	70
5.3	Aufbau des Detektors	72
5.3.1	Die Detektor-Keramik	72
5.3.2	Die erste Verstärkerstufe	74
5.3.3	Der Detektor-Träger	74
5.3.4	Die zweite Verstärkerstufe	75
5.3.5	Installation des Detektor-Trägers	77
5.3.6	Sicherheitstechnische Betrachtungen	77
5.4	Passive Kühlung des Detektors	78
5.4.1	Wärmebrücken	78
5.4.2	Wärmestrahlung	79
5.4.3	Abschätzung der Temperatur der Fotodioden	79
5.5	Teststand	81
5.5.1	Aufbau	81
5.5.2	Temperaturregelung	83
5.5.3	Test der passiven Kühlung	83
5.5.4	Ausblick	84
5.6	Erwartete Zählrate der detektierten Elektronen	84
5.6.1	Quell-Parameter	85
5.6.2	Transmissionswahrscheinlichkeit	85
5.6.3	Einfluss einer Blende	90
5.6.4	Detektoreffizienz	90
5.6.5	Fazit	92

6	Magnetfeldmessung	93
6.1	Motivation	93
6.2	Funktionsprinzip eines Hall-Sensors	94
6.3	Magnetfeldmessung entlang der Strahlrohrachse	96
6.4	Magnetfeldmessung im Eingangsbereich	97
6.5	Magnetfeldmessung von außen	101
6.6	Fazit	102
7	Zusammenfassung und Ausblick	105
	Literaturverzeichnis	107
	Danksagung	111
	Erklärung	113

1. Neutrinos

1.1 Neutrinos und das Standardmodell der Teilchenphysik

Neutrinos sind Elementarteilchen mit Spin $1/2$ und gehören damit zur Gruppe der Fermionen. Im Standardmodell der Teilchenphysik sind sie als Elektron-, Myon- und Tau-Neutrinos fest etabliert. Diese sog. schwachen Eigenzustände der Neutrinos bilden den elektrisch neutralen Teil der drei Generationen der Lepton-Gruppe. Neutrinos koppeln daher weder an die elektromagnetische noch an die starke Wechselwirkung. Ihr experimenteller Nachweis ist somit nur über den geladenen (CC-Reaktion) oder neutralen (NC-Reaktion) Strom der schwachen Wechselwirkung möglich. Dabei agiert entweder ein W^\pm - oder ein Z^0 -Boson als Austauscheteilchen, wobei die Lepton- und Leptonflavourzahl stets Erhaltungsgrößen darstellen. Der Wirkungsquerschnitt für die entsprechenden Wechselwirkungen ist äußerst klein, was die experimentelle Bestimmung der Eigenschaften der Neutrinos aufwändig gestaltet. Weiterhin gelten Neutrinos im Standardmodell der Teilchenphysik als masselose Dirac-Teilchen und besitzen negative Helizität. Da die Parität der schwachen Wechselwirkung maximal verletzt ist und Neutrinos nur schwach wechselwirken, können nur linkshändige Neutrinos und rechtshändige Antineutrinos an die genannten Austauschbosonen koppeln. Somit existieren im Standardmodell der Teilchenphysik weder rechtshändige Neutrinos noch linkshändige Antineutrinos.

Allerdings existiert auch Physik jenseits des Standardmodells der Teilchenphysik. Hierfür gibt es folgende Argumentationen von Seiten der Neutrinoophysik:

- Die experimentelle Entdeckung der Neutrinooszillationen [Fuk98a] [Ahm01] zeigen, dass mindestens zwei Masseneigenzustände der Neutrinos eine von Null verschiedene Ruhemasse besitzen, so dass Neutrinos massebehaftet sein müssen.
- Aufgrund der Neutrinooszillationen ist die Leptonflavourzahl keine Erhaltungsgröße.
- Bei einem massebehafteten Teilchen wie dem Neutrino lässt sich stets ein Bezugssystem finden, in dem sich die Helizität¹ umkehrt, da seine Geschwindigkeit stets kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c ist. Somit muss es auch rechtshändige Neutrinos und linkshändige Antineutrinos geben, die allerdings nur gravitativ wechselwirken oder zusätzlich an eine bisher unentdeckte rechtshändige Komponente der schwachen Wechselwirkung koppeln könnten.

¹Die Helizität H ist als Projektion des Spins \vec{S} auf den Impuls \vec{p} eines Teilchens definiert: $H = \vec{S} \cdot \vec{p}/|\vec{p}|$

- Bestätigt sich der umstrittene Hinweis für den neutrinolosen doppelten Beta-Zerfall ($0\nu\beta\beta$) [KK04], so wären Neutrinos keine Dirac- sondern Majorana-Teilchen. Zwischen Neutrinos und Antineutrinos des jeweiligen Flavour-Zustands gäbe es somit keinen Unterschied. Weiterhin wäre dann die Leptonzahl keine Erhaltungsgröße mehr.

1.2 Neutrinoquellen

1.2.1 Primordiale Neutrinos

Im sehr frühen Universum ($t < 1$ s) bei Energien $E > 1$ MeV wurde die Gesamtenergiedichte durch Strahlung dominiert, weshalb das Universum aus einem Plasma leichter Elementarteilchen und Photonen bestand. Sie standen daher durch Paarbildung und Anihilation im thermischen Gleichgewicht:

$$e^+ + e^- \leftrightarrow \gamma + \gamma \leftrightarrow \nu_i + \bar{\nu}_i \quad (i = e, \mu, \tau) \quad (1.1)$$

Durch Vergleich der theoretischen Anzahldichten von Neutrinos als Fermionen und Photonen als Bosonen kann über ihre jeweilige Verteilungsfunktion ein Verhältnis von

$$\frac{n_{\nu_i} + n_{\bar{\nu}_i}}{n_\gamma} = \frac{3}{4} \quad (1.2)$$

für jeden Neutrino flavour ν_i bestimmt werden. Durch die Expansion der Raum-Zeit kühlt das Universum nach und nach ab. Als bei kleiner werdenden Energien ($E \leq 1$ MeV) die Wechselwirkungsrate der Neutrinos unter die Expansionsrate des Universums sank, entkoppelten die Neutrinos und trugen ab diesem Zeitpunkt als heiße dunkle Materie zur Strukturbildung des frühen Universums bei. Die sich anschließende Anihilation der Elektronen und Positronen bei einer Energie von $E \leq 511$ keV erwärmte das restliche Plasma samt Photonen aber nicht die bereits entkoppelten Neutrinos, wodurch das Verhältnis der Anzahldichten von Neutrinos und Photonen gegenüber (1.2) um 4/11 kleiner wurde:

$$\frac{n_{\nu_i} + n_{\bar{\nu}_i}}{n_\gamma} = \frac{3}{11} \quad (1.3)$$

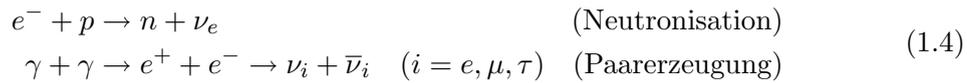
Erst etwa 380000 Jahre später entkoppelten schließlich auch die Photonen verursacht durch die Rekombination der Elektronen und Protonen zu atomarem Wasserstoff ($E \leq 13,6$ eV). Über die Messung der Temperatur der kosmischen Hintergrundstrahlung durch den Satelliten COBE zu $T_\gamma = (2,728 \pm 0,004)$ K (95% C.L.) [Fix96] wird die Anzahldichte der Photonen über die Beziehung $n_\gamma \propto T_\gamma^3$ zu $n_\gamma = 411/\text{cm}^3$ bestimmt. Dadurch ergibt sich gemäß (1.3) eine theoretisch zu erwartende Anzahldichte pro Neutrino flavour von $(n_{\nu_i} + n_{\bar{\nu}_i}) = 112/\text{cm}^3$. Dieser kosmische Neutrinohintergrund wurde allerdings bisher experimentell nicht bestätigt, da durch die Expansion der Raum-Zeit die Temperatur der Neutrinos auf 1,95 K gesunken sein muss und ihre mittlere Energie somit lediglich $\langle E_\nu \rangle = 5,28 \cdot 10^{-4}$ eV beträgt.

1.2.2 Neutrinos aus Supernovae vom Typ II

Im Endstadium eines massereichen Sterns wird Silizium zu Eisen, Kobalt und Nickel fusioniert, so dass seine Kernmasse und -dichte schnell zunehmen. Übersteigt die Kernmasse nach der Erschöpfung der thermonuklearen Energieerzeugung die Chandrasekhar-Masse von $1,4 \cdot M_\odot$, so kann der Entartungsdruck² dem Gravitationsdruck der äußeren Kernschichten nicht mehr entgegenwirken. Es kommt zum gravitativen Kernkollaps, wobei durch

²Der Entartungsdruck wird durch das Elektronengas im Kerninneren aufgrund des Pauli-Prinzips verursacht.

Neutronisation ein Neutronenstern unter Aussendung von Elektronneutrinos entsteht. Die innere Kernmaterie wird dabei so stark komprimiert, dass sie auf die einfallende Materie der äußeren Kernschichten zurück prallt. Die entstehende Schockwelle trifft auf die äußeren einfallenden Materiehüllen des Sterns, wodurch es zur Supernova-Explosion vom Typ II kommt. Durch thermische Paarerzeugung entstehen außerdem weitere Neutrinos und Antineutrinos, wodurch der Kern schließlich abgekühlt wird:



Während des Kernkollaps entstehen 10^{58} Neutrinos und Antineutrinos mit einer mittleren Energie von $\langle E_\nu \rangle = 10 - 15$ MeV, die etwa 99% der freigewordenen Energie abführen. Aufgrund der hohen Kerndichte wechselwirken sie mit der Kernmaterie und diffundieren daher durch den gesamten Kern in die äußere Kernschichten niedrigerer Dichte, wo sie schließlich frei beweglich sind und abgestrahlt werden. Die Aussendung der Neutrinos und Antineutrinos aus dem Kerninneren geschieht daher nicht schlagartig, sondern in Abhängigkeit vom Ort ihrer Erzeugung im Kern in einem sekundenlangen Puls.

1.2.3 Reaktorneutrinos

Kernreaktoren sind die intensivsten terrestrischen Quellen von künstlich erzeugten Elektronantineutrinos. Diese entstehen im Allgemeinen in Kernreaktoren durch β^- -Zerfälle der neutronenreichen Nuklide, wie ${}^{233}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$, ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ und ${}^{241}_{94}\text{Pu}$. Pro Kernspaltung werden durchschnittlich sechs Reaktorneutrinos erzeugt. So entstehen je nach Leistung des Kernreaktors mehr als 10^{20} Reaktorneutrinos pro Sekunde. Kernreaktoren sind daher hervorragende Quellen zur Vermessung der Eigenschaften und der Oszillationsparameter von niederenergetischen Elektronantineutrinos. Diese haben eine Energie von unter 5 MeV. Bei jeder Fission wird je nach Isotop eine Energie von insgesamt 200 MeV freigesetzt. Davon werden im Mittel mit 9 MeV etwa 4,5% in kinetische Energie der erzeugten Reaktorneutrinos übertragen, die nicht in Wärme umgesetzt werden kann und somit nicht für die Stromerzeugung zur Verfügung steht.

1.2.4 Solare Neutrinos

Eine Vielzahl von Elektronneutrinos entstehen durch exotherme nukleare Fusionsreaktionen in Sternen, indem in ihrem Kerninneren unter anderem in der pp-Reaktion Wasserstoff zu Helium fusioniert wird:



Die durch das Wasserstoffbrennen entstehenden Elektronneutrinos haben Energien von unter 0,5 MeV. Allerdings entstehen über weitere Fusionsreaktionen auch energiereichere Elektronneutrinos mit Energien bis zu 15 MeV beispielsweise durch das ${}^8\text{B}$ -Brennen oder in der hep-Reaktion. So bildet die Sonne als Stern die intensivste Neutrinoquelle in unserem Sonnensystem. Der auf der Erde gemessene Fluss von solaren Elektronneutrinos [Dav94] ist nur etwa ein Drittel so groß wie nach dem Standard-Sonnenmodell erwartet [BSB05]. Diese Diskrepanz war als solares Neutrinoproblem bekannt und wird heute durch die Theorie der Neutrinooszillationen korrekt beschrieben. Weiterhin gibt ein Nachweis von solaren Neutrinos Aufschluss über den inneren Zustand der Sonne, da sie den Kern ohne weitere Wechselwirkung verlassen.

1.2.5 Atmosphärische Neutrinos

Atmosphärische Neutrinos entstehen beim Eindringen von hochenergetischen Protonen aus der kosmischen Strahlung in die Erdatmosphäre. Dort reagieren sie über die starke

Wechselwirkung mit den Kernen der Luftmoleküle, wodurch hochenergetische ausgedehnte Teilchenschauer entstehen. Dadurch werden unter anderem Kaonen und Pionen erzeugt, die im Fluge in einer Zerfallskette rein leptonisch in Neutrinos und Antineutrinos zerfallen:

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu & \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu & \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \\ K^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu & \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu & \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \end{aligned} \quad (1.6)$$

Die atmosphärischen Neutrinos haben typischerweise Energien von bis zu 10^4 GeV. Das Verhältnis zwischen den Myon- und Elektroneneutrinos beträgt 2:1. Dieses dürfte sich nicht ändern, wenn die Neutrinos auf der gegenüberliegenden Seite der Erde detektiert werden. Allerdings wurde analog zu den solaren Neutrinos eine Diskrepanz zwischen Theorie und Messung nachgewiesen [Fuk98b], die durch das Phänomen der Neutrinooszillationen korrekt beschrieben wird.

1.3 Historischer Überblick

1.3.1 Entdeckung der Notwendigkeit des Neutrinos

Bis 1930 wurde der β^- -Zerfall fälschlicherweise als Zwei-Körper-Zerfall verstanden. Um die gemessenen kontinuierlich verteilten Energien der β -Elektronen zu erklären, erweiterte Pauli diesen Zerfall durch ein zusätzliches hypothetisches Teilchen zu einem Drei-Körper-Zerfall gemäß (1.36) [Pau30]. Nach Paulis Postulat muss dieses Teilchen eine sehr geringe Ruhemasse besitzen (Energie- und Impulserhaltung), einen Spin von $1/2$ tragen (Drehimpulserhaltung) und elektrisch neutral sein (Ladungserhaltung). Es nimmt einen Teil der frei gewordenen Zerfallsenergie auf. So wurde das kontinuierliche Energiespektrum der β -Elektronen erklärbar.

Fermi gibt 1934 diesem Teilchen seinen heutigen Namen: Neutrino. Er beschreibt in seiner Theorie den β^- -Zerfall als punktförmige Wechselwirkung der vier beteiligten Fermionen [Fer34]. Daraus entstand die nach ihm benannte *Goldene Regel*. Ihrzufolge ist die Übergangsrate proportional zur Fermikonstanten G_F , die den sehr kleinen Wirkungsquerschnitt der schwachen Wechselwirkung zwischen Neutrinos und Materie erklärt. Sie gilt auch heute noch für genügend kleine Energien, was durch Feynman-Diagramme niedriger Ordnung bestätigt wird.

1.3.2 Entdeckung der Neutrinos

Cowan und Reines gelang es 1956 erstmals Elektronantineutrinos – und damit auch Neutrinos – über den inversen β^+ -Zerfall experimentell nachzuweisen [RC56]:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+ \quad (1.7)$$

Am Savannah River Kernreaktor stellten sie dazu zwei mit wässriger Cadmiumchlorid-Lösung (CdCl_2) gefüllte Tanks auf, die mit Szintillationszählern umgeben waren. Die im Kernreaktor erzeugten Elektronantineutrinos wechselwirkten gemäß (1.7) mit den Protonen des im Tank befindlichen Wassers. Die dadurch erzeugten Positronen wurden dort durch elektromagnetische Wechselwirkungen abgebremst und annihilierten schließlich mit Hüllenelektronen in jeweils zwei monochromatische Photonen, die entgegengerichtet mit einer Energie von jeweils 511 keV emittiert wurden. Die gemäß (1.7) erzeugten freien Neutronen wurden innerhalb weniger Mikrosekunden durch Stöße mit Wassermolekülen ebenfalls abgebremst und von Cadmiumkernen eingefangen. Dadurch gingen sie in einen energetisch angeregten Zustand über. Unter Emission einiger Photonen mit Energien zwischen 3 und 10 MeV zerfielen die Cadmiumkerne wieder in ihren jeweiligen Grundzustand.

Der Nachweis eines Elektronantineutrinos geschah also durch eine verzögerte Koinzidenzsignatur von Positron und Neutron. Die entstandenen Photonen wurden durch die den Detektor umgebenden Szintillationszähler registriert. Der Wirkungsquerschnitt ist von der Energie des Elektronantineutrinos abhängig und ergab sich für diese Reaktion in Übereinstimmung mit der Theorie von Fermi zu sehr niedrigen $\sigma = (1,1 \pm 0,26) \cdot 10^{-43} \text{ cm}^2$ [RC59].

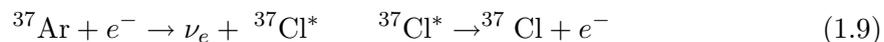
Bereits 1955 konnte Davis die Nicht-Identität von Elektronneutrino und Elektronantineutrino am Savannah River Reaktor nachweisen [Dav03], weshalb die Leptonzahl als Erhaltungsgröße eingeführt wurde. Goldhaber bestimmte 1958 über den Elektroneinfang aus der K-Schale an ^{152}Eu die Helizität des Elektronneutrinos zu $H(\nu_e) = -1,0 \pm 0,3$ [GGS58]. Dadurch bestätigte sich die linkshändige Natur der Neutrinos. In den Jahren 1962 und 2000 wurden schließlich das Myon- [Dan62] und Tauneutrino [Lun01] experimentell entdeckt und ihre Verschiedenheit vom Elektronneutrino nachgewiesen. Dies führte zur Notwendigkeit der Leptonflavourzahl als weitere Erhaltungsgröße. Schon 1990 konnte am LEP die Anzahl N_ν der leichten Neutrinoarten ($m_\nu < m_Z/2$) aus der totalen Zerfallsbreite des Z^0 -Bosons bestimmt werden. Gegenwärtig ist $N_\nu = 2,9840 \pm 0,0082$ [ADL⁺06].

1.3.3 Entdeckung des solaren Neutrinoproblems

Davis zeigte 1970 erstmals im Homestake-Experiment [DHH68] mittels der radiochemischen Chlor-Argon-Methode das solare Neutrino Problem auf. Bei dieser Nachweisreaktion wird ein solares Neutrino über die Umwandlung von ^{37}Cl in ^{37}Ar durch den inversen β^- -Zerfall nachgewiesen. Sie muss in mehreren separaten Schritten durchgeführt werden und liefert keine Echtzeit-Informationen über Neutrino-Ereignisse, besitzt dafür aber eine niedrige Schwellenenergie von 814 keV. Somit ist Homestake das erste Experiment, das solare Neutrinos detektieren konnte. Als Detektor dienten 615 Tonnen Tetrachlorethylen (C_2Cl_4):



Das entstandene ^{37}Ar wurde mittels Helium in den Messpausen chemisch aus dem Detektortank extrahiert. Seine Menge – und damit auch die Anzahl an Neutrino-Ereignissen – konnte schließlich in einer Kühlfalle über die eigene Radioaktivität durch Elektroneinfang mit einer Halbwertszeit von 34,95 Tagen nachgewiesen werden. Das emittierte Auger-Elektron hat eine Energie von 2,8 keV und wurde durch Proportionalzähler nachgewiesen:

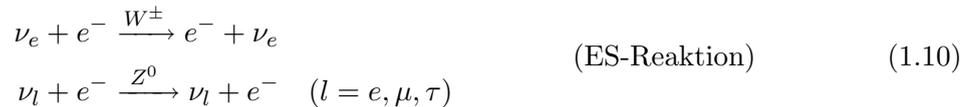


Die experimentelle Rate ergab sich zu 0,48 Ereignissen pro Tag [Dav94]. Sie beträgt demnach etwa ein Drittel der theoretisch erwartenden Rate des Standard-Sonnenmodells, das den solar verursachten Neutrinofluss auf der Erde über die messbare Leuchtkraft der Sonne und über die in ihrem Inneren stattfindenden Fusionsreaktionen durch Modellrechnungen bestimmt [BPB01] [BSB05] [BSB06]. Nachfolgende radiochemische Experimente wie GALLEX [Ans92] und SAGE [Abd94] konnten dieses Defizit an solaren Elektronneutrinos – das sog. solare Neutrino Problem – ebenfalls bestätigen.

Die Cherenkov-Detektoren Super-Kamiokande (seit 1996) [Suz98] [Hos06] und SNO (1999 bis 2006) [Ahm00] können das solare Neutrino Problem ebenfalls aufzeigen. Neutrinos erzeugen durch Wechselwirkung mit Materie sowohl durch den geladenen (CC-Reaktion) und neutralen (NC-Reaktion) Strom der schwachen Wechselwirkung als auch durch elastische Streuung an Hüllenelektronen (ES-Reaktion) energiereiche, elektrisch geladene Leptonen. Diese erzeugen bei ihrer Bewegung durch Materie Cherenkov-Licht. Der so emittierte Lichtkegel wird mittels Photomultiplier nachgewiesen. Neutrinos werden somit in Echtzeit detektiert, wobei ihre ursprüngliche Energie proportional zur Intensität des emittierten

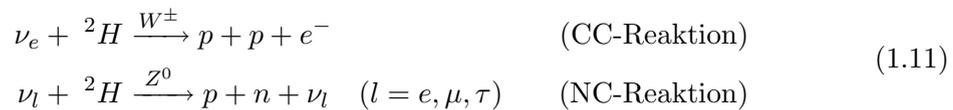
Cherenkov-Lichts ist. Weiterhin wird dadurch der Ort ihrer Entstehung im Detektormaterial ausgemacht und in Abhängigkeit von ihrer Wechselwirkung zugleich ihre Herkunftsrichtung bestimmt. Durch die unterschiedliche Schärfe des detektierten Cherenkov-Lichtkegels kann den Neutrinoereignissen unter anderem der entsprechende Flavour zugeordnet werden, weshalb diese Experimente anders als vorhergehende auf mehrere Neutrinoarten sensitiv sind. So bildet das Elektron beispielsweise aufgrund seiner geringeren Masse unschärfere Cherenkov-Ringe als das Myon oder Tau-Lepton auf den Photomultiplier ab. Aufgrund der hohen Schwellenenergie werden diese Experimente hauptsächlich zur Vermessung von solaren, atmosphärischen und Supernovae-Neutrinos durchgeführt.

Super-Kamiokande verwendet als Detektormaterial 50000 Tonnen hochreines Wasser, das mit 11200 Photomultiplier auf Cherenkov-Licht überwacht wird, wobei die elastische Streuung von Neutrinos an Elektronen die erzeugende Wechselwirkung für die Leptonen darstellt:



Super-Kamiokande konnte mit dieser Nachweisreaktion 1998 erstmals ein von der Flugstrecke abhängiges Verschwinden von atmosphärischen Myonneutrinos nachweisen [Fuk98a]. Die experimentell gemessene Rate war geringer als die theoretisch berechnete, wenn die atmosphärischen Myonneutrinos zwischen Entstehungs- und Detektionsort die Erde durchquert haben. Somit stellte sich auch hier ein Defizit heraus, zusätzlich zu dem bereits bekannten durch solare Elektronneutrinos.

Bei SNO wurden 1000 Tonnen schweres Wasser (D_2O) von 9600 Photomultiplier auf Neutrinoereignisse überwacht. Neben der elastischen Streuung von Neutrinos an Elektronen sind besonders die Wechselwirkungen der Neutrinos mit den Deuteriumkernen des schweren Wassers von Bedeutung:



Das durch die NC-Reaktion entstehende Neutron wird durch die mittels Neutroneneinfang an einem Kern verursachte Aussendung eines Photons mit bekannter Energie nachgewiesen. Die ES-Reaktionen liefern die Herkunftsrichtung der Neutrinos. Über die CC-Reaktionen wird die Rate der Elektronneutrinos und über die NC-Reaktionen die Rate aller Neutrinoarten bestimmt. Im Gegensatz zu vorhergehenden Experimenten, die nicht auf alle Neutrino Flavours sensitiv waren, konnte SNO mit diesen Nachweisreaktionen 2001 erstmals das solare Neutrino Problem lösen [Ahm01]: Die experimentell bestimmte Rate aller Neutrinoarten entspricht der theoretisch berechneten Rate der solaren Elektronneutrinos aus dem Standard-Sonnenmodell. Da in der Sonne allerdings nur Elektronneutrinos entstehen, konnte SNO eindeutig die von der Flugstrecke abhängigen Flavour-Umwandlungen – die sog. Neutrinooszillationen – der solaren Elektronneutrinos in Myon- und Tauneutrinos zeigen.

1.4 Messung der Neutrinomasse

1.4.1 Neutrinooszillationen

Das ursprüngliche Konzept der Neutrinooszillationen stammt aus dem Jahre 1957 von Pontecorvo [Pon59]. Demnach sind Neutrinooszillationen ein quantenmechanisches Interferenzphänomen, das die sich zeitlich periodisch ändernde Wahrscheinlichkeit beschreibt,

einen bestimmten Neutrino-Flavour vorzufinden. Voraussetzungen für die Umwandlung eines Neutrino-Flavours in einen anderen sind einerseits die Verschiedenheit der schwachen Eigenzustände der Neutrinos ($|\nu_\alpha\rangle$ mit $\alpha = e, \mu, \tau$) bezüglich ihrer Masseneigenzuständen ($|\nu_i\rangle$ mit $i = 1, 2, 3$) und andererseits die Existenz massiver Neutrinos.

Die schwachen Eigenzustände der Neutrinos ergeben sich durch Superposition ihrer Masseneigenzustände:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (1.12)$$

Diese sog. Neutrinomischung wird durch die Matrixelemente $U_{\alpha i}$ der unitären 3x3 MNS³-Matrix beschrieben. Sie hängt von den drei Mischungswinkeln θ_{12} , θ_{23} und θ_{13} ab, sowie von der CP-verletzenden Phase δ als auch von den Majorana-Phasen α_1 und α_2 :

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} e^{i\delta} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Neutrinooszillationen entstehen bei der zeitlichen Propagation der Masseneigenzustände des Neutrinos zwischen seinem Entstehungs- und Detektionsort. Dort ist jeweils sein schwacher Eigenzustand bekannt. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein solches Neutrino mit einer Energie E [GeV] und einem Flavour α auf der Flugstrecke L [km] zwischen Quelle und Detektor in einen Flavour β umwandelt, ist unter anderem abhängig von dem Quadrat der Massendifferenzen $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ [eV²/c⁴]:

$$P(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin^2(1,27 \Delta m_{ij}^2 L/E) + 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin(2,54 \Delta m_{ij}^2 L/E) \quad (1.14)$$

Für ein System mit nur zwei Zuständen ($|\nu_\alpha\rangle$ mit $\alpha = e, \mu$ und $|\nu_i\rangle$ mit $i = 1, 2$) vereinfacht sich diese zu

$$P(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle) = \sin^2 2\theta_{12} \sin^2(1,27 \Delta m_{21}^2 L/E) \quad (\alpha \neq \beta) \quad (1.15)$$

und ist somit abhängig von dem Mischungswinkel θ_{12} und dem Quadrat der Massendifferenz Δm_{21}^2 .

Experimente zur Messung der Oszillationsparameter verwenden eine in ihrer Eigenschaften bekannte Neutrinoquelle und bestimmen am Ort des Detektors in der Entfernung L zur Quelle den Fluss eines oder mehrerer Neutrino-Flavours. Zur Untersuchung der verschiedenen Neutrinomischungen werden unterschiedliche Neutrinoquellen benutzt. So wird je nach Experiment ein Verschwinden (Disappearance) oder ein Auftauchen (Appearance) der jeweiligen Neutrino-Flavours untersucht. Bisherige Ergebnisse sind in Tabelle 1.1 dargestellt, wobei die Phasen δ , α_1 und α_2 der MNS-Matrix bisher nicht bekannt sind und eine der drei quadratischen Massendifferenzen von den anderen beiden abhängig ist:

$$\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2 \quad (1.16)$$

Dabei kann die Massenverteilung normal ($\Delta m_{31}^2 > 0 \leftrightarrow m_1 < m_2 < m_3$) oder invertiert ($\Delta m_{31}^2 < 0 \leftrightarrow m_3 < m_1 < m_2$) sein.

³Maki-Nakagawa-Sakata

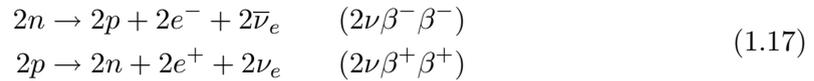
Tabelle 1.1: Experimentelle Ergebnisse der Oszillationsparameter – Experimente zur Bestimmung der Oszillationsparameter untersuchen die abstands- und energieabhängigen Appearance- und Disappearance-Effekte von Neutrinos. Die Ergebnisse sind aus [PDG08].

Experiment	Neutrinoquelle	kombiniertes Ergebnis [PDG08]
KamLAND	Reaktorneutrinos	$\sin^2(2\theta_{12}) = 0,87 \pm 0,03$
Borexino	solare Neutrinos	$\Delta m_{21}^2 = (7,59_{-0,21}^{+0,19}) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2/\text{c}^4$
Super-Kamiokande-I	solare Neutrinos	
Super-Kamiokande-I	atmosphärische Neutrinos	$\sin^2(2\theta_{23}) > 0,92$
MINOS	atmosphärische Neutrinos	$\Delta m_{32}^2 = (2,43 \pm 0,13) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2/\text{c}^4$
CHOOZ	Reaktorneutrinos	$\sin^2(2\theta_{13}) < 0,19$

1.4.2 Neutrinoloser doppelter Beta-Zerfall

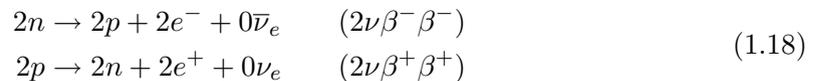
Wenn der einfache Beta-Zerfall energetisch verboten ist, kann der doppelte Beta-Zerfall als Prozess zweiter Ordnung auftreten. Dies ist bei gg-Kernen der Fall, deren Grundzustände energetisch niedriger liegen als der Grundzustand des benachbarten uu-Kerns bei gleicher Massenzahl A . Die Ursache hierfür ist die Aufspaltung der Massenparabel in je eine für gg- und uu-Kerne aufgrund des Paarungsterms in der Bethe-Weizsäcker-Formel, so dass gg-Kerne allgemein stärker gebunden sind als entsprechende uu-Kerne. Nuklide, die über den doppelten Beta-Zerfall in einen energetisch günstigeren Zustand übergehen, haben wegen seiner niedrigen Zerfallswahrscheinlichkeit entsprechend lange Halbwertszeiten ($T_{1/2} \sim 10^{20} \text{ a}$).

Beim neutrinobehafteten doppelten Beta-Zerfall ($2\nu\beta\beta$) werden im Mutterkern gleichzeitig zwei Nukleonen umgewandelt unter Emission von zwei Elektronen (Positronen) und zwei Elektronantineutrinos (Elektronneutrinos):



Die kinetische Gesamtenergie der geladenen Leptonen ist kontinuierlich zwischen den Energien $E_{min} = 2m_e c^2$ und $E_{max} = Q - 2m_e c^2 - 2m_\nu c^2$ mit der beim Zerfall freiwerdenden Energie Q verteilt (siehe Abbildung 1.1). Die Leptonzahl ist eine Erhaltungsgröße. Daher ist der neutrinobehaftete doppelte Beta-Zerfall im Standardmodell der Teilchenphysik erlaubt. Er wurde 1967 erstmals durch den Zerfall von ^{82}Se in ^{82}Kr beobachtet [KM69].

Beim bisher nicht eindeutig nachgewiesenen neutrinolosen doppelten Beta-Zerfall ($0\nu\beta\beta$) geschieht die Umwandlung von zwei Nukleonen im Mutterkern unter Aussendung von lediglich zwei Elektronen (Positronen). Dazu muss das durch den ersten einfachen Beta-Zerfall entstandene Neutrino als virtuelles Austauschteilchen wechselwirken, induziert den zweiten einfachen Beta-Zerfall und wird durch diesen absorbiert:



Die kinetische Gesamtenergie der geladenen Leptonen ist konstant und liegt beim Endpunkt E_{max} des neutrinobehafteten doppelten Beta-Zerfalls. Im Spektrum ergibt sich somit eine monoenergetische Linie (siehe Abbildung 1.1). Der experimentelle Nachweis des neutrinolosen doppelten Beta-Zerfalls würde Physik jenseits des Standardmodells bedeuten, denn seine Voraussetzungen sind die folgenden:

- Die Leptonzahl darf keine Erhaltungsgröße sein ($\Delta L = 2 \neq 0$).

- Das Neutrino muss ein Majorana-Teilchen sein, damit es als Austauscheteilchen zwischen den beiden einfachen Beta-Zerfällen wechselwirken kann.
- Da während der Austauschreaktion des Neutrinos seine Helizität umgekehrt werden muss, muss es entweder massebehaftet sein oder es koppelt an eine bisher unentdeckte rechtshändige Komponente der schwachen Wechselwirkung.

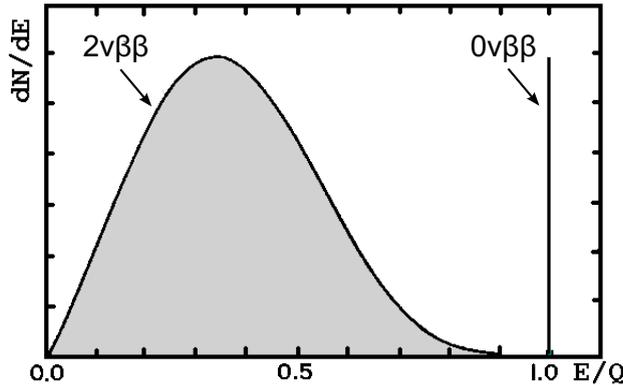


Abbildung 1.1: Energiespektrum des doppelten Beta-Zerfalls – Das Diagramm zeigt die Zählrate in beliebigen Einheiten in Abhängigkeit von der Gesamtenergie E der geladenen Leptonen nach dem Zerfallsprozess. Beim neutrino-behafteten doppelten Beta-Zerfall ($2\nu\beta\beta$) ist die Energie kontinuierlich bis zur Endpunktsenergie verteilt. Dagegen zeigt sich beim neutrino-losen doppelten Beta-Zerfall ($0\nu\beta\beta$) eine monoenergetische Linie. Quelle: [Taf04] (mod.)

Die benötigte Helizitätsumkehr des Neutrinos führt zu einer Unterdrückung des neutrino-losen doppelten Beta-Zerfalls gegenüber dem neutrino-behafteten. Aus der gemessenen Halbwertszeit $T_{1/2}^{0\nu}$ eines Nuklids, das über den neutrino-losen doppelten Beta-Zerfall in einen energetisch günstigeren Zustand übergeht, kann die effektive Majorana-Neutrinomasse $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ bestimmt werden. Diese ist allerdings abhängig vom Phasenraumfaktor $G^{0\nu}$, dem modellabhängigen Kernmatrixübergangselement $M^{0\nu}$ und den Matrixelementen U_{ei} der MNS-Matrix mit den bisher unbekanntenen Phasen δ , α_1 und α_2 , die eine CP-Verletzung und den Majorana-Charakter der Neutrinos berücksichtigen:

$$\frac{1}{T_{1/2}^{0\nu}} = G^{0\nu} \cdot |M^{0\nu}|^2 \cdot \langle m_{\beta\beta} \rangle^2 \quad \text{mit} \quad \langle m_{\beta\beta} \rangle^2 = \left| \sum_i U_{ei}^2 m_i \right|^2 \quad (1.19)$$

Das erste experimentelle Ergebnis für die effektive Majorana-Neutrinomasse liefert das Heidelberg-Moskau-Experiment [KKK06], in dem der doppelte Beta-Zerfall von ^{76}Ge in ^{76}Se auf Ereignisse ohne Aussendung von Neutrinos untersucht wurde:

$$T_{1/2}^{0\nu} = (2, 23_{-0,31}^{+0,44}) \cdot 10^{25} \text{ a} \quad \rightarrow \quad \langle m_{\beta\beta} \rangle = (0, 32 \pm 0, 03) \text{ eV}/c^2 \quad (68\% \text{ C.L.}) \quad (1.20)$$

Dieses Ergebnis wurde allerdings bisher allgemein nicht anerkannt aufgrund seiner geringen statistischen Signifikanz und der zur Analyse eingesetzten Methoden. Daher wird es weitere Experimente wie CUORE [Ped08], EXO [Aki05], GERDA [Sch05] und MAJORANA [Aal05] geben, die dieses Ergebnis untersuchen sollen. Die bisher beste Obergrenze auf die effektive Neutrinomasse wird mit hoch auflösenden Bolometern aus Tellurdioxid (TeO_2) erreicht unter Beobachtung des doppelten Beta-Zerfalls von ^{130}Te [Arn08]:

$$T_{1/2}^{0\nu} > 3, 0 \cdot 10^{24} \text{ a} \quad \rightarrow \quad \langle m_{\beta\beta} \rangle < (0, 19 - 0, 68) \text{ eV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}). \quad (1.21)$$

1.4.3 Kosmologische Methoden

Kosmologische Methoden zur Bestimmung der Neutrinomassen sind abhängig vom gewählten Modell des Universums und den dazu gehörenden modellbestimmenden Parametern. Im Allgemeinen werden Beobachtungen und Messungen des heutigen Universums

gut durch das Λ CDM-Modell beschrieben. Diese Methoden liefern durch Anpassung der Parameter an die experimentellen Daten u.a. den Anteil Ω_ν aller Neutrinos an der Gesamtenergiedichte Ω_{tot} des Universums. Da in der Kosmologie zwischen den verschiedenen Neutrino-Flavours nicht unterschieden wird, tragen sie alle gleich zum kosmischen Neutrino-Hintergrund und zur Strukturbildung bei, so dass sich daraus lediglich auf die Summe der Neutrinomassen schließen lässt. Für Neutrinos mit zwei Freiheitsgraden und einer Ruhemasse im Bereich von $5 \cdot 10^{-4}$ eV bis 1 MeV gilt im Λ CDM-Modell folgender Zusammenhang [PDG08]:

$$\sum_{\nu} m_{\nu} = 94 \Omega_{\nu} h^2 \text{ eV}/c^2 \quad (1.22)$$

Die Summe der Neutrinomassen lässt sich demnach durch Messung des Anteils aller Neutrinos Ω_ν und der dimensionslosen Hubble-Konstanten h bestimmen. Dafür gibt es mehrere verschiedene kosmologische Methoden, wobei deren modellabhängigen Messdaten untereinander kombiniert werden können, um die Sensitivität der Ergebnisse zu erhöhen.

Hubble-Gesetz

Hubble wies erstmals 1929 einen linearen Zusammenhang zwischen den Fluchtgeschwindigkeiten v und den Abständen d von benachbarten Galaxien bezüglich der Erde nach aufgrund der Ausdehnung der Raum-Zeit des Universums. Dazu vermaß er einerseits die rotverschobenen Spektrallinien aus den jeweiligen Galaxien und andererseits die scheinbare Helligkeit galaxiennaher Sterne, Cepheiden und Supernovae. Das nach ihm benannte *Hubble-Gesetz* mit der Hubble-Konstanten H_0 ist für jeden Beobachter im Universum für kleine Abstände d gültig und lautet:

$$v = H_0 \cdot d \quad \text{mit} \quad H_0 = h \cdot 100 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}} \quad (1.23)$$

Das Hubble-Weltraumteleskop kann die Fluchtgeschwindigkeit und den Abstand von Cepheiden vermessen. Es liefert für die dimensionslose Hubble-Konstante einen Wert von $h = 0,742 \pm 0,036$ [Rie09]. Daraus ergibt sich eine erste grobe Obergrenze für die Summe der Neutrinomassen in einem flachen Universum ($\Omega_\nu \leq \Omega_{tot} = 1$) im Λ CDM-Modell gemäß Gleichung (1.22) zu

$$\sum_{\nu} m_{\nu} \leq 51,75 \text{ eV}/c^2. \quad (1.24)$$

Kosmische Hintergrundstrahlung

Durch den Satelliten WMAP [Lim03] wurden die Anisotropien der kosmischen Hintergrundstrahlung erstmals in der Größenordnung weniger μK präzise vermessen. Die Hintergrundstrahlung entstand im frühen Universum, etwa 380000 Jahre nach dem Urknall, durch die Entkopplung der Photonen, die durch die Rekombination von Elektronen und Protonen zu atomarem Wasserstoff verursacht wurde. Erst dadurch wurde das Universum für elektromagnetische Strahlung durchsichtig. Die Anisotropien werden durch Fluktuationen in der Energiedichte aufgrund akustischer Oszillationen erklärt und erlauben Rückschlüsse auf die Strukturbildung zum Zeitpunkt der Rekombination. Zur Untersuchung der räumlichen Temperaturanisotropien wird über eine Multipolentwicklung ihr Leistungsspektrum mit den Koeffizienten C_l in Abhängigkeit der Multipole l gebildet. Die Positionen und Amplituden der lokalen Maxima und Minima im Leistungsspektrum sind sensitiv auf kosmologische Parameter, die die akustischen Oszillationen und somit die Dichtefluktuationen im frühen Universum beeinflusst haben. Zu diesen Parametern gehört im Λ CDM-Modell unter anderem die dimensionslose Hubble-Konstante h und der Anteil der Neutrinos Ω_ν an der Gesamtenergiedichte Ω_{tot} des Universums. Dieser Anteil ist experimentell über die Messung der verschiedenen Anteile an der gesamten Energiedichte der

Materie zugänglich. Die WMAP-Daten [Kom10] liefern für die Hubble-Konstante einen Wert von $h = 71,0 \pm 2,5$ und eine Obergrenze für die Summe der Neutrinomassen von

$$\sum_{\nu} m_{\nu} < 1,3 \text{ eV}/c^2 \quad (95\% \text{ C.L.}). \quad (1.25)$$

Strukturbildung

Strukturen im frühen Universum entstanden durch gravitative Kontraktion von Materie in überdichten Regionen. Dabei wird die Strukturbildung auf kleinen Skalen durch primordiale relativistische Neutrinos als heiße dunkle Materie beeinflusst, die mit Materie nur schwach wechselwirken können. Dies führt zu einer typischen Verwaschung von Massenansammlungen auf kleinen Skalen. Diese Verwaschung ist sensitiv auf die Summe der Neutrinomassen. Zur Untersuchung der Strukturbildung wird das Leistungsspektrum $P(k)$ der Dichtefluktuationen in Abhängigkeit von der Größe der Struktur bzw. ihrer Wellenzahl k betrachtet, das experimentell über die Verteilung der Galaxien in Abhängigkeit von der Himmelsrichtung und der Rotverschiebung zugänglich ist. So erstellen die Teleskope SDSS [Yor00] und 2dFGRS [Col01] eine Kartierung der heutigen Struktur des nahen Universums über eine systematische Durchmusterung des Himmels und der Katalogisierung der Galaxien. Bisherige Entdeckungen und Messungen können den theoretischen Verlauf des Leistungsspektrums gut belegen, der durch das Λ CDM-Modell vorhergesagt wird. Da heiße dunkle Materie der Strukturbildung entgegen wirkt, muss außerdem aufgrund der heutigen filamentartigen Strukturverteilung im Universum der Anteil an kalter dunkler Materie gegenüber der heißen deutlich dominieren. Aus der Kombination der aktuellen Daten von WMAP, SDSS und 2dFGRS [Kom10] lässt sich schließlich eine Obergrenze für die Summe der Neutrinomassen bestimmen zu

$$\sum_{\nu} m_{\nu} < 0,58 \text{ eV}/c^2 \quad (95\% \text{ C.L.}). \quad (1.26)$$

Supernova SN1987A

Die Supernova SN1987A vom 23.02.1987 wurde als Supernova vom Typ II identifiziert. Ihr Stern war ein blauer Überriese mit einer Masse von $\sim 20 M_{\odot}$. Durch Kenntnis der Flugzeit T von Neutrinos aus der Supernovae SN1987A zum Detektor auf der Erde im messbaren Abstand L kann die Neutrinomasse rechnerisch bestimmt werden ($m_{\nu}c^2 \ll E_{\nu}$):

$$T \approx \frac{L}{c} \cdot \left(1 + \frac{m_{\nu}^2 c^4}{2E_{\nu}^2} \right) \quad (1.27)$$

Da die Flugzeit T nicht direkt messbar ist, werden am Detektor sowohl die Energien E_1 und E_2 ($E_1 > E_2$) von zwei Neutrinos gemessen, die den kollabierenden Kern in der Zeitdifferenz Δt_0 verlassen haben, als auch der zeitliche Abstand Δt ihrer Detektion. Der Zeitunterschied Δt_0 ist eine modellabhängige Größe und beschreibt die Dauer des Neutrinopulses während der Supernova vom Typ II (siehe Kapitel 1.2.2):

$$\Delta t = \Delta t_0 + \frac{Lm_{\nu}^2}{2c} \cdot \left(\frac{1}{E_2^2} - \frac{1}{E_1^2} \right) \quad (1.28)$$

Durch die Supernova SN1987A wurden in den Wasser-Cherenkov-Detektoren Kamiokande [Hir88] und IMB [Bio87] 19 Neutrinoereignisse innerhalb von 13 Sekunden registriert. Aus der Analyse ihrer Flugzeit [LL02] ergibt sich eine Obergrenze der Masse des Elektronneutrinos von

$$m_{\nu_e} < 5,7 \text{ eV}/c^2 \quad (95\% \text{ C.L.}). \quad (1.29)$$

1.4.4 Kinematische Methoden

Kinematische Methoden zur Bestimmung der Neutrinomasse nutzen die relativistische Energie- und Impulserhaltung

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (1.30)$$

eines Teilchens mit seiner Ruhemasse m_0 . Sie sind daher im Gegensatz zu den kosmologischen Methoden modellunabhängig.

Masse des Myon- und Tauneutrinos

Der π^+ -Zerfall ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$) in Ruhe liefert gemäß (1.30) die Masse des Myonneutrinos über die Vermessung der Pion- und Myon-Masse als auch des Myon-Impulses:

$$m_{\nu_\mu}^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi \sqrt{m_\mu^2 + |\vec{p}_\mu|^2} \quad \text{mit} \quad m_{\nu_\mu}^2 = \sum_{i=1}^3 |U_{\mu i}|^2 m_i^2 \quad (1.31)$$

Diese Größen sind sehr gut bis auf Fehler von wenigen ppm bekannt [JGL94] [PDG08] [Ass94]:

$$\begin{aligned} m_\pi &= (139,56995 \pm 0,00035) \text{ MeV}/c^2 \\ m_\mu &= (105,6583668 \pm 0,0000038) \text{ MeV}/c^2 \\ |\vec{p}_\mu| &= (29,79200 \pm 0,00011) \text{ MeV}/c \end{aligned} \quad (1.32)$$

Daraus ergibt sich folgende Obergrenze für die Masse des Myonneutrinos [Ass94]:

$$m_{\nu_\mu} < 0,17 \text{ MeV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (1.33)$$

Der τ^- -Zerfall im Fluge liefert die Masse des Tauneutrinos durch Messung der Gesamtenergie der fünf entstehenden geladenen Pionen. Die fehlende Energie dieses Zerfalls wird der Ruheenergie des Tauneutrinos zugeschrieben. Das ALEPH-Experiment untersuchte dazu die Zerfälle

$$\tau^- \rightarrow \nu_\tau + 2\pi^- + \pi^+ \quad \text{und} \quad \tau^- \rightarrow \nu_\tau + 3\pi^- + 2\pi^+ (+ \pi^0) \quad (1.34)$$

und liefert folgende Obergrenze für die Masse des Tauneutrinos [Bar98]:

$$m_{\nu_\tau} < 18,2 \text{ MeV}/c^2 \quad (95\% \text{ C.L.}) \quad (1.35)$$

Masse des Elektroneneutrinos

Die Masse des Elektronantineutrinos kann durch die präzise experimentelle Vermessung des kontinuierlichen Spektrums der β -Elektronen aus dem β^- -Zerfall in der Nähe der kinetischen Endpunktsenergie E_0 bestimmt werden. Durch die Umwandlung eines ruhenden Mutterkerns $B(A, Z)^4$ in den Tochterkern $C(A, Z + 1)$ werden ein β -Elektron und ein Elektronantineutrino emittiert. Dabei wird ein im Mutterkern gebundenes Neutron in ein Proton umgewandelt.

$$\begin{aligned} B(A, Z) &\rightarrow C(A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e \\ n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \end{aligned} \quad (1.36)$$

Für den β^- -Zerfall ist ein Neutronenüberschuss im Mutterkern notwendig. Er stellt eine CC-Reaktion und ein Drei-Körper-Zerfall dar. Er findet statt, wenn der Ausgangszustand zu einem energetisch günstigeren Endzustand führt. Somit muss die Energiedifferenz $Q = m_B c^2 - m_C c^2$ zwischen den Bindungsenergien von Mutter- und Tochterkern

⁴mit A Nukleonen (Massenzahl), Z Protonen (Kernladungszahl) und $(A - Z)$ Neutronen

größer als die Ruheenergien der beiden entstehenden Leptonen sein. Die beim Zerfall freiwerdende Energie Q verteilt sich unter Vernachlässigung der Rückstoßenergie des Tochterkerns ($m_C \gg m_e, m_{\bar{\nu}_e}$) auf die Leptonen. Demnach ist die kinetische Energie E der β -Elektronen mit der Ruhemasse m_e kontinuierlich bis zu einer maximalen Energie von $E_{max} = E_0 - m_{\bar{\nu}_e} c^2$ mit $E_0 = Q - m_e c^2$ verteilt. Ihr differentielles Spektrum lässt sich über Fermis Goldene Regel unter Beachtung der relativistischen Energie- und Impulserhaltung (1.30) zu

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = \frac{G_F^2 \cdot \cos^2 \Theta_C \cdot |M|^2}{2\pi^3 c^5 \hbar^7} \cdot F(Z+1, E) \cdot p \cdot (E + m_e c^2) \cdot (E_0 - E) \cdot \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\bar{\nu}_e}^2 c^4} \cdot \Theta(E_0 - E - m_{\bar{\nu}_e} c^2) \quad (1.37)$$

bestimmen mit dem Impuls p der β -Elektronen. Die quadratische Masse des Elektronantineutrinos lässt sich unter Berücksichtigung der Neutrinooszillationen nach (1.12) als nichtkohärente gewichtete Summe über die Quadrate der Masseneigenzustände zu

$$m_{\bar{\nu}_e}^2 = \sum_{i=1}^3 |U_{ei}|^2 m_i^2 \quad (1.38)$$

darstellen. Dieser Effekt führt zu einer Feinstruktur im Spektrum, die allerdings in den Messungen aufgrund der kleinen Massendifferenzen Δm_{ij}^2 (siehe Tabelle 1.1) auf absehbare Zeit nicht aufgelöst werden kann. Deshalb ist das Massenquadrat (1.38) die Observable der Messung. Das differentielle Spektrum ist nicht von der CP-verletzenden Phase δ und den Majorana-Phasen α_1 und α_2 abhängig. Demnach spielt es keine Rolle, ob das Elektronantineutrino ein Dirac- oder Majorana-Teilchen ist. Die Fermi-Funktion $F(Z+1, E)$ berücksichtigt die Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem Tochterkern und dem β -Elektron. Die Fermi-Kopplungskonstante G_F , der Cabibbo-Winkel Θ_C und das Kernmatrixelement M beschreiben den β^- -Zerfall als eine Kernumwandlung der schwachen Wechselwirkung. Die Heaviside-Funktion Θ stellt die Energieerhaltung sicher.

Das differentielle Spektrum der β -Elektronen ist sensitiv auf die Ruhemasse $m_{\bar{\nu}_e}$ des Elektronantineutrinos in der Nähe der kinetischen Endpunktsenergie E_0 , weshalb es dort experimentell präzise vermessen werden muss. Da die Ereignisrate der β -Elektronen in diesem Energiebereich proportional zum Faktor $1/E_0^3$ ist, werden für die Vermessung radioaktive β -Strahler mit niedriger Endpunktsenergie eingesetzt.

Rhenium als Beta-Strahler

Das Isotop ^{187}Re hat mit $E_0 = 2,47$ keV die niedrigste Endpunktsenergie aller bekannter β -Strahler:



So fällt ein Anteil von $6 \cdot 10^{-11}$ der gesamten Ereignisrate der β -Elektronen in den Bereich von 1 eV unterhalb des Endpunkts (siehe Abbildung 1.2). Ein großer Nachteil von ^{187}Re als β -Strahler ist jedoch seine lange Halbwertszeit von $T_{1/2} = 4,32 \cdot 10^{10}$ a, so dass große Mengen an Rhenium benötigt werden für eine ausreichende Aktivität. So werden 13000 kg an ^{187}Re gebraucht, um auf die letzten 20 meV unterhalb des Endpunkts sensitiv zu sein mit einer Rate von einem Ereignis pro Tag [Rob10].

Im Milano-Experiment [Sis04] wurde das β -Spektrum von ^{187}Re ein Jahr lang mit zehn Mikrokalorimetern aus AgReO_4 gemessen. Sie besaßen eine Energieauflösung von $\Delta E = 28$ eV und eine Masse von jeweils 250–300 μg , denn bei Mikrokalorimetern mit einer größeren Masse (\sim mg) kommt es schon zu den ersten störenden Pile-Up Effekten aufgrund ihrer höheren Aktivität. Der Beta-Strahler ^{187}Re wurde bei niedrigen Temperaturen zugleich als radioaktive Quelle und als Detektor eingesetzt, so dass mittels der kalorimetrischen

Messung die freiwerdende Energie aller Zerfälle über einen entsprechenden Temperaturanstieg experimentell bestimmt wurde. Dies geschah mittels Thermistoren. Das Milano-Experiment beobachtete $\sim 6,2 \cdot 10^6$ Zerfälle von ^{187}Re und liefert eine Obergrenze für die Masse des Elektronantineutrinos zu [Sis04]

$$m_{\bar{\nu}_e} < 15 \text{ eV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}). \quad (1.40)$$

Zukünftig soll diese Obergrenze durch das MARE-Experiment verbessert werden [And07]. Es wird dazu in der ersten experimentellen Phase etwa 300 Kristalle aus Rhenium als Bolometer einsetzen mit einer Energieauflösung von $\Delta E = 10 \text{ eV}$ und die durch die β -Zerfälle entstehenden thermischen Signale mit supraleitenden Sensoren messen. MARE-I wird somit eine Sensitivität von $m_{\bar{\nu}_e} = 2 - 3 \text{ eV}/c^2$ erreichen. In der zweiten Phase sollen dann bis zu 50000 Kristalle eingesetzt werden mit einer Energieauflösung von $\Delta E = 2,5 \text{ eV}$, die mit SQUID-Sensoren auf thermische Signale überwacht werden, wodurch eine Sensitivität von $m_{\bar{\nu}_e} = 0,2 \text{ eV}/c^2$ erreicht wird [Gat06].

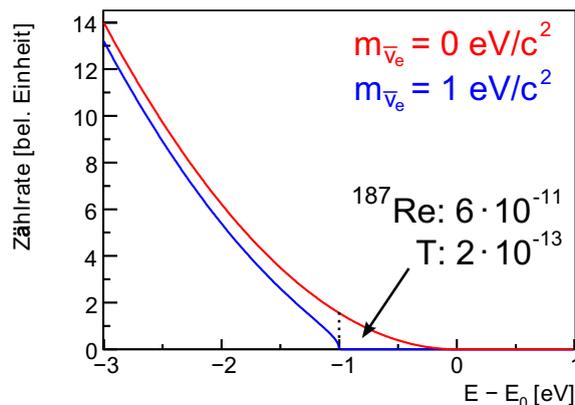


Abbildung 1.2: Energiespektrum nahe der Endpunktsenergie – Es ist der Einfluss der Neutrinomasse auf den Verlauf des differentiellen β -Spektrums nahe der Endpunktsenergie E_0 für $m_{\bar{\nu}_e} = 0 \text{ eV}/c^2$ (rot) und $m_{\bar{\nu}_e} = 1 \text{ eV}/c^2$ (blau) dargestellt. Zudem ist der Anteil an β -Elektronen an der gesamten Ereignisrate der β -Zerfälle von ^{187}Re und T im Bereich von 1 eV unterhalb des Endpunkts angegeben. Quelle: [Höt09] (mod.)

Tritium als Beta-Strahler

Das bisher genaueste modellunabhängige Ergebnis für die Masse des Elektronantineutrinos stammt aus der Vermessung des β -Spektrums des Tritiumzerfalls:



Die physikalischen und chemischen Eigenschaften von Tritium sind denen des Wasserstoffs sehr ähnlich. Tritium hat mit $E_0 = 18,6 \text{ keV}$ die zweitniedrigste Endpunktsenergie aller bekannter β -Strahler, so dass ein hoher Anteil von $2 \cdot 10^{-13}$ der gesamten Ereignisrate der β -Elektronen in den Bereich von 1 eV unterhalb des Endpunkts fällt (siehe Abbildung 1.2). Außerdem hat es mit $T_{1/2} = 12,32 \text{ a}$ eine relativ kurze Halbwertszeit, so dass eine kleine Menge an Tritium für eine akzeptable Quellaktivität genügt. Daher werden beispielsweise nur 20 mg Tritium benötigt, damit ein Ereignis pro Tag in den Bereich von 20 meV unterhalb der Endpunktsenergie fällt [Rob10].

Nach der gängigen Methode werden die isotrop emittierten β -Elektronen aus der Tritiumquelle magnetisch adiabatisch zu einem elektrostatischen Retardierungsspektrometer mit magnetisch adiabatischer Kollimation (MAC-E-Filter) geführt. Auf dem Weg dahin müssen sämtliche Effekte, die zu einer Änderung der Energie der β -Elektronen führen könnten,

berücksichtigt werden, damit das β -Spektrum korrekt vermessen wird. Solche Effekte werden durch den Einsatz von Tritium als Quellmaterial minimiert, weswegen Tritium für die Bestimmung der Neutrinomasse unter anderem folgende Vorteile mit sich bringt [Ang05]:

- Das Tritium-Atom und das entstehende Helium-Ion ${}^3\text{He}^+$ besitzen eine einfache Elektronenkonfiguration mit nur einem Hüllenelektron und kleine Kernladungszahlen von $Z = 1$ und $Z = 2$. Damit ist die Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem Kern des Helium-Ions und dem emittierten β -Elektron über die Fermi-Funktion $F(Z = 2, E)$ zuverlässig zu bestimmen.
- Der Effekt der inelastischen Streuung der β -Elektronen mit dem Quellmaterial ist aufgrund der kleinen Kernladungszahl von Tritium mit $Z = 1$ und dem daraus resultierenden schwachen Coulombfeld sehr gering.
- Der Tritiumzerfall ist quantenmechanisch übererlaubt, d.h. die Kerne des Tritium-Atoms und des Helium-Ions sind Spiegelkerne mit derselben Schalenkonfiguration. Deshalb kommt es durch das Kernmatrixelement M zu keinen weiteren Korrekturen und es ist energieunabhängig mit $|M|^2 = 5, 55$.

Trotzdem müssen einige Korrekturen im differentiellen Spektrum gemäß (1.37) berücksichtigt werden. Dazu gehören Strahlungskorrekturen höherer Ordnungen durch virtuelle oder reelle Photonen während des Tritiumzerfalls, Anregungszustände und Tritiumreinheit des Quellmaterials, Dopplerverbreiterung, Synchrotronstrahlung der β -Elektronen auf ihrem Weg zum Spektrometer, Formierung von Clustern oder elektrostatischer Potentiale. Vor allem die Endzustandsverteilungen der durch den Tritiumzerfall entstehenden Molekülionen müssen als weitere Korrektur berücksichtigt werden, da in der Regel statt atomarem Tritium molekulares verwendet wird:



Die Experimente in Mainz [Kra04] und Troitsk [Lob99] liefern die bisher besten Obergrenzen für die Neutrinomasse unter Verwendung einer molekularen Tritiumquelle zur Erzeugung der β -Elektronen und eines MAC-E-Filters zur Bestimmung ihres differentiellen Spektrums. Beide Experimente erreichten bereits ihr Sensitivitätslimit, weshalb sie abgeschlossen sind.

So verwendete das Mainz-Experiment eine quench-kondensierte Tritiumquelle und ein Spektrometer mit einem Durchmesser von einem Meter. Es liefert ein Ergebnis von [Kra04]

$$\begin{aligned} m_{\bar{\nu}_e}^2 &= (-0,6 \pm 2,2_{stat} \pm 2,1_{syst}) \text{ eV}^2/\text{c}^4 \\ m_{\bar{\nu}_e} &< 2,3 \text{ eV}/\text{c}^2 \quad (95\% \text{ C.L.}). \end{aligned} \quad (1.43)$$

Das Troitsk-Experimente benutzte eine fensterlose Tritiumquelle und ein Spektrometer mit 1,2 m Durchmesser mit einem Ergebnis von [Lob99]

$$\begin{aligned} m_{\bar{\nu}_e}^2 &= (-2,3 \pm 2,5_{stat} \pm 2,0_{syst}) \text{ eV}^2/\text{c}^4 \\ m_{\bar{\nu}_e} &< 2,05 \text{ eV}/\text{c}^2 \quad (95\% \text{ C.L.}). \end{aligned} \quad (1.44)$$

Aus beiden Experimenten folgt ein kombiniertes Ergebnis von [PDG08]

$$m_{\bar{\nu}_e} < 2,0 \text{ eV}/\text{c}^2 \quad (95\% \text{ C.L.}). \quad (1.45)$$

Das KATRIN-Experiment wird diese Sensitivität mit $m_{\bar{\nu}_e} < 0,2 \text{ eV}/\text{c}^2$ (90% C.L.) um eine weitere Größenordnung verbessern [Ang05]. Dazu wird es eine fensterlose molekulare Tritiumquelle und ein Spektrometer mit einem Durchmesser von 10 Metern innerhalb einer effektiven Messzeit von drei Jahren verwenden (siehe Kapitel 2).

1.4.5 Bedeutung der Neutrinomasse

Massenhierarchie

Die gemessenen quadratischen Massendifferenzen aus den Experimenten zu Neutrinooszillationen erlauben keine Aussage über die absoluten Neutrinomassen oder über ihre Hierarchie. Generell sind drei Szenarien denkbar. Bei einer quasi-entarteten Massenverteilung ($\Delta m^2 \ll m_i^2$) wären alle Neutrinomassen in derselben Größenordnung ($m_1 \approx m_2 \approx m_3$), wobei für diesen Fall die Masseneigenzustände mit $m_i \gtrsim 0,2 \text{ eV}/c^2$ relativ groß sein müssten. Dagegen lägen bei einer hierarchischen Massenverteilung ($\Delta m^2 \approx m_i^2$) die Neutrinomassen in verschiedenen Größenordnungen, wobei hierfür einer der drei Masseneigenzustände sehr klein sein müsste oder sogar ganz verschwinden könnte (siehe Abbildung 1.3). Da außerdem die quadratische Massendifferenz Δm_{31}^2 bisher noch nicht gemessen wurde, kann es aufgrund der fehlenden Kenntnis der Rangfolge der Masseneigenzustände zu einer normalen ($\Delta m_{31}^2 > 0$) oder zu einer invertierten ($\Delta m_{31}^2 < 0$) hierarchischen Massenverteilung kommen. Das KATRIN-Experiment kann aufgrund seiner Sensitivität von $m_{\bar{\nu}_e} < 0,2 \text{ eV}/c^2$ (90% C.L.) entweder das Modell der quasi-entarteten oder der hierarchischen Massenverteilung belegen. Ferner ist es möglich bei Kenntnis der Masse eines Neutrino flavours mit Hilfe der MNS-Matrix auf die Masse der beiden anderen Flavours zu schließen. Durch das KATRIN-Experiment können somit bei einem positiven Massensignal mit der Masse des Elektronneutrinos die Massen des Myon- und Tauneutrinos rekonstruiert werden.

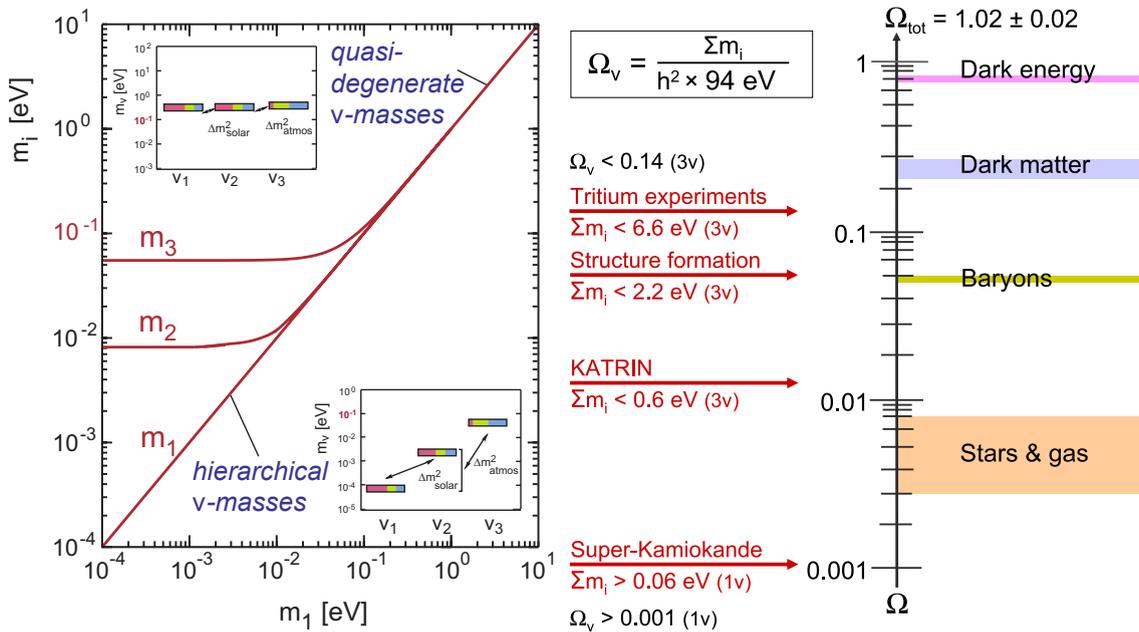


Abbildung 1.3: Links: Massenhierarchie der Neutrinos – Das Diagramm zeigt den Verlauf der Masseneigenzustände in Abhängigkeit des leichtesten Eigenzustands m_1 bei einer normalen Massenverteilung mit $m_1 < m_2 < m_3$. Der quasi-entartete Fall liegt bei $m_1 \gtrsim 0,2 \text{ eV}/c^2$ vor, so dass die Massendifferenzen für die Massenverteilung keine Rolle spielen. Stattdessen kommt es für kleine Werte von m_1 zu einer hierarchischen Verteilung der Eigenzustände, deren Verteilung aufgrund des bisher noch nicht gemessenen Quadrats der Massendifferenz Δm_{31}^2 unbekannt ist. Quelle: [Ang05] **Rechts: Beiträge zur Gesamtenergiedichte des Universums** – Das Diagramm zeigt die experimentell bestimmten Ober- und Untergrenzen des Anteils Ω_ν an der Gesamtenergiedichte Ω_{tot} des Universums. Das KATRIN-Experiment ist bis zu einer Grenze von $\Omega_\nu \gtrsim 0,01$ sensitiv. Zusätzlich sind die Beiträge der Dunklen Energie, der Dunklen Materie, der Baryonen und der Sterne bezüglich Ω_{tot} eingezeichnet. Quelle: [Eic09] (mod.)

Ursprung der Neutrinomassen

Im Standardmodell der Teilchenphysik sind Neutrinos als masselose linkshändige Elementarteilchen fest etabliert. Neutrinooszillationen zeigen allerdings, dass Neutrinos massebehaftet sind. Somit könnten auch rechtshändige Neutrinos existieren. Dies führt unabhängig zur Physik jenseits des Standardmodells. Ein direkter modellunabhängiger experimenteller Nachweis der Neutrinomasse ist für die Teilchenphysik von enormer Bedeutung. Im Standardmodell der Teilchenphysik werden die Massen der Elementarteilchen durch die Yukawa-Kopplung an das Higgs-Feld theoretisch beschrieben. Jedoch können Neutrinomassen durch den Higgs-Mechanismus nicht vorher gesagt werden, da hierfür eine um mehrere Größenordnungen schwächere Kopplung nötig wäre im Vergleich zu den übrigen Elementarteilchen, was sich in den deutlich geringeren Massen der Neutrinos zeigt. Die daraus resultierende Yukawa-Kopplung ist unnatürlich klein. Viele Theoretiker beschreiben den Ursprung der Neutrinomassen daher durch den sog. See-Saw-Mechanismus. Gemäß dem einfachen See-Saw-Mechanismus des Typs I werden die Massen der linkshändigen leichten Neutrinos durch ein jeweils rechtshändiges schweres Neutrino mit Majorana-Charakter beschrieben. Diese sind steril und damit experimentell nicht beobachtbar, da sie nicht an die Austauschbosonen der schwachen Wechselwirkung koppeln. Durch den See-Saw-Mechanismus vom Typ II werden die Massen der linkshändigen Neutrinos durch die direkte Kopplung an ein Higgs-Triplet beschrieben, wobei hierfür eine quasi-entartete Verteilung der Neutrinomassen bevorzugt wird.

Kosmologie

Der Anteil Ω_ν der Neutrinos an der Gesamtenergiedichte des Universums ist von der Summe der Neutrinomassen gemäß (1.22) abhängig. Primordiale Neutrinos tragen als heiße dunkle Materie zur Strukturbildung bei und bilden im heutigen Universum einen bisher nicht messbaren Neutrinohintergrund. Eine modellunabhängige experimentelle Bestimmung der Neutrinomassen würde den Parameter Ω_ν des Λ CDM-Modells festlegen, so dass dieser für die Anpassungsrechnungen anderer Parameter als bekannte Größe eingeht. Dadurch kann die Genauigkeit ihrer modellabhängigen Bestimmung verbessert werden. Eine untere Grenze für Ω_ν kann aus den Messungen atmosphärischer Neutrinooszillationen und dem damit verbundenen minimalen Wert der Summe der Neutrinomassen zu $\Omega_\nu > 0,001$ bestimmt werden, wohingegen das KATRIN-Experiment bis zu einer Grenze von $\Omega_\nu > 0,01$ sensitiv ist (siehe Abb. 1.3).

2. Das KATRIN-Experiment

2.1 Experimenteller Überblick

Das Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment wird die Masse des Elektronantineutrinos aus dem Energiespektrum der β -Elektronen aus dem Tritiumzerfall nahe der kinematischen Endpunktsenergie von $E_0 = 18,6$ keV mit einer Sensitivität von $m_{\bar{\nu}_e} < 0,2$ eV/ c^2 (90% C.L.) direkt und modellunabhängig messen. Bei einem positiven Nachweis ist das Entdeckungspotential abhängig von der tatsächlichen Masse des Elektronantineutrinos, so dass es beispielsweise 5σ für $m_{\bar{\nu}_e} = 0,3$ eV/ c^2 beträgt. Das KATRIN-Experiment wird am KIT¹ Campus Nord in unmittelbarer Nähe des TLK² durchgeführt, da dieses über eine ausreichende Menge von 40 g molekularem Tritiumgas verfügt und die dafür benötigte Infrastruktur mit sich bringt.

Der gesamte Aufbau ist etwa 70 Meter lang (siehe Abbildung 2.1). In der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle (WGTS) wird molekulares Tritiumgas kontrolliert injiziert. Es wird in der WGTS und der sich daran anschließenden Transportstrecke, die aus einer aktiven differentiellen (DPS) und einer passiven kryogenen (CPS) Pumpstrecke besteht, durch Turbomolekularpumpen und kryogene Fallen entfernt, zum TLK zurückgeführt, aufbereitet und schließlich wieder in der WGTS kontrolliert injiziert. Die durch den Tritiumzerfall entstehenden β -Elektronen werden von der WGTS magnetisch adiabatisch auf Zyklotronbahnen über die Transportstrecke zu einem System von zwei elektrostatischen Retardierungsspektrometern mit magnetisch adiabatischer Kollimation (MAC-E-Filter) geführt. Dort müssen die β -Elektronen eine definierte kinetische Minimalenergie besitzen, damit sie das elektrische Retardierungspotenzial überwinden und die Spektrometer passieren können. Das Vorspektrometer selektiert so alle β -Elektronen mit einer kinetischen Energie nahe des kinematischen Endpunkts aus, so dass diese schließlich im Hauptspektrometer präzise analysiert werden. Die nach dem Hauptspektrometer übrig gebliebenen β -Elektronen werden im Fokalebenendetektor ortsauflösend detektiert. Am anderen Ende der WGTS befindet sich die Rear Section, die zur Überwachung der Quellparameter und zur Kalibrierung genutzt wird. Das separat stehende aber elektrisch verbundene Monitor-spektrometer überwacht die Retardierungsspannung des Hauptspektrometers [Ang05].

¹Karlsruher Institut für Technologie

²Tritiumlabor Karlsruhe

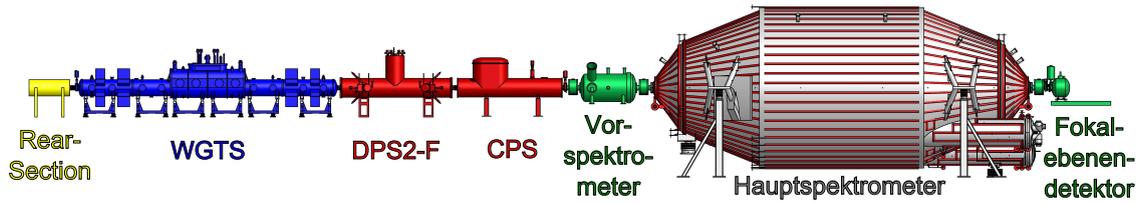


Abbildung 2.1: Aufbau des KATRIN-Experiments – Die β -Elektronen werden ausgehend von einer fensterlosen gasförmigen Tritium-Quelle (WGTS) hoher Intensität magnetisch adiabatisch über eine differentielle (DPS2-F) und kryogene (CPS) Pumpstrecke zu einem System von zwei hochauflösenden elektrostatischen Retardierungsspektrometern und einem Fokalebenen-detektor geführt. Die Rear-Section dient unter anderem der Überwachung der Quellparameter.

2.2 Systematische und statistische Genauigkeiten

Das KATRIN-Experiment wird die bisher beste Obergrenze aus der Kombination der Ergebnisse von Mainz und Troitsk mit $m_\nu < 2,0 \text{ eV}/c^2$ (95% C.L.) um eine weitere Größenordnung verbessern, falls kein Massensignal gemessen werden sollte. Da das differentielle Spektrum der β -Elektronen gemäß (1.37) quadratisch vom Massenquadrat m_ν^2 abhängt, muss letzteres um zwei Größenordnungen präziser vermessen werden im Vergleich zu den Vorgängerexperimenten. Dadurch sind um einen Faktor 100 höhere systematische und statistische Genauigkeiten erforderlich. Die gesamte Unsicherheit darf einen maximalen Wert von

$$\sigma_{tot} = \sqrt{\sigma_{syst}^2 + \sigma_{stat}^2} \approx 0,025 \text{ eV}^2/c^4. \quad (2.1)$$

nicht übersteigen.

Systematik

Zur Realisierung der erforderlichen Sensitivität müssen sämtliche Effekte, die zu systematischen Unsicherheiten führen, minimiert werden. Das Ziel ist eine maximale systematische Unsicherheit von $\sigma_{syst} = 0,017 \text{ eV}^2/c^4$ bezüglich der Messung des Massenquadrats $m_{\nu_e}^2$. Daher werden unter anderem Quellparameter wie Einlassdruck, Temperatur und Isotopenreinheit auf Stabilität in der Größenordnung $O(0,1\%)$ überwacht, so dass alle β -Elektronen unter gleichen Bedingungen erzeugt werden. Weiterhin müssen sekundäre Effekte berücksichtigt werden wie:

- Strahlungskorrekturen höherer Ordnungen durch virtuelle und reelle Photonen während des molekularen Tritiumzerfalls,
- die vom Tochterkern aufgenommene Rückstoßenergie,
- die Endzustandsverteilung der Tochtermoleküle,
- die Bildung von Clustern aus Tritiummolekülen oder Molekülionen,
- die Streuung der β -Elektronen an Tritiummolekülen,
- die Dopplerverbreiterung durch die Bewegung der gasförmigen Tritiumsäule und
- die Synchrotronstrahlung der β -Elektronen.

Außerdem muss der Transport der β -Elektronen adiabatisch erfolgen, so dass das magnetische Moment μ^3 stets eine Erhaltungsgröße darstellt:

$$\mu = \frac{E_\perp}{B} = \text{const.} \quad (2.2)$$

³Das magnetische Moment ist nur für nicht-relativistische Elektronen die adiabatische Invariante ihrer Bewegung. Für β -Elektronen des Tritiumzerfalls mit der maximal möglichen kinetischen Energie von E_0 ist dies mit $\gamma = 1,04$ gut erfüllt. Für relativistische Elektronen ist $\gamma\mu$ erhalten.

Dies wird einerseits durch starke Magnetfelder mit magnetischen Flussdichten in der Größenordnung $O(T)$ in der WGTS und der Transportstrecke erreicht und andererseits durch sich räumlich langsam veränderliche Magnetfelder zwischen den einzelnen Hauptkomponenten, in den Pumpstutzen und in den Spektrometern.

Statistik

Die statistische Genauigkeit definiert sich hauptsächlich durch die Säulendichte der WGTS mit $\rho d = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}$, dem akzeptierten Raumwinkel $\Theta_{\max} = 51^\circ$ der in Vörwärtsrichtung emittierten β -Elektronen und dem verlustfreien Transport des magnetischen Flusschlauchs von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ gemäß

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \text{const.} \quad (2.3)$$

Die statistische Präzision steigt mit der Breite des analysierten Energiebereichs unterhalb des Endpunkts. Allerdings muss hier ein Kompromiss mit der verbundenen zunehmenden systematischen Ungenauigkeit eingegangen werden, da ab einem Auswertintervall größer als 20 eV systematische Unsicherheiten durch inelastische Wechselwirkungen der β -Elektronen stark ansteigen. Als Referenzwert wird ein Analysebereich von 30 eV unterhalb bis 5 eV oberhalb der Endpunktsenergie anvisiert. Eine Verbesserung der statistischen Genauigkeit um $\sim 40\%$ kann durch eine Optimierung der Messzeitverteilung der Retardierungsspannungen erreicht werden (siehe Kapitel 2.3).

Die effektive Messzeit beträgt drei Jahre mit einem Rauschen des Untergrunds von 10 mHz. Die Datennahme wird in mehreren Messzyklen durchgeführt. Die dazwischen liegenden Pausen dienen unter anderem der Kalibrierung des Systems und der Vermessung der Quellparameter. Dadurch soll eine maximale statistische Unsicherheit von $\sigma_{\text{stat}} = 0,018 \text{ eV}^2/c^4$ erreicht werden.

2.3 Hauptkomponenten

2.3.1 Die Quelle

In der Mitte des Quellsystemen befindet sich die fensterlose gasförmige Tritiumquelle (WGTS⁴), an deren beiden Enden sich jeweils eine differentielle Pumpstrecke (DPS1-F und DPS1-R⁵) anschließt. Das Strahlrohr der WGTS ist $d = 10 \text{ m}$ lang und hat einen Innendurchmesser von 90 mm. Es wird von außen durch ein an das Strahlrohr angebrachtes System aus zwei Kühlrohren mit einem Zwei-Phasen-Gemisch aus flüssigem und gasförmigem Neon auf $T = 27 \text{ K}$ gekühlt. In der Mitte des Strahlrohrs wird ein molekulares Gasgemisch mit einem Isotopenanteil an Tritium von $\epsilon_T \geq 95\%$ und einem Einlassdruck von $p_{\text{in}} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$ bzw. einer Einlassrate von $L = 1,853 \text{ mbar l/s}$ durch 250 Öffnungen kontrolliert injiziert, so dass die Dopplerverbreiterung und Turbulenzen des Gasgemisches klein gehalten werden. Die Quellstärke wird über die Säulendichte $\rho d = N/A$ definiert und gibt die Anzahl N an Gasmolekülen pro Flächeneinheit A entlang der Achse des Strahlrohrs innerhalb der WGTS an. Mit den genannten Werten beträgt sie $\rho d = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}$. Das so injizierte Tritiumgas diffundiert schließlich kontinuierlich innerhalb einer Sekunde durch die WGTS, wo es an ihren beiden Enden durch insgesamt 12 Turbomolekularpumpen der differentiellen Pumpstrecken DPS1-F und DPS1-R teilweise abgepumpt wird mit einem Reduktionsfaktor für die Gasdurchflussrate von 10^2 , so dass die Anzahl an Tritiummolekülen entlang der Achse des Strahlrohrs nichtlinear abnimmt. Von dort gelangt es in die "Inner Loop", wo es aufbereitet und wieder zurück zur Injektionsstelle innerhalb der

⁴Windowless Gaseous Tritium Source

⁵Differential Pumping Section 1 - Front bzw. Rear

WGTS geführt wird. Täglich werden so etwa 40 g Tritiumgas in die WGTS injiziert. Nicht abgepumptes Gas gelangt entweder rückseitig an die Rear Section oder vorderseitig in die DPS2-F der Transportstrecke.

Die durch den Tritiumzerfall ($T_{1/2} = 12,32$ a) isotrop entstehenden β -Elektronen werden innerhalb der WGTS, DPS1-R und DPS1-F magnetisch adiabatisch auf Zyklotronbahnen transportiert. Das magnetische Führungsfeld mit einer Flussdichte von $B_s = 3,6$ T wird von sieben supraleitenden Magnetmodulen erzeugt. Somit wird ein maximaler magnetischer Fluss von $\Phi_{max} = 229$ Tcm² durch die WGTS transportiert. Da jedoch nur der innere magnetische Fluss von $\Phi = 191$ Tcm² analysiert wird, liefert die WGTS $9,5 \cdot 10^{10}$ für die Analyse relevante β -Elektronen pro Sekunde. Aufgrund des molekularen Tritiumzerfalls und den Wechselwirkungen der β -Elektronen mit den Tritiummolekülen entstehen ebenfalls verschiedenartige niederenergetische Molekül- und Tritiumionen (${}^3\text{HeT}^+$, ${}^3\text{He}^+$, T^+ , T_2^+ , T_3^+ , T_5^+ , T^-).

Der Isotopenanteil an Tritium ϵ_T muss auf 0,1% genau bekannt sein. Daher wird die Zusammensetzung des Gasgemisches (H_2 , HD, D_2 , HT, DT, T_2) vor seiner Injizierung in die WGTS in der "Inner Loop" mittels Laser Raman Spektroskopie bestimmt.

Während der Messzyklen wird die Quellaktivität ($\rho d \cdot \epsilon_T$) rückseitig durch einen Monitor-detektor in der "Rear Section" überwacht. Vorderseitig geschieht dies durch den "Forward Beam Monitor Detector" an der CPS. In den Messpausen kann die Quellaktivität durch den Fokalebenendetektor in Abhängigkeit vom Retardierungspotential am Hauptspektrometer bestimmt werden. Wird es abgesenkt, so gelangen entsprechend mehr β -Elektronen zum Fokalebenendetektor.

Im April 2010 wurde der sog. Demonstrator an das TLK geliefert. Er besteht aus dem Strahlrohr der WGTS mit dem genannten Kühlsystem durch das Zwei-Phasen-Gemisch aus Neon und den Pumpstutzen der DPS1-R und DPS1-F. Da dieses Kühlsystem ein bisher einzigartiges ist, wird es in Vorversuchen unter Originalbedingungen getestet. Mehrere Temperatursensoren des Typs Pt500 sollen die Temperaturstabilisierung bei $T = (30 \pm 0,03)$ K überwachen. Nach den Vorversuchen wird der Demonstrator um die supraleitenden Solenoide erweitert und zum Quellsystem ausgebaut.

2.3.2 Die Transportstrecke

Das nicht in der DPS1-F abgepumpte Gas und die durch den Tritiumzerfall entstandenen Ionen und β -Elektronen aus der WGTS gelangen in die Transportstrecke, die aus einer aktiven differentiellen (DPS2-F⁶) und einer passiven kryogenen (CPS⁷) Pumpstrecke besteht. Die Transportstrecke hat die folgenden Aufgaben:

- Die Gasdurchflussrate wird in der Transportstrecke durch Turbomolekularpumpen in der DPS2-F und durch kryogene Fallen in der CPS um einen Faktor von 10^{12} reduziert, so dass sie sich am Ende der CPS auf $L = O(10^{-14})$ mbar l/s erniedrigt. So wird ein maximaler Untergrund von 10^{-3} β -Elektronen pro Sekunde durch Tritiumzerfälle in den Spektrometern erreicht. Außerdem sind einzelne Strahlrohrsegmente um 20° gegeneinander geneigt, so dass geradlinige Trajektorien verhindert werden und das Tritiumgas nicht direkt in die Spektrometer diffundieren kann. So werden gasförmige Tritiummoleküle effizienter abgepumpt (DPS2-F) oder an den Wänden des Strahlrohrs adsorbiert (CPS).
- Durch die Transportstrecke werden die β -Elektronen magnetisch adiabatisch auf Zyklotronbahnen von der WGTS zu den Spektrometern transportiert, wobei das dafür

⁶Differential Pumping Section 2 - Front

⁷Cryogenic Pumping Section

benötigte Führungsfeld mit einer Flussdichte von $B = 5,6$ T durch supraleitende Solenoide erzeugt wird. In den Pumpstutzen sind kleinere Magnetmodule angebracht, um dort die Änderung des Magnetfelds gering zu halten. Dadurch bleibt die Bewegung der β -Elektronen auch in den Pumpstutzen adiabatisch.

- Weiterhin werden in der Transportstrecke verschiedene Instrumentierungen eingebracht, um einerseits den Fluss von positiven Ionen in Richtung der Spektrometer zu vermessen und zu stoppen, und andererseits die Aktivität der Quelle zu vermessen.

DPS2-F

Der Kryostat der DPS2-F ist 7,2 m lang. Sein Strahlrohr hat einen Innendurchmesser von 86 mm und besteht aus fünf Elementen mit einer Länge von jeweils einem Meter, wobei das zweite und das vierte Strahlrohrelement um je 20° geneigt sind (siehe Abbildung 2.2). Zwischen zwei Strahlrohrelementen befindet sich jeweils ein Pumpstutzen, so dass insgesamt vier Turbomolekularpumpen aktiv für die Reduktion des Gasflusses um einen Faktor von 10^5 sorgen mit einer jeweiligen Pumpleistung von 2000 l/s für molekularen Wasserstoff. Das so abgepumpte Gas gelangt in die "Outer Loop" und zurück zum TLK. Das Strahlrohr wird durch flüssigen Stickstoff gekühlt, so dass die DPS2-F bei einer Temperatur von $T = 77$ K betrieben wird.

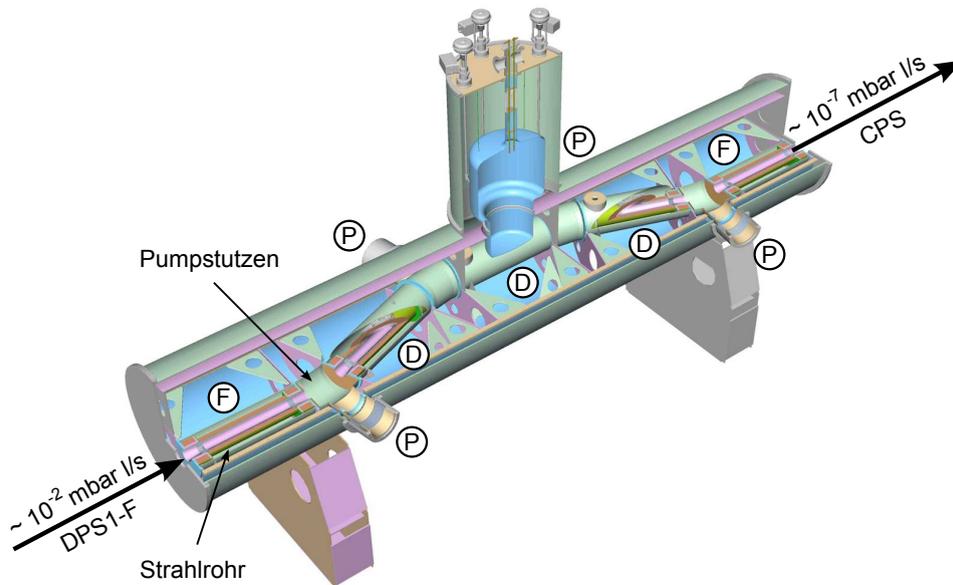


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau der DPS2-F – Das Strahlrohr der DPS2-F besteht aus fünf Strahlrohrelementen, die in einer Zick-Zack-Form mit einem Neigungswinkel von jeweils 20° angeordnet sind. Im ersten und fünften Strahlrohrelement befinden sich FT-ICR Module zur Analyse positiver Ionen (mit **F** markiert). Die Ionen-Neutralisierung erfolgt durch Dipole im zweiten, dritten und vierten Strahlrohrelement (**D**). An den vier Pumpstutzen sind die Turbomolekularpumpen "MAG W 2800" von "Leybold" (**P**) zur Reduktion des Gasflusses um fünf Größenordnungen angebracht. Quelle: [Ang05] (mod.)

Die 15 supraleitenden Solenoide der DPS2-F befinden sich in fünf zylinderförmigen Heliumtanks, die jeweils eines der fünf Strahlrohrelemente axialsymmetrisch umschließen. Innerhalb jedes Heliumtanks befinden sich drei Solenoide: Eine 77,1 cm lange Hauptspule in der Mitte erzeugt das magnetische Führungsfeld mit einer Flussdichte von $B = 5,6$ T und jeweils eine 9,7 cm lange Korrekturspule auf jeder Seite nahe der Pumpstutzen verhindert dort ein räumlich rasches Absinken des Magnetfelds. Dadurch wird der adiabatische Transport der β -Elektronen sicher gestellt. Dennoch fällt das Magnetfeld in den Pumpstutzen auf eine magnetische Flussdichte von unter 1 T ab. Dort ist es zudem inhomogen und nicht radialsymmetrisch, da in den Pumpstutzen aus technischen Gründen

keine Solenoide angebracht sind und sie gegenüber den benachbarten Strahlrohrelementen um 10° geneigt sind. Der für die Analyse relevante magnetische Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ hat im homogenen radialsymmetrischen Magnetfeld in der Mitte der Strahlrohrelemente einen Durchmesser von 6,6 cm.

Die in der Quelle entstandenen Ionen führen ebenfalls Zyklotronbewegungen entlang der Magnetfeldlinien aus und können daher nicht abgepumpt werden. Ein am Ende der DPS2-F angebrachter ringförmiger elektrostatischer Spiegel, an den ein Potential von +100 V angelegt wird, verhindert das Eindringen der positiv geladenen Ionen in die Spektrometer, wo sie durch Restgasionisation einen Untergrund von mehreren kHz erzeugen würden. Stattdessen werden sie in die DPS2-F zurück gelenkt. Aufgrund des Gasflusses aus der Quelle gelangen die Ionen allerdings nicht mehr in die WGTS zurück, da sie an den Molekülen des gegenströmenden Gasflusses streuen und daher zur Umkehr gezwungen sind. Die positiv geladenen Ionen sind somit in der DPS2-F gefangen. Deshalb kommt es zu einer positiven Ladungsansammlung, die zu einer Änderung der Energien der β -Elektronen führt. Durch im Strahlrohr befindliche Dipole müssen sie daher abgelenkt und neutralisiert werden, um sie anschließend als neutrale Atome oder Moleküle differentiell abzupumpen oder kryogen zu entfernen. Die selten entstehenden negativ geladenen Ionen T^- rekombinieren schnell mit den positiv geladenen.

Die Dipole werden mittig entlang des zweiten, dritten und vierten Strahlrohrelements der DPS2-F eingebracht. Sie sind je 80,7 cm lang und werden in Längsrichtung aus jeweils drei Teilen zusammengesetzt, um sie über die Pumpstutzen ins Strahlrohr der DPS2-F zu schieben. Jeder Dipol besteht aus einer schalenförmigen Elektrode aus 1 mm dickem Edelstahl mit einem Öffnungswinkel von 120° und einem Innenradius von 3,75 cm. Die Elektrode steht auf zwei Keramikröhrchen mit einem Durchmesser von 4 mm, die mit einem hochohmigen Material beschichtet sind, und einem 0,5 mm dickem Schutzblech, um das Strahlrohr im Bruchfall vor Splitter zu bewahren. Durch ein elektrisches Potential von $\pm 100 \text{ V}$ an der Elektrode und gleichzeitiger Erdung des Strahlrohrs der DPS2-F wird ein elektrisches Feld mit der Feldstärke \vec{E} erzeugt, das im mittleren Bereich der Elektrode senkrecht zu den Magnetfeldlinien steht. Durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift bewegen sich die Ionen aus dem relevanten magnetischen Flussschlauch von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ heraus, da sie zusätzlich zu ihrer Zyklotronbewegung um die Magnetfeldlinien durch die elektrische Feldkraft eine Drift zur Seite erfahren. Die resultierende Driftgeschwindigkeit \vec{v}_D steht senkrecht zum elektrischen Feld \vec{E} des Dipols und zum Magnetfeld \vec{B} der DPS2-F und ist völlig unabhängig von den Eigenschaften der geladenen Ionen:

$$\vec{v}_D = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \quad (2.4)$$

Die Ionen werden schließlich neutralisiert, indem sie auf die Oberfläche der Keramikröhrchen auftreffen, wo in ihrer hochohmigen Schicht ein schwacher Strom fließt. Im Allgemeinen durchlaufen sie die Dipole mehrmals, bevor sie vollständig abgelenkt werden und auf die Keramikröhrchen auftreffen. Der adiabatische Transport der β -Elektronen wird durch die Dipole nicht beeinflusst, da ihre Verweildauer im elektrischen Feld aufgrund ihrer hohen kinetischen Energie deutlich zu kurz ist. In Abbildung 2.4 (links) ist ein solcher Dipol dargestellt.

Zwei FT-ICR⁸ Spektrometer werden mittig im ersten und fünften Strahlrohrelements installiert. Sie sind 31,0 cm lang und haben einen Innendurchmesser von 7,1 cm. Während den Messpausen des KATRIN-Experiments dienen sie der Ionen-Analyse in der DPS2-F und der Überprüfung auf die Funktion der Ionen-Neutralisierung durch die Dipole. Dazu werden die im Strahlrohr diffundierenden Ionen in einer Penningfalle eingefangen,

⁸Fourier Transform Ion Cyclotron Resonance

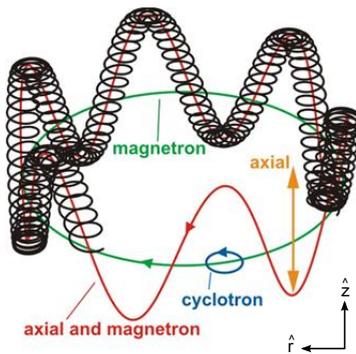


Abbildung 2.3: Ionenbewegung im FT-ICR Modul – Es ist schematisch die Bewegung eines Ions im FT-ICR Modul dargestellt, das die Instrumentierung nicht verlassen kann aufgrund des zusätzlich zum Magnetfeld anliegenden elektrischen Quadrupolfelds. Durch Messung der Frequenz der periodischen Zyklotronbewegung kann auf die Ionenart und ihre Menge geschlossen werden. Quelle: [Dia10] (mod.)

indem eine Ringelektrode und zwei offene Endkappen gleichen Potentials ein elektrostatisches Quadrupolfeld erzeugen. Die Bewegung der Ionen im FT-ICR Modul wird durch eine Überlagerung der modifizierten Zyklotron- und Magnetronbewegung in der Radialebene und einer oszillierenden Bewegung in der Axialebene beschrieben (siehe Abbildung 2.3). Die periodische Zyklotronbewegung induziert in den Ausleseelektroden des FT-ICR Moduls ein zeitlich periodisches Spannungssignal. Seine Frequenzen hängen von den unterschiedlichen q/m -Verhältnissen der gefangenen Ionenarten ab. Mit einer Fast Fourier Transformation werden sie schließlich aus den Messdaten bestimmt, um so auf die Ionenarten und ihre entsprechenden Mengen im FT-ICR Modul zu schließen. In Abbildung 2.4 (rechts) ist ein FT-ICR Spektrometer dargestellt.



Abbildung 2.4: Dipol (links) und FT-ICR Modul (rechts) Die Instrumentierungen werden im Strahlrohr der DPS2-F angebracht. Quellen: [Win10] [Dia10]

Die DPS2-F wurde im Juli 2009 an das KIT Campus Nord angeliefert. Mit einem Lasertracker wurde sie in der Transporthalle korrekt ausgerichtet und mit einer Genauigkeit von $\sim 0,3$ mm positioniert [Jur09]. Da der Quell-Kryostat und die CPS noch in Konstruktion sind, steht die DPS2-F frei. Ab dem Sommer 2010 werden folgende wissenschaftliche Testexperimente an der DPS2-F durchgeführt:

- Zunächst soll der Reduktionsfaktor des Gasflusses von 10^5 durch den Betrieb der vier Turbomolekularpumpen experimentell verifiziert werden, indem auf der Quellseite der DPS2-F kontrolliert Gas mit einer Einlassrate von 10^{-2} mbar l/s injiziert wird. Dies entspricht der Gasdurchflussrate am Ende des DPS1-F. Auf der Detektorseite wird der Gasfluss durch ein Aufnahmesystem gemessen. Durch Vergleich des injizierten und detektierten Gasflusses kann der Reduktionsfaktor bestimmt werden.
- In einem weiteren Textexperiment sollen die elektro-optischen Eigenschaften der DPS2-F vermessen werden, die das Thema dieser Diplomarbeit sind. Dazu wird der Transport von Elektronen mit Energien einiger keV in Abhängigkeit von der Größe des magnetischen Flusses gemessen, indem auf der Quellseite eine Elektronenquelle an unterschiedlichen Positionen angebracht wird. Auf der Detektorseite wird die Elektronenrate experimentell bestimmt. Dadurch kann das Transmissionsverhalten für Elektronen in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss gemessen werden, wobei

alle Elektronen innerhalb des magnetischen Flusses von mindestens $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ durch die DPS2-F verlustfrei transportiert werden müssen.

- Schließlich soll die Funktion der FT-ICR und Dipole experimentell überprüft werden. Dazu wird auf der Quellseite eine Ionenquelle angebracht, die Ionen in die DPS2-F einbringt. Diese werden durch die Dipole abgelenkt und teilweise neutralisiert. Die beiden FT-ICR können auf der Quell- und Detektorseite die Ionenkonzentrationen messen und durch Vergleich die Effizienz der Dipole experimentell bestimmen.

CPS

In der CPS wird der Gasfluss um einen weiteren Faktor von 10^7 durch Adsorption reduziert. Dazu wird das Strahlrohr mit flüssigem Helium auf eine Temperatur von 4,5 K gekühlt und eine dünne Schicht aus kondensiertem Argon an den Edelstahlwänden aufgefroren, wo die durch die CPS diffundierenden Gasmoleküle adsorbiert werden. Zur Steigerung der Pumpeffizienz sind die Strahlrohrelemente wie bei der DPS2-F jeweils um 20° geneigt. Während der Messpausen muss das Strahlrohr der CPS zur Regeneration mit Heliumgas durchspült werden, um das adsorbierte Gas zu entfernen und eine neue Argonschicht aufzutragen. Das TRAP-Experiment konnte die Funktion dieses kryogenen Pumpens bereits erfolgreich demonstrieren. Der adiabatische Transport der β -Elektronen geschieht durch sieben supraleitende Solenoide, die ein magnetisches Führungsfeld mit einer Flussdichte von $B = 5,6 \text{ T}$ erzeugen.

Optional kann an die CPS eine kondensierte molekulare Tritiumquelle oder eine andere radioaktive Elektronenquelle zur Vermessung ihres Spektrums oder zur Kalibrierung der Spektrometer installiert werden. Nachteilig an der Vermessung des Energiespektrums der β -Elektronen einer Festkörper-Tritiumquelle sind allerdings die größeren systematischen Fehler gegenüber einer gasförmigen fensterlosen Tritiumquelle.

Über einen externen Zugang ist das Strahlrohr der CPS jederzeit zugänglich. Mit dem quer zur Strahlachse stehenden und verfahrbaren "Forward Beam Monitor Detector" kann während den Messzyklen der Außenbereich des magnetischen Flussschlauchs abgetastet werden. Über die Messung der Aktivität des Elektronenflusses in Richtung der Spektrometer kann damit die Quellaktivität überwacht werden. In den Messpausen kann zudem der gesamte Strahlquerschnitt vermessen werden.

2.3.3 Die Spektrometer

Im KATRIN-Experiment werden elektrostatische Retardierungsspektrometer mit magnetisch adiabatischer Kollimation (MAC-E-Filter) zur Vermessung der kinetischen Elektronenenergien mit einer hohen Luminosität und einer guten Energieauflösung bei der Endpunktsenergie E_0 eingesetzt. In Abbildung 2.5 ist die Funktion des MAC-E-Filters detailliert dargestellt. Das magnetische Führungsfeld wird von jeweils einem supraleitenden Solenoiden an seinem Eingang und Ausgang erzeugt. Dort nimmt die magnetische Flussdichte ihren maximalen Wert von B_{max} an. Zur Mitte des MAC-E-Filters hin, in der sog. Analysierebene, sinkt sie um mehrere Größenordnungen auf ihren Minimalwert von $B_A \gg B_{max}$ ab, wodurch gemäß (2.3) der Querschnitt des magnetischen Flussschlauchs entsprechend anwächst. Die Elektronen werden in der Quelle bei einer magnetischen Flussdichte von $B_S < B_{max}$ isotrop emittiert und magnetisch adiabatisch durch den MAC-E-Filter transportiert. Die Erhaltungsgröße der nicht-relativistischen adiabatischen Elektronenbewegung ist gemäß (2.2) das magnetische Moment, so dass die Transversalenergie E_\perp der Elektronen in Richtung der Analysierebene zum schwächer werdendem Magnetfeld abnimmt. Aufgrund der Energieerhaltung muss sie in Longitudinalenergie E_\parallel umgewandelt

werden⁹. Folglich wird der Impulsvektor nach und nach in longitudinale Richtung gedreht. Das zusätzlich am MAC-E-Filter an zylindrischen Elektroden anliegende negative elektrostatische Retardierungspotenzial wirkt nur auf die longitudinale Elektronenenergie. In der Analysierebene erreicht es seinen maximalen Wert von U_0 . Die Elektronen überwinden sie nur dann, wenn ihre Longitudinalenergie mit $E_{\parallel} > eU_0$ genügend groß ist. Ansonsten werden sie in Richtung der Rear Section reflektiert. Der MAC-E-Filter dient demnach als Hochpassfilter und misst ein integriertes Elektronenspektrum. Falls die Elektronen die Analysierebene passiert haben, werden sie durch das elektrostatische Retardierungspotenzial auf ihre ursprüngliche kinetische Energie zurück beschleunigt. Durch das ansteigende magnetische Feld wird ihre longitudinale Energie in transversale umgewandelt, so dass ihr Impulsvektor in transversale Richtung zurück gedreht wird. Dadurch wird ebenfalls ihre ursprüngliche Energieverteilung bezüglich des transversalen und longitudinalen Anteils wieder hergestellt.

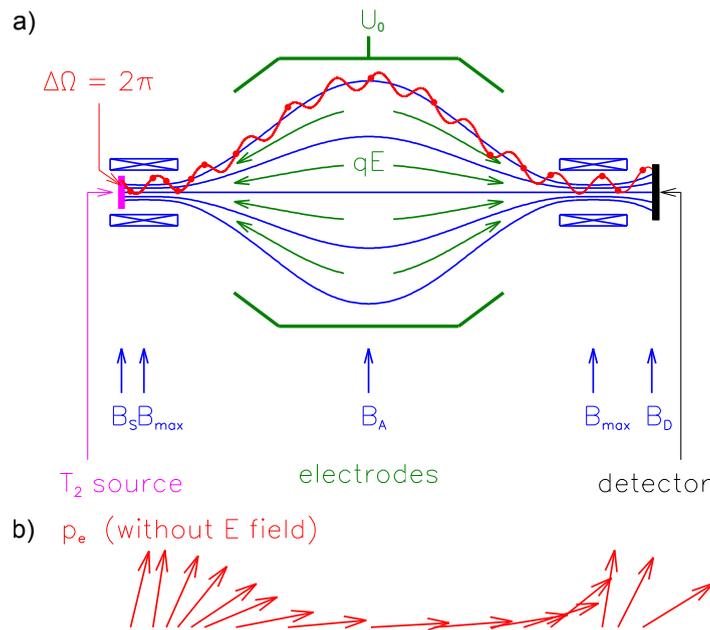


Abbildung 2.5: Aufbau und Funktionsprinzip eines MAC-E-Filters – a) Die Elektronen bewegen sich adiabatisch auf Zyklotronbahnen (rot) entlang der Magnetfeldlinien (blau). Dabei laufen sie gegen ein elektrisches Feld an (grün), das von einem Retardierungspotenzial U_0 erzeugt wird. Der MAC-E-Filter funktioniert als Hochpassfilter. b) Die adiabatische Umwandlung von Transversalimpuls in Longitudinalimpuls erfolgt aufgrund des Gradienten der magnetischen Flussdichte. Quelle: [Ang05] (mod.)

Die Energieauflösung ΔE eines MAC-E-Filters gibt diejenige maximale Transversalenergie an, die ein Elektron in der Analysierebene besitzen kann. Dies ist der Fall, wenn die kinetische Energie des Elektrons am Ort des maximalen Magnetfelds mit B_{max} komplett in seiner Transversalenergie ($E_{\perp,max} = E_{kin}$) steckt. Die Energieauflösung folgt aus (2.2) und ist gegeben durch

$$\Delta E = \frac{B_A}{B_{max}} \cdot E_{\perp,max}. \quad (2.5)$$

Da das Magnetfeld in der Analysierebene mit $B_A \neq 0$ endlich ist, gilt für die Energieauflösung stets $\Delta E > 0$.

Generell befindet sich die Quelle in einem schwachen Magnetfeld mit $B_S < B_{max}$. Bei der Elektronenbewegung vom schwachen ins starke Magnetfeld wird daher die longitudinale

⁹Die transversale/longitudinale Elektronenbewegung ist senkrecht/parallel zu den Magnetfeldlinien, die die Elektronen auf Zyklotronbahnen spiralförmig umkreisen. Es gilt stets $E_{kin} = E_{\perp} + E_{\parallel}$ mit $E_{\perp} = E_{kin} \cdot \cos^2 \theta$ und $E_{\parallel} = E_{kin} \cdot \sin^2 \theta$

Elektronenenergie in transversale umgewandelt. Bei genügend großen polaren Startwinkeln θ ist die anfängliche Longitudinalenergie dafür zu klein, so dass der Longitudinalimpuls während dem Übergang von B_S nach B_{max} sein Vorzeichen wechseln muss. Die entsprechenden Elektronen werden magnetisch gespiegelt und kehren um. Somit erreichen nur diejenigen Elektronen den MAC-E-Filter, deren polarer Startwinkel $\theta \leq \theta_{max}$ ist, wobei der maximale Startwinkel θ_{max} gegeben ist durch

$$\theta_{max} = \arcsin \sqrt{\frac{B_S}{B_{max}}}. \quad (2.6)$$

Die Reduktion des Elektronenflusses durch den magnetischen Spiegel ist nicht nachteilig, da Elektronen mit einem größeren Startwinkel einen weiteren Weg zum MAC-E-Filter zurücklegen und sie somit mit höherer Wahrscheinlichkeit mit den Tritiummolekülen wechselwirken.

Im KATRIN-Experiment gibt es drei MAC-E-Filter.

Vorspektrometer

Das Vorspektrometer schließt sich direkt an die Transportstrecke an. Es wird die hochenergetischen Elektronen für das Hauptspektrometer vorselektieren, indem ein Retardierungspotential von $U_0 = -18,4$ kV angelegt wird, so dass alle für die Analyse nicht relevanten Elektronen mit einer kinetischen Energie von $E \leq E_0 - 0,2$ keV reflektiert werden. Der Elektronenfluss wird dadurch um einen Faktor von 10^6 auf 10^4 s^{-1} reduziert. Das magnetische Führungsfeld hat eine Flussdichte von $B_{max} = 4,5$ T. Das Vorspektrometer ist 3,4 m lang, hat einen Innendurchmesser von 1,7 m, wird bei einem Druck von 10^{-11} mbar betrieben und hat eine Energieauflösung von $\Delta E_{\perp} \approx 100$ eV.

Das Vorspektrometer wurde 2003 an das KIT Campus Nord angeliefert. Es diente bisher in zahlreichen Testexperimenten als Prototyp für das Hauptspektrometer, in denen das Vakuum- und Kühlsystem getestet, der Untergrund studiert und sein elektromagnetisches Design verbessert wurde.

Hauptspektrometer

Das Hauptspektrometer ist 23,3 m lang, hat einen Durchmesser von 10,0 m und wird bei einem Druck von 10^{-11} mbar betrieben. Das magnetische Führungsfeld hat eine maximale Flussdichte von $B_{max} = 6,0$ T, wobei sie in der Analysierebene auf $B_{min} = 0,3$ mT abfällt, so dass dort der magnetische Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ einen Durchmesser von 9,0 m hat. Mit $E_{\perp,max} = E_0 = 18,6$ keV ergibt sich gemäß (2.5) eine Energieauflösung von $\Delta E_{\perp} = 0,93$ eV. Die WGTS wird in einem Magnetfeld mit der Flussdichte von $B_S = 3,6$ T betrieben, so dass nur diejenigen Elektronen das Hauptspektrometer erreichen, deren polarer Startwinkel $\theta \leq \theta_{max} = 51^\circ$ gemäß (2.6) ist. In mehreren Messzyklen wird das Retardierungspotential im Bereich von $eU_0 = [-E_0 - 30, -E_0 + 5]$ eV variiert, um so das integrierte Elektronenspektrum in der Nähe des Endpunkts E_0 präzise zu vermessen. Im Inneren des Hauptspektrometers ist ein System aus Drahtelektroden angebracht, das den Untergrund durch Elektronen aus dem Edelstahltank reduziert und das elektrostatische Retardierungspotential formt. Das Hauptspektrometer ist von zwei Luftspulensystemen umgeben, die für eine Axialsymmetrie und Feinformung des magnetischen Flussschlauchs innerhalb des Hauptspektrometers sorgen. Das EMCS gleicht das Erdmagnetfeld aus, wohingegen das LFCS magnetische Streufelder korrigiert und den zu analysierenden magnetischen Flussschlauch so formt, dass er exakt in den Hauptspektrometertank passt.

Das Retardierungspotential des Hauptspektrometers muss mit einer Genauigkeit von 3 ppm bei $U_0 = 18,6$ kV bekannt sein. Es wird daher über einen präzisen Hochspannungsteiler mittels eines Voltmeters gemessen und zusätzlich durch das Monitorspektrometer überwacht.

Monitorspektrometer

Das Retardierungspotential des Monitorspektrometers entspricht dem des Hauptspektrometers, um das Spektrum monoenergetischer Elektronen einer bekannten radioaktiven Quelle während den Messzyklen parallel zu analysieren. Durch Kenntnis ihrer nuklearen Eigenschaften kann damit das Retardierungspotential des Hauptspektrometers auf Stabilität überwacht werden. Die Monitorquelle, das -spektrometer und ein zusätzlich benötigter -detektor werden separat in einer eigenen Halle aufgebaut. Als Monitorspektrometer dient der umgebaute MAC-E-Filter des Mainzer Experiments.

2.3.4 Der Fokalebenenendetektor

Da das Energiespektrum der β -Elektronen durch das Hauptspektrometer analysiert wird, muss der Fokalebenenendetektor lediglich die Zählrate derjenigen β -Elektronen bestimmen, die das Retardierungspotential des Hauptspektrometers passiert haben. Der Fokalebenenendetektor befindet sich in einem homogenen Magnetfeld mit einer Flussdichte von $B_D = 3$ T, so dass der maximale Auftreffwinkel der β -Elektronen 45° beträgt. Weiterhin ist er kreisförmig mit einem Durchmesser von 9 cm, um den relevanten magnetischen Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ komplett abzudecken.

Der Fokalebenenendetektor besteht aus einer monolithischen segmentierten PIN-Diode, die in 148 gleichgroße Pixel unterteilt ist. Sie sind radial und azimuthal angeordnet und decken jeweils einen Teil der Querschnittsfläche des magnetischen Flussschlauchs ab. Durch diese Segmentierung wird eine räumliche Auflösung erreicht, damit die Inhomogenitäten der magnetischen und elektrischen Felder in der Analysierebene des Hauptspektrometers berücksichtigt und durch unterschiedliche Transmissionsfunktionen korrigiert werden können.

Der Fokalebenenendetektor muss in den Messpausen zur Bestimmung der Quellaktivität in der Lage sein, hohe Zählraten an Elektronen von ~ 100 kHz zu detektieren. Zudem muss er während den Messzyklen β -Elektronen von Untergründereignissen trennen können, da die erwartete Zählrate der β -Elektronen nach dem Hauptspektrometer in Abhängigkeit des Retardierungspotentials mit wenigen mHz sehr gering ist. Folglich darf die Untergrundrate am Fokalebenenendetektor 1 mHz nicht übersteigen, so dass externer Untergrund unterdrückt werden muss. Dies gelingt einerseits mit einer guten Energieauflösung des Fokalebenenendetektors von $\Delta E < 600$ eV bei Elektronenenergien von $E_0 = 18,6$ keV und andererseits durch ein aktives Myonveto mit Szintillationszählern und einer passiven Abschirmung aus Blei und Kupfer. Der Untergrund wird außerdem durch eine Nachbeschleunigung der β -Elektronen mittels eines zusätzlichen elektrostatischen Potentials von bis zu 30 kV direkt vor dem Fokalebenenendetektor weiter reduziert. Zudem besitzt der Fokalebenenendetektor einen geringen intrinsischen Untergrund und eine geringe Zeitauflösung von $< 0,5 \mu\text{s}$, um Pile-Up Effekte zu unterdrücken.

2.3.5 Die Rear Section

Die Rear Section ist momentan noch in der Designphase und schließt sich mit der Rear Wall rückseitig an die DPS1-R an. Über die Rear Wall sollen während den Messzyklen die auftreffenden Elektronen elektrisch abgeführt werden. Dazu gehören sämtliche β -Elektronen, die entweder in der WGTS rückseitig emittiert oder während ihres Transports rückwärts gestreut oder in den Spektrometern reflektiert wurden. Allerdings treffen auch zahlreiche niederenergetische Sekundärelektronen auf die Rear Wall, die durch inelastische Stöße der β -Elektronen mit Gasmolekülen erzeugt wurden. Die Oberfläche der Rear Wall besteht aus einer leitenden monokristallinen Goldschicht, die aufgrund ihrer stabilen Arbeitsfunktion über den kompletten Querschnitt des magnetischen Flussschlauchs ein räumlich und zeitlich stabiles elektrostatisches Potential liefert. Mittels eines Rear Detectors soll über den

auf die Rear Wall auftreffenden Elektronenfluss die Quellaktivität kontinuierlich auf 0,1% genau überwacht werden. Am Ende der Rear Section befindet sich eine Elektronenkanone. In den Messpausen erzeugt sie Elektronen bekannter Intensität, Energie und Winkelverteilung, die durch ein Loch in der Rear Wall in die WGTS gelangen. Bei drei unterschiedlichen Retardierungspotentialen am Hauptspektrometer wird die entsprechende Antwortfunktion des kompletten Systems gemessen. Der Verlauf der Antwortfunktion ist abhängig von der Säulendichte ρd , die somit über diese Messung bestimmt werden kann. Vor dem Start des KATRIN-Experiments wird zudem die Transmissionsfunktion des evakuierten Systems gemessen.

2.4 Messung der elektro-optischen Eigenschaften der DPS2-F

Das elektromagnetische Design der DPS2-F ist so ausgelegt, dass die β -Elektronen aus dem Tritiumzerfall innerhalb des magnetischen Flussschlauchs von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ adiabatisch transportiert werden. Dazu erzeugen die supraleitenden Solenoide der DPS2-F ein magnetisches Führungsfeld mit einer Flussdichte von $B = 5,6 \text{ T}$, das den Flussschlauch so formt, dass er die Strahlrohrwand und die im Strahlrohr installierten FT-ICR Module und Dipole nicht berührt. Der Verlauf des Flussschlauchs wird experimentell an der freistehenden DPS2-F über den Transport von Elektronen untersucht. Eine auf der Eingangsseite installierte Elektronenquelle speist dazu Elektronen mit bekannter Intensität und Energieverteilung auf die äußersten Magnetfeldlinien des Flussschlauchs ein. Die Elektronen werden auf der Ausgangsseite mit einem Detektor nachgewiesen. Bei einer Übereinstimmung der Raten der injizierten und detektierten Elektronen wird der Flussschlauch verlustfrei transportiert. Der Elektronentransport kann weiterhin in Abhängigkeit von der Positionierung der Elektronenquelle für verschiedene magnetische Flüsse untersucht werden. Dies ermöglicht die Bestimmung des Transmissionsverhaltens der DPS2-F, da aufgrund des endlichen Strahlrohrdurchmessers ein Grenzwert für den magnetischen Fluss existiert, dessen Flussschlauch gerade noch verlustfrei durch die DPS2-F transportiert wird.

Zusammengefasst hat das Testexperiment zur Untersuchung der elektro-optischen Eigenschaften an der freistehenden DPS2-F, im Folgenden mit BAM¹⁰ abgekürzt, folgende Ziele:

- Überprüfung des verlustfreien Elektronentransports¹¹ für $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$
- Bestimmung des Transmissionsverhaltens
- Bestimmung des Grenzwerts für den magnetischen Fluss

Für das KATRIN-Experiment ist die BAM von enormer Bedeutung. Der verlustfreie Elektronentransport in der DPS2-F muss für einen magnetischen Fluss von mindestens $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ sicher gestellt sein, damit die effektive Messzeit von drei Jahren eingehalten und die daraus resultierende statistische Ungenauigkeit von $\sigma_{stat} = 0,018 \text{ eV}^2/c^4$ erreicht werden kann. Dies wird durch Abbildung 2.6 quantitativ ersichtlich, in der die effektive Messzeit des KATRIN-Experiments in Abhängigkeit von der Detektoreffizienz und des detektierten magnetischen Flusses dargestellt ist.

Ziel dieser Diplomarbeit ist das Design und die technische Umsetzung der beschriebenen Messeinrichtung zur Charakterisierung der elektro-optischen Eigenschaften der DPS2-F. In Kapitel 3 werden die Simulationssoftware und die verschiedenen Programmpakete vorgestellt, die zur elektromagnetischen Optimierung der Messeinrichtung benutzt wurden.

¹⁰englisch: **Beam Alignment Measurement**, übersetzt: Messung der Strahlausrichtung

¹¹Eine experimentelle Überprüfung auf die Adiabasie der Elektronenbewegung ist aus technischen Gründen nicht möglich, da die Energieauflösung des Detektors nicht ausreicht.

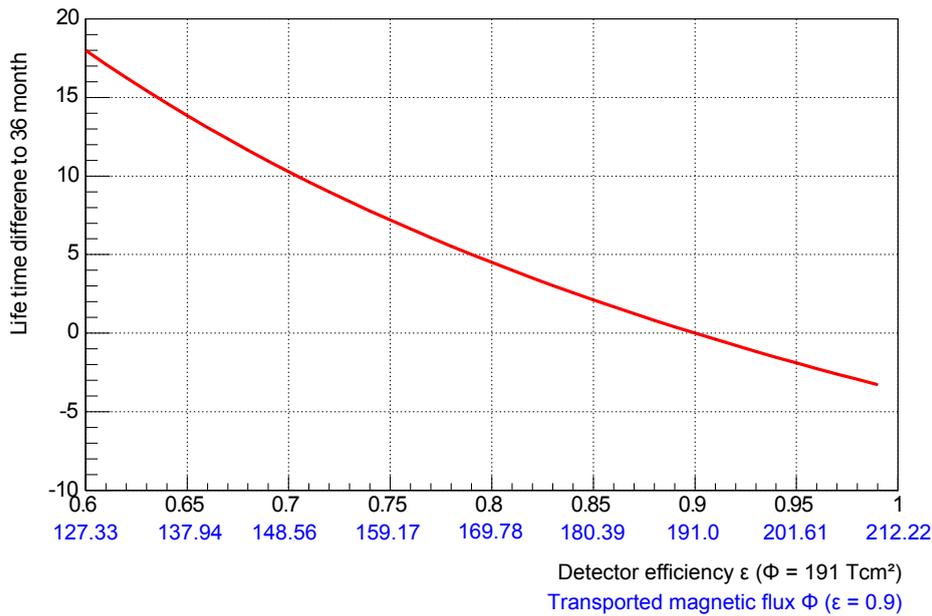


Abbildung 2.6: Effektive Messzeit des KATRIN-Experiments – Das Diagramm veranschaulicht die Abhängigkeit der effektiven Messzeit des KATRIN-Experiments von der Detektoreffizienz ϵ (schwarze Skala) und dem transportierten magnetischen Fluss Φ (blaue Skala) mit dem Ziel einer maximalen statistischen Unsicherheit von $\sigma_{stat} = 0,018 \text{ eV}^2/c^4$ in der Messung von m_ν^2 . Als Referenzwerte werden eine effektive Messzeit von 36 Monaten, eine Detektoreffizienz von $\epsilon = 0,9$ bei einem Rauschen des Untergrunds von 10 mHz und ein detektierter magnetischer Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ angenommen. Falls der magnetische Flussschlauch nicht verlustfrei transportiert wird, muss die effektive Messzeit entsprechend erhöht werden, um die erforderliche Sensitivität zu erreichen. Ein Verlust von 5,6% ($\cong 180,39 \text{ Tcm}^2$) hat beispielsweise eine Verlängerung der effektiven Messzeit von 2,5 Monaten zufolge. Quelle: [Ste05] (mod.)

Dazu gehören vor allem die von Dr. Ferenc Glück entwickelten C-Programme zur Berechnung von Magnetfeldern, magnetischen Feldlinien und Trajektorien von Elektronen [Fer06]. Zudem wird detaillierter auf die Notwendigkeit der BAM eingegangen unter Betrachtung des magnetischen Flussschlauchs in der DPS2-F. Die Beschreibung des Quell- und Detektorsystems der BAM erfolgt in den Kapiteln 4 und 5. Neben der Optimierung und der Realisierung werden ebenfalls sicherheitstechnische Aspekte betrachtet. Es wird sich herausstellen, dass zusätzlich eine Magnetfeldmessung notwendig ist, um die BAM mit dem Ziel eines aussagekräftigen Ergebnisses durchzuführen. Die technische Umsetzung und die Erkenntnis einer solchen Magnetfeldmessung ist in Kapitel 6 beschrieben.

3. Simulationssoftware

In diesem Kapitel wird die Simulationssoftware vorgestellt, die für die Erstellung des elektromagnetischen Designs der BAM benutzt wurde. Dazu gehören die von Dr. Ferenc Glück entwickelten C-Programme zur Berechnung von Magnetfeldern, Magnetfeldlinien und Elektronenbahnen [Fer06]. Diese wurden objektorientiert in C++ umgeschrieben [Lei10]. Die Programmpakete befinden sich im Kassiopeia Framework. Nach der Beschreibung einer eigens entwickelten Routine zur Berechnung des Abstands von Magnetfeldlinien oder Elektronenbahnen zur Strahlrohrwand folgt die Modellierung des Strahlrohrs und der Solenoide der DPS2-F für die Simulationen. Dazu gehört auch die Parametrisierung einer Elektronenquelle in Form einer Rb-/Kr-Festkörper-Quelle durch Realisierung eines Monte Carlo Generators zur Erzeugung von Elektronen. Am Ende des Kapitels erfolgt die Beschreibung der Notwendigkeit der BAM anhand der Berechnung des magnetischen Flussschlauchs in der DPS2-F unter Beachtung der Strahlrohrwand.

3.1 Berechnung von Magnetfeldern

3.1.1 Das Biot-Savart-Gesetz

Das magnetische Führungsfeld der DPS2-F wird durch supraleitende Solenoide erzeugt, die axialsymmetrisch um das Strahlrohr angeordnet sind. Dazu fließt in den Magnetspulen ein zeitlich konstanter Strom mit bekannter Stromdichte \vec{j} , der ein magnetisches Wirbelfeld \vec{B} erzeugt:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (3.1)$$

Da das Magnetfeld divergenzfrei ist ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$), existiert stets ein Vektorfeld, das das Magnetfeld erzeugt. Dieses magnetische Vektorpotential \vec{A} ist demnach durch

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (3.2)$$

gegeben. Durch Einsetzen von (3.2) in (3.1) und Verwendung der Coulomb-Eichung ($\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$) ergibt sich die Poisson-Gleichung für das magnetische Vektorpotential. Ihre Lösung resultiert aus der Benutzung der Greenschen Funktion:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l}}{r}. \quad (3.3)$$

Dabei fließt der Strom I entlang des infinitesimalen Leiterelements $d\vec{l}$. Mit (3.2) lässt sich schließlich das so erzeugte Magnetfeld durch das integrierte Biot-Savart-Gesetz berechnen, das in Abbildung 3.1 veranschaulicht ist:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (3.4)$$

Wird ein stromführender Leiter in ein Magnetfeld plaziert, so wirkt auf ihn die Kraft

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I d\vec{l} \times \vec{B}. \quad (3.5)$$

Die stromführenden supraleitenden Solenoide der DPS2-F erzeugen somit nach (3.4) ein Magnetfeld, wodurch sie gemäß (3.5) Kräfte aufeinander ausüben.

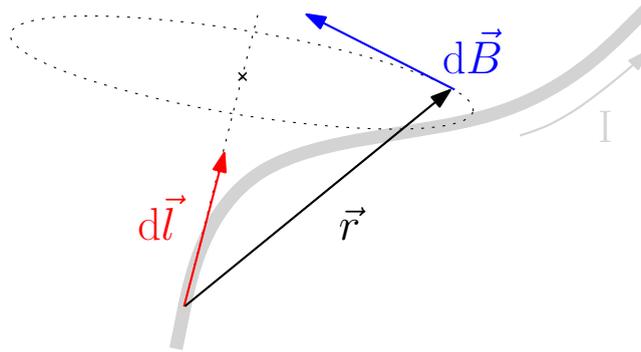


Abbildung 3.1: Das Biot-Savart-Gesetz – Ein infinitesimales Leiterelement $d\vec{l}$ wird von einem Strom I durchflossen, so dass nach dem Biot-Savart-Gesetz am Ort \vec{r} ein Magnetfeld mit der Flussdichte $d\vec{B}$ erzeugt wird.

3.1.2 Die elliptischen Integrale

Aufgrund der axialsymmetrischen Anordnung der Magnetspulen entlang des Strahlrohrs, können sie zunächst als kreisförmige dünne stromführende Leiterschleifen mit vernachlässigbarer Länge vereinfacht werden, deren jeweilige Symmetrieachse entsprechend Abbildung 3.2 der Strahlachse¹ entspricht. Daher ist für die folgenden Betrachtungen die Benutzung von Zylinderkoordinaten von Vorteil.

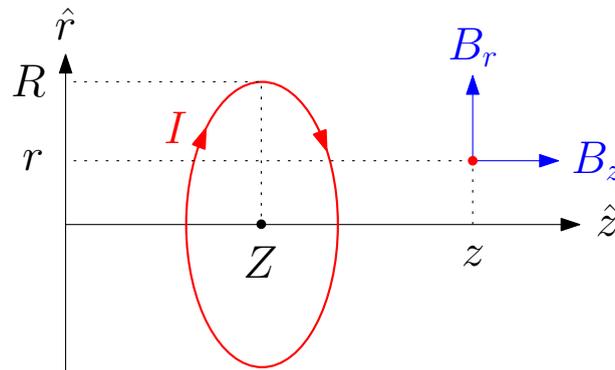


Abbildung 3.2: Stromführende Leiterschleife – Eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius R am Punkt $(Z, 0)$ wird von einem Strom I durchflossen und erzeugt an einem beliebigen Punkt (z, r) ein Magnetfeld mit der Flussdichte $\vec{B} = (B_z, B_r)$.

¹Die Strahlachse zeigt generell in positive z -Richtung, falls nicht anders im Text erwähnt.

Das Biot-Savart-Gesetz (3.4) lässt sich in diesem Fall analytisch lösen, so dass das durch die Leiterschleife erzeugte Magnetfeld an verschiedenen Stellen ohne numerische Integration berechnet werden kann:

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(R+r)^2 + (z-Z)^2}} \left(\frac{R^2 - r^2 - (z-Z)^2}{(R-r)^2 + (z-Z)^2} E(k) + K(k) \right) \\ B_\varphi &= 0 \\ B_r &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{z-Z}{r\sqrt{(R+r)^2 + (z-Z)^2}} \left(\frac{R^2 + r^2 + (z-Z)^2}{(R-r)^2 + (z-Z)^2} E(k) - K(k) \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

mit

$$k = 2\sqrt{\frac{Rr}{(R+r)^2 + (z-Z)^2}} \quad (3.7)$$

und den vollständigen elliptischen Integralen 1. und 2. Art in Legendre-Form

$$\begin{aligned} K(k) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \\ E(k) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Nahe der Strahlachse weisen die elliptischen Integrale in dieser Form allerdings Singularitäten auf. Deshalb werden sie durch die elliptischen Integrale R_F und R_D von Carlson ausgedrückt, so dass das Magnetfeld an jeder beliebigen Stelle – sogar innerhalb der Leiterschleife – analytisch berechnet werden kann:

$$\begin{aligned} K(k) &= R_F(0, 1 - k^2, 1) \\ E(k) &= R_F(0, 1 - k^2, 1) - \frac{1}{3} k^2 R_D(0, 1 - k^2, 1) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Für die Beschreibung des Magnetfelds einer dünnen Leiterschleife mit endlicher Länge wird zusätzlich das vollständige Integral dritter Art in Legendre-Form benutzt, das ebenfalls mit R_F und R_J in die Form von Carlson gebracht werden kann. In diesem Fall ist ebenfalls keine numerische Integration notwendig:

$$\begin{aligned} \Pi(m, k) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \frac{1}{(1 - m \sin^2 \varphi) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \\ \Pi(m, k) &= R_F(0, 1 - k^2, 1) + \frac{1}{3} m R_J(0, 1 - k^2, 1, 1 - n) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Erst bei der Erweiterung des Modells zu einer realen Magnetspule mit endlicher Dicke und Länge ist eine numerische Integration in radialer Richtung erforderlich. Dies macht diese Methode rechenaufwändig. Dafür ist eine Berechnung des Magnetfelds an jeder beliebigen Stelle mit doppelter Genauigkeit von 10^{-14} möglich.

3.1.3 Die Entwicklung nach Legendre-Polynomen

Für Regionen, in denen die Stromdichte verschwindet ($\vec{j} = \vec{0}$), vereinfacht sich die Poisson-Gleichung (3.3) zu

$$\nabla^2 \vec{A} = \vec{0}, \quad (3.11)$$

so dass ein magnetisches skalares Potential Ψ definiert werden kann, das die Laplace-Gleichung

$$\nabla^2 \Psi = 0 \quad (3.12)$$

erfüllt und das Magnetfeld mit

$$\vec{B} = -\vec{\nabla} \Psi \quad (3.13)$$

erzeugt. Dies ist generell nicht in den Windungen der entsprechenden Magnetspule der Fall, jedoch in ihrem Inneren (z.B. im Strahlrohr) und Äußeren (z.B. in den Pumpstutzen oder in der Experimentierhalle). Dort – am Feldpunkt (z, r) – ist die Berechnung des Magnetfelds durch eine Entwicklung in eine konvergente Summe möglich, die von quellspezifischen Koeffizienten Ψ_n und den Legendre-Polynomen P_n abhängt ($n = 0, 1, 2, \dots$), falls es sich um ein axialsymmetrisches Magnetfeld handelt. Die Quellspezifischen Ψ_n sind abhängig von der Geometrie und der Stromstärke der Magnetspule. Sie sind in allen Punkten $(z_0, 0)$ auf der Symmetrieachse – den sog. Quellpunkten – unterschiedlich definiert. Die Legendre-Polynome P_n bilden einen vollständigen Satz von orthogonalen Eigenfunktionen, die die Laplace-Gleichung (3.12) in Kugelkoordinaten lösen, weshalb damit das magnetische skalare Potential bestimmbar ist. Durch seine Ableitung gemäß (3.13) lässt sich schließlich das Magnetfeld in Regionen ohne Stromdichte berechnen.

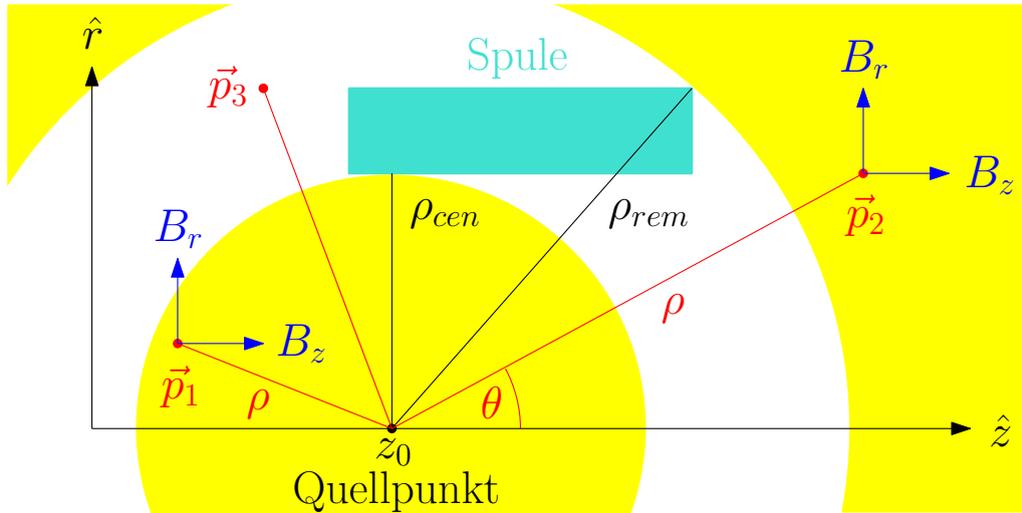


Abbildung 3.3: Prinzip der Entwicklung nach Legendre-Polynomen – In Regionen mit $\rho < \rho_{cen}$ und $\rho > \rho_{rem}$ (gelb) ist die Berechnung des Magnetfelds mit der Entwicklung nach Legendre-Polynomen möglich. Das Magnetfeld ist im Punkt \vec{p}_1 durch (3.14) und im Punkt \vec{p}_2 durch (3.15) gegeben. In den anderen Regionen (weiß) kann es mit nur einem einzelnen Quellpunkt nicht berechnet werden, wie im Punkt \vec{p}_3 .

Im Inneren² der Magnetspule ist der Abstand ρ zwischen Feld- und Quellpunkt kleiner als der Konvergenzradius ρ_{cen} , der den minimalen Abstand zwischen Magnetspule und genanntem Quellpunkt angibt (siehe Abbildung 3.3). Dort ist das Magnetfeld am Feldpunkt $\vec{p}_1 = (z, r)$ durch folgende Entwicklung gegeben ($\rho < \rho_{cen}$):

$$\begin{aligned} B_z &= \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n^{cen}|_{z_0} \left(\frac{\rho}{\rho_{cen}} \right)^n P_n(\cos \theta) \\ B_\varphi &= 0 \\ B_r &= -\sin \theta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n^{cen}|_{z_0}}{n+1} \left(\frac{\rho}{\rho_{cen}} \right)^n P'_n(\cos \theta) \end{aligned} \quad (3.14)$$

²In den Formeln ist dies durch *cen* (central) gekennzeichnet.

Außerhalb der Magnetspule³ muss für die Berechnung des Magnetfelds im Feldpunkt $\vec{p}_2 = (z, r)$ sein Abstand ρ zum Quellpunkt größer sein als der Konvergenzradius ρ_{rem} , der den maximalen Abstand zwischen Magnetspule und genanntem Quellpunkt angibt (siehe Abbildung 3.3). Die Entwicklung lautet in diesem Fall ($\rho > \rho_{rem}$):

$$\begin{aligned} B_z &= \sum_{n=2}^{\infty} \Psi_n^{rem}|_{z_0} \left(\frac{\rho_{rem}}{\rho} \right)^{n+1} P_n(\cos \theta) \\ B_\varphi &= 0 \\ B_r &= \sin \theta \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Psi_n^{rem}|_{z_0}}{n} \left(\frac{\rho_{rem}}{\rho} \right)^{n+1} P'_n(\cos \theta) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Der Vorteil dieser Methode ist die enorme Flexibilität gegenüber derjenigen, die von den elliptischen Integralen Gebrauch macht, denn die Entwicklung kann beliebig abgebrochen werden sobald eine bestimmte Ordnung oder eine gewünschte Genauigkeit erreicht ist. Letzteres ist vom Verhältnis $r_{cen} = \rho/\rho_{cen}$ bzw. $r_{rem} = \rho_{rem}/\rho$ abhängig. Je kleiner das entsprechende Verhältnis ist, desto schneller konvergiert die jeweilige Reihe. Folglich wird das Magnetfeld nahe der Strahlachse ($r_{cen} \ll 1$) bzw. in großer Entfernung zur Magnetspule ($r_{rem} \ll 1$) deutlich schneller berechnet als in ihrer unmittelbaren Nähe. Deswegen wird dort und in ihren Windungen, wo die Reihen sogar divergieren, die Methode der elliptischen Integrale verwendet.

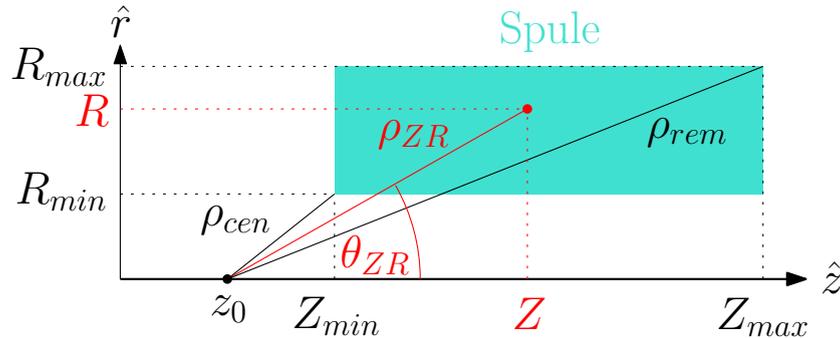


Abbildung 3.4: Berechnung der Quellkoeffizienten – Die Quellkoeffizienten berechnen sich aus einer zweidimensionalen Integration über alle Punkte (Z, R) innerhalb des Profils der entsprechenden Magnetspule.

Vor der Berechnung des Magnetfelds in einem Feldpunkt müssen sämtliche Quellpunkte und ihre -koeffizienten einmalig bestimmt werden. Generell werden mehrere Quellpunkte benötigt, da die Berechnung des Magnetfelds bei der Verwendung eines einzelnen Quellpunkts nicht flächendeckend in allen Regionen erfolgen kann. So kann es bei einer Magnetspule nur innerhalb ($\rho < \rho_{cen}$) bzw. außerhalb ($\rho > \rho_{rem}$) des entsprechenden Konvergenzradius berechnet werden (siehe Abbildung 3.3). Dies ist ebenfalls bei einem System aus mehreren Magnetspulen der Fall, in dem der Konvergenzradius durch die nächste (ρ_{cen}) bzw. durch die entfernteste (ρ_{rem}) Magnetspule definiert ist. Weiterhin kann die benötigte Rechenzeit deutlich reduziert werden, indem die Quellpunkte so gewählt werden, dass die Verhältnisse r_{cen} bzw. r_{rem} bezüglich der Feldpunkte sehr klein werden. Die Quellkoeffizienten sind durch eine zweidimensionale Integration über das Profil der entsprechenden Magnetspule definiert, wobei ρ_{ZR} den Abstand zwischen dem entsprechenden Quellpunkt

³In den Formeln ist dies durch *rem* (remote) gekennzeichnet.

und dem Punkt (Z, R) innerhalb des Spulenprofils angibt (siehe Abbildung 3.4):

$$\begin{aligned}\Psi_n^{cen} &= \int_{R_{min}}^{R_{max}} dR \int_{Z_{min}}^{Z_{max}} dZ \cdot b_n(Z, R) \\ \text{mit } b_n(Z, R) &= \frac{\mu_0 |\vec{j}|}{2} \frac{1 - \cos^2 \theta_{ZR}}{\rho_{cen}} \left(\frac{\rho_{cen}}{\rho_{ZR}} \right)^{n+1} P'_{n+1}(\cos \theta_{ZR}) \\ \Psi_n^{rem} &= \int_{R_{min}}^{R_{max}} dR \int_{Z_{min}}^{Z_{max}} dZ \cdot b_n^*(Z, R) \\ \text{mit } b_n^*(Z, R) &= \frac{\mu_0 |\vec{j}|}{2} \frac{1 - \cos^2 \theta_{ZR}}{\rho_{rem}} \left(\frac{\rho_{ZR}}{\rho_{rem}} \right)^n P'_{n-1}(\cos \theta_{ZR})\end{aligned}\quad (3.16)$$

Bei einem System aus mehreren Magnetspulen mit unterschiedlichen Symmetrieachsen werden die Quellpunkte und ihre -koeffizienten zunächst in einem lokalen Koordinatensystem berechnet. Das daraus resultierende Magnetfeld wird anschließend in das globale Koordinatensystem transformiert (siehe Abbildung 3.5). Somit ist seine Berechnung auch aufgrund der gekippten Solenoide der DPS2-F möglich.

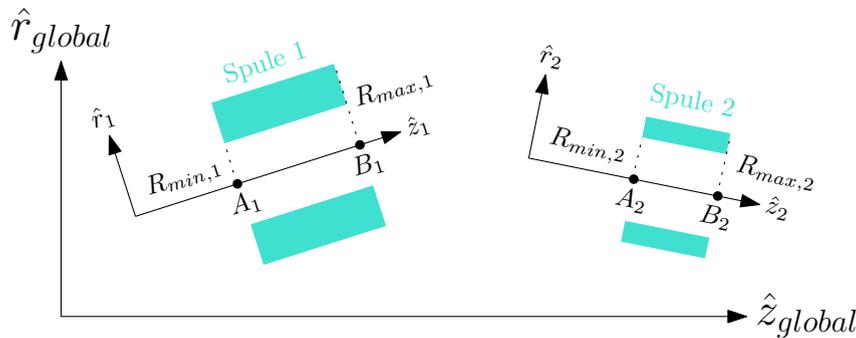


Abbildung 3.5: Koordinatentransformation – Die Koordinaten der lokalen Koordinatensysteme können in das globale Koordinatensystem umgerechnet werden.

3.1.4 Das Programm magfield3.c

Die Magnetfeldberechnung erfolgt durch das C-Programm `magfield3.c`⁴ von Dr. Ferenc Glück [Fer06]. Es läuft in vier Schritten ab:

1. Zunächst werden die Geometrien und die Stromdichten $J[i]$ der einzelnen Magnetspulen i durch die Funktion `input_coils(char *filename)` über eine Eingabedatei `filename` eingelesen. Sie hat die folgende Struktur:

```
N
J[1]  A[xyz][1]  B[xyz][1]  Rmin[1]  Rmax[1]  n[1]
⋮    ⋮⋮⋮      ⋮⋮⋮      ⋮        ⋮        ⋮
J[N]  A[xyz][N]  B[xyz][N]  Rmin[N]  Rmax[1]  n[N]
```

Die Geometrie einer Magnetspule i ist sowohl durch ihren Anfangs- und Endpunkt ($A[xyz][i]$, $B[xyz][i]$) als auch durch ihren inneren und äußeren Radius ($Rmin[i]$, $Rmax[i]$) gegeben (siehe Abbildung 3.5). Weiterhin gibt $n[i]$ die Anzahl an Segmenten an, in die die Magnetspule in radialer Richtung für die numerische Integration bei

⁴In der Zwischenzeit wurde `magfield3.c` objektorientiert in C++ umgeschrieben, das im Programmpaket KAFCA enthalten ist.

der Verwendung der elliptischen Integrale unterteilt wird. Die Anzahl an Magnetspulen innerhalb des Systems wird durch N festgelegt. Die Größen sind in SI-Einheiten gegeben.

2. Die Parameter der Magnetspulen werden durch die Funktion `test_coils()` überprüft, durch weitere redundante Werte ergänzt und in eine Ausgabedatei geschrieben. Falls erforderlich werden gleichzeitig lokale Koordinatensysteme erzeugt und ihr Bezug zum globalen Koordinatensystem hergestellt.
3. Die Quellpunkte und ihre -koeffizienten werden für die Entwicklung nach den Legendre-Polynomen durch die Funktion `magsource()` in den lokalen Koordinatensystemen berechnet und für die spätere Magnetfeldberechnung in Dateien ausgegeben.
4. Nachdem die ersten drei Schritte einmalig ausgeführt wurden, kann schließlich in jedem beliebigen Punkt (`P[1], P[2], P[3]`) das Magnetfeld (`B[1], B[2], B[3]`) durch Aufruf der Funktion `magfield(double *P, double *B)` im globalen Koordinatensystem berechnet werden. In der Nähe einer Magnetspule verwendet `magfield3.c` die Methode der elliptischen Integrale mit dem Integrationsparameter `n[i]` aus der Eingabedatei. Ansonsten wird die Entwicklung nach Legendre-Polynomen benutzt, wobei generell die Reihenentwicklung bei Erreichung der doppelten Genauigkeit abgebrochen wird.

3.1.5 Das Programm `force3d.c`

Die Berechnung von Kräften zwischen einzelnen Magnetspulen erfolgt durch das Programm `force3d.c` von Dr. Ferenc Glück [Fer06]. Zunächst werden die Magnetspulen, auf denen die ausgeübten Kräfte berechnet werden sollen, in axialer, azimuthaler und radialer Richtung in stromführende Leiterelemente $d\vec{l}$ diskretisiert. Die Anzahl der Diskretisierungen in den entsprechenden Richtungen ist durch n_z , n_φ und n_r gegeben, so dass jedes Leiterelement dz breit, $d\varphi$ lang und dr hoch ist mit

$$dz = \frac{L}{n_z}, \quad d\varphi = 2r \sin\left(\frac{360^\circ}{n_\varphi}\right) \quad (R_{min} \leq r \leq R_{max}) \quad \text{und} \quad dr = \frac{\Delta R}{n_r}. \quad (3.17)$$

Dabei beschreibt $L = |\vec{B} - \vec{A}|$ die Länge und $\Delta R = R_{max} - R_{min}$ die Dicke der Magnetspule. Für jedes Leiterelement wird das Kraftelement $d\vec{F}$ gemäß (3.5) bestimmt, wobei das Magnetfeld an seinem Ort mit `magfield3.c` nach Kapitel 3.1.4 berechnet wird. Durch numerische Integration über alle Kraftelemente werden schließlich die ausgeübten Kräfte \vec{F} auf die entsprechenden Magnetspulen bestimmt.

3.2 Berechnung von Magnetfeldlinien und Elektronenbahnen

3.2.1 Das Runge-Kutta-Verfahren

Das Runge-Kutta-Verfahren wird zur numerischen Lösung von Differentialgleichungssystemen erster Ordnung mit n Gleichungen gemäß

$$\frac{dy_i}{dt} = f(i; y_1, \dots, y_n; t) \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.18)$$

und den Anfangsbedingungen $y_i(t_0) = y_{i0}$ benutzt. Es nähert die exakten Lösungen $y_i = y_i(t)$ durch eine schrittweise Linearisierung der Länge h innerhalb des Intervalls $[t_0, t_0 + h]$. Die allgemeine Lösung des Runge-Kutta-Verfahrens lautet:

$$y_i(t_0 + h) = y_{i0} + h \sum_{j=1}^m A_j k_{ij} \quad (3.19)$$

Die Matrixelemente k_{ij} ergeben sich wie folgt aus der in (3.18) gegebenen Ableitungsfunktion f :

$$\begin{aligned} j = 1 : \quad k_{i1} &= f(i; y_{10}, \dots, y_{n0}; t_0) \\ j > 1 : \quad k_{ij} &= f(i; y_{10} + h \sum_{l=1}^{j-1} b_{jl} k_{1l}, \dots, y_{n0} + h \sum_{l=1}^{j-1} b_{jl} k_{nl}; t_0 + a_j h) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Die Koeffizienten A_j , a_j und b_{jl} sind in Runge-Kutta-Tabellen aufgelistet, wodurch ein allgemeines Anfangswertproblem erster Ordnung (3.18) gemäß der Rekursionsformel des Runge-Kutta-Verfahrens (3.19) numerisch gelöst werden kann.

3.2.2 Berechnung von Magnetfeldlinien

Elektronen bewegen sich im Magnetfeld auf Zyklotronbahnen entlang von Magnetfeldlinien. Die Kenntnis ihres Verlaufs ist besonders wichtig für das elektromagnetische Design der DPS2-F und für die Charakterisierung der Form des magnetischen Flussschlauchs. Eine Magnetfeldlinie durch einen bestimmten ist durch folgendes Differentialgleichungssystem erster Ordnung gegeben:

$$\frac{dx_i}{ds} = \pm \frac{B_i}{|\vec{B}|} \quad \text{mit } i = 1, 2, 3 \quad (3.21)$$

Dabei beschreibt s die Bahn der Magnetfeldlinie, die den Punkt $(x_1, x_2, x_3)^T$ mit dem Magnetfeld $\vec{B} = (B_1, B_2, B_3)^T$ parallel (+) bzw. antiparallel (-) zu seiner Richtung durchquert. Mittels Runge-Kutta-Verfahren (3.19) kann das Anfangswertproblem (3.21) durch Betrachtung der Ableitungsfunktion

$$f(i; y_1, y_2, y_3; t = s) = \pm \frac{B_i}{|\vec{B}|} \quad \text{mit } y_i = x_i \quad \text{für } i = 1, 2, 3 \quad (3.22)$$

numerisch gelöst werden.

3.2.3 Das Programm magfieldline3.c

Die Berechnung des Verlaufs von Magnetfeldlinien erfolgt durch das von Dr. Ferenc Glück entwickelte C-Programm `magfieldline3.c`⁵ [Fer06]. Mit der Funktion `magfieldline3()` wird der Punkt \vec{p} ausgehend vom Punkt \vec{p}_0 berechnet, so dass beide auf einer gemeinsamen Magnetfeldlinie liegen. Zusätzlich wird das Programm `magfield3.c` in den genannten Punkten aufgerufen, um dort das für die Berechnung benötigte Magnetfeld zu bestimmen. Die Variable `pathlength` beschreibt den Abstand beider Punkte und der Parameter `numstep` die Anzahl an Schritten innerhalb des Runge-Kutta-Verfahrens, so dass für die Schrittweite

$$h = \frac{\text{pathlength}}{\text{numstep}} \quad (3.23)$$

gilt. Die Richtung der Magnetfeldlinie wird durch die Variable `sign` = ± 1 angegeben. Es wird das Runge-Kutta-Verfahren achter Ordnung verwendet, so dass pro Schrittweite 13 Funktionsaufrufe gemäß (3.20) notwendig sind ($m = 13$ in (3.19)).

⁵In der Zwischenzeit wurde `magfieldline3.c` objektorientiert in C++ umgeschrieben, das im Programmpaket KTRACK enthalten ist.

3.2.4 Berechnung von Elektronenbahnen in Magnetfeldern

Auf Elektronen mit der Geschwindigkeit \vec{v} in einem Magnetfeld \vec{B} wirkt die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = e\vec{v} \times \vec{B}. \quad (3.24)$$

Das folgende Differentialgleichungssystem erster Ordnung mit sechs Gleichungen beschreibt die Bewegung des Elektrons vollständig:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= \vec{v} \\ \dot{\vec{p}} &= \vec{F}_L \end{aligned} \quad (3.25)$$

Im relativistischen Fall sind Impuls \vec{p} und Geschwindigkeit \vec{v} über

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.26)$$

verknüpft, wobei m_0 die Ruhemasse des Elektrons angibt. Somit kann das Anfangswertproblem (3.25) durch das Runge-Kutta-Verfahren (3.19) mit

$$\begin{aligned} y_i &= x_i & \text{für } i &= 1, 2, 3 \quad \text{und} \\ y_i &= p_{i-3} & \text{für } i &= 4, 5, 6 \end{aligned} \quad (3.27)$$

und der gegebenen Ableitungsfunktion

$$\begin{aligned} f(i; y_1, \dots, y_6; t) &= v_i & \text{für } i &= 1, 2, 3 \quad \text{und} \\ f(i; y_1, \dots, y_6; t) &= F_{L,i-3} & \text{für } i &= 4, 5, 6 \end{aligned} \quad (3.28)$$

numerisch gelöst werden. Die Anfangsbedingungen y_{i0} sind gemäß (3.27) durch die Position \vec{x}_0 und den Impuls \vec{p}_0 der Elektronen am Ort ihrer Quelle gegeben.

Die Elektronen bewegen sich im Magnetfeld auf Spiralbahnen mit dem Zyklotronradius

$$r_c = \frac{m_0 \gamma v^2}{|e(\vec{v} \times \vec{B})|} \quad (3.29)$$

entlang von Magnetfeldlinien. Für hochenergetische Elektronen oder in starken Magnetfeldern kann die Elektronenbewegung durch den Verlauf von Magnetfeldlinien gut beschrieben werden. Der Zyklotronradius wird in diesen Fällen entsprechend klein. Dies ist ebenfalls vorteilhaft zur Reduzierung von Rechenzeiten, da für die Berechnung von Elektronenbahnen ein Differentialgleichungssystem mit sechs Gleichungen gelöst werden muss. Für die Beschreibung des Verlaufs von Magnetfeldlinien sind nach (3.21) nur drei Gleichungen erforderlich.

3.2.5 Das Programmpaket KPAGE

Zur Erzeugung einer gegebenen Anzahl an Elektronen mit definierten Anfangsbedingungen dienen unterschiedliche Monte Carlo Generatoren im Programmpaket KPAGE⁶, die die Art und Geometrie verschiedener Elektronenquellen parametrisieren. Die generierten Anfangsbedingungen werden für jedes Elektron in die Klasse `PAGEParticle` übergeben, die im Grunde das Elektron mit seinen physikalischen Eigenschaften repräsentiert. Die so erstellten Elektronen übergibt KPAGE einmalig in die Klasse `KTrackParticle` des Programmpakets `KTRACK`⁷.

⁶KATRIN PArticle GEnerator

⁷KATRIN TRACK

Speziell für die Simulationen zur Untersuchung der elektro-optischen Eigenschaften der DPS2-F wurde durch die Klasse `PAGEGeneratorKrypton` ein Generator zur Parametrisierung einer Rb-/Kr-Festkörper-Quelle (siehe Kapitel 4.1.2) entwickelt. In einer kreisförmig zugeschnittenen Metallfolie werden monoenergetische Konversionselektronen durch den Übergang des metastabilen Zustands ^{83m}Kr in den Grundzustand ^{83}Kr erzeugt. Diese Elektronenquelle kann durch einen Zylinder parametrisiert werden, dessen Höhe der Dicke der Metallfolie entspricht (siehe Abbildung 3.6). Innerhalb dieses Zylinders werden N Elektronen mit einem charakteristischen Energiespektrum (siehe Tabelle 4.1) gleichmäßig verteilt erzeugt und isotrop emittiert.

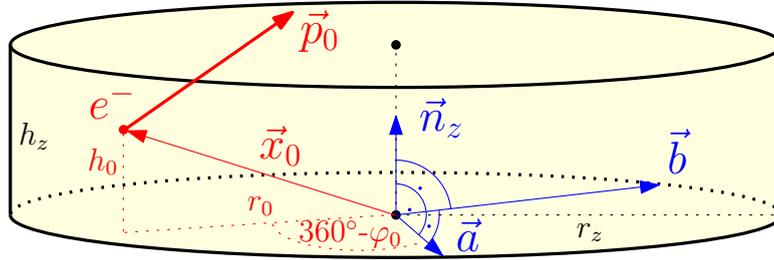


Abbildung 3.6: Modell einer Rb-/Kr-Festkörper-Quelle – Die Rb-/Kr-Festkörper-Quelle wird durch einen Zylinder parametrisiert. Ein Elektron startet am Ort \vec{x}_0 mit dem Impuls \vec{p}_0 .

Die zufälligen, gleichmäßig verteilten Startpositionen \vec{x}_0 der Elektronen ergeben sich durch Kenntnis der Position \vec{x}_z , des Radius r_z , der Höhe h_z und der Symmetrieachse \vec{n}_z des Zylinders (siehe Abbildung 3.6) zu

$$\vec{x}_0 = \vec{x}_z + r_0 \cos(\varphi_0) \cdot \vec{a} + r_0 \sin(\varphi_0) \cdot \vec{b} + h_0 \cdot \frac{\vec{n}_z}{|\vec{n}_z|} \quad (3.30)$$

mit

$$r_0 = r_z \sqrt{[0 \dots 1]}, \quad \varphi_0 = [0 \dots 2\pi], \quad h_0 = [0 \dots h_z] \quad \text{und} \quad \vec{a} \perp \vec{b} \perp \vec{n}_z. \quad (3.31)$$

Die kinetischen Startenergien $E_{kin,0}$ der Elektronen werden zufällig aus dem ROOT-Histogramm `krypton.root` ausgelesen, in dem das Energiespektrum der Konversionselektronen gemäß Tabelle 4.1 gespeichert ist. Die natürliche Linienbreite Γ der einzelnen Konversionselektronen wird durch die Breit-Wigner-Verteilung

$$p(E_{kin,0}) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma^2}{(E_{kin,0} - E_{kin,0,mean})^2 + \Gamma^2/4} \quad (3.32)$$

berücksichtigt, die die Verteilung der kinetischen Startenergien $E_{kin,0}$ bestimmt. Daraus berechnen sich ihre isotrop verteilten Startimpulse \vec{p}_0 in Kugelkoordinaten zu

$$\vec{p}_0 = \begin{pmatrix} p_0 \sin \theta \cos \varphi \\ p_0 \sin \theta \sin \varphi \\ p_0 \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

mit

$$p_0 = \sqrt{(\gamma + 1)E_{kin,0}|e|m_0}, \quad \gamma = \frac{E_{kin,0} + m_0c^2}{m_0c^2}, \quad (3.34)$$

$$\cos \theta = [-1 \dots 1] \quad \text{und} \quad \varphi = [0 \dots 2\pi].$$

Die benötigten Parameter werden von `KPAGE` durch eine Konfigurationsdatei eingelesen. Sie hat die folgende Struktur:

```

NGEN N
GENTYPE KRYPTON filename R H X Y Z Nx Ny Nz W
RANDOMSEED S

```

Dabei beschreibt `N` die Anzahl an generierten Elektronen, `filename` den Pfad des Histogramms `krypton.root`, `R` den Radius des Zylinders, `H` seine Höhe, `X Y Z` seine Position, `Nx Ny Nz` seine Symmetrieachse, `W` den Gewichtungsfaktor gegenüber anderen Generatoren (hier: `W = 1`) und `S` den Zufallsgenerator.

Vor der Übergabe an `KTRACK` müsste prinzipiell die Wechselwirkung der Elektronen mit der Materie berücksichtigt werden. Dies wäre durch eine Simulation mit dem Programmpaket `KESS`⁸ [Ren10] möglich. Im Falle der hier vorliegenden Arbeit sind die erwarteten Energieverluste (~ 10 eV) aufgrund des flachen Implantierungsprofils deutlich kleiner als die Energieauflösung des Detektors (~ 4 keV). Deswegen kann auf eine Beschreibung der Wechselwirkung der Elektronen innerhalb der Quelle verzichtet werden.

3.2.6 Das Programmpaket KTRACK

Die einzelnen Elektronenbahnen werden in `KTRACK` rekursiv und schrittweise mittels Runge-Kutta-Verfahren achter Ordnung aus den Anfangsbedingungen der übergebenen Elektronen berechnet. Zunächst wird dazu die Schrittweite h in der Klasse `StepSize` über die Umlaufdauer T_c einer Zyklotronbewegung berechnet, da die Elektronenbewegung durch die Zyklotronfrequenz ω_c charakterisiert ist:

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} \quad \text{mit} \quad \omega_c = \frac{|e|B}{\gamma m_0} \quad \Rightarrow \quad T_c = \frac{2\pi\gamma m_0}{|e|B} \quad (3.35)$$

Die Schrittweite des Runge-Kutta-Verfahrens ist nicht konstant, sondern durch

$$h = \frac{T_c}{n_{steps}} \quad (3.36)$$

gegeben, wobei die Anzahl an Schritten n_{steps} pro Umlaufdauer einmalig durch den Benutzer festgelegt wird. Durch die Abhängigkeit von der Umlaufdauer ist die Schrittweite in hohen Magnetfeldern kleiner als in Regionen mit niedrigem Magnetfeld. Eine kleinere Schrittweite bedeutet eine längere Rechenzeit mit höherer Genauigkeit. Durch den Benutzer wird sie in einem Intervall eingeschränkt, um sehr niedrige und unnötig hohe Genauigkeiten zu vermeiden. In der Klasse `DiffEqSolver` wird durch Kenntnis der Schrittweite, der Anfangsbedingungen und der Ableitungsfunktion das Differentialgleichungssystem 3.28 mit dem Runge-Kutta-Verfahren numerisch gelöst. Der nächste Schritt – also die räumliche Bewegung des entsprechenden Elektrons nach der Zeit h – wird in der Klasse `StepComputer` berechnet und ausgeführt. Die neuen Parameter werden in die Klasse `KTrackParticle` übergeben. Anschließend werden durch die genannten Klassen in `KTRACK` weitere Schritte rekursiv aus dem jeweils vorherigen berechnet und ausgeführt, so dass sich schließlich Elektronenbahnen ergeben. Die Berechnung einer Elektronenbahn bricht unter anderem bei Erreichen der Strahlrohrwand ab. Eine detailliertere Beschreibung von `KTRACK` ist in [Lei10] vorzufinden.

3.2.7 Berechnung von Abständen zur Strahlrohrwand

Zur Berechnung von Abständen zwischen Strahlrohrwand und Magnetfeldlinien oder zu Elektronen wird das Strahlrohr der DPS2-F durch zusammenhängende hohle Konen parametrisiert, deren Mantelflächen der Strahlrohrwand entsprechen. Die mathematische Beschreibung der Konen geschieht über ihren Anfangs- und Endpunkt (\vec{a}_1, \vec{a}_2) sowie über

⁸`KATRIN Electron Scattering in Silicon`

ihren Anfangs- und Endradius (r_1, r_2) (siehe Abbildung 3.7), wobei ihre Wanddicke keine Rolle spielt. Aus diesen Parametern werden die Konuslänge l und der Einheitsvektor \vec{n} entlang seiner Symmetrieachse durch

$$\vec{n} = \frac{\vec{a}_2 - \vec{a}_1}{l} \quad \text{mit} \quad l = |\vec{a}_2 - \vec{a}_1| \quad (3.37)$$

bestimmt. Die Ebenen

$$H_i : k_i = \vec{a}_i \cdot \vec{n} \quad \text{mit} \quad i = 1, 2 \quad (3.38)$$

begrenzen den Konus auf beiden Seiten. Ein Punkt \vec{x} liegt zwischen diesen Begrenzungsebenen, falls die beiden Bedingungen

$$d_i < l \quad \text{mit} \quad i = 1, 2 \quad (3.39)$$

erfüllt sind, wobei für die Abstände d_i zwischen \vec{x} und H_i

$$d_i = |(k_x - k_i) \cdot \vec{n}| \quad \text{mit} \quad k_x = \vec{x} \cdot \vec{n} \quad (3.40)$$

gilt. Durch (3.39) kann zunächst überprüft werden, an welchem Konus der kürzeste Abstand d zwischen seiner Mantelfläche am Punkt \vec{u} und dem Punkt \vec{x} berechnet werden muss. Ist dies entschieden, wird \vec{x} anschließend auf die Symmetrieachse des zu betrachteten Konus projiziert:

$$\vec{s} = \vec{a}_1 + (k_x - k_1) \cdot \vec{n} \quad (3.41)$$

Die Abstände d_{sx} zwischen \vec{s} und \vec{x} und d_{st} zwischen \vec{s} und \vec{t} sind durch

$$d_{sx} = |\vec{s} - \vec{x}| \quad \text{und} \quad d_{st} = r_1 + \frac{d_1}{l}(r_2 - r_1) \quad (3.42)$$

gegeben. Aus den trigonometrischen Überlegungen

$$\tan \alpha = \frac{r_2 - r_1}{l} \quad \text{und} \quad \cos \alpha = \frac{d_{st} - d_{sx}}{d} \quad (3.43)$$

mit dem Öffnungswinkel α des Konus folgt der gesuchte Abstand d mit (3.42) zu

$$d = (d_{st} - d_{sx}) \cdot \cos \left(\arctan \left(\frac{r_2 - r_1}{l} \right) \right). \quad (3.44)$$

Falls $d > 0$, so liegt \vec{x} innerhalb des Konus, ansonsten genau auf seiner Oberfläche ($d = 0$) oder auf seiner Außenseite ($d < 0$).

Für diese Abstandsberechnung wurden in KTRACK die Klassen `Distance3D` und `Cone3D` entwickelt. In einer Konfigurationsdatei `filename` wird das durch N Konen parametrisierte Strahlrohr in der Klasse `Distance3D` durch die Funktion `ReadCones3D(char *filename)` eingelesen. Die Datei hat die folgende Struktur:

```
lab[1]  a1[xyz][1]  r1[1]  a2[xyz][1]  r2[1]
:      : : :      :      : : :      :
lab[N]  a1[xyz][N]  r1[N]  a2[xyz][N]  r2[N]
```

Dabei ist durch `lab[i]` eine optionale Benennung der einzelnen Konen möglich. Durch die Parameter `a1[xyz][i]`, `a2[xyz][i]`, `r1[i]` und `r2[i]` werden die genannten Größen des Konus i festgelegt. Sie werden in die Klasse `Cone3D` übergeben, die das Objekt der Konen darstellt. Die Abstandsberechnung wird an jeder Elektronenposition `position` in der Klasse `Distance3D` durch die Funktion `DistToCone(TVector3 position)` aufgerufen. Die

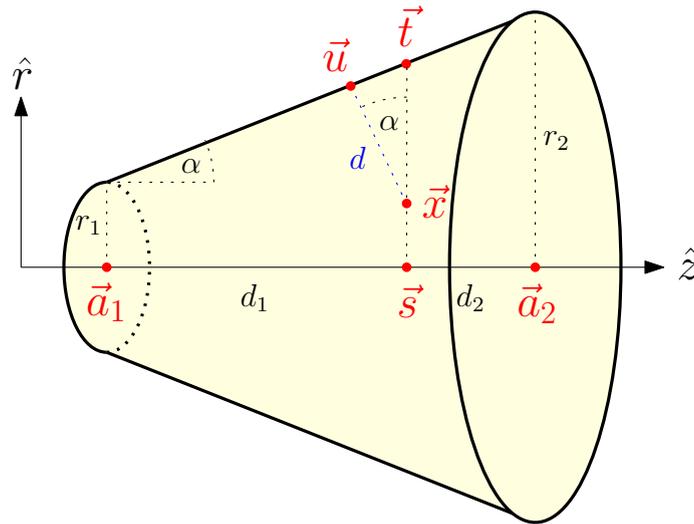


Abbildung 3.7: Prinzip der Abstandsberechnung – Ein Kegel wird durch seinen Anfangs- und Endpunkt (\vec{a}_1, \vec{a}_2) und seinen Anfangs- und Endradius (r_1, r_2) charakterisiert. Für einen beliebigen Punkt \vec{x} wird der kürzeste Abstand d zur Mantelfläche am Punkt \vec{u} mittels der Hilfspunkte \vec{s} und \vec{t} berechnet. Der Punkt \vec{x} stellt einen Punkt einer Magnetfeldlinie oder die Position eines Elektrons dar. Der hohle Kegel repräsentiert ein Teil des Strahlrohrs.

Berechnung selbst erfolgt in der Klasse `Cone3D`, da sie speziell für Konen gültig ist. Dadurch können später noch weitere mathematische Körper, wie Würfel, die zur Beschreibung der Pumpstutzen in der DPS1-R und DPS1-F notwendig sind, problemlos hinzugefügt werden. Zunächst wird gemäß (3.39) durch die Funktion `CheckRange(TVector3 position)` überprüft, an welchem Kegel sich das Elektron aktuell befindet. Ist dies entschieden, so wird gemäß (3.44) durch die Funktion `Distance(TVector3 position)` der Abstand zwischen dem Elektron und der Mantelfläche des zu betrachteten Kegel berechnet. Ist der Abstand positiv ($d > 0$), so liegt das Elektron innerhalb des Strahlrohrs. Ansonsten hat es die Strahlrohrwand erreicht ($d \leq 0$) und die Berechnung der Elektronenbewegung bricht ab.

3.3 Modellierung der DPS2-F

3.3.1 Bestimmung von Geometrien und Positionen

Für die Berechnung des Magnetfelds und der Simulation von Elektronenbahnen müssen Maße und Lage der Solenoide und des Strahlrohrs der DPS2-F gegeben sein. Deshalb wurden die Geometrien und Positionen der Heliumtanks von ASG⁹, dem Hersteller der DPS2-F, nach ihrem Einbau mit einem Lasertracker vermessen. Für die Magnetspulen, Strahlrohrelemente und Pumpstutzen war dies allerdings technisch nicht realisierbar. Ihre Maße müssen daher aus technischen Zeichnungen und dem CAD-Modell der DPS2-F übernommen werden. Ihre Lage dagegen ergibt sich dann aus den gemessenen Positionen der Heliumtanks. Die parametrisierten Modelle der DPS2-F basieren also auf einer Kombination aus theoretischen und gemessenen Werten. Zusätzlich wurde vom GIK¹⁰ die Geometrie des Strahlrohrs im Ausgangsbereich auf der Detektorseite der DPS2-F mit einem Lasertracker vermessen. Weiterhin bestimmten ASG und GIK unabhängig voneinander die Länge der DPS2-F ausgehend vom jeweiligen Mittelpunkt des Strahlrohrquerschnitts auf der Quell- und Detektorseite (siehe Tabelle 3.1).

⁹ASG Superconductors

¹⁰Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe

Die Lage der Solenoide und des Strahlrohrs wird im Folgenden durch ein rechtshändiges Koordinatensystem angegeben, das seinen Ursprung in der Mitte des dritten Strahlrohrelements hat. Seine Symmetrieachse zeigt entlang der z-Achse in Richtung der Detektorseite der DPS2-F.

3.3.2 Parametrisierung der Solenoide

Zunächst müssen die Solenoide der DPS2-F parametrisiert werden, um das erzeugte Magnetfeld an jeder beliebigen Stelle mit `magfield3.c` berechnen zu können. Dazu ist gemäß Kapitel 3.1.4 die Kenntnis von Stromdichte, von Anfangs- und Endpunkt und von Innen- und Außenradius jedes Solenoids erforderlich. Die schon existierende Konfigurationsdatei basiert komplett auf technischen Zeichnungen, weshalb sie überarbeitet wurde.

Sowohl die Längen, Innen- und Außenradien der Solenoide als auch ihre Lage innerhalb eines Heliumtanks sind aus technischen Zeichnungen übernommen. Aus den gemessenen Positionen der Heliumtanks ergeben sich ihre Anfangs- und Endpunkte unter der Annahme, dass sie innerhalb der einzelnen Heliumtanks mittig und axialsymmetrisch angeordnet sind. Die Stromdichten stammen aus der schon existierenden Konfigurationsdatei aufgrund der sich nicht veränderten Geometrie der Solenoide. Prinzipiell berechnen sie sich aus dem Biot-Savart-Gesetz (3.4) mit dem für die DPS2-F erforderlichen magnetischen Führungsfeld mit einer Flussdichte von $B = 5,6 \text{ T}$.

Folgende Änderungen ergeben sich zwischen der schon existierenden und der überarbeiteten Konfigurationsdatei:

- Die Anfangs- und Endpunkte der Solenoide besitzen nun eine nicht mehr vernachlässigbare y-Komponente im Bereich von $\sim \pm 2 \text{ mm}$, so dass ihr Profil im Dreidimensionalen beschrieben werden muss.
- Die Solenoide sind bezüglich der xy-Ebene nicht mehr spiegelsymmetrisch angeordnet, weshalb eine globale Symmetrie nicht mehr zu erkennen ist. Grundsätzlich existiert nur noch eine lokale Axialsymmetrie der Solenoide innerhalb der einzelnen Heliumtanks.
- Die Abstände zwischen den Heliumtanks sind um jeweils $\sim 4 - 6 \text{ mm}$ größer als in der schon existierenden Konfigurationsdatei. Demnach ändern sich ebenfalls die Abstände der entsprechenden Solenoide.

3.3.3 Parametrisierung des Strahlrohrs

Zur Berechnung von Abständen zwischen der Strahlrohrwand zum magnetischen Flusschlauch oder zu Elektronen muss das Strahlrohr der DPS2-F durch hohle Konen parametrisiert werden. Dazu ist gemäß Kapitel 3.2.7 die Kenntnis des Anfangs- und Endpunkts und des Anfangs- und Endradius jedes Konus erforderlich.

Die Geometrie des Strahlrohrs im Eingangsbereich und Ausgangsbereich der DPS2-F wird durch die Vermessung des GIK unter der Annahme beschrieben, dass beide Bereiche spiegelsymmetrisch sind. Innerhalb des Kryostats stammt die Geometrie des Strahlrohrs aus technischen Zeichnungen und dem CAD-Modell. Daraus ergeben sich die Länge und der Anfangs- und Endradius der einzelnen Kone. Ihre Anfangs- und Endpunkte berechnen sich aus den gemessenen Positionen der Heliumtanks. Als Teil des Strahlrohrs sind ebenfalls die FT-ICR Module und Dipole so parametrisiert, dass sie jeweils mittig entlang den Strahlrohrelementen platziert sind. Es wurde zusätzlich noch ein parametrisiertes CAD-Modell angefertigt, dessen Werte im Gegensatz zum parametrisierten DPS2-F-Modell ausschließlich aus dem CAD-Modell stammen.

Tabelle 3.1: Vergleich der Längen der verschiedenen DPS2-F-Modelle – Die Längen der unterschiedlichen Modelle unterscheiden sich deutlich.

	Länge [m]	Vergleich zur Messung vom GIK [mm]
Messung vom GIK	7,1650	0
Messung von ASG	7,1619	-3,1
CAD-Modell	7,1590	-6,0
Parametrisiertes CAD-Modell	7,1593	-5,7
Parametrisiertes DPS2-F-Modell	7,1523	-12,7

Die jeweilige Länge der Modelle unterscheidet sich allerdings von der durch ASG und GIK gemessenen Länge (siehe Tabelle 3.1), wobei die Ventile auf der Eingangs- und Ausgangsseite mit je 10 cm Länge bereits mit einberechnet sind. Ein Fehler in den Modellen kann ausgeschlossen werden, da das parametrisierte CAD-Modell bis auf eine Abweichung von 0,3 mm¹¹ mit dem CAD-Modell übereinstimmt. Die Unterschiede zu den gemessenen Längen lassen sich nicht erklären, genauso wenig wie die Diskrepanz zwischen den Messungen von ASG und GIK. Da die Messung vom GIK vor Ort am KIT Campus Nord durchgeführt wurde, wird im Folgenden ihr Ergebnis als Referenzwert benutzt. Demnach ist die DPS2-F 12,7 mm länger als das parametrisierte DPS2-F-Modell. Es können nur Vermutungen angestellt werden, wo das Modell diese Abweichung nicht berücksichtigt:

- Das Modell nimmt an, dass das Strahlrohr im Eingangsbereich spiegelsymmetrisch zu dem im Ausgangsbereich aufgebaut ist, obwohl es nur im Ausgangsbereich vermessen wurde. Im CAD-Modell ist diese Symmetrie allerdings deutlich zu erkennen.
- Die Geometrie des Strahlrohrs in den Heliumtanks und den Pumpstutzen ist nur aus technischen Zeichnungen und dem CAD-Modell bekannt. Demnach könnten die Strahlrohrteile im Inneren des Kryostats andere Maße besitzen.
- Im ungünstigsten Fall (siehe Kapitel 6) ist das Strahlrohr im Übergangsbereich zwischen den Heliumtanks und dem Eingangs- bzw. Ausgangsbereich länger, der aus technischen Gründen nicht vermessen werden konnte. Aus diesem Grund wird das parametrisierte DPS2-F-Modell so modifiziert, dass der Übergangsbereich auf beiden Seiten um 6,35 mm verlängert wird gegenüber dem CAD-Modell.

Die Diskrepanzen können mit einer Magnetfeldmessung experimentell geklärt werden, da dadurch Rückschlüsse auf die Geometrie und Lage der Solenoide bezüglich des Strahlrohrs möglich sind. Darauf wird in Kapitel 6 näher eingegangen.

3.4 Der magnetische Flussschlauch in der DPS2-F

Der magnetische Fluss Φ ist gemäß (2.3) eine Erhaltungsgröße. Er definiert den magnetischen Flussschlauch, der durch seine äußersten Magnetfeldlinien begrenzt ist, so dass seine Form durch den Verlauf dieser Feldlinien beschrieben werden kann. Dazu ist lediglich die Kenntnis seiner Querschnittsfläche an einem bestimmten Ort erforderlich unter der Annahme, dass das Magnetfeld überall gegeben ist. In der DPS2-F wird der Verlauf des Flussschlauchs ausgehend von der Mitte des dritten Strahlrohrelements bei $z = 0$ m berechnet. Dort ist das Magnetfeld in axialer und radialer Richtung näherungsweise homogen (siehe Abbildungen 3.8 und 3.9), so dass sich der magnetische Fluss zu

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \cdot \pi r_\Phi^2 \quad (3.45)$$

¹¹Diese Abweichung stammt aus den endlichen Dicken von Verbindungen zwischen den einzelnen Teilen des Strahlrohrs im CAD-Modell. In den technischen Zeichnungen sind sie nicht vorhanden.

berechnet. Die Querschnittsfläche des Flussschlauchs ist somit kreisförmig mit dem Radius r_Φ . Für einen magnetischen Fluss mit $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ und einer Flussdichte von $B = 5,6448 \text{ T}$ ergibt sich in diesem Fall ein Flussschlauchradius von

$$r_\Phi = \sqrt{\frac{\Phi}{B \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{191 \text{ Tcm}^2}{5,6448 \text{ T} \cdot \pi}} = 3,28 \text{ cm.} \quad (3.46)$$

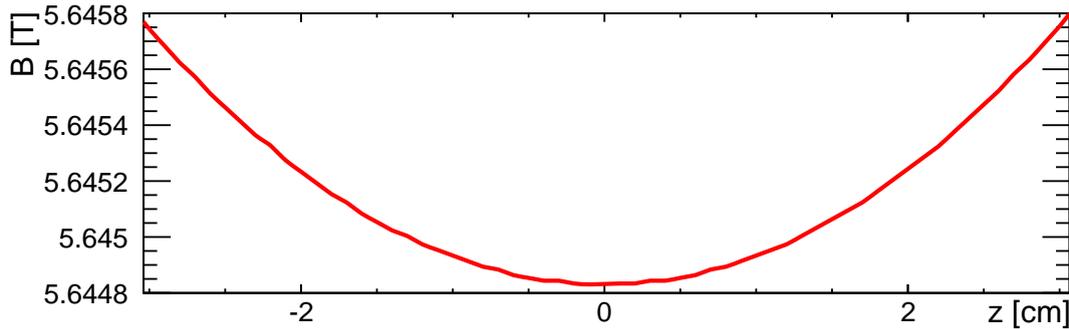


Abbildung 3.8: Magnetische Flussdichte entlang des dritten Strahlrohrelements – Das Magnetfeld ist in axialer Richtung entlang der Strahlachse des dritten Strahlrohrelements in der Mitte näherungsweise homogen, da die Inhomogenität der magnetischen Flussdichte innerhalb von $\Delta z = 6 \text{ cm}$ unter 1 mT liegt. Dies entspricht einer Abweichung von $1,8 \cdot 10^{-4}$.

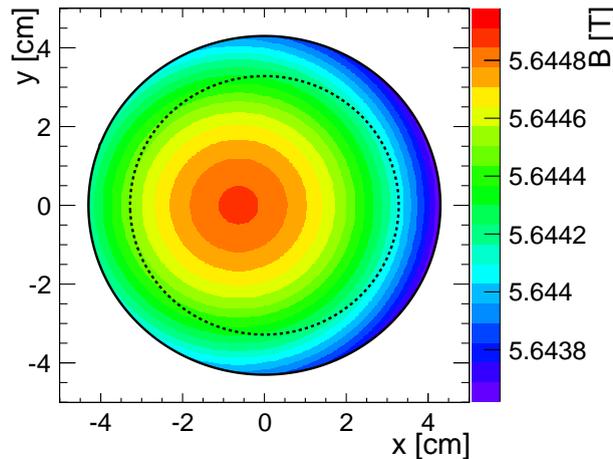


Abbildung 3.9: Magnetische Flussdichte bei $z = 0 \text{ m}$ in der xy -Ebene – Das Magnetfeld ist in radialer Richtung näherungsweise homogen. Die Verschiebung des Maximums aus dem Zentrum des Strahlrohrs folgt aus der gekippten Anordnung der Solenoiden. Die gestrichelte Linie zeigt den Rand des magnetischen Flussschlauchs von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ mit einem Radius von $r_\Phi = 3,28 \text{ cm}$.

Ausgehend von den Punkten, die auf diesem Kreis liegen, kann der theoretische Verlauf der den Flussschlauch begrenzenden Magnetfeldlinien berechnet werden. Er ist in Abbildung 3.10 für $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ gemeinsam mit dem Strahlrohr und den Solenoiden der frei stehenden DPS2-F dargestellt. Gemäß dem Design der DPS2-F berührt der Flussschlauch die Strahlrohrwand und die im Strahlrohr installierten Komponenten nicht, so dass er verlustfrei durch die DPS2-F transportiert wird. Dies verdeutlicht Abbildung 3.11, in der beispielhaft der Abstand der Strahlrohrwand zur in Abbildung 3.10 gezeigten oberen Magnetfeldlinie entlang des Strahlrohrs dargestellt ist. In der Realität kann es allerdings mehrere Ursachen geben, weshalb dies nicht unbedingt der Fall sein muss:

- Durch die Installation der FT-ICR Module und der Dipole in den einzelnen Strahlrohrelementen verengt sich dort das Strahlrohr von $4,30 \text{ cm}$ Radius auf $3,55 \text{ cm}$ bzw.

auf 3,70 cm. Der Flussschlauchradius beträgt in ihrer Mitte 3,28 cm gemäß (3.46), so dass der Flussschlauch die Komponenten im Idealfall nicht berührt. Dazu müssen sie aber möglichst mittig und axialsymmetrisch im entsprechenden Strahlrohrelement angebracht werden, denn der Flussschlauch weitet sich in Richtung der Pumpstutzen auf und der Abstand zur entsprechenden Komponente verringert sich nach außen hin (siehe Abbildungen 3.10 und 3.11). Deswegen ist neben dem Innendurchmesser auch die Länge der Komponenten begrenzt.

- In den Pumpstutzen sinkt die magnetische Flussdichte aufgrund des Abstands der Solenoide auf unter 1 T ab, so dass sich der Flussschlauch entsprechend aufweitet. Um diese Ausdehnung zu berücksichtigen, muss der Strahlrohrdurchmesser in dem Bereich vor den Pumpstutzen entsprechend größer werden. Wie bereits in Kapitel 3.3.3 erläutert, existieren allerdings einige Diskrepanzen bezüglich den Abmessungen des Strahlrohrs, so dass seine tatsächliche Geometrie im Inneren des Kryostats unklar ist. Im ungünstigsten Fall könnte der Flussschlauch die Strahlrohrwand vor allem in solchen Regionen berühren, wo sich der Flussschlauch aufweitet.
- Ein Defekt oder eine falsche Positionierung einzelner Solenoide hat eine Deformierung des Flussschlauchs zufolge, so dass er die Strahlrohrwand berühren oder sogar schneiden könnte.

Die genannten Punkte dienen der Motivation der BAM. Sie soll die Ausrichtung des Strahlrohrs, der darin installierten Komponenten und der Solenoide überprüfen, indem der verlustfreie Elektronentransport innerhalb des magnetischen Flussschlauchs von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ demonstriert wird.

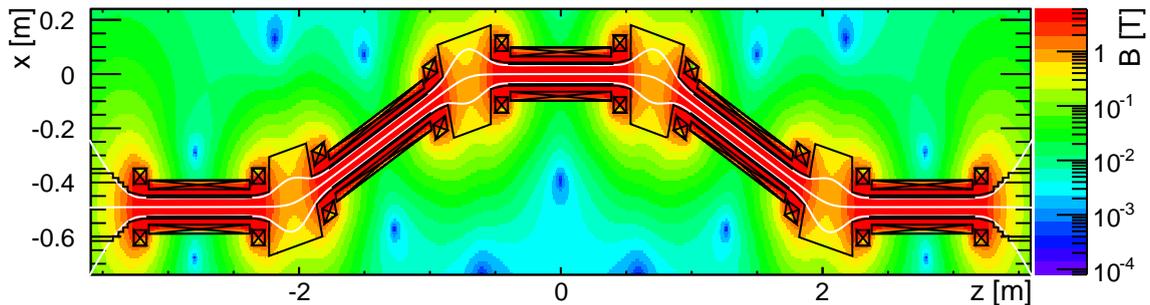


Abbildung 3.10: Elektromagnetisches Design der freistehenden DPS2-F – Das durch die Solenoide (schwarz) erzeugte Magnetfeld (bunt) ist in der zx -Ebene abgebildet. Der magnetische Flussschlauch von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ (weiß) darf das Strahlrohr und die darin installierten Komponenten (schwarz) nicht berühren. Es sind die zentrale und die äußeren Magnetfeldlinien eingezeichnet.

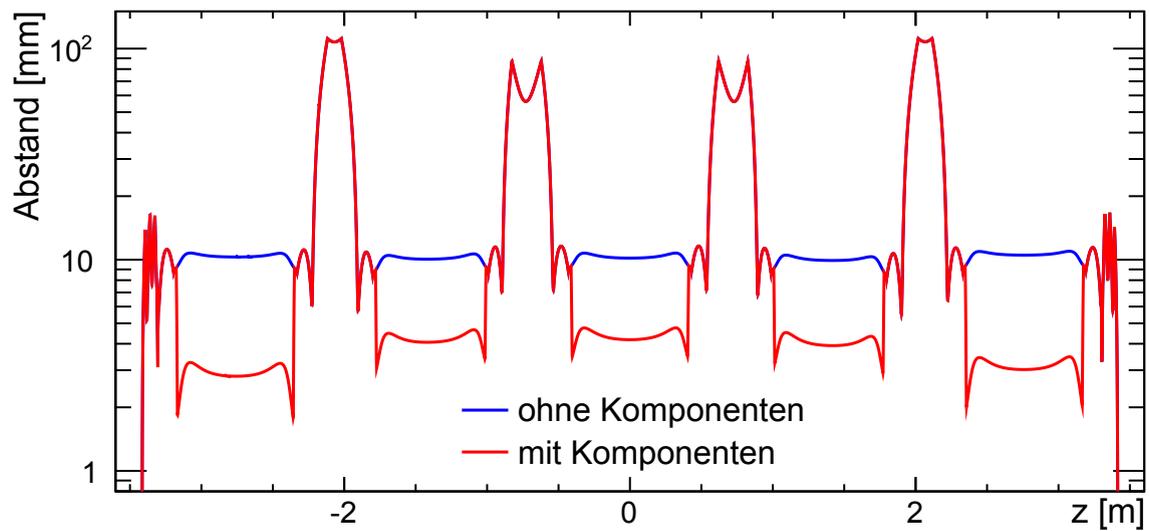


Abbildung 3.11: Abstand einer Magnetfeldlinie zur Strahlrohrwand – Als Beispiel wird die in Abbildung 3.10 dargestellte obere Magnetfeldlinie zur Abstandsberechnung entlang des Strahlrohrs benutzt. Der Abstand ist mit (rot) und ohne (blau) FT-ICR Module und Dipole im Strahlrohr abgebildet. Durch die Installation dieser Komponenten verengt sich das Strahlrohr, so dass der Abstand auf unter 2 mm sinkt. Die FT-ICR Module und Dipole haben unterschiedliche Innendurchmesser, so dass der Abstand in den einzelnen Strahlrohrelementen unterschiedlich groß ist. In den Pumpstutzen wächst er auf über 10 cm an. Auf den Eingangs- und Ausgangsbereich der DPS2-F wird in Kapitel 4.2.1 näher eingegangen. In diesem Bereich werden die Elektronenquelle und der Detektor für die Durchführung der BAM installiert.

4. Die Quellseite

In diesem Kapitel wird auf die geleistete Entwicklung eines Quellsystems für die BAM eingegangen. Dazu werden zunächst die Anforderungen an ein solches System aufgezählt und verschiedene Elektronenquellen betrachtet. Je nach Typ wird das Design zur Positionierung und Installation der entsprechenden Elektronenquelle an die Quellseite der DPS2-F vorgestellt. Für die Positionierung müssen weitere Anforderungen gestellt werden, damit die BAM ein aussagekräftiges Ergebnis liefert. Anschließend wird neben der technischen Umsetzung auch auf die sicherheitstechnischen Aspekte des Quellsystems eingegangen, da eine Beschädigung der DPS2-F ausgeschlossen werden muss.

4.1 Elektronenquellen

4.1.1 Anforderungen

Für die Untersuchung des gezielten Transports von Elektronen wird eine Elektronenquelle auf der Eingangsseite der DPS2-F mit den folgenden Eigenschaften benötigt:

- Ihre Intensität sollte so definiert sein, dass die detektierte Elektronenrate in einem Bereich von 10 – 100 cps liegt, um einerseits die detektierten Signale deutlich vom Untergrund abzutrennen und andererseits mehrstufige Pile-Up Effekte oder lange Totzeiten am Detektor zu vermeiden. Weiterhin sollte die Messzeit genügend kurz sein, aber dennoch eine statistische Genauigkeit von 1% erreicht werden.
- Die Energieverteilung der erzeugten Elektronen muss bekannt sein, wobei Elektronen mit Energien von einigen keV für die Untersuchung bevorzugt werden. Ideal wären Energien nahe des Endpunkts E_0 des β -Zerfalls von Tritium.
- Die Elektronen sollten möglichst punktförmig auf die Oberfläche des magnetischen Flussschlauchs eingespeist werden, um Verschmierungseffekte bei der Bestimmung des Transmissionsverhaltens der DPS2-F zu vermeiden.
- Die absolute Positionierung der Elektronenquelle ist mit einer Ungenauigkeit von ~ 1 mm erforderlich. Wie Abbildung 4.8 zeigt, entspricht beispielsweise eine Unsicherheit von 1 mm einer Ungenauigkeit im magnetischen Fluss Φ von $6,0 \text{ Tcm}^2$ in radialer bzw. $2,4 \text{ Tcm}^2$ in axialer Richtung, falls die Quelle im Inneren des Strahlrohrs der DPS2-F installiert wird.
- Zur Untersuchung des Transports unterschiedlicher magnetischer Flüsse muss die Elektronenquelle verfahrbar sein und mindestens einen Fluss von $\Phi = 210 \text{ Tcm}^2$ abdecken.

- Der Betrieb der Elektronenquelle muss im Hochvakuum ($\sim 10^{-5}$ mbar) und im Magnetfeld der DPS2-F möglich sein.
- Sie sollte möglichst schnell und einfach verfügbar sein.

Als Elektronenquellen kommen eine Rb-/Kr-Festkörper-Quelle und eine photoelektrische Elektronenkanone in Frage, da sie die genannten Anforderungen erfüllen und sie zudem bereits in der KATRIN-Kollaboration verwendet werden.

4.1.2 Rb-/Kr-Festkörper-Quelle

Konversionselektronen entstehen bei der Relaxation eines angeregten Atomkerns. Dabei tritt er mit einem Elektron aus der Atomhülle in eine direkte elektromagnetische Wechselwirkung und überträgt ihm seine Anregungsenergie, so dass das Hüllenelektron das Atom als Konversionselektron mit der kinetischen Energie

$$E_{kin,i} = E_{\gamma} - E_{bind,i} - E_{rec} \quad \text{mit} \quad E_{rec} = E_{rec,i} - E_{rec,\gamma} \quad (4.1)$$

verlässt und der angeregte Atomkern in einen energetisch günstigeren Zustand übergeht. Dabei beschreibt E_{γ} die Übergangsenergie der beteiligten Zustände. Die Bindungsenergie $E_{bind,i}$ des Hüllenelektrons in der Unterschale i relativ zum Vakuumniveau ist für freie Atome etwa 2 – 10 eV größer als für gebundene Atome in einem Festkörper. Im Folgenden wird die Bindungsenergie für freie Atome angegeben, obwohl eine Festkörper-Quelle beschrieben wird. Allerdings wird keine hochauflösende Elektronenspektroskopie durchgeführt. Aus dem selben Grund wird die Rückstoßenergie E_{rec} auf den Atomkern vernachlässigt, die durch die Emission des Konversionselektrons ($E_{rec,i} < 1$ eV) und des γ -Quants ($E_{rec,\gamma} < 0,01$ eV) zustande kommt.

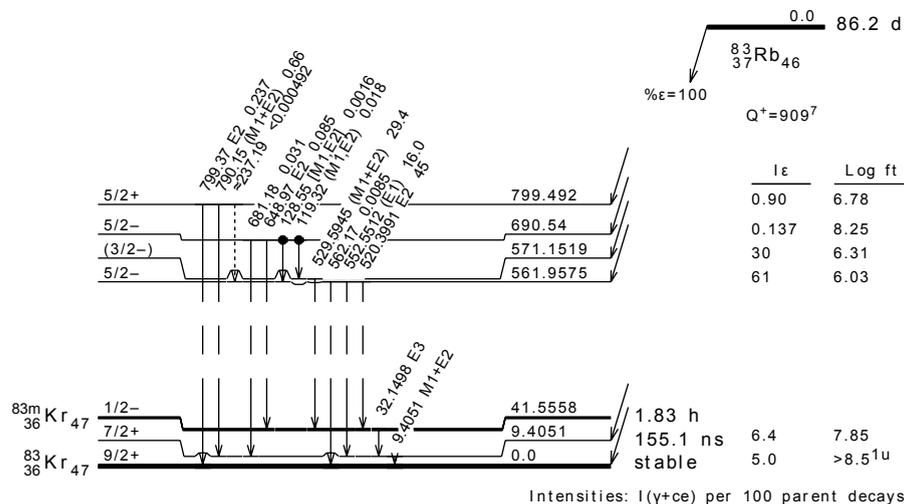


Abbildung 4.1: Zerfallsschema von ^{83}Rb in ^{83}Kr – Der isomere Zustand ^{83m}Kr wird nicht direkt aus dem Grundzustand von ^{83}Rb bevölkert. Die Übergänge der Zustände $I^{\pi} = \frac{1}{2}^{-} \rightarrow \frac{7}{2}^{+}$ und $\frac{7}{2}^{+} \rightarrow \frac{9}{2}^{+}$ sind hoch konvertiert. An jedem Übergang sind seine Übergangsenergie, Multipolarität und Intensität angegeben. Quelle: [Wu01]

Das Nuklid ^{83}Rb zerfällt mit einer Halbwertszeit von $T_{1/2} = 86,2$ d durch Elektroneinfang zu 74,5% indirekt in den kurzlebigen isomeren Zustand ^{83m}Kr mit $T_{1/2} = 1,83$ h (siehe Abbildung 4.1). Letzterer geht durch einen E3-Prozess mit einer Übergangsenergie von $E_{\gamma} = 32,2$ keV in einen sehr kurzlebigen Zwischenzustand mit $T_{1/2} = 155$ ns über. Ausgehend von ^{83}Rb wird dieser Zwischenzustand zu 97,6% bevölkert. Er zerfällt durch einen fast reinen M1-Prozess¹ mit einer Übergangsenergie von $E_{\gamma} = 9,4$ keV in den Grundzustand

¹Der Anteil an der Multipolarität von E2 ist mit einem Mischungsparameter von $\delta = 0,0129$ sehr klein. Er wird in Tabelle 4.1 trotzdem berücksichtigt.

^{83}Kr . Die beiden Übergänge sind mit den Konversionskoeffizienten² $\alpha = 2011$ und $\alpha = 17$ hoch konvertiert, so dass durch die Zerfallskaskade mit hoher Wahrscheinlichkeit Konversionselektronen erzeugt werden (siehe Tabelle 4.1). Die Konversionselektronen, die durch die elektromagnetischen Übergänge oberhalb des ^{83m}Kr -Zustands entstehen, sind hochenergetischer und werden aufgrund ihrer niedrigen Konversionskoeffizienten mit $\alpha \ll 1$ im Folgenden nicht betrachtet. Besonders relevant für die BAM ist die Untersuchung des Transports der K-, L_{II} - und L_{III} -Elektronen des 32,2 keV-Übergangs aufgrund ihrer hohen Intensitäten $I > 17\%$ pro ^{83}Rb -Zerfall und ihrer Energien nahe des Endpunkts von $E_0 = 18,6$ keV.

Tabelle 4.1: Eigenschaften der Konversionselektronen – Bei den 32,2 keV- und 9,4 keV-Übergängen des isomeren Zustands ^{83m}Kr in den Grundzustand ^{83}Kr werden Konversionselektronen emittiert. Die natürliche Linienbreite Γ verschmiert ihre Energien E nach der Breit-Wigner-Verteilung (3.32). Die Intensitäten I sind für jeden ^{83}Rb -Zerfall angegeben. Quelle: [RFA78] [CP01] [Wu01]

Übergang	Niveau	Γ [eV]	E [eV]	I [%]	E [eV]	I [%]
γ	–	–	9405,1	5,39	32149,8	0,04
K	1 s _{1/2}	2,71	–	–	17824,2	17,41
L_I	2 s _{1/2}	3,75	7484,1	64,24	30228,8	1,16
L_{II}	2 p _{1/2}	1,25	7677,9	7,24	30422,6	18,08
L_{III}	2 p _{3/2}	1,19	7730,2	5,52	30474,9	27,98
M_I	3 s _{1/2}	3,5	9126,8	10,64	31871,5	0,19
M_{II}	3 p _{1/2}	1,6	9182,4	1,18	31927,1	3,08
M_{III}	3 p _{3/2}	1,1	9191,3	0,89	31936,0	4,76
M_{IV}	3 d _{3/2}	0,07	9316,2	0,02	32060,9	0,05
M_V	3 d _{5/2}	0,072	9316,2	0,02	32060,9	0,07
N_I	4 s _{1/2}	0,4	9381,1	1,32	32125,8	0,02
N_{II}	4 p _{1/2}	0,03	9394,5	0,11	32139,2	0,28
N_{III}	4 p _{3/2}	0,03	9394,5	0,08	32139,2	0,42

Die verwendete Rb-/Kr-Festkörper-Quelle besteht aus einer Metallfolie, in der ^{83}Rb implantiert ist. Durch seinen Zerfall kann es so kontinuierlich ^{83m}Kr produzieren, das zum größten Teil im Quellmaterial verbleibt. Dieses Verhalten wird durch den Rückhaltungsfaktor von ^{83m}Kr beschrieben. Bei den Übergängen in den Grundzustand ^{83}Kr werden schließlich Konversionselektronen mit hohen Intensitäten erzeugt (siehe Abbildung 4.2 links). Die Herstellung einer solchen Quelle geschieht durch ISOLDE am CERN durch Implantation von Rb^+ -Ionen mit Energien von bis zu 30 keV in eine 25 μm dicke Metallfolie. Auf diese Weise wurden vier Quellfolien mit einem Durchmesser von je 12 mm und einer Reinheit von über 99,99% hergestellt mit den in Tabelle 4.2 genannten Eigenschaften. Die Folien befinden sich jeweils in einem fensterlosen Gehäuse aus vergoldetem Kupfer mit einer Öffnung von einem Durchmesser von 11 mm (siehe Abbildung 4.2 rechts). Für die BAM sind vor allem die Quellen "Pt-30 #2" und "Au-30" interessant, da ihre Aktivitäten im relevanten Bereich liegen und ihre aktiven Flächen relativ gut fokussiert sind.

Eine solche Elektronenquelle ist kompakt, langlebig, einfach in ihrer Herstellung und benötigt keine weitere Versorgung. Das Risiko einer Kontamination ist gering, da der Rückhaltungsfaktor von ^{83}Rb im Quellmaterial $R \approx 1$ beträgt [Zbo10]. Die Quellen wurden bereits erfolgreich am Mainzer Spektrometer bei einem Druck von 10^{-10} mbar ohne Beobachtung einer Kontamination genutzt. Aufgrund der isotropen Aussendung der Konversionselektronen ist keine winkelspezifische Untersuchung des Elektronentransports möglich.

²Der Konversionskoeffizient ist über das Verhältnis der Anzahl an emittierten Konversionselektronen zu Photonen definiert: $\alpha = N_e/N_\gamma$

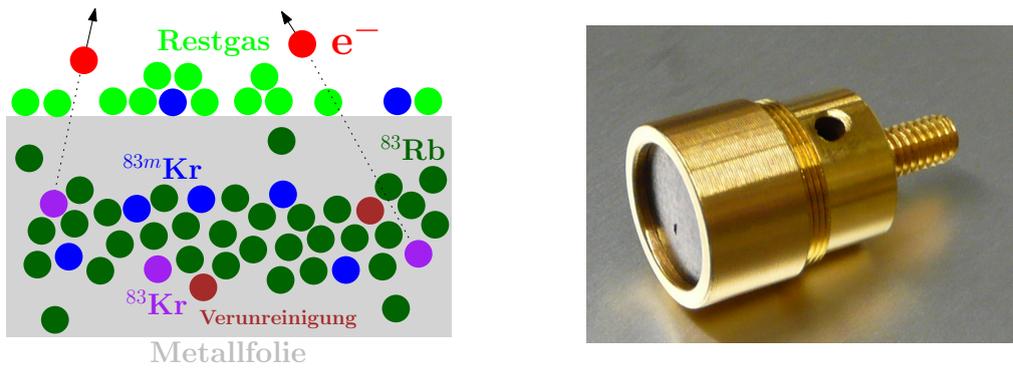
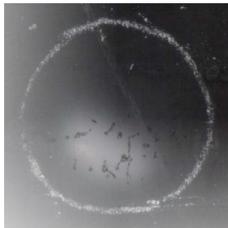


Abbildung 4.2: Links: Funktionsprinzip einer implantierten Quelle – Das vereinfachte Schema zeigt die Implantation von ^{83}Rb (dunkelgrün) in einer Metallfolie (grau). Es kann in $^{83\text{m}}\text{Kr}$ (blau) zerfallen, das beim Übergang in ^{83}Kr (lila) Konversionselektronen (rot) mit hohen Intensitäten emittiert. Während dieses Vorgangs verbleibt $^{83\text{m}}\text{Kr}$ nicht vollständig im Quellmaterial. **Rechts: Implantierte Rb-/Kr-Festkörper-Quelle** – Die Metallfolie ist in einem fensterlosen Gehäuse aus vergoldetem Kupfer eingebracht. Der Durchmesser des Gehäuses beträgt 14 mm, der der Öffnung 11 mm. Quelle: [Zbo09a]

Tabelle 4.2: Eigenschaften der hergestellten implantierten Quellen – Neben den Quellbezeichnungen ist die Aufnahme einer Radiographie der implantierten Rb-/Kr-Festkörper-Quellen ($\varnothing = 12$ mm) angegeben, sowie ihre berechnete Aktivität A am 01.07.2010, der Durchmesser \varnothing_{hs} des aktiven Hotspots und der Rückhaltungsfaktor R von $^{83\text{m}}\text{Kr}$. Die Quellbezeichnungen setzen sich aus dem Material der Metallfolie und der Einschussenergie [kV] der Rb^+ -Ionen bei der Herstellung der Quellen zusammen. Quelle: [Zbo09b]

Pt-30 #1	Pt-30 #2	Au-30	Pt-15
			
(25.11.08)	(12.07.09)	(12.07.09)	(12.07.09)
$A = 17$ kBq	$A = 225$ kBq	$A = 152$ kBq	$A = 90$ kBq
–	$\varnothing_{hs} = 5$ mm	$\varnothing_{hs} = 5$ mm	–
$R = 0,97$	$R = 0,94$	$R = 0,89$	$R = 0,88$

Zudem existieren zwei Rb-/Kr-Festkörper-Quellen ("S28" bzw. "S29"), die durch Aufdampfen von $^{83}\text{RbNO}_3$ in Vakuum auf eine jeweils 0,2 mm dicke Folie aus Kohlenstoff mit einem Durchmesser von 12 mm hergestellt wurden. Ihre Aktivitäten betragen am 01.07.2010 $A = 17$ kBq bzw. $A = 18$ kBq bei einem Durchmesser des Hotspots von $\varnothing_{hs} = 8$ mm. Der Nachteil dieser Quellen sind die geringen Rückhaltungsfaktoren von $^{83\text{m}}\text{Kr}$ von $R = 0,19$ bzw. $R = 0,11$ und das erhöhte Kontaminationsrisiko durch ^{83}Rb .

4.1.3 Elektronenkanone

Elektronen können auch photoelektrisch oder thermisch erzeugt und anschließend durch eine Hochspannung U auf eine bestimmte Energie beschleunigt werden. Im ersten Fall wird eine Lichtquelle benötigt, die eine Metalloberfläche bestrahlt. Die Photonen lösen durch den photoelektrischen Effekt Elektronen aus der Metalloberfläche heraus. Dazu müssen ihre Energien E_γ größer als die materialspezifische Austrittsarbeit W_A der Elektronen sein.

Die kinetische Energie der Elektronen berechnet sich dann zu

$$E_{kin,e} = E_{\gamma} - W_A. \quad (4.2)$$

Thermische Elektronen werden durch den glühelektrischen Effekt erzeugt. Dazu wird in der Regel eine geheizte Glühkathode bei hohen Temperaturen benötigt, um eine ausreichende Anzahl an Elektronen durch thermische Emission zu erhalten.

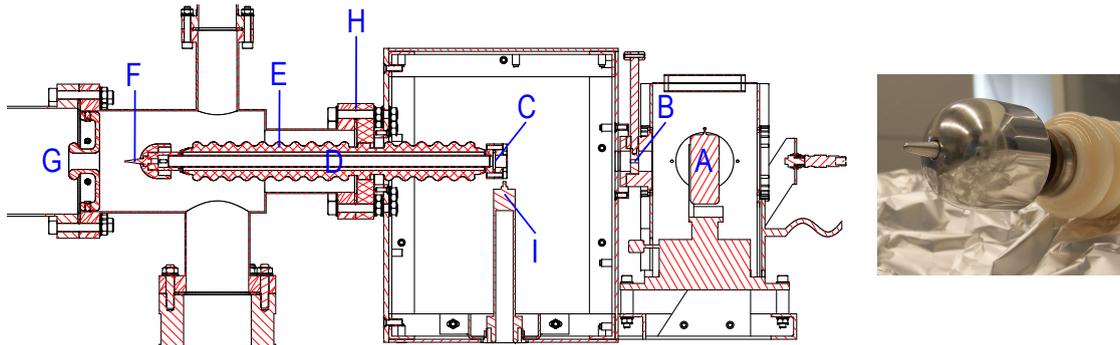


Abbildung 4.3: Links: Konfiguration der photoelektrischen Elektronenkanone – A: Deuteriumlampe, B: Blendensystem, C: Saphir-Fenster, D: Edelstahlrohr, E: Keramik-Isolator, F: Kathodenspitze, G: Anode und Fokussierblende, H: Gehäuseflansch, I: Hochspannungsanschluss. Rechts: Spitzenförmige Kathode – Spitze: $\varnothing < 1$ mm, Kopf: $\varnothing = 34$ mm, Isolationskeramik: $\varnothing = 38$ mm.

Der exemplarische Aufbau der photoelektrischen Elektronenkanone, die für Experimente am Vorspektrometer verwendet wird, ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Eine Deuteriumlampe erzeugt UV-Licht, dessen Intensität mit einem System aus verschiedenen Blenden variiert werden kann. Das Licht gelangt durch ein Fenster aus Saphir von der Atmosphärenseite in den Vakuumbereich. Über ein Edelstahlrohr, das zur Entkopplung des Erdpotentials vom Kathodenpotential mit einer Isolationskeramik umhüllt ist, erreicht das Licht die spitzenförmige Kathode der Elektronenkanone. Die Kathode besteht aus Quarzglas mit einer dünnen Schicht aus Gold auf ihrer Oberfläche, wo die in der Deuteriumlampe erzeugten Photonen Elektronen mit Energien $E_{kin,e} \leq (2,1 \pm 0,2)$ eV [Frä06] herauslösen. Die erzeugten Elektronen werden durch eine an der Kathode angelegte Hochspannung von $U = -30 \dots 0$ kV zu einer auf Erdpotential liegenden Fokussierblende beschleunigt.

Vorteilhaft sind sowohl die nahezu punktförmige Emission der quasi monoenergetischen Elektronen als auch die mögliche Variation der Intensität und der Energie der Elektronen. Außerdem existiert kein Risiko einer Kontamination mit einer radioaktiven Substanz. Ein Nachteil der beschriebenen Elektronenkanone ist die ungenau bekannte Winkelverteilung der emittierten Elektronen.

Eine glühelektrische Elektronenkanone ist in der KATRIN-Kollaboration nicht vorhanden. Daher wäre ein neues Design oder der Umbau einer kommerziellen Elektronenkanone erforderlich, um sie möglichst kompakt ins System zu integrieren. Ferner benötigen sie zum Aufheizen starke Ströme von mehreren Ampere, die aufgrund des starken Magnetfelds der DPS2-F zu hohen Kräften führen, die auf die dünnen Drähte in der Quelle wirken.

4.2 Positionierung der Elektronenquelle

4.2.1 Anforderungen

Die Elektronenquelle muss auf der Quellseite der DPS2-F so angebracht werden, dass sie die Elektronen auf die äußeren Magnetfeldlinien des zu untersuchenden Flusschlauchs

injiziert. Das Magnetfeld ist in diesem Bereich inhomogen und näherungsweise radialsymmetrisch (siehe Abbildung 4.4), so dass sich der magnetische Fluss zu

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 2\pi \int_{r=0}^{r_\Phi} B_z(z, r) r dr \quad (4.3)$$

vereinfacht. Es werden Zylinderkoordinaten benutzt mit dem Ursprung am Eingang der Quellseite³, so dass $B_z(z, r)$ die Komponente der magnetischen Flussdichte parallel zur Strahlrohrachse mit dem Abstand r beschreibt. Durch z wird dann die Einbautiefe in die DPS2-F angegeben. Im Folgenden wird von keiner Abhängigkeit des magnetischen Flusses vom azimutalen Winkels φ ausgegangen, so dass Axialsymmetrie angenommen wird. Der Radius r_Φ des magnetischen Flussschlauchs wächst im Eingangsbereich schnell an aufgrund der fehlenden DPS1-F und dem daraus resultierenden Absinken der magnetischen Flussdichte (siehe Abbildung 4.5). Der Flussschlauch schneidet die Strahlrohrwand bei einer Einbautiefe von $z = 16,7$ cm, so dass die Elektronenquelle innerhalb des Strahlrohrs mit einer größeren Einbautiefe installiert werden muss.

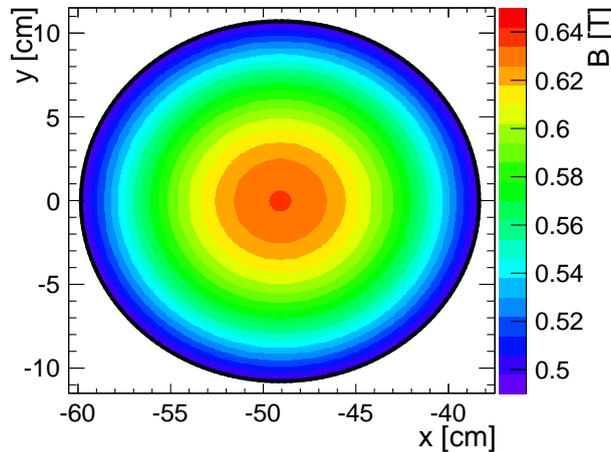


Abbildung 4.4: Magnetische Flussdichte bei $z = -3,416$ m in der xy -Ebene – Im Eingangsbereich der DPS2-F schneidet der aufgeweitete magnetische Flussschlauch das Strahlrohr aufgrund der fehlenden DPS1-F bei einer Einbautiefe von $16,7$ cm. Das Magnetfeld ist dort inhomogen und radialsymmetrisch. Das Maximum ist zentriert, da die gekippten Solenoide des zweiten und vierten Strahlrohrelements in dieser Entfernung wenig Einfluss haben.

Zur Positionierung der Elektronenquelle an der Oberfläche des Flussschlauchs mit dem magnetischen Fluss Φ sind nach (4.3) die Kenntnis der Stelle (z_Φ, r_Φ) und der Komponente $B_z(z_\Phi, r)$ der magnetischen Flussdichte mit $0 \leq r \leq r_\Phi$ erforderlich. Aufgrund der Ungenauigkeit in der absoluten Positionierung der Elektronenquelle in radialer und axialer Richtung existieren die Unsicherheiten Δr und Δz . Die Komponente $B_z(z, r)$ kann grundsätzlich mit `magfield3.c` berechnet werden. Wie bereits in Kapitel 3.3.3 erwähnt, existiert jedoch eine Unsicherheit von mehreren mm hinsichtlich der Strahlrohr- und der Magnetspulen-Positionierung entlang der Strahlrohrachse. Folglich ist die genaue Lage der Haupt- und Korrekturspulen im ersten Strahlrohrelement nicht bekannt, weshalb sich eine Unsicherheit ΔB_z ergibt. Der Fehler $\Delta \Phi$ berechnet sich durch eine Größtfehlerabschätzung

³Mit dem Eingang der Quellseite ist die atmosphärenseitige Außenkante des VAT Ventils gemeint. Dort befindet sich der Ursprung des Koordinatensystem. Die Strahlrohrachse entspricht der z -Achse.

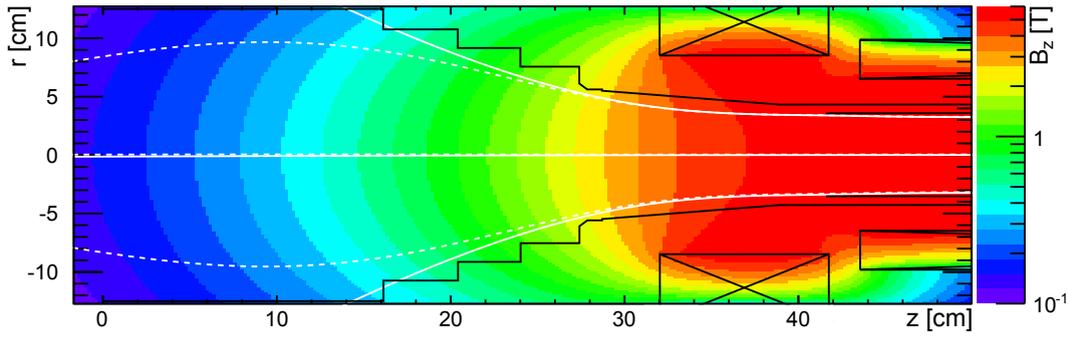


Abbildung 4.5: Elektromagnetisches Design der Quellseite – Da die BAM an der freistehenden DPS2-F durchgeführt wird, weitet sich der magnetische Flusschlauch aufgrund des abfallenden Magnetfelds schnell auf (durchgezogene Linie, $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$). Zum Vergleich ist der Flusschlauch des ganzen KATRIN-Aufbaus eingezeichnet (gestrichelte Linie, $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$).

zu

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \left| \frac{d\Phi}{dr} \right| \cdot \Delta r + \left| \frac{d\Phi}{dz} \right| \cdot \Delta z + \left| \frac{d\Phi}{dB_z} \right| \cdot \Delta B_z \\ &= 2\pi B_z(z_\Phi, r_\Phi) r_\Phi \cdot \Delta r + 2\pi \int_{r=0}^{r_\Phi} \frac{dB_z(z, r)}{dz} r dr \cdot \Delta z + \pi r_\Phi^2 \cdot \Delta B_z. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Er kann demnach für verschiedene Positionen (z_Φ, r_Φ) bei einem festen magnetischen Fluss Φ berechnet werden. Der zweite Term muss dazu numerisch differenziert und integriert werden. Eine Genauigkeit in der absoluten Positionierung der Elektronenquelle von $\Delta z = \Delta r = 1 \text{ mm}$ ist technisch realisierbar. Eine Unsicherheit von $\Delta B_z = 1\%$ auf 2 T ist durch eine Magnetfeldmessung möglich (siehe Kapitel 6). Für $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ ergibt sich der in Abbildung 4.6 gezeigte Fehler $\Delta\Phi$ in Abhängigkeit von der Einbautiefe z_Φ der Elektronenquelle in die DPS2-F⁴. Der kleinste Fehler beträgt $\Delta\Phi = 10,25 \text{ Tcm}^2$ bei einer Einbautiefe von $z_\Phi = 23,0 \text{ cm}$. Im Bereich von $z_\Phi = 18,8 - 27,3 \text{ cm}$ ist $\Delta\Phi \leq 11 \text{ Tcm}^2$, so dass die Quelle in diesem Intervall installiert werden sollte. Der verlustfreie Elektronentransport des magnetischen Flusses mit $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ kann dann mit 2σ gezeigt werden, indem der Transport von $\Phi = 213 \text{ Tcm}^2$ nachgewiesen wird.

Weiterhin müssen zur Auswahl einer geeigneten Position (z_Φ, r_Φ) für die Quelle folgende weitere Punkte beachtet werden:

- Der Abstand zur Strahlrohrwand muss aus sicherheitstechnischen Gründen möglichst groß sein. Ein Mindestabstand von 5 mm ist ausreichend. In Abbildung 4.7 sind die Abstände des Flusschlauchs mit $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ zur Strahlrohrwand in radialer und axialer Richtung dargestellt. Es müssen vor allem die Abstände in radialer Richtung beachtet werden, da sie kleiner sind als die in axialer Richtung. Bei $z_{max} = 27,40 \text{ cm}$ verengt sich das Strahlrohr deutlich. Aus diesem Grund darf die Quelle unter Berücksichtigung des Mindestabstands nur bis zu einer maximalen Einbautiefe von $z_{\Phi, max} = z_{max} - 0,5 \text{ cm} = 26,90 \text{ cm}$ in das Strahlrohr eingebracht werden.
- Der magnetische Spiegeleffekt sollte gering gehalten werden, um die Zählrate der durch den Detektor registrierten Elektronen nicht unnötig zu verringern. Demnach muss die Quelle nach (2.6) in einem möglichst starken Magnetfeld angebracht werden. Die maximale magnetische Flussdichte in der DPS2-F beträgt $B_{max} \approx 5,8 \text{ T}$.

⁴Die Angabe von r_Φ ist aufgrund der Kenntnis von Φ redundant.

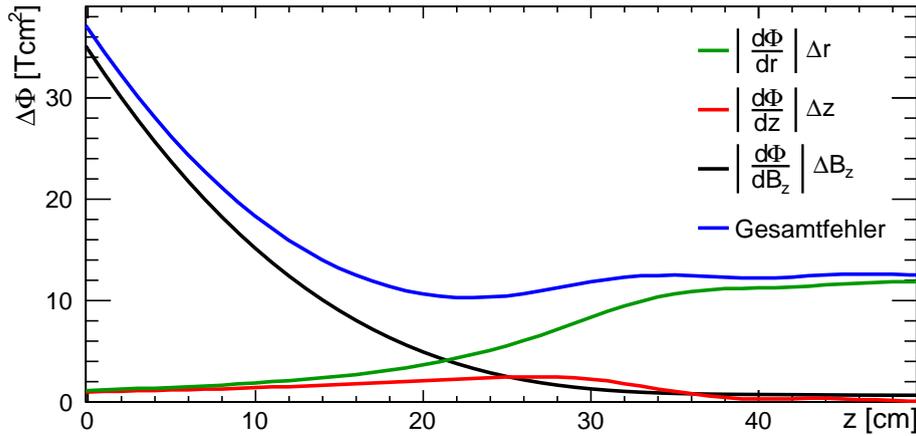


Abbildung 4.6: Fehler $\Delta\Phi$ entlang der Strahlachse (blau) – Der Fehler verursacht durch Δr (grün) ist proportional zur magnetischen Flussdichte B_z am Rand des Flussschlauchs, so dass er mit der Einbautiefe z wächst. Dagegen nimmt der Fehler durch ΔB_z (schwarz) ab, da er quadratisch vom Flussschlauchradius r_Φ abhängt. Die Unsicherheit wegen Δz ist gering und verschwindet im homogenen Magnetfeld aufgrund der Abhängigkeit von $\frac{dB}{dz}$ (rot).

- Der Injektionspunkt sollte möglichst so gewählt werden, dass sich dort der magnetische Flussschlauch der freistehenden DPS2-F mit dem des kompletten KATRIN-Aufbaus deckt. Gemäß Abbildung 4.5 ist dies vor allem ab einer Einbautiefe von $z_\Phi \gtrsim 25$ cm der Fall.

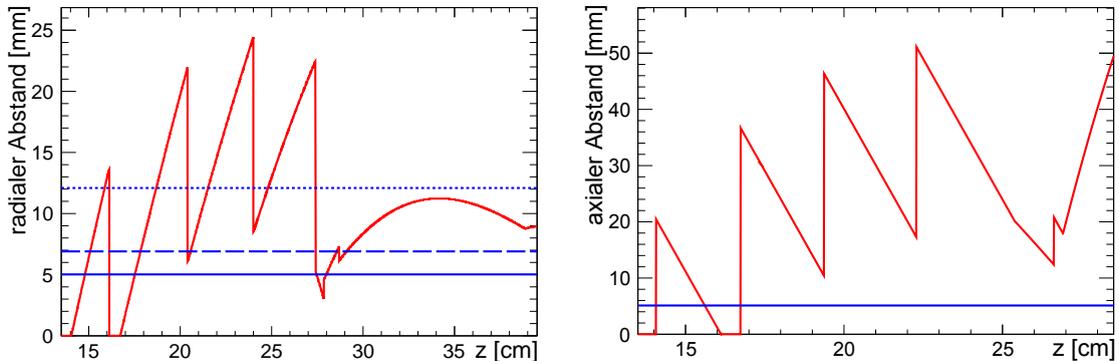


Abbildung 4.7: Radialer (links) und axialer (rechts) Abstand des magnetischen Flussschlauchs mit $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ zur Strahlrohrwand. Die Abstände in axialer Richtung sind größer als die in radialer Richtung. Zudem ist der sicherheitstechnische Mindestabstand von 5 mm für eine punktförmige Quelle eingezeichnet (blaue Linie). Er beträgt für die Rb-/Kr-Festkörper-Quelle 12 mm (gepunktete blaue Linie) und für die Elektronenkanone 6,9 mm (gestrichelte blaue Linie) aufgrund ihrer radialen Ausdehnungen von 7 mm und 1,9 mm.

Daher muss die Quelle im Intervall $25,00 \leq z_\Phi \leq 26,90$ installiert werden. Die genannten Bedingungen werden am Referenzpunkt erfüllt. Demnach muss die Elektronenquelle so positioniert werden, dass sie die Elektronen möglichst punktförmig bei $z_\Phi = 25,71$ cm und $r_\Phi = 6,00$ cm für $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ einsteigt mit einer berechneten Unsicherheit von $\Delta\Phi = 10,58 \text{ Tcm}^2$ für $\Delta z = \Delta r = 1$ mm und $\Delta B_z = 20$ mT. Der Abstand zur Strahlrohrwand beträgt in radialer Richtung 1,55 cm und in axialer Richtung 1,69 cm. Im Bereich dieses Injektionspunktes sind in der Abbildung 4.8 die Gradienten des magnetischen Flusses bis zur Strahlrohrwand dargestellt. Am Referenzpunkt ist $\frac{d}{dr}\Phi = 60,00 \text{ Tcm}$ und $\frac{d}{dz}\Phi = 24,48 \text{ Tcm}$, so dass die Quelle mit der erforderlichen Genauigkeit positioniert werden muss.

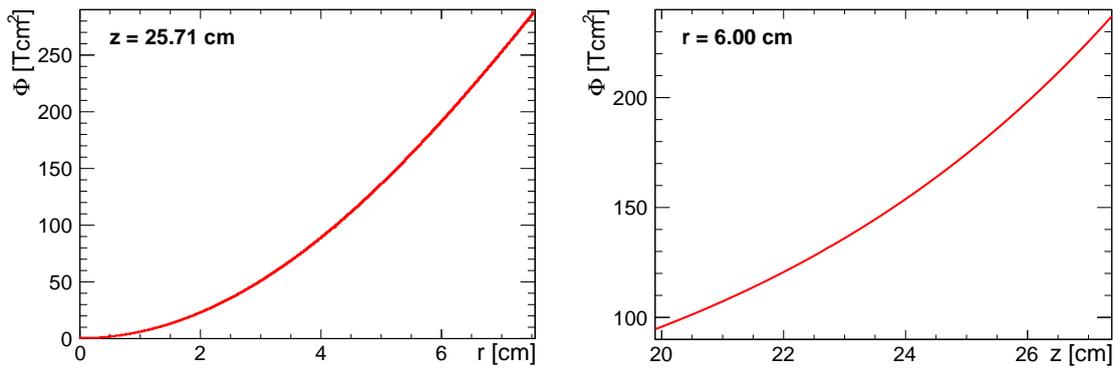


Abbildung 4.8: Links: Gradient von Φ in radialer Richtung bei einem festen Wert von $z_{\Phi} = 25,71$ cm. Dort hat das Strahlrohr einen Radius von $r_{max} = 7,55$ cm. Am Referenzpunkt beträgt der Gradient in radialer Richtung $\frac{d\Phi}{dr} = 60,00$ Tcm. **Rechts: Gradient von Φ in axialer Richtung** bei einem festen Wert von $r_{\Phi} = 6,00$ cm. Das Strahlrohr verengt sich bei $z_{max} = 27,40$ cm. Am Referenzpunkt beträgt der Gradient in axialer Richtung $\frac{d\Phi}{dz} = 24,48$ Tcm.

4.2.2 Installation der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle

Aufgrund der Kompaktheit der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle kann sie wie im vorherigen Kapitel beschrieben im Strahlrohr der DPS2-F am Referenzpunkt ($z_{\Phi} = 25,71$ cm, $r_{\Phi} = 6,00$ cm) installiert werden. Dazu wird eine Dreh-Schiebe-Durchführung an die Eingangsseite der DPS2-F angeflanscht. An ihrer Spitze ist eine Halterung der fixen Länge $r_{\Phi} = 6,00$ cm mit der Quelle angebracht, um sie in radialer Richtung auf die geeignete Position zu bringen. Mit der Dreh-Schiebe-Durchführung ist es möglich, die Halterung mit der Quelle entlang der Strahlrohrachse in z -Richtung an die Stelle $z_{\Phi} = 25,71$ cm zu bewegen, so dass die Elektronen auf die Oberfläche des Flussschlauchs mit $\Phi = 191$ Tcm² eingespeist werden.

Statt die Quelle in radialer Richtung zu verschieben, um verschiedene magnetische Flüsse abzudecken, wird sie mit der Dreh-Schiebe-Durchführung in axialer Richtung bewegt. Dadurch kann sie an verschiedene Positionen $z_{\Phi} \leq z_{\Phi,max} = 26,90$ cm entlang der Strahlrohrachse mit fixem $r_{\Phi} = 6,00$ cm gebracht werden. Gemäß Abbildung 4.8 (rechts) ist somit die Untersuchung des Elektronentransport für verschiedene magnetische Flüsse möglich. Der abgedeckte magnetische Fluss steigt mit zunehmender Einbautiefe. Er wird bei $z_{\Phi,max}$ maximal mit $\Phi_{max} = 222,7$ Tcm², so dass die Untersuchung des verlustfreien Elektronentransports innerhalb des magnetischen Flussschlauchs von $\Phi = 191$ Tcm² mit 2σ realisierbar ist. Zudem kann die Quelle um die Strahlachse rotiert werden. Dadurch ist die BAM für verschiedene azimutale Winkel φ durchführbar. Mit einer Blende kann die Öffnung und der Hotspot-Durchmesser der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle reduziert werden, um Verschmierungseffekte zu minimieren. Dazu sollte der Durchmesser d der Blende in der Größenordnung der Unsicherheit Δr in der Positionierung der Quelle in radialer Richtung liegen, so dass $d \approx \Delta r = 1$ mm. Zur Erhöhung der Rate der injizierten Elektronen könnte er bis zu $d = 2\Delta r = 2$ mm erhöht werden, was eine vierfach höhere Rate zur Folge hätte. Zusammengefasst ist durch die Kombination der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle mit der Dreh-Schiebe-Durchführung die Untersuchung des Elektronentransports in der DPS2-F in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss Φ , vom azimutalen Winkel φ und von der Geometrie der Blende mit der Dicke l und dem Durchmesser d möglich.

4.2.3 Installation der Elektronenkanone

Die Kathode der Elektronenkanone kann aus den folgenden Gründen nicht innerhalb des Strahlrohrs am beschriebenen Referenzpunkt angebracht werden:

- Der benötigte Platz für den in Abbildung 4.3 gezeigten Aufbau der Elektronenkanone reicht im Strahlrohr der DPS2-F nicht aus, so dass die auf Erdpotential liegende Fokussierblende entfernt werden müsste. Weiterhin wäre eine Verlängerung oder Verschiebung des Edelstahlrohrs der Elektronenkanone notwendig, da der Abstand zwischen der Kathode und dem Gehäuseflansch mit 22,39 cm geringer ist als die erforderliche Einbautiefe in die DPS2-F von $z_{\Phi} = 25,71$ cm am Referenzpunkt.
- Im Eingangsbereich der DPS2-F beträgt die magnetische Flussdichte 1 – 2 T. In solch starken Magnetfeldern kann die Elektronenkanone nicht betrieben werden.
- Aufgrund der anliegenden Hochspannung (\sim kV) an der Kathode zur Beschleunigung der Elektronen und dem geringen Abstand (\sim cm) zur Strahlrohrwand der DPS2-F besteht die Gefahr von elektrischen Überschlügen.

Demnach muss die Elektronenkanone außerhalb der DPS2-F angebracht werden. Zur Abdeckung eines magnetischen Flusses von $\Phi = 191$ Tcm² ist dazu aufgrund des expandierenden Querschnitts des Flussschlauchs ein weiterer supraleitender Solenoid erforderlich, der vor der DPS2-F parallel und axial zur Strahlachse positioniert wird. Dadurch bündeln sich die Magnetfeldlinien zwischen dem zusätzlichen Solenoiden und der DPS2-F, so dass sich der Flussschlauch wieder verengt (siehe Abbildung 4.9). Der Magnet hat einen deutlich größeren Durchmesser. Daher weitet sich der Flussschlauch nicht so schnell auf wie bei der DPS2-F. Im Streufeld des Solenoiden kann dann die Elektronenkanone installiert werden.

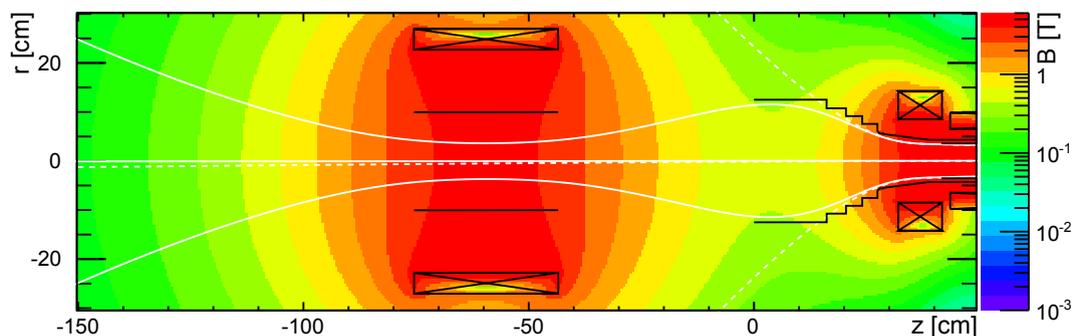


Abbildung 4.9: Design zur Installation der Elektronenkanone – In der abgebildeten Magnetfeldkarte erzeugt ein zusätzlicher Solenoid (links), der im Abstand von $\Delta z = 43,48$ cm vor der DPS2-F (rechts) positioniert wird, ein Führungsfeld der magnetischen Flussdichte von $B = 4,5$ T. Durch diesen Aufbau bündelt sich der magnetische Flussschlauch (durchgezogene Linien) mit $\Phi = 191$ Tcm² gegenüber der freistehenden DPS2-F (gestrichelte Linien), so dass der Mindestabstand zur Strahlrohrwand im Eingangsbereich der DPS2-F $d = 1$ cm beträgt. Die Elektronenquelle (nicht im Bild) ist bei $z = -191,48$ cm im Streufeld ($B = 37,1$ mT) des Solenoiden bei Winkeln bis zu 23° gegenüber der Strahlrohrachse positioniert.

Dieser Aufbau existiert bereits am Vorspektrometer. Der verwendete Solenoid erzeugt ein Führungsfeld mit einer magnetischen Flussdichte von $B = 4,5$ T. Von seinem Zentrum ausgehend befindet sich im Abstand von 1,32 m die Elektronenkanone, die über eine Schwenkvorrichtung bis zu einem maximalen Winkel von 23° gegenüber der Strahlrohrachse in alle Richtungen neigbar ist⁵. Somit können verschiedene magnetische Flüsse bis zu $\Phi_{max} = 212,2$ Tcm² auf den verlustfreien Elektronentransport in der DPS2-F untersucht werden (siehe Abbildung 4.10 (links)). Der detaillierte Aufbau ist in [Hab09] und [Frä06] beschrieben.

Dieses Design hat jedoch folgende Nachteile:

- Der Verlauf des magnetischen Flussschlauchs ist abhängig von der Positionierung des zusätzlichen Solenoiden. Je größer sein Abstand Δz zum Eingangsventil der DPS2-F

⁵Der Drehpunkt liegt 90 mm außerhalb des Solenoiden auf der Seite der Elektronenkanone.

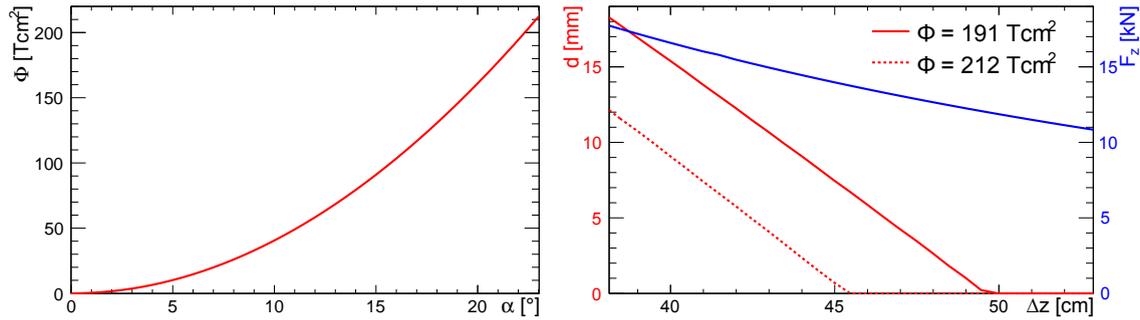


Abbildung 4.10: Links: Flussabdeckung der Elektronenkanone – Durch unterschiedliche Neigungswinkel α der Elektronenkanone können verschiedene magnetische Flüsse Φ abgedeckt werden. Bei $\alpha_{max} = 23^\circ$ wird der zu untersuchende Fluss mit $\Phi_{max} = 212,2 \text{ Tcm}^2$ maximal. **Rechts: Positionierung des Vorspektrometer-Solenoiden** – Der Solenoid wird im Abstand Δz vor das Eingangsventil der DPS2-F positioniert. Daraus ergibt sich einerseits ein Mindestabstand d zwischen dem Flussschlauch des magnetischen Flusses Φ und dem Strahlrohr der DPS2-F im Eingangsbereich und andererseits eine zwischen den Solenoiden wirkende Axialkraft F_z . Die DPS2-F ist für eine maximale Kraft von $F_{max} = 15 \text{ kN}$ konzipiert.

gewählt wird, desto geringer fällt der Mindestabstand d zwischen dem Flussschlauch und der Strahlrohrwand im Eingangsbereich der DPS2-F aus. Dies ist in Abbildung 4.10 (rechts) ersichtlich. Somit darf der Solenoid nicht weiter als $\Delta z = 49,48 \text{ cm}$ von der DPS2-F entfernt sein, damit der Flussschlauch mit $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ gerade noch verlustfrei mit $d = 0 \text{ mm}$ transportiert wird. In diesem Fall wirkt eine axiale Kraft von $F_z = 12 \text{ kN}$ auf die Solenoide. Dieser Wert liegt bereits im Grenzbereich der technischen Spezifikationen der DPS2-F mit $F_{max} \approx 15 \text{ kN}$. Zur Untersuchung von größeren Flüssen Φ und zur Erhöhung des Mindestabstands d muss der Abstand Δz entsprechend kleiner gewählt werden, so dass die wirkende Kraft zunimmt. Zum Vergleich beträgt die auf die DPS2-F wirkende axiale Kraft $F_z = 9,87 \text{ kN}$ aufgrund der Solenoide der DPS1-F. Bei einem magnetischen Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ ist der Mindestabstand zur Strahlrohrwand mit $d = 12,81 \text{ mm}$ ausreichend groß.

- Der zusätzliche Solenoid muss für kleine Mindestabstände d präzise ($\sim 1 \text{ mm}$) positioniert werden, damit der Flussschlauch die Strahlrohrwand nicht berührt. Dies stellt zum einen aufgrund den Unsicherheiten von mehreren mm bezüglich der tatsächlichen Lage der Solenoide innerhalb der DPS2-F (siehe Kapitel 3.3.3) eine große Herausforderung dar. Die Form des magnetischen Flussschlauchs hängt vor allem von den Positionen der ersten Solenoide in der DPS2-F ab, so dass diese genauestens bekannt sein müssen. Zum anderen ist die Konfiguration des magnetischen Felds der zu verwendeten Vorspektrometer-Solenoiden nicht präzise bekannt bzw. vermessen. Aufgrund der daraus resultierenden Unsicherheit von ΔB_z wird der Fehler $\Delta \Phi$ gemäß (4.4) durch die Installation der Elektronenkanone im niedrigen Streufeld groß. Das Nachweispotential von 2σ kann dann nicht mehr erreicht werden.
- Das Design hat eine magnetische Flasche zwischen dem zusätzlichen Solenoiden ($B = 4,5 \text{ T}$) und der DPS2-F ($B = 5,6 \text{ T}$) zur Folge. Durch Streuung an Gasmolekülen können die Elektronen innerhalb der magnetischen Flasche an kinetischer Energie verlieren und sie nicht mehr verlassen. Folglich kann es dort zu einem negativen Ladungsüberschuss kommen.

Aus diesen Gründen wird das Design der Elektronenkanone für die BAM nicht weiter verfolgt. Stattdessen wird als Elektronenquelle eine Rb-/Kr-Festkörper-Quelle benutzt.

4.3 Technische Umsetzung

Zur Installation der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle wird die Dreh-Schiebe-Durchführung "Rack & Pinion RPL-.75-20" der Firma Hositrاد verwendet. An ihrem Ende befindet sich eine zylinderförmige Halterung, die bis zu 50,8 cm in axialer Richtung bewegt und um 360° gedreht werden kann. An diese wird eine Stange aus GFK festgeklemmt (siehe Abbildung 4.11). Im Abstand von $r_{\Phi} = 6,00$ cm zur Halterung mit einer technisch realisierbaren Unsicherheit von $\Delta r \leq 1$ mm befindet sich ein durchgängiges M4-Gewinde zur Befestigung des in Abbildung 4.2 dargestellten fensterlosen Gehäuses aus Kupfer mit der Metallfolie, in der ^{83}Rb implantiert ist. Als Elektronenquelle kommt je nach Verfügbarkeit entweder die Rb-/Kr-Festkörper-Quelle "Pt-30 #2" oder "Au-30" in Frage (siehe Tabelle 4.2). Um das Gehäuse wird ein Rahmen aus 1 mm dünnem Aluminiumblech angebracht, der gegenüber des Kupfer-Gehäuses und der Quellhalterung elektrisch isoliert ist. In seiner Mitte befindet sich eine Kollimator-Öffnung mit einem Durchmesser von 1 – 2 mm zur Reduktion der Hotspot-Fläche der Quelle.

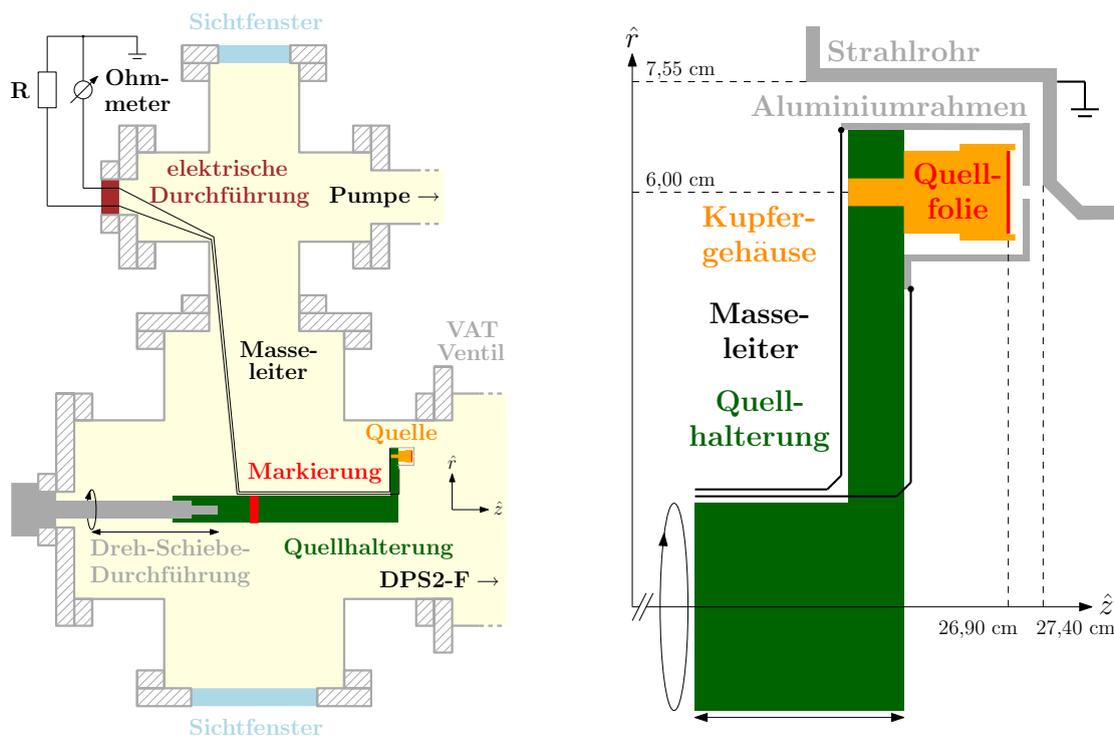


Abbildung 4.11: Links: Technische Realisierung – Der komplette Aufbau der Quellkammer wird an das VAT Ventil der Quellseite der DPS2-F angeflanscht. Eine detaillierte Beschreibung ist dem Fließtext zu entnehmen. **Rechts: Aufbau der Quellhalterung** – An die Dreh-Schiebe-Durchführung wird die Quellhalterung aus GFK mit der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle im Abstand von 6,00 cm zur Strahlrohrachse festgeklemmt. Die Quelle kann damit um 360° in azimuthaler Richtung gedreht und bis maximal 26,90 cm in das Strahlrohr eingeführt werden. Der Aluminiumrahmen dient als Kollimator und zum Schutz der Quelle vor einer mechanischen Beschädigung. Die an den Aluminiumrahmen angebrachte Masseleiter werden über die elektrische Durchführung aus dem Vakuum geführt und sind aus sicherheitstechnischen Gründen vorgesehen (siehe Kapitel 4.4.2).

Die Translation und Rotation erfolgt durch zwei Dreh-Durchführungen des Typs "FRM-133-25". Eine vollständige Drehung hat eine Translation von 3,49 cm bzw. eine Rotation von 360° der Quellhalterung zur Folge. Die Dreh-Durchführungen werden jeweils über einen Schrittmotor des Typs "5718X-18DE" der Firma "Lin Engineering" betrieben. Die Motoraufösung beträgt 200 Schritte pro Umdrehung, so dass die Halterung pro Schritt um 0,17 mm in axiale Richtung bewegt und um 1,8° in azimuthale Richtung gedreht werden

kann. Die technisch realisierbare Genauigkeit in der relativen Positionierung ist somit deutlich besser als die erforderliche absolute Positionierungsgenauigkeit von $\Delta z = 1$ mm.

Der beschriebene Aufbau wird über ein CF200 Kreuz mit einem CF250/CF200 Reduktionsflansch an die Quellseite der DPS2-F angeflanscht, die mit einem VAT CF250 Ventil abschließt (siehe Abbildung 4.11). Letzteres ist während des Anbaus geschlossen. Die Dreh-Schiebe-Durchführung wird über ihren CF40 Befestigungsflansch mit einem CF200/CF40 Reduktionsflansch an das Kreuz angebracht. Weiterhin werden an das Kreuz ein CF200 Sichtfenster und über ein CF200/CF100 Reduktionsflansch ein CF100 Kreuz installiert. An letzterem befinden sich ein CF100 Sichtfenster, eine CF100/CF40 Reduktion mit einer elektrischen 10-poligen CF40 Durchführung (siehe Kapitel 4.4.2) und eine CF100/CF63 Reduktion zum Anschluss des Pumpstands "HiCube 80 Eco" der Firma Pfeiffer Vacuum mit einem integrierten Drucksensor (siehe Kapitel 4.4.3).

Zur Bestimmung der Position der Quelle mit einer Unsicherheit von $\Delta z \leq 1$ mm ist an der Quellhalterung in einem bekannten Abstand zur Quelle eine Markierung angebracht. Ihre Position wird einmalig durch die beiden Sichtfenster ausgemacht, bevor die Quelle in das Strahlrohr bewegt wird. Ein Lasertracker bestimmt daraus den Abstand zwischen der Markierung und dem VAT Ventil der DPS2-F, so dass dadurch die absolute Position der Quelle bezüglich des VAT Ventils gegeben ist. Ihre relative Position dazu bzw. ihre Einbautiefe z_{Φ} in das Strahlrohr ergibt sich aus der Zählung der Motorschritte in axialer Richtung.

4.4 Sicherheitstechnische Betrachtungen

4.4.1 Kontamination des Strahlrohrs

Aufgrund des fensterlosen Designs der Rb-/Kr-Festkörper-Quellen besteht das Risiko einer Kontamination des Strahlrohrs der DPS2-F. Sie kann zum einen durch eine mechanische Beschädigung der Metallfolie im Strahlrohr entstehen und zum anderen durch das Verdampfen von ^{83}Rb und ^{83m}Kr aus der Quelle aufgrund ihrer Rückhaltungsfaktoren von $R < 1$, so dass die Möglichkeit einer Kondensation des Quellmaterials an der Strahlrohrwand besteht. Eine Kontamination hätte einen Untergrund in der Messung der Neutrinomasse zur Folge aufgrund der entstehenden Konversionselektronen mit kinetischen Energien $E > 17,8$ keV aus dem 32,2 keV-Übergang. Dabei muss vor allem die Kontamination durch ^{83}Rb betrachtet werden, da es mit $T_{1/2} = 86,2$ d eine deutlich längere Halbwertszeit als ^{83m}Kr besitzt.

Die maximale Untergrundrate am Hauptdetektor ergibt sich bei einem vollständigen Verlust der Quelle im Strahlrohr. In diesem Fall werden dort

$$N_{max} [\text{s}]^{-1} = A(01.07.2010) \cdot 2^{-\Delta t/T_{1/2}(^{83}\text{Rb})} \cdot I(E > 17,8 \text{ keV}) \quad (4.5)$$

Konversionselektronen pro Sekunde mit der Näherung $T_{1/2}(^{83}\text{Rb}) \gg T_{1/2}(^{83m}\text{Kr})$ isotrop erzeugt. Dabei beschreibt A die Aktivität der Quelle zum Zeitpunkt der BAM, $\Delta t = 2$ a den zeitlichen Abstand zwischen der BAM und der ersten Messphase des KATRIN-Experiments und $I = 74,5\%$ die Intensität der Untergrund erzeugenden Konversionselektronen. Bei einer mechanischen Beschädigung der Quelle fällt die Anzahl an emittierten Elektronen im Strahlrohr entsprechend kleiner aus.

Die entstehende Untergrundrate durch das Verdampfen von ^{83}Rb aus der implantierten Rb-/Kr-Festkörper-Quelle wird durch den Rückhaltungsfaktor R von ^{83}Rb beschrieben. Dieser wurde im Gegensatz zum Rückhaltungsfaktor von ^{83m}Kr bisher experimentell noch nicht über eine Messung der Vakuumstabilität bestimmt. Die Quellen wurden jedoch in einer Messzeit von zwei Jahren am Mainzer Spektrometer bei einem Druck von $p = 10^{-10}$

mbar genutzt ohne Beobachtung einer Kontamination. Für diesen Zeitraum (~ 600 Tage) kann eine Obergrenze der Wahrscheinlichkeit einer Verdampfung von ^{83}Rb zu $\varepsilon_{gas} < 0,01$ angegeben werden⁶ Die BAM wird in einem Zeitraum von drei Tagen durchgeführt (siehe Kapitel 5.6.5), so dass sich die Obergrenze entsprechend zu $\varepsilon_{gas} < 0,00005$ reduziert. Im Fall einer Verdampfung von ^{83}Rb werden im Strahlrohr

$$N_{gas} [\text{s}]^{-1} = N_{max} \cdot \varepsilon_{gas} \quad (4.6)$$

Konversionselektronen pro Sekunde isotrop erzeugt.

In Tabelle 4.3 sind die berechneten Werte für N_{max} und N_{gas} für die Quellen "Pt-30 #2" und "Au-30" aufgelistet. Im ungünstigsten Fall können sie mit den entsprechenden Untergrundraten am Hauptdetektor gleichgesetzt werden. Dazu gilt jedoch die Annahme, dass das an der Strahlrohrwand kondensierte ^{83}Rb weder durch das differentielle Pumpen noch durch das mehrmalige Ausheizen des Strahlrohrs entfernt oder beeinflusst wird, so dass es dort bis zum Beginn der ersten Messphase verbleibt. In starken axialsymmetrischen Magnetfeldern stellt eine Emission von Konversionselektronen ausgehend von der Strahlrohrwand allerdings keine Gefahr dar, da diese aufgrund der magnetischen Abschirmung nicht in den magnetischen Flussschlauch von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ eindringen können. Eine mögliche Untergrundrate am Hauptdetektor entsteht somit nur durch die Emanation von ^{83m}Kr aus dem Zerfall des an der Strahlrohrwand adsorbierten ^{83}Rb , wenn ersteres im magnetischen Flussschlauch von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ in den Grundzustand übergeht und dabei ein Konversionselektron in Vorwärtsrichtung aussendet, bevor es wieder an der Strahlrohrwand adsorbiert wird. Bei geringen Quell-Aktivitäten ist die Wahrscheinlichkeit dafür extern klein, so dass das Verdampfen von ^{83}Rb aus der Quelle die Sensitivität des KATRIN-Experiments nicht beeinflusst. Allerdings müssen ein Verlust und eine mechanische Beschädigung der Quelle im Strahlrohr vermieden werden.

Tabelle 4.3: Kontamination durch ^{83}Rb – Durch N_{max} und N_{gas} sind die maximalen Untergrundraten aufgrund des Verlusts der Quelle im Strahlrohr und des Ausdampfens von ^{83}Rb aus der Quelle angegeben.

Quelle	$A(01.07.2010)$ [Bq]	$A(01.07.2012)$ [Bq]	N_{max} [s^{-1}]	N_{gas} [s^{-1}]
Pt-30 #2	225000	630	469	0,02345
Au-30	152000	426	317	0,01585

4.4.2 Verlust und Beschädigung der Quelle

Die Quelle wird im Strahlrohr durch die Dreh-Schiebe-Durchführung in axialer und azimuthaler Richtung bewegt bei einem festen Abstand von $r_{\Phi} = 6,00 \text{ cm}$ von der Strahlrohrachse in radialer Richtung. Aufgrund des axialsymmetrischen Aufbaus des Strahlrohrs kann die Quelle demnach nur durch eine Verengung des Strahlrohrs an selbigem anstoßen und dadurch beschädigt werden.

In radialer Richtung kann dies durch eine Vermessung der Quellhalterung vor der Installation verhindert werden. Zudem ist eine Überprüfung einer Übereinstimmung der Achse der Dreh-Schiebe-Durchführung mit der Strahlrohrachse mittels der Sichtfenster erforderlich. Eine nachträgliche Vermessung der Quellseite der DPS2-F ist nicht möglich. An der Referenzposition ist der radiale Abstand des Aluminiumrahmens zum Strahlrohr mit 5,5 mm minimal.

Die axiale Bewegung der Quelle wird durch folgende Maßnahmen bis zu einer maximalen Einbautiefe von $z_{\Phi,max} = 26,90 \text{ cm}$ eingeschränkt unter Berücksichtigung des Mindestabstands von 5 mm zur Strahlrohrwand:

⁶Diese Abschätzung folgt aus dem Signal-Rausch-Verhältnis der Messungen am Mainzer Spektrometer [Ste10]

- An der Dreh-Schiebe-Durchführung werden auf der Atmosphärenseite an einer definierten axialen Position mechanische Stopper und elektrische Schalter angebracht, die ein zu tiefes Eindringen der Quelle in das Strahlrohr verhindern.
- Die Steuerung der Schrittmotoren zur Bewegung der Quelle und die Bestimmung ihrer Einbautiefe erfolgt mit LabVIEW, so dass letztere damit stets überprüft werden kann.
- Die Quelle ist mit einem 1 mm dickem Aluminiumrahmen umhüllt. Zum einen verringert er das Risiko einer Kontamination des Strahlrohrs bei einem Verlust der Quelle und zum anderen schützt er sie vor einer mechanischen Beschädigung durch das Strahlrohr sowohl in radialer als auch in axialer Richtung. Zusätzlich ist er gegenüber der Quellhalterung und der Quelle elektrisch isoliert und über einen Masseleiter mit einem gegebenen Widerstand R von der Atmosphärenseite durch die elektrische Durchführung verbunden (siehe Abbildung 4.11). Durch eine ständige Messung von R mit einem Ohmmeter kann eine Berührung des Aluminiumrahmens mit dem geerdeten Strahlrohr der DPS2-F überprüft werden. In diesem Fall ergäbe die Messung $R \approx 0$. Mit einem zweiten parallel geschaltetem Leiter wird der Kontakt des Masseleiters zum Aluminiumrahmen festgestellt. Falls dieser Kontakt nicht besteht, so würde sich der Widerstand zu $R \rightarrow \infty$ belaufen.

Ein eventueller Verlust der Quelle kann zusätzlich über die an der Quellkammer installierten Sichtfenster ausgemacht werden.

4.4.3 Vorvakuum und Vakuumeinbruch

Der Pumpstand erzeugt in der Quellkammer ein Vorvakuum. Das VAT Ventil der DPS2-F öffnet sich erst, wenn in der Quellkammer ein Druck von $p < 10^{-3}$ mbar erreicht ist. Ansonsten würde Wasser der Luft an der durch flüssigen Stickstoff gekühlten Strahlrohrwand festfrieren. Zudem erfolgt die automatische Schließung des VAT Ventils bei einem Vakuumeinbruch verzögert, um die Quellhalterung über die automatische Steuerung der Dreh-Schiebe-Durchführung aus dem Strahlrohr zu holen.

4.4.4 Magnetische Quench-Effekte

Bei einem unkontrollierten Quench der Supraleiter werden im Kupfergehäuse und Aluminiumrahmen der Quellhalterung Wirbelströme erzeugt. Dort führen sie zu einer Temperaturerhöhung und erzeugen weiterhin eine auf den gesamten Aufbau wirkende Kraft. Es folgt eine quantitative Abschätzung der beschriebenen Effekte. Dazu werden Zylinderkoordinaten ($x = \rho \cos \phi, y = \rho \sin \phi, z = \zeta$) benutzt, wobei die ζ -Achse in Richtung der Magnetfeldlinie zeigt, die die Quelle zentral durchquert.

Temperaturerhöhung

Aufgrund der sich zeitlich ändernden magnetischen Flussdichte $\vec{B}(t)$ wird bei einem Quench gemäß

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d}{dt} \vec{B} \quad (4.7)$$

ein elektrisches Wirbelfeld \vec{E} induziert, das im gegebenen Fall mit

$$\vec{E} = -\frac{\rho}{2} \frac{dB}{dt} \hat{\phi}. \quad (4.8)$$

die Magnetfeldlinie umkreist. Es ist mit der Stromdichte \vec{J} über das Ohmsche Gesetz durch die elektrische Leitfähigkeit σ des verwendeten näherungsweise isotropen Materials (Kupfer bzw. Aluminium) verknüpft:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\frac{\rho \sigma}{2} \frac{dB}{dt} \hat{\phi} \quad (4.9)$$

Da die Quelle im inhomogenen radialsymmetrischen Magnetfeld positioniert ist, wird zur Vereinfachung der Berechnung des induzierten Wirbelstroms \vec{I} die Quelle parallel zur zentralen Magnetfeldlinie gedreht. Zudem wird im Bereich der Quelle eine räumliche Homogenität des Magnetfelds angenommen. Der in der Quellhalterung induzierte Wirbelstrom ergibt sich dann aus der Integration über die stromdurchflossenen Flächenelemente $d\vec{A}$ zu

$$\vec{I} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \int_0^l -\frac{\rho\sigma}{2} \frac{dB}{dt} \hat{\phi} \cdot d\zeta d\rho = -\frac{l\sigma(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{4} \frac{dB}{dt} \hat{\phi} = I\hat{\phi} \quad (4.10)$$

mit der Länge l des Kupfergehäuses bzw. des Aluminiumrahmens und dem entsprechenden Innen- und Außenradius ρ_1 und ρ_2 . Während eines Quenches fällt die magnetische Flussdichte innerhalb eines Zeitraums τ auf $1/e$ des ursprünglichen Werts ab:

$$\frac{dB}{dt} = -\frac{B(t)}{\tau} \quad (4.11)$$

Zudem ist der Widerstand R mit der elektrischen Leitfähigkeit σ über

$$R = \frac{l}{\sigma A} \quad (4.12)$$

mit der stromdurchflossenen Fläche $A = l(\rho_2 - \rho_1)$ verknüpft, so dass sich (4.10) zu

$$I = \frac{\rho_2 + \rho_1}{4R\tau} B(t)l \quad (4.13)$$

vereinfacht. Der Temperaturanstieg in der Quellhalterung mit der Masse m wird über die erzeugte Leistung P aufgrund des induzierten Wirbelstroms \vec{I} gemäß (4.13) und den materialabhängigen Größen der spezifischen Wärmekapazität c und des Widerstands R bestimmt:

$$P = I^2 R = mc\Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{I^2 R}{mc} \quad (4.14)$$

Die benötigten Werte und Ergebnisse sind in Tabelle 4.4 aufgelistet für eine Positionierung der Quelle mit maximaler Einbautiefe. Dort wird der induzierte Wirbelstrom maximal. Demnach stellt die Temperaturerhöhung von \sim mK keine Gefahr für die Apparatur dar.

Wirkende Kräfte

Aufgrund des induzierten Wirbelstroms \vec{I} gemäß (4.10) wird nach dem Biot-Savart-Gesetz (3.5) eine auf die Quellhalterung wirkende Kraft senkrecht zur Magnetfeldlinie erzeugt mit

$$\vec{F}_\perp = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \int_0^l \int_0^{2\pi} -\frac{\rho\sigma}{2} \frac{dB}{dt} B \hat{\rho} \cdot \rho d\phi d\zeta d\rho = \frac{\pi l \sigma (\rho_2^3 - \rho_1^3)}{3\tau} B(t)^2 \hat{\rho}. \quad (4.15)$$

Zudem wird ein magnetisches Moment gemäß

$$\vec{\mu} = IA\hat{\zeta} \quad (4.16)$$

mit der Querschnittsfläche $A = \pi\rho_2^2$ des Kupfergehäuses bzw. des Aluminiumrahmens erzeugt. Da die Quelle im inhomogenen Magnetfeld positioniert ist, wirkt eine Kraft entlang der Magnetfeldlinie mit

$$\vec{F}_\parallel = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \frac{\rho_2 + \rho_1}{4R\tau} B(t)l\pi\rho_2^2 \frac{dB}{d\zeta} \hat{\zeta}. \quad (4.17)$$

Die quantitativen Werte der wirkenden Kräfte sind Tabelle 4.4 zu entnehmen. Sie stellen für die Quellhalterung und für die Dreh-Schiebe-Durchführung keine Gefahr dar, so dass eine Beschädigung aufgrund eines unkontrollierten Quenches ausgeschlossen werden kann.

Tabelle 4.4: Magnetische Quench Effekte – Durch einen unkontrollierten Quench eines Supraleiters kommt es in der Quellhalterung zu einer vernachlässigbaren Temperaturerhöhung ΔT . Zudem wirken senkrecht und entlang der Quelle die Kräfte F_{\perp} und F_{\parallel} . Die Bedeutung der Werte sind dem Fließtext zu entnehmen.

	Kupfergehäuse	Aluminiumrahmen
gegeben:		
ρ_1 [mm]	0,0	9,0
ρ_2 [mm]	7,0	10,0
l [mm]	24,5	26,5
m [g]	13,8	4,3
B [T]	1,98	1,98
$\frac{dB}{d\zeta}$ [T/m]	26,79	26,79
τ [s]	1	1
c [J/kg/K] (bei 300 K)	385	900
σ [10^6 S/m]	60,7	37,7
berechnet:		
R [$\mu\Omega$]	2,4	26,5
I [A]	36,1	9,4
P [mW]	3,1	2,3
ΔT [mK]	0,58	0,61
F_{\perp} [N]	2,09	1,11
F_{\parallel} [N]	0,15	0,08

5. Der Detektor

Dieses Kapitel beschreibt die in dieser Arbeit geleistete Entwicklung eines Detektorsystems für die BAM. Neben der Spezifizierung der Anforderungen (Kapitel 5.1) wird die Wahl der Detektoren und die elektronische Auslese im Detail beschrieben (Kapitel 5.3). Neben der benötigten rauscharmen Auslese der Detektoren musste ein Schwerpunkt auf die Einbaubedingungen in der DPS2-F gelegt werden. Um die Komplexität des Systems gering zu halten, wird auf eine aktive Kühlung der Detektoren verzichtet. Die theoretische Beschreibung und eine experimentelle Verifikation der passiven Kühlung des Detektorsystems erfolgt in den Kapiteln 5.4 und 5.5. Schließlich wird die Zählrate der detektierten Elektronen mittels einer umfangreichen Simulation durch das Tracking von Elektronen im Strahlrohr der DPS2-F abgeschätzt (5.6).

5.1 Motivation

Auf der Quellseite der DPS2-F werden an verschiedenen Positionen Konversionselektronen mit Energien von 7 – 32 keV injiziert. Durch die magnetische Führung innerhalb des Flussschlauchs eines gegebenen magnetischen Flusses gelangt ein Teil der Elektronen über Zyklotronbahnen an die Detektorseite der DPS2-F. Dort wird zur Detektion der Rate und der Energie dieser Elektronen ein Teilchendetektor benötigt, der die kinetische Energie der einfallenden Elektronen in einen Spannungspuls umwandelt. Dieser kann dann analog verstärkt und digitalisiert werden. Folgende Anforderungen werden an einen solchen Detektor gestellt:

- Er muss in der Lage sein, Elektronen mit Energien von $E \gtrsim 12$ keV mit einer für die BAM akzeptablen Energieauflösung von $\Delta E \lesssim 4$ keV zu detektieren. Dies reicht zur Untersuchung des Elektronentransports in der DPS2-F aus, da keine Elektronenspektroskopie betrieben wird. Somit können die K-Elektronen ($E = 17,8$ keV) des 32,2 keV-Übergangs des ^{83m}Kr -Zerfalls energetisch deutlich von den L_{II} - und L_{III} -Elektronen ($E = 30,2$ keV und $E = 30,4$ keV) aufgelöst werden (siehe Tabelle 4.1).
- Durch den Verzicht eines zusätzlichen Magneten auf der Detektorseite der DPS2-F zur Bündelung des magnetischen Flussschlauchs muss der Detektor analog zur Rb-/Kr-Festkörper-Quelle im starken Magnetfeld der DPS2-F mit einer magnetischen Flussdichte von ~ 2 T installiert und betrieben werden können.
- Die Detektion der Elektronen soll fensterlos geschehen, damit sie keine unnötigen Energieverluste erleiden. Daher muss der Detektor UHV-kompatibel sein.

- Er soll ein möglichst breites Intervall an verschiedenen magnetischen Flüßes abdecken können, so dass der auf den Elektronentransport zu untersuchende magnetische Fluss allein durch die Position der Rb-/Kr-Festkörper-Quelle in axialer Richtung gegeben ist. Vom Detektor muss mindestens der maximale magnetische Fluss von $\Phi_{max} = 222,7 \text{ Tcm}^2$, der durch die Positionierung der Quelle limitiert wird (siehe Kapitel 4.3), abgedeckt werden.
- Da die Quelle um den azimutalen Winkel φ um die Strahlrohrachse gedreht wird, muss diese Abhängigkeit durch eine geeignete Positionsauflösung des Detektors berücksichtigt werden. Dadurch ist der Elektronentransport der DPS2-F für verschiedene Winkel φ durchführbar, so dass der Einfluss der gekippten Solenoide auf den magnetischen Fluss Schlauch experimentell überprüft werden kann. Diese heben die globale Axialsymmetrie des Fluss Schlauchs auf.
- Aufgrund der existierenden Ungenauigkeiten in der Lage der Solenoide bezüglich des Strahlrohrs ist es von Vorteil den Detektor im Strahlrohr verfahren zu können. Zudem kann er dadurch bei einem technischen Defekt jederzeit aus dem evakuierten Zustand der DPS2-F entfernt werden ohne das Strahlrohr belüften zu müssen.
- Die für den Betrieb des Detektors benötigte externe Versorgung sollte nur elektrisch erfolgen, um den technischen Aufwand zu minimieren. Daher wäre beispielsweise der Verzicht einer zusätzlichen externen Kühlung des Detektors in Form von kryogenen Gasen oder Flüssigkeiten von Vorteil.

Als Teilchendetektoren eignen sich grundsätzlich Fotodioden, die aus dem Halbleitermaterial Silizium hergestellt sind. Für die BAM werden PIN-Fotodioden verwendet. Ihr Funktionsprinzip wird im Folgenden erläutert.

5.2 Funktionsprinzip einer PIN-Fotodiode aus Silizium

Silizium hat als Element der 4. Hauptgruppe des Periodensystems der Elemente (PSE) vier Valenzelektronen zur Verfügung. In reinem Silizium sind diese an die benachbarten Atome des Festkörpers gebunden, weshalb sie am absoluten Nullpunkt nicht zur elektrischen Leitfähigkeit beitragen. In diesem Fall können sie die Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband nicht überwinden. Bei Raumtemperatur dagegen ist Silizium ein Halbleiter, da ein Teil der Valenzelektronen thermisch durch Phononen angeregt wird. Folglich gelangen die Elektronen durch den Energieübertrag von $k_B T$ über die Bandlücke von 1,1 eV ins Leitungsband. Dadurch entstehen elektrisch positiv geladene Quasiteilchen – die sog. Löcher – im Valenzband. Die so erzeugten Elektron-Loch-Paare tragen zur elektrischen Leitfähigkeit des Halbleiters bei. Ihre Anzahldichte $n(T)$ ist temperaturabhängig und gehorcht der Fermi-Dirac-Statistik, weshalb mit zunehmender Temperatur die Anzahl der Ladungsträgerpaare entsprechend wächst. Bei intrinsischem Silizium liegt das Fermi-Niveau mittig in der Bandlücke, da die Zahl der Elektronen im Leitungsband stets mit der der Löcher im Valenzband übereinstimmt.

Neben der Anregung eines Elektron-Loch-Paares durch Phononen ist dies ebenfalls durch ionisierende Strahlung möglich. Dazu ist eine höhere Energie notwendig als der energetische Abstand zwischen Valenz- und Leitungsband, da es sich bei Silizium um einen indirekten Halbleiter handelt. Der dafür benötigte Quasiimpuls stammt von einem Phonon. So erzeugt beispielsweise ein in den Siliziumkristall einfallendes Elektron mit einer Energie von einigen keV entlang seiner Trajektorie einen Schauer aus Sekundärelektronen durch Stoßionisation. Diese regen eine Vielzahl an Elektron-Loch-Paaren und Phononen an. Pro Elektron-Loch-Paar ist dazu im Mittel eine Energie von 3,6 eV notwendig. Die Anzahl der so erzeugten Ladungsträger ist proportional zu der im Siliziumkristall deponierten

Energie des einfallenden Elektrons. Zur Bestimmung seiner Energie muss demnach die ursprüngliche kinetische Energie des Elektrons vollständig im Kristall deponiert werden, um über eine Sammlung der angeregten Ladungsträger ihre Ladung und somit ihre Anzahl zu messen. Letztere wird allerdings von der Zahl der thermisch angeregten Elektron-Loch-Paaren deutlich überlagert, so dass der reine Siliziumkristall nicht zur Teilchendetektion verwendet werden kann.

Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters in Abhängigkeit von der Temperatur lässt sich durch das gezielte Dotieren von Fremdatomen verbessern. Durch das Einbringen eines Donators aus der 5. Hauptgruppe des PSE in die Struktur des Siliziumkristalls wird der Halbleiter n-dotiert. Vier der fünf Valenzelektronen gehen Bindungen mit dem vierwertigen Silizium ein und besetzen somit Zustände des Valenzbands. Das übrig gebliebene Elektron wird nur schwach gebunden und sorgt für die Bildung eines Donatorniveaus, das energetisch knapp unter dem Leitungsband liegt. Solche Elektronen gelangen schon bei niedriger thermischer Anregung ins Leitungsband, so dass der n-dotierte Halbleiter bereits bei geringen Temperaturen elektrisch leitfähig ist. Durch die n-Dotierung verschiebt sich das Fermi-Niveau knapp unterhalb des Donatorniveaus. Analog bildet sich bei einer p-Dotierung des Halbleiters durch einen Akzeptator aus der 3. Hauptgruppe des PSE dicht über dem Valenzband ein Akzeptatorniveau, so dass sich knapp darüber das Fermi-Niveau befindet.

In einem p-n-Übergangsbereich existiert zunächst ein Dichtegradient, so dass die Majoritätsladungsträger in den jeweils anderen dotierten Bereich diffundieren. Während dieses Prozesses rekombinieren die Elektronen des n-dotierten Bereichs mit den Löchern des p-dotierten, so dass die geladenen Akzeptor- und Donatoratome im Übergangsbereich zurück bleiben. Diese bauen ein elektrisches Feld auf, das dem Diffusionsstrom entgegenwirkt. Im Gleichgewichtszustand haben sich die Fermi-Niveaus im Übergangsbereich entsprechend angeglichen. In dieser Depletionszone gibt es dann keine freien Ladungsträger mehr. Durch Anlegen einer externen Spannung in Sperrrichtung wird die Depletionszone noch weiter vergrößert, da die freien Ladungsträger der dotierten Regionen abgesaugt werden. In diesem Fall verhält sich der p-n-Übergang wie ein Kondensator der Kapazität C , zu dem parallel ein hoher Widerstand R geschaltet ist, der die Leckströme in Sperrrichtung beschreibt. Dieser Widerstand ist temperaturabhängig, so dass er mit steigender Temperatur abnimmt unter gleichzeitiger Zunahme der Leckströme.

Bei einer PIN-Fotodiode verringert sich der Anteil an Leckströmen durch Einbringen einer zusätzlichen intrinsischen Schicht zwischen dem p- und n-dotierten Bereich. Im Sperrbetrieb dient sie zur Vergrößerung der Depletionszone. Dadurch wird die Kapazität gegenüber eines herkömmlichen in Sperrrichtung betriebenen p-n-Übergangs kleiner bei zunehmendem Widerstand. Die Vergrößerung der Depletionszone kann ebenfalls durch Erhöhung der Depletionsspannung erreicht werden. Aufgrund der zusätzlichen intrinsischen Schicht reichen zudem dünne p- und n-dotierte Schichten aus, so dass die Anzahl von Störstellen in der Depletionszone gering gehalten werden kann. Wenn ein einfallendes Elektron seine kinetische Energie vollständig in der vergrößerten Depletionszone deponiert, wird eine zu seiner ursprünglichen Energie proportionale Zahl an Elektron-Loch-Paaren angeregt. Letztere werden durch das elektrische Feld der Depletionszone getrennt und aufgrund der anliegenden Depletionsspannung elektrisch abgeführt. Die zu messende Ladung Q der abgeleiteten Ladungsträger ist proportional zu einem messbaren Spannungspuls

$$U = \frac{Q}{C}. \quad (5.1)$$

Fensterlose PIN-Fotodioden besitzen auf ihrer Oberfläche eine herstellungsbedingte insensitive Totschicht. Diese setzt sich zusammen aus einer nativen Siliziumdioxid-Schicht und

auf Lagen mit reduzierter Ladungsträgereffizienz aufgrund des räumlichen Dotierungsprofils. Üblicherweise liegen diese Totschichten kommerzieller, fensterloser Dioden im Bereich von 50 – 200 nm. In Abhängigkeit von ihrer Dicke wird ein bestimmter Anteil an den einfallenden Elektronen an der Totschicht rückgestreut, so dass diese keine Energie in der Depletionszone deponieren können. Außerdem besteht die Möglichkeit von inelastischen Wechselwirkungen in der Totschicht, weshalb die Elektronen einen Teil ihrer Energie bereits in der Totschicht verlieren können, die dann nicht mehr für den depletierten Siliziumkristall zur Verfügung steht. Grundsätzlich sind auch Prozesse höherer Ordnungen möglich.

5.3 Aufbau des Detektors

Der Detektor besteht aus einer Detektor-Keramik, auf der unter anderem Fotodioden angebracht sind, und einer ersten und zweiten Verstärkerstufe, die sich jeweils auf der Seite des Vakuums und der Atmosphäre befinden. Ein UHV-kompatibler Träger aus Kupfer, GFK¹ und Edelstahl hält die Detektor-Keramik und die erste Verstärkerstufe. Die Signale der Detektoren werden mit der ersten Verstärkerstufe integrierend verstärkt und über Koaxialkabel und einer elektrischen Durchführung mit einem 50-poligen D-Sub-Stecker auf die Atmosphärenseite zu einer zweiten Verstärkerstufe geleitet. Die Digitalisierung der verstärkten Analogsignale erfolgt durch das Datenerfassungssystem IPE-DAQ v3. Eine aktive Kühlung des Detektors ist vorerst nicht vorgesehen. Sie soll passiv über Wärmestrahlung durch das mit flüssigem Stickstoff gekühlte Strahlrohr der DPS2-F bei einer Temperatur von 77 K erfolgen. Der Aufbau des Detektors und das Prinzip der elektrischen Verstärker-Schaltung (siehe Abbildung 5.1) wird in den folgenden Kapiteln näher erläutert.

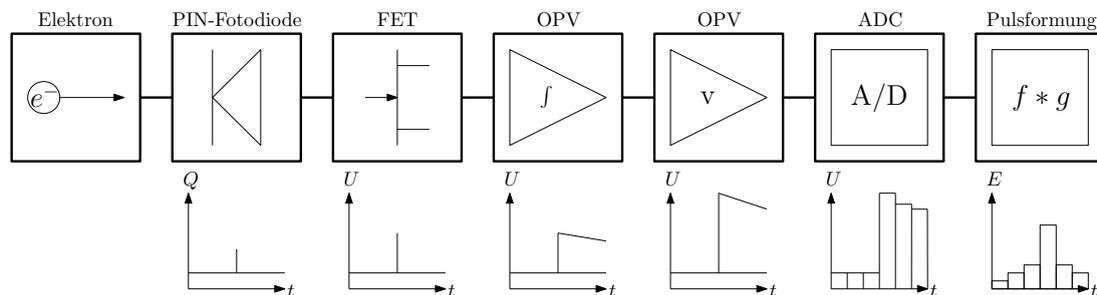


Abbildung 5.1: Prinzip der elektrischen Verstärker-Schaltung – Ein Elektron, das in die Depletionszone einer depletierten PIN-Fotodiode einfällt, erzeugt einen Ladungspuls. Durch die vakuumseitige erste Verstärkerstufe wird dieser mit einem FET im "Common Source"-Modus in einen Spannungspuls umgewandelt und verstärkt und mit einer Operationsverstärkerschaltung integriert. Eine weitere Verstärkung des Signals erfolgt durch die atmosphärenseitige zweite Verstärkerstufe. Das analoge Signal wird mit einem Datenerfassungssystem digitalisiert und geformt.

5.3.1 Die Detektor-Keramik

Auf einer kreisförmigen Keramik aus Aluminiumoxid (Al_2O_3) mit einem Durchmesser von 14,00 cm werden 14 fensterlose PIN-Fotodioden des Typs "S3590-09" des Herstellers "Hamamatsu" mit einem UHV kompatiblen Kleber gemäß Abbildung 5.2 angebracht [Bab10]. Die Fotodioden befinden sich jeweils auf einer eigenen Keramik, so dass ihre eigentliche sensitive Fläche $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ groß ist. Die 12 äußeren Fotodioden dienen der eigentlichen Messung der Elektronenrate und der -energie. Da die Detektor-Keramik senkrecht zur Strahlrohrachse bei einer gegebenen Einbautiefe in das Strahlrohr der DPS2-F installiert wird, hat die kreisförmige Anordnung der Detektoren für die BAM folgende Bedeutungen:

¹glasfaserverstärkter Kunststoff

- Das Intervall der vom Detektor abgedeckten magnetischen Flüsse ist sowohl durch den Innendurchmesser von 5,23 cm und dem Außendurchmesser von 6,23 cm bezüglich der entsprechenden Kante der sensitiven Fläche der Fotodioden gegeben als auch durch die Einbautiefe der Detektor-Keramik.
- Der Winkel zwischen den Detektoren beträgt 30° , so dass der Elektronentransport in Abhängigkeit vom azimutalen Winkel φ der Quelle bezüglich der Strahlrohrachse überprüft werden kann.

Mit den beiden inneren Fotodioden soll vor allem der Untergrund während der Messung registriert werden. Prinzipiell ist aber auch eine Detektion solcher Elektronen möglich, die auf der Quellseite im Inneren des magnetischen Flussschlauchs nahe der Strahlrohrachse injiziert werden und auf der Detektorseite entsprechend mittig ankommen.

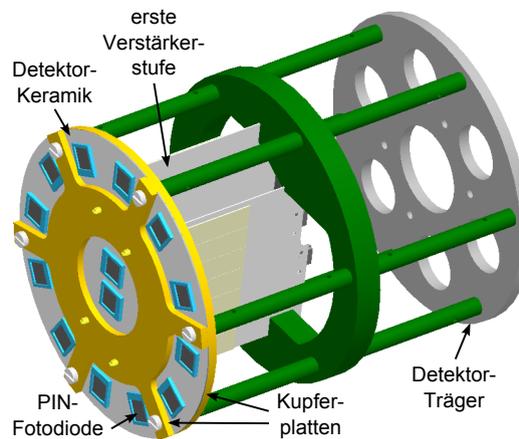


Abbildung 5.2: CAD-Modell der Detektor-Keramik und des Detektor-Trägers – Auf der Vorderseite der Detektor-Keramik sind 14 PIN-Fotodioden angebracht. Zusätzlich befinden sich auf der Rückseite drei Hall-Sensoren, zwei Pt1000-Widerstände und 24 Heiz-Widerstände (nicht abgebildet). Die Detektor-Keramik wird von zwei Kupferplatten gehalten. Die erste Verstärkerstufe ist an die Rückseite der Detektor-Keramik installiert. Der beschriebene Aufbau wird von einem Träger aus GFK und Edelstahl gehalten.

Auf der Rückseite der Detektor-Keramik befinden sich zusätzlich drei eindimensionale Hall-Sensoren des Typs "CY-P15A". Sie dienen der Messung der z -Komponente $B(z, r)$ der magnetischen Flussdichte mit einem Linearitätsfehler von $\sim 1\%$. Da die Geometrie und die Lage der Solenoide bezüglich des Strahlrohrs nur unzureichend bekannt ist, kann mit einer Magnetfeldmessung auf die charakteristischen Eigenschaften der Solenoide geschlossen werden. Dies wird in Kapitel 6 näher erläutert. Einer der Hall-Sensoren ist in der Mitte der Detektor-Keramik angeordnet, wobei die beiden anderen im radialen Abstand von 4,5 cm und 4,2 cm dazu installiert sind.

Weiterhin befinden sich auf der Detektor-Keramik zwei Pt1000-Widerstände zur Bestimmung der Temperatur der Keramik und der Detektoren. Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, nimmt mit steigender Umgebungstemperatur der Leckstrom der Fotodioden zu, was zu einer höheren Ungenauigkeit in der Bestimmung der Elektronenenergie führt. Der Leckstrom kann über die beiden inneren Fotodioden gemessen werden.

Laut Datenblatt liegt die Betriebstemperatur der Fotodioden im Bereich von -20°C bis 60°C . Falls die Temperatur der Detektor-Keramik aufgrund der passiven Kühlung unter diesen Temperaturbereich fällt, können die Detektoren mit 24 Heiz-Widerständen erwärmt werden. Diese sind daher neben den Fotodioden angebracht.

Die Durchführung der Versorgung der SMD-Bauteile und der Signale der Hall-Sensoren und der Pt1000-Widerstände erfolgt über einen 12-poligen SMC-Stecker an eine Adapter-

keramik. Ihre Pads sind über Kapton-isolierte Kabel mit der elektrischen Durchführung verbunden.

5.3.2 Die erste Verstärkerstufe

Die elektrische Schaltung der ersten Verstärkerstufe befindet sich auf zwei Keramiken. Es handelt sich um den Vorverstärker des Typs "IPE 316-04-13 R3c", der im KATRIN-Experiment ebenfalls in ähnlicher Bauform für den Fokalebenen-detektor verwendet wird. Die Keramiken werden senkrecht auf die Detektor-Keramik an den vorgesehenen Bohrungen installiert und über Pads miteinander verdrahtet, so dass über die Vorverstärker-Keramiken zum einen die benötigte Depletionsspannung von $U_{Dep} = 70 \text{ V}$ an die Fotodi-oden gelangt.

Zum anderen ist der Vorverstärker empfindlich auf die in den Detektoren erzeugten Ladungspulse, die mit einem FET² in verstärkte Spannungssignale umgewandelt und mit einem Operationsverstärker integriert werden. Dazu gelangen die nahezu δ -förmigen Ladungssignale zunächst an den spannungsgesteuerten FET vom Typ "1F1320", der eine sehr niedrige Eingangskapazität von 20 pF hat und mit $2,5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ rauscharm ist. Er wandelt die Signalladungen in verstärkte Spannungspulse um. Der FET ist dazu im "Common Source"-Modus geschaltet, so dass an seinem Gate das Ladungssignal und an seinem Drain eine konstante Versorgungsspannung von $U_{Drain} = 10 \text{ V}$ anliegen. Der Source-Anschluss liegt auf Masse. Vor einem hochohmigen Widerstand R_{Drain} wird am Drain das umgewandelte verstärkte Spannungssignal niederohmig abgegriffen und anschließend in eine nicht-invertierende integrierende Operationsverstärkerschaltung geleitet. Der verwendete Operationsverstärker vom Typ "AD829AR" ist mit $1,7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ebenfalls rauscharm und wird mit einer konstanten Spannung von $U_{OPV} = \pm 5 \text{ V}$ versorgt. Über eine Parallelschaltung mit einer Kapazität von $C_{Int} = 0,5 \text{ pF}$ und einem Widerstand von $R_{SC} = 2 \text{ G}\Omega$ wird der Ausgang des Operationsverstärkers rückgekoppelt. Die Integration des Spannungssignals zu einem stufenförmigen Signal erfolgt durch die Kapazität. Der hochohmige Widerstand ermöglicht ein Entladen der Kapazität, so dass die Spannung exponentiell abfallen kann. Somit arbeitet der Vorverstärker als Static Clear Verstärker. Dies ist notwendig, um die Spannungshöhe am nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers zu begrenzen, da er in seiner Ausgangsspannung durch die Versorgungsspannung limitiert ist. Ansonsten würde sich das Signal entsprechend aufschaukeln, was eine Übersteuerung des Operationsverstärkers zufolge hätte. Mit dem Vorverstärker ist eine 40- bis 80-fache Verstärkung des Signals möglich. Die integrierend verstärkten Spannungssignale werden über 12-polige SMC-Stecker an zwei Adapterkeramiken weiter geleitet. Ihre Pads sind mit dem 50-poligen D-Sub-Stecker der elektrischen Durchführung über Kapton-isolierte Koaxialkabel verbunden. Von dort gelangen sie an die Atmosphärenseite und können in einer zweiten Verstärkerstufe weiter verarbeitet werden. Die vereinfachte Form der elektrischen Schaltung ist Abbildung 5.3 zu entnehmen.

5.3.3 Der Detektor-Träger

Der Aufbau des Detektor-Trägers ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Detektor-Keramik befindet sich zwischen einer stern- und einer ringförmigen Kupferplatte mit einer Dicke von 3 mm bzw. 5 mm. Da für den Detektor keine aktive Kühlung vorgesehen ist, soll die durch die Vorverstärker-Elektronik entstehende Wärme über die Kupferplatten abgeführt werden. Die erforderliche Kühlung der Detektoren erfolgt demnach passiv über Wärmestrahlung durch das gekühlte Strahlrohr der DPS2-F mit einer Temperatur von 77 K. Die sternförmige Kupferplatte zeigt in Richtung des Strahlrohrs, so dass ihre Fläche

²Feldeffekttransistor

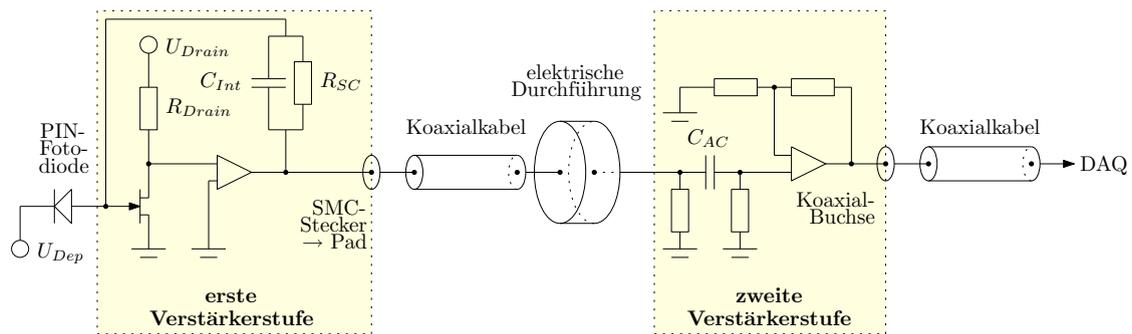


Abbildung 5.3: Vereinfachung der elektrischen Verstärker-Schaltung – Die Funktion der elektrischen Verstärker-Schaltung ist im Fließtext erklärt.

möglichst groß gewählt ist. Die in die Richtung der Atmosphärenseite zeigende ringförmige Kupferplatte dient vor allem der Stabilität des Detektor-Trägers. Eine Halterung aus GFK drückt die Vorverstärker-Keramiken an die Detektor-Keramik, so dass die verdrahteten Pads dazwischen entlastet werden. Die beschriebene Konstruktion wird durch sechs 8,0 mm dicke Stangen mit einer Länge von jeweils 16,0 cm zusammengehalten. Um Wärmebrücken zwischen der Atmosphärenseite und der Detektor-Keramik zu vermeiden, sind diese Stangen aus GFK gefertigt. Es zeichnet sich durch eine sehr geringe Wärmeleitfähigkeit von $\lambda < 1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ aus. Durch einen weiteren Träger aus Edelstahl wird der Aufbau an einen CF100 Flansch installiert, in dem eine elektrische Durchführung mit einem 50-poligen D-Sub-Stecker integriert ist.

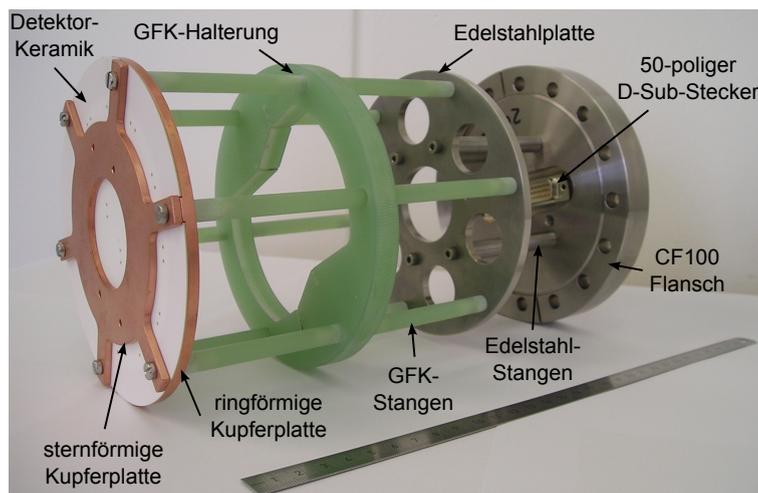


Abbildung 5.4: Technische Umsetzung des Detektor-Trägers – In dem vorliegenden Bild ist die Detektor-Keramik unbestückt verbaut. Zudem fehlen die beiden Keramiken der ersten Verstärker-Stufe und die elektrischen Zuleitungen.

5.3.4 Die zweite Verstärkerstufe

Die atmosphärenseitige zweite Verstärkerstufe hat die folgenden Aufgaben:

- Versorgung der ersten Verstärkerstufe, der Fotodioden, der Hall-Sensoren und der Pt1000-Widerstände
- Versorgung der Heiz-Widerstände mit einem regelbaren Strom in Abhängigkeit von der Temperatur der Detektor-Keramik
- Verstärkung der Signale der Fotodioden um einen weiteren Faktor von 100 und Weiterführung zur DAQ

- Verarbeitung der Hall-Spannungen und der an den Pt1000-Widerständen anliegenden Spannungen und Weiterführung zu einem Datenerfassungsmodul
- Durchführung von Steuersignalen für die erste Verstärkerstufe

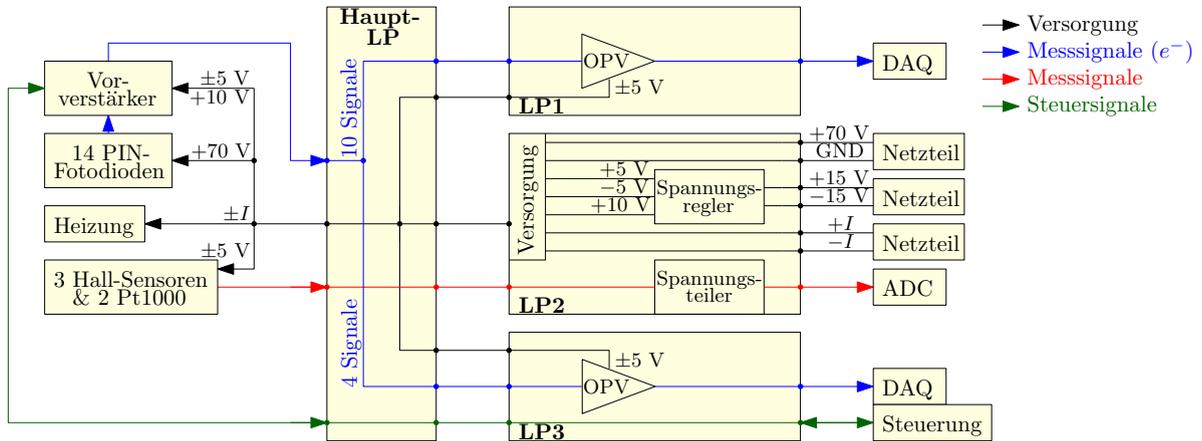


Abbildung 5.5: Prinzip der zweiten Verstärkerstufe – Die Leiterplatten LP1, LP2 und LP3 sind über 15-polige D-Sub-Stecker an der Haupt-LP angebracht, die wiederum am 50-poligen D-Sub-Stecker der elektrischen Durchführung installiert ist.

Da der Detektor-Träger mit dem CF100 Flansch an den Manipulator der Detektorkammer des Vorspektrometers angebracht wird (siehe Kapitel 5.3.5), muss die elektrische Schaltung der zweiten Verstärkerstufe in einem Edelstahlrohr mit einem Durchmesser von 10 cm an den D-Sub-Stecker der elektrischen Durchführung auf der Atmosphäreenseite installiert werden. Demnach ist die Größe der benötigten Leiterplatten begrenzt. Die elektrische Schaltung ist in den Abbildungen 5.3 und 5.5 schematisch dargestellt. Sie befindet sich auf drei Leiterplatten, die mit jeweils einem 15-poligen D-Sub-Stecker über eine Haupt-Leiterplatte miteinander verbunden sind. Die Haupt-Leiterplatte wird mit einem 50-poligen D-Sub-Stecker an die elektrische Durchführung des CF100 Flanschs angebracht und dient zum einen der Durchführung der Signale zwischen Vakuum- und Atmosphäreenseite und zum anderen der Kommunikation zwischen den einzelnen Leiterplatten. Ihr Aufbau und ihre Funktion soll im Folgenden kurz erläutert werden.

Leiterplatte 2 (LP2)

Die LP2 stellt die Versorgung der einzelnen Bauteile mit einer konstanten Spannung. Auf der Vakuumseite sind das die erste Verstärkerstufe mit einer benötigten Spannung von $U_{\text{Drain}} = 10 \text{ V}$ und $U_{\text{OPV}} = \pm 5 \text{ V}$, die Fotodioden mit $U_{\text{Dep}} = 70 \text{ V}$, die Hall-Sensoren mit $\pm 5 \text{ V}$ und die Pt1000-Widerstände mit 5 V . Zudem benötigen die Operationsverstärker auf der LP1 und LP3 eine Spannung von jeweils $\pm 5 \text{ V}$ zur Verstärkung der Signale der Detektoren. Dazu werden von zwei Netzgeräten Spannungen von 70 V und $\pm 15 \text{ V}$ über Schraubklemmen eingespeist, wobei letztere durch Spannungsregler auf 10 V und $\pm 5 \text{ V}$ geregelt wird. Die Spannungen gelangen über die Haupt-Leiterplatte an die genannten Bauteile. Ein weiteres Netzteil vom Typ "PeakTech 1890" versorgt die Heiz-Widerstände mit einem regelbaren Strom in Abhängigkeit von der Temperatur der Detektor-Keramik. Dieses Netzteil verfügt über eine RS232-Schnittstelle, so dass die Regelung mit LabVIEW erfolgen kann.

Die gemessenen Hall-Spannungen und die an den Pt1000-Widerständen abfallenden Spannungen gelangen von der Haupt-Leiterplatte an die LP2. Sie werden über einen 25-poligen D-Sub-Stecker an das Datenerfassungsmodul "Picolog 1216" geleitet, das über eine USB-Schnittstelle verfügt. Somit können die Signale digitalisiert und mit LabVIEW ausgewertet werden, so dass die experimentelle Erfassung der magnetischen Flussdichte bzw. der Temperatur der Detektor-Keramik in Echtzeit erfolgen kann. Da die Eingangsspannung des

Datenerfassungsmoduls auf 0 – 2,5 V limiert ist, müssen die Signale über Spannungsteiler angepasst werden.

Leiterplatte 1 (LP1)

Die LP1 dient der Verstärkung von 10 der 14 Signale der Detektoren. Dazu werden die Signale zunächst mit einem Hochpass der Kapazität C_{AC} gefiltert und anschließend durch fünf doppelte Operationsverstärker vom Typ "LMH6628" geleitet, die mit $2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ extrem rauscharm sind. Die Ausgänge der Operationsverstärker werden über die entsprechenden invertierenden Eingänge rückgekoppelt, so dass eine nicht-invertierende Verstärkung der Signale um einen weiteren Faktor von 100 möglich ist. Die verstärkten Signale werden über Koaxialkabel an das Datenerfassungssystem zur Digitalisierung und Pulsformung geführt. Die Versorgungsspannung von ± 5 pro doppeltem Operationsverstärker stammt von der LP2 und wird mit Kondensatoren gegen Störungen gefiltert.

Leiterplatte 3 (LP3)

Analog zur LP1 werden auf der LP3 die restlichen vier Signale der Detektoren verstärkt und über Koaxialkabel zum Datenerfassungssystem geführt. Zudem werden über die LP3 acht Steuersignale zur ersten Verstärkerstufe geführt, mit denen unter anderem die Messung der Temperatur der Verstärker-Keramiken und der Leckströme der Fotodioden möglich ist. Außerdem können damit die einzelnen Verstärker in den "Testpulse"-Modus geschaltet werden zur Fehlerdiagnose.

5.3.5 Installation des Detektor-Trägers

Der Detektor-Träger wird mit dem CF100 Flansch an den Manipulator der Detektorkammer des Vorspektrometers angebracht [Hab09]. Die Installation der Detektorkammer an die Detektorseite der DPS2-F erfolgt mit einem CF250/CF200 Reduktionsflansch über ein doppeltes CF200 Kreuz, an das ein CF200 Sichtfenster zur Überwachung der Position der Detektor-Keramik und ein Pumpstand zur Erzeugung eines Vorvakuums angebracht sind. Falls die passive Kühlung der Detektor-Keramik nicht ausreichen sollte, kann zusätzlich ein Pulsrohrkühler mit Helium zur aktiven Kühlung installiert werden, der über Kupferlitzen mit der ringförmigen Kupferplatte des Detektor-Trägers verbunden wird. Mit dem Manipulator kann der Detektor-Träger in axialer Richtung um 40,0 cm und in radialer Richtung um $\pm 2,0$ cm bewegt werden. Die radiale Verschiebung ist aufgrund der kreisförmigen Anordnung der Fotodioden auf der Detektor-Keramik nicht erforderlich. Bei einer Einbautiefe von 26,63 cm decken die Detektoren ein Intervall der magnetischen Flüsse von 166 Tcm^2 bis 230 Tcm^2 ab. In diesem Fall beträgt der Abstand zur Strahlrohrwand in axialer Richtung ausreichende 7,7 mm und in radialer Richtung 5,5 mm. Da die Translation des Manipulators über Schrittmotoren erfolgt, wird die Einbautiefe über die Zählung der Motorschritte bestimmt.

5.3.6 Sicherheitstechnische Betrachtungen

Analog zur Quellseite müssen ebenfalls für das Detektorsystem sicherheitstechnische Betrachtungen durchgeführt werden, um eine Beschädigung der DPS2-F in jedem Fall zu vermeiden. Die folgenden Faktoren sind zu beachten:

- Wie in Kapitel 4.4.3 beschrieben, muss die automatische Öffnung (Vorvakuum) und Schließung (Vakuumeinbruch) des VAT Ventils der DPS2-F auf der Detektorseite entsprechend programmiert werden.
- Um eine Verschmutzung des Strahlrohrs zu vermeiden, gilt der Verzicht von Lötzinn zur Befestigung der Zuleitungen an dem 50-poligen D-Sub-Stecker der elektrischen Durchführung. Stattdessen müssen die Zuleitungen gecrimpt werden.

- Da der Detektor-Träger unter anderem aus den elektrisch leitfähigen Materialien Kupfer und Edelstahl besteht, müssen gemäß Kapitel 4.4.4 die Effekte eines unkontrollierten Quenchs der Solenoide berücksichtigt werden. In diesem Fall kommt es mit einer Gesamtkraft von $F_{ges} = 256$ N zu deutlich großen Kräften, die auf den Detektor-Träger und den Manipulator wirken. Eine Temperaturerhöhung von $\Delta T_{ges} \sim$ mK ist unbedeutend. Die quantitativen Werte sind Tabelle 5.1 zu entnehmen.

Tabelle 5.1: Magnetische Quench Effekte – Ein unkontrollierter Quench eines Supraleiters hat eine vernachlässigbare Temperaturerhöhung ΔT des Detektor-Trägers und auf den Manipulator wirkende Kräfte F_{\perp} und F_{\parallel} zufolge. Die Bedeutung der Werte sind in Kapitel 4.4.4 beschrieben.

	sternförmige Kupferplatte	ringförmige Kupferplatte	Edelstahl- platte
gegeben:			
ρ_1 [mm]	22,5	55,1	20,0
ρ_2 [mm]	45,0	70,0	70,0
l [mm]	3,0	4,0	5,0
m [g]	128	209	558
B [T]	2,03	1,95	0,34
$\frac{dB}{d\zeta}$ [T/m]	-25,43	-24,63	-2,73
τ [s]	1	1	1
c [J/kg/K] (bei 300 K)	385	385	500
σ [10^6 S/m]	60,7	60,7	1,4
berechnet:			
R [$\mu\Omega$]	0,7	1,1	14,3
I [A]	140,4	220,6	2,7
P [mW]	14,4	53,8	0,1
ΔT [mK]	0,29	0,67	< 0,01
F_{\perp} [N]	62,6	169,9	0,3
F_{\parallel} [N]	-22,7	-83,6	-0,1

5.4 Passive Kühlung des Detektors

Die Kühlung der Detektor-Keramik soll passiv über Wärmestrahlung unter dem Einfluss des mit flüssigem Stickstoff gekühltem Strahlrohr bei einer Temperatur von 77 K erfolgen. Zur Durchführung der BAM wird das Strahlrohr evakuiert, so dass der Elektronentransport unter UHV Bedingungen untersucht werden soll. Störende Wärmeüberträge auf die Detektor-Keramik durch Konvektion oder durch den Wärmefluss des Restgases sind vernachlässigbar klein, so dass die Erwärmung der Detektor-Keramik durch Wärmebrücken und Wärmestrahlung geschieht.

5.4.1 Wärmebrücken

Wärmebrücken entstehen durch den direkten Kontakt zwischen den auf Raumtemperatur liegenden Komponenten mit der vakuumseitigen Detektor-Keramik, so dass ein Wärmeaustausch stattfinden kann. Im vorliegenden Fall betrifft das den CF100 Flansch mit der elektrischen Durchführung, an den der Detektor-Träger installiert ist, der wiederum die Detektor-Keramik hält. Für die Wärmeleitung gilt das Fouriersche Gesetz:

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{l} A (T_2 - T_1) \quad [W] \quad (5.2)$$

Dabei beschreiben \dot{Q} den Wärmeeintrag, λ die materialspezifische Wärmeleitfähigkeit, l die Länge der Wärmebrücke, A ihren Querschnitt und $T_1 < T_2$ die Temperaturen an ihren Enden. Da der Wärmeeintrag proportional zur Wärmeleitfähigkeit ist, kann dieser Effekt durch die Verwendung von GFK mit $\lambda \approx 0,3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ reduziert werden.

5.4.2 Wärmestrahlung

Wärmestrahlung liegt grundsätzlich immer vor, da jeder Festkörper durch das Modell eines grauen Körpers beschrieben werden kann. Demnach findet selbst dann ein Wärmeübertrag \dot{Q} zwischen zwei Flächen A_1 und A_2 mit den Temperaturen $T_1 < T_2$ statt, auch wenn kein direkter Kontakt zwischen ihnen vorliegt. Der Wärmeeintrag wird durch die Stefan-Boltzmann-Beziehung beschrieben:

$$\dot{Q} = \sigma \varepsilon_{1,2} A_1 (T_2^4 - T_1^4) \quad [W] \quad (5.3)$$

Die Stefan-Boltzmann-Konstante ist durch $\sigma = 5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ gegeben und der Emissionsgrad des Systems durch

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad (5.4)$$

mit den materialspezifischen Emissivitäten ε_1 und ε_2 . Der Effekt der Wärmestrahlung lässt sich nicht vollständig verhindern, aber beispielsweise durch Verwendung von Superisulationsfolie³ reduzieren.

5.4.3 Abschätzung der Temperatur der Fotodioden

Im Folgenden wird die Temperatur der Fotodioden über die der Kupferplatten des Detektor-Trägers mit T_{Cu} abgeschätzt. Für die Berechnung werden folgende Annahmen gemacht:

- Aufgrund des vorliegenden Aufbaus des Detektor-Trägers existieren mehrere Arten von Wärmebrücken zwischen dem auf Raumtemperatur liegenden CF100 Flansch und den Kupferplatten, die die Detektor-Keramik halten. Durch die Stangen aus Edelstahl 1.4301 wird aufgrund ihrer hohen Wärmeleitfähigkeit von $\lambda = 15 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ die vakuumseitige Edelstahlplatte näherungsweise auf Raumtemperatur erwärmt. Die Erwärmung der Kupferplatten erfolgt dann durch den Wärmeeintrag \dot{Q}_{GFK} über die GFK-Stangen, da sie eine direkte Verbindung zwischen der Edelstahlplatte und den Kupferplatten darstellen. Dagegen können die elektrischen Zuleitungen vernachlässigt werden aufgrund ihres kleinen Leiterquerschnitts von $A \ll 1 \text{ mm}^2$. Da die Vorverstärker-Elektronik direkt mit der Detektor-Keramik verbunden ist, sorgt erstere für einen konstanten Wärmeeintrag von $\dot{Q}_{VV} = 2 \text{ W}$ [Pet10].
- Der Wärmeübertrag \dot{Q}_{300K} durch Wärmestrahlung zwischen dem auf Raumtemperatur liegenden Strahlrohr im Eingangsbereich der DPS2-F und den Kupferplatten wird in axialer ($\dot{Q}_{300K,ax}$) und radialer ($\dot{Q}_{300K,rad}$) Richtung berücksichtigt, da sich die Kupferplatten innerhalb dieses Teils des Strahlrohrs befinden (siehe Abbildung 5.6). Dagegen erfolgt die Berechnung des Wärmeübertrags \dot{Q}_{77K} zwischen den Kupferplatten und dem mit flüssigem Stickstoff gekühlten Strahlrohr im Inneren der DPS2-F lediglich in axialer Richtung⁴.
- Prozesse höherer Ordnungen, wie Wärmestrahlung ausgehend von den Wärmebrücken, werden nicht berücksichtigt.

³Superisulationsfolie besteht aus sich abwechselnden Lagen von hochreflektierender Folie und dünnem Kunststoffgewebe.

⁴In beiden Fällen wird eine Betrachtung der exakten Winkelabhängigkeit der Strahlung nicht durchgeführt. Dazu wäre die Kenntnis des "View Factors" des Systems erforderlich.

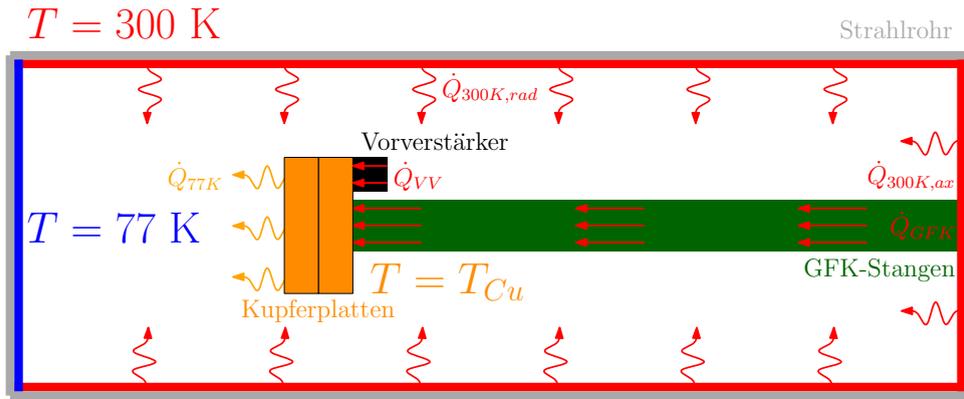


Abbildung 5.6: Modell zur Abschätzung der Temperatur der Kupferplatten – Wärmeüberträge gelangen durch Wärmebrücken (gerade Pfeile) und Wärmestrahlung (geschwungene Pfeile) an die Kupferplatten. Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.

Somit erwärmen sich die Kupferplatten über sämtliche Wärmebrücken als auch über Wärmestrahlung ausgehend vom auf Raumtemperatur liegenden Teil des Strahlrohrs, so dass der Wärmeeintrag durch

$$\dot{Q}_{\text{Zufuhr}} = \dot{Q}_{\text{GFK}} + \dot{Q}_{\text{VV}} + \dot{Q}_{\text{300K}} \quad (5.5)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{GFK}} &= \frac{\lambda_{\text{GFK}}}{l_{\text{GFK}}} A_{\text{GFK}} (T_{\text{300K}} - T_{\text{Cu}}) \\ \dot{Q}_{\text{VV}} &= 2 \text{ W} \\ \dot{Q}_{\text{300K}} &= \dot{Q}_{\text{300K,ax}} + \dot{Q}_{\text{300K,rad}} \\ &= \sigma [\varepsilon_{\text{Cu,300K,ax}} A_{\text{Cu,ax}} + \varepsilon_{\text{Cu,300K,rad}} A_{\text{Cu,rad}}] (T_{\text{300K}}^4 - T_{\text{Cu}}^4) \end{aligned} \quad (5.6)$$

beschrieben werden kann. Die Wärmeabgabe der Kupferplatten erfolgt lediglich über Wärmestrahlung mit

$$\dot{Q}_{\text{Abgabe}} = \dot{Q}_{\text{77K,ax}} = \sigma \varepsilon_{\text{77K,Cu,ax}} A_{\text{Cu,ax}} (T_{\text{Cu}}^4 - T_{\text{77K}}^4). \quad (5.7)$$

Der Emissionsgrad ε des Systems ist entsprechend (5.4) gegeben und nimmt für die axiale und radiale Strahlungsrichtung unterschiedliche Werte an, weil er von der Größe der wärmeabstrahlenden Flächen A abhängt. Die quantitativen Werte der geometrischen zylinderförmigen Komponenten sind Tabelle 5.2 zu entnehmen. Im Gleichgewichtszustand wird von den Kupferplatten genau so viel Wärme aufgenommen wie abgegeben, so dass die Temperatur T_{Cu} der Kupferplatten über die Beziehung

$$\dot{Q}_{\text{Zufuhr}} = \dot{Q}_{\text{Abgabe}} \quad (5.8)$$

berechnet werden kann. Die daraus resultierende Gleichung vierten Grades der Form

$$aT_{\text{Cu}}^4 + bT_{\text{Cu}} + c = 0 \quad (5.9)$$

ergibt vier Lösungen für die gesuchte Temperatur T_{Cu} , von denen allerdings nur eine physikalisch sinnvoll ist. Demnach haben die Kupferplatten eine mittlere Temperatur von 283,7 K, was eine ausreichende Voraussetzung für den Betrieb der Detektoren bedeutet. Der größte Wärmeeintrag geht von der Vorverstärker-Elektronik aus. Die detaillierten Ergebnisse sind in Tabelle 5.3 aufgelistet. Hierbei handelt es sich um eine konservative Berechnung, da der Detektoraufbau im Übergangsbereich von 77 – 300 K positioniert ist. Somit stellt \dot{Q}_{300K} eine obere Abschätzung dar.

Tabelle 5.2: Parameter für die Berechnung der passiven Kühlung – In der vorliegenden Tabelle sind die relevanten Werte für die Berechnung der Temperatur T_{Cu} der Kupferplatten und damit näherungsweise die der Fotodioden angegeben. Die zylinderförmigen Komponenten (Strahlrohr, Stangen aus GFK, Kupferplatten) werden durch die Temperatur T , den Innen- und Außenradius ρ_1 und ρ_2 , die Länge l , der Emissivität ε und der Wärmeleitfähigkeit λ beschrieben.

	kaltes Strahlrohr	warmes Strahlrohr	Stangen aus GFK	Kupfer- stern	Kupfer- ring
T [K]	77	300	300	T_{Cu}	T_{Cu}
ρ_1 [mm]	0,0	0,0	0,0	22,5	55,1
ρ_2 [mm]	125,0	125,0	4,0	45,0	70,0
l [mm]	0,0	274,0	16,0	3,0	4,0
ε	0,3	0,3	–	0,69	0,69
λ [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$]	15	15	0,3	400	400

Tabelle 5.3: Passive Kühlung der Detektor-Keramik – Es sind die berechneten Werte für die passive Kühlung der Detektor-Keramik aufgelistet. Die Berechnung und die Bedeutung der Größen werden im Fließtext beschrieben.

	Kupfer- stern	Kupfer- ring
$\varepsilon_{\text{Cu},300\text{K},\text{ax}}$	0,60	0,58
$\varepsilon_{\text{Cu},300\text{K},\text{rad}}$	0,69	0,68
$\varepsilon_{77\text{K},\text{Cu},\text{ax}}$	0,13	0,14
a [10^{-10}K^{-4}]	5,44	6,52
b [10^{-4}K^{-1}]	5,65	5,65
c	-3,76	-4,29
T_{Cu} [K]	285,2	282,1
\dot{Q}_{GFK} [W]	0,01	0,01
\dot{Q}_{VV} [W]	2,00	2,00
$\dot{Q}_{300\text{K},\text{ax}}$ [W]	0,24	0,34
$\dot{Q}_{300\text{K},\text{rad}}$ [W]	0,05	0,12
$\dot{Q}_{77\text{K},\text{ax}}$ [W]	2,30	2,47

5.5 Teststand

5.5.1 Aufbau

Zur experimentellen Überprüfung des Quell- und Detektorsystems und der passiven Kühlung der Detektor-Keramik unter UHV Bedingungen wurde ein Teststand aufgebaut. Der Aufbau des Teststands ist in Abbildung 5.7 dargestellt. In einem evakuierten CF200 Kreuz befindet sich mittig ein 30 cm langes Kupferrohr mit einem Innendurchmesser von 84 mm und einer Wanddicke von 2,5 mm, mit dem ein Teil des gekühlten Strahlrohrs der DPS2-F simuliert werden kann. Dazu wird das Kupferrohr über acht Kupferlitzen mit einem Helium-Pulsrohrkühler des Typs "Pt60" des Herstellers "Cryomech" auf bis zu 30 K gekühlt in Abhängigkeit von der anliegenden Last. Um Effekte durch Wärmebrücken zu reduzieren, steht das Kupferrohr auf vier Stangen aus GFK mit jeweils einer Dicke von 8 mm und einer Länge von 45 mm. Zusätzlich ist es mit Superisulationsfolie umwickelt, so dass Wärmeüberträge durch Wärmestrahlung minimiert werden. An dem beschriebenen Kupferrohr sind sowohl drei Pt1000-Widerstände zur Temperaturmessung angebracht als auch sechs Heizwiderstände des Typs "HS15" von "Arcol", um es ausgehend von der Minimaltemperatur von 30 K gezielt auf eine gegebene Temperatur zu erwärmen. So kann das

Kupferrohr beispielsweise auf eine Temperatur von 77 K geregelt werden, welche der des Strahlrohrs der DPS2-F entspricht.

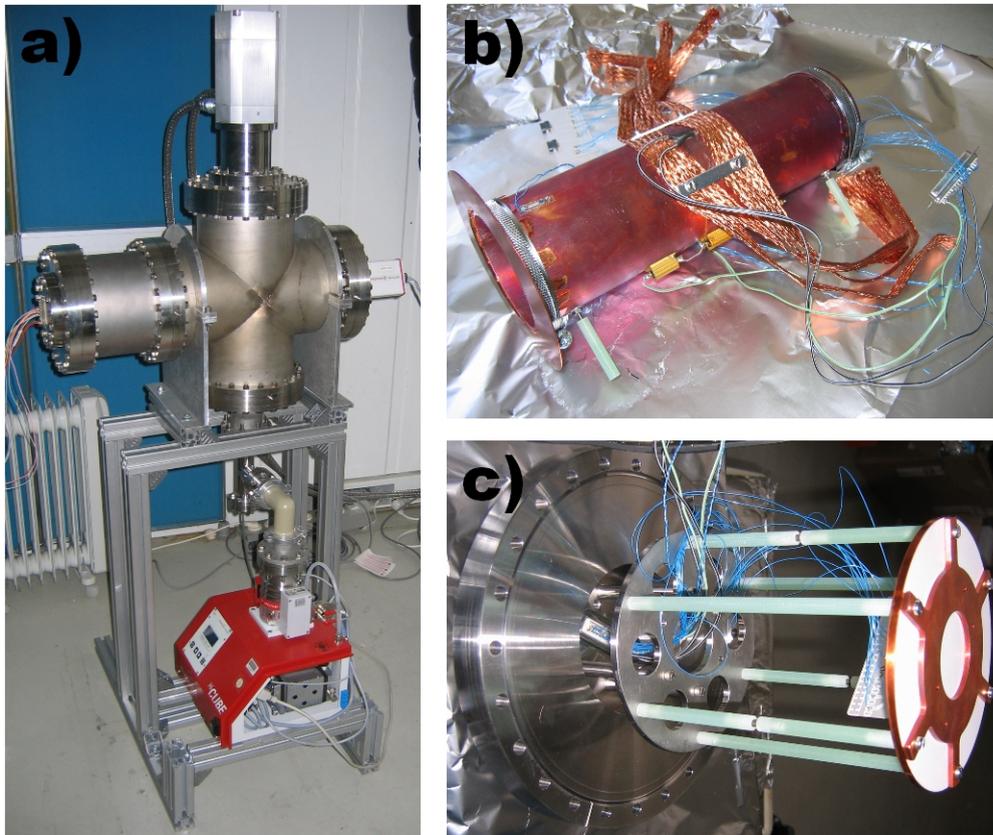


Abbildung 5.7: Aufbau des Teststands – a) Teststand, b) Kupferrohr, c) Detektor-Träger

Neben dem Pulsrohrkühler sind an dem CF200 Kreuz außerdem ein Pumpstand des Typs "HiCube 80 Eco" des Herstellers Pfeiffer Vacuum, ein Drucksensor des Typs "DPG 109" des Herstellers Pfeiffer Vacuum und der in Kapitel 5.3.3 beschriebene Detektor-Träger mit einem 50-poligen D-Sub-Stecker als elektrische Durchführung installiert. Statt der Detektor-Keramik, die zum Zeitpunkt des Aufbaus noch nicht verfügbar war, ist eine Keramik mit vier Pt1000-Widerständen und zehn Heizwiderständen verbaut. Mit letzteren kann die Wärmezufuhr von 2 W durch die Vorverstärker-Elektronik des eigentlichen Detektors simuliert werden. Die Keramik befindet sich in axialer Richtung etwa 1 cm entfernt zum Kupferrohr. Der Aufbau und die Bedingungen sind somit ähnlich wie die an der Detektorseite der DPS2-F, so dass in einer ersten Testmessung eine Überprüfung der passiven Kühlung möglich ist.

Die Zuleitungen für die Versorgung der Pt1000- und der Heiz-Widerstände am Kupferrohr und an der Keramik sind über den D-Sub-Stecker mit zwei Netzgeräten realisiert. Ein Netzgerät liefert eine konstante Spannung von 4,89 V, die parallel an allen Pt1000-Widerständen mit jeweils einem in Serie geschalteten Widerstand von 1 k Ω anliegt. Mit dem Datenerfassungsmodul "Picolog 1216" werden die Spannungen, die an den Pt1000-Widerständen abfallen, über eine USB-Schnittstelle digitalisiert und in LabVIEW aufgenommen. Durch eine Umrechnung lässt sich der Widerstand der Pt1000-Elemente und damit ihre Temperatur bestimmen. Das Netzgerät "PeakTech 1890" liefert einen regelbaren Strom für die Heiz-Widerstände. Es verfügt über eine RS232-Schnittstelle, so dass es mit dem PC über LabVIEW steuerbar ist.

5.5.2 Temperaturregelung

Die digitale Temperaturregelung des Kupferrohres mit den angebrachten Pt1000- und Heiz-Widerständen erfolgt mit LabVIEW über einen modifizierten PID⁵-Regler, der den Heizstrom der Heiz-Widerstände entsprechend der Differenz zwischen der gemessenen Ist-Temperatur und der einzustellenden Soll-Temperatur regelt. Die Ist-Temperatur entspricht in diesem Fall dem Mittelwert der gemessenen Temperaturen der drei Pt1000-Widerstände des Kupferrohres. LabVIEW steuert den erforderlichen Heizstrom über die RS232-Schnittstelle des Netzgeräts, wobei ein einzustellender Maximalstrom von 3 A zum Schutz des Heiz-Widerstände nicht überschritten werden darf. Der Zyklus der Messung, Regelung und Steuerung dauert eine Sekunde.

Ausgehend von Raumtemperatur wurde die Temperaturregelung experimentell bei einem Druck von $p = 2,0 \cdot 10^{-7}$ mbar und einer Soll-Temperatur von 163 K über einen Zeitraum von mehreren Stunden überprüft. Die Abbildung 5.8 zeigt das Ergebnis. Die Regelung benötigt über 4 Stunden bis die Soll-Temperatur erreicht ist. Dies liegt vor allem am begrenzenden Maximalstrom und der daraus resultierenden flachen Steigung des Verlaufs im Bereich hoher Temperaturen von $T > 200$ K. Zudem wurden die Größen des P-, I- und D-Anteils bisher noch nicht empirisch angepasst, so dass sie aus theoretischen Überlegungen stammen [Foi10].

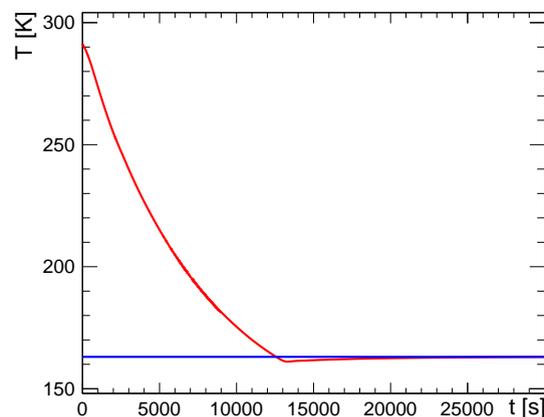


Abbildung 5.8: Temperaturregelung – Die Temperaturregelung wurde beispielhaft für eine Soll-Temperatur von 163 K (blau) durchgeführt. Der Temperaturverlauf (rot) erreicht erst nach mehreren Stunden die Soll-Temperatur.

5.5.3 Test der passiven Kühlung

Die passive Kühlung wurde ausgehend von Raumtemperatur bei einem Druck von $p = 2,0 \cdot 10^{-7}$ mbar überprüft. Aufgrund eines von außen nicht zu behebbenden Kurzschlusses zwischen einem Heizwiderstand und dem CF200 Kreuz über die Superisolutionsfolie konnte das Kupferrohr über die digitale Temperaturregelung nicht mehr erwärmt werden, so dass es in diesem Versuchsteil auf Minimaltemperatur betrieben wurde. Die experimentelle Erfassung der Temperaturen der Pt1000-Widerstände auf dem Kupferrohr und der Keramik erfolgte über mehrere Stunden bei einer simulierten Vorverstärker-Elektronik mit einem Wärmeeintrag von 2 W. In Abbildung 5.9 ist das Ergebnis dargestellt. Demnach erreicht die Keramik eine Temperatur von 271 K bis 273,5 K bei einer Minimaltemperatur des Kupferrohres von 52 K. Dies stimmt in erster Näherung mit dem in Kapitel 5.4.3 abgeschätzten Wert von 283,7 K für die mittlere Temperatur der Kupferplatten überein. Die Messung deutet darauf hin, dass das Detektorsystem keine zusätzliche aktive Kühlung benötigt, da die spezifizierten Leckströme der Dioden in diesem Temperaturbereich mit

⁵englisch: **p**roportional-**i**ntegral-**d**erivative

$\lesssim 5$ nA genügend gering sind, um die anvisierte Energieauflösung von $\Delta E \lesssim 4$ keV zu erreichen.

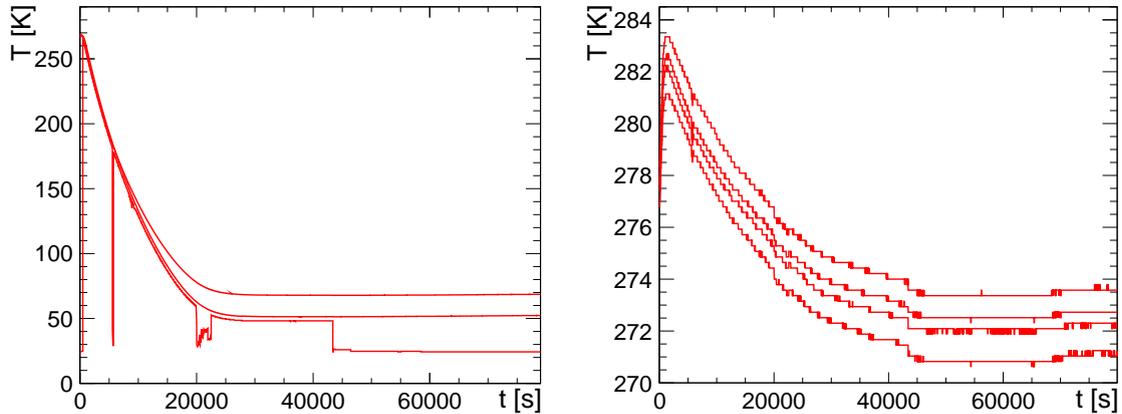


Abbildung 5.9: Links: Temperaturverlauf des Kupferrohrs – Die Temperaturverläufe der Pt1000-Widerstände unterscheiden sich aufgrund ihrer verschiedenen Positionen am Kupferrohr. Einer der Pt1000-Widerstände war während der Messung versehentlich durch die Superisulationsfolie in unregelmäßigen Abständen geerdet. **Rechts: Temperaturverlauf der Keramik** – Die Temperaturverläufe der einzelnen Pt1000-Sensoren ähneln sich. Die Messung wurde unmittelbar nach einem vorhergehenden Kühlttest durchgeführt, so dass die Anfangstemperatur nicht ganz der Raumtemperatur entspricht.

5.5.4 Ausblick

In einem weiteren Ausbau des Teststands können bei Fertigstellung des Quell- und Detektorsystems beide Systeme auf Funktionalität getestet werden. Diese Überprüfung umfasst die folgenden Punkte:

- Schrittmotorsteuerung der Dreh-Schiebe-Durchführung des Quellsystems in axialer und azimuthaler Richtung unter UHV Bedingungen
- Passive Kühlung der Detektor-Keramik bei funktionierender Temperaturregelung des Kupferrohrs
- Erste Testmessungen des Detektors mit einer Rb-/Kr-Festkörper-Quelle

5.6 Erwartete Zählrate der detektierten Elektronen

Ausgehend von der zeit- und energieabhängigen Anzahl $N_{\text{Quelle}}(t, E)$ an injizierten Elektronen auf der Quellseite mit der Energie E wird im Folgenden die Zählrate der detektierten Elektronen berechnet. Sie ergibt sich zu

$$N(t, \Phi, E) = N_{\text{Quelle}}(t, E) \cdot T_{\text{Transport}}(\Phi) \cdot \varepsilon_{\text{Detektor}}(E) \cdot R_{\text{Blende}}. \quad (5.10)$$

Die detektierte Zählrate ist proportional zu einem vom zu untersuchenden magnetischen Fluss Φ abhängigen Reduktionsfaktor $T_{\text{Transport}}(\Phi)$ verursacht durch den Elektronentransport innerhalb der DPS2-F, einem energieabhängigen Faktor $\varepsilon_{\text{Detektor}}(E)$, der das Detektionsverhalten des Detektors beschreibt, und einem Reduktionsfaktor R_{Blende} , der die Benutzung einer Blende zur Reduktion des Quell-Hotspots berücksichtigt. Auf die einzelnen Faktoren wird im Folgenden näher eingegangen. Dazu wird ausschließlich die unaufgelöste Kombination der L_{II} - und L_{III} -Elektronen des 32,2 keV-Übergangs betrachtet aufgrund des besseren Signal-Rausch-Verhältnisses am Detektor gegenüber den K-Elektronen (siehe Tabelle 4.1). Zudem werden in die Berechnung nur die implantierten Rb-/Kr-Festkörper-Quellen "Pt-30 #2" und "Au-30" einbezogen, da sie einen konzentrierten Hotspot aufweisen.

5.6.1 Quell-Parameter

Durch den Parameter $N_{\text{Quelle}}(t, E)$ wird die Rate der injizierten Konversionselektronen aus dem Zerfall von ^{83m}Kr in den Grundzustand ^{83}Kr bestimmt. Dazu ist die Kenntnis der Aktivität A_{Kr} von ^{83m}Kr erforderlich. Wie bereits in Kapitel 4.1.2 beschrieben, wird der Zustand ^{83m}Kr durch den Zerfall von ^{83}Rb erreicht, so dass es sich um einen typischen Mutter-Tochter-Zerfall handelt. Die Aktivität von ^{83m}Kr berechnet sich in diesem Fall zu

$$A_{\text{Kr}}(t) = A_{\text{Kr},0}e^{-\lambda t} + P_{\text{Kr}} \frac{1}{1 - \frac{\lambda_{\text{Rb}}}{\lambda_{\text{Kr}}}} A_{\text{Rb},0} (e^{-\lambda_{\text{Rb}}t} - e^{-\lambda_{\text{Kr}}t}) \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (5.11)$$

und den Aktivitäten $A_{\text{Kr},0}$ von ^{83m}Kr und $A_{\text{Rb},0}$ von ^{83}Rb zum Zeitpunkt $t = 0$. Der zusätzliche Reduktionsfaktor $P_{\text{Kr}} = 0,745$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass der isomere Zustand ^{83m}Kr über den Zerfall von ^{83}Rb erreicht wird (siehe Abbildung 4.1). Da zum einen die Halbwertszeit von ^{83}Rb mit $T_{1/2,\text{Rb}} = 86,2$ d deutlich länger ist als die von ^{83m}Kr mit $T_{1/2,\text{Kr}} = 1,83$ h und zum anderen die Aktivitäten $A_{\text{Rb},0}$ der implantierten Rb-/Kr-Festkörper-Quellen gemäß Tabelle 4.2 zum 01.07.2010 bekannt sind, vereinfacht sich die Beziehung (5.11) zu

$$A_{\text{Kr}}(t) = P_{\text{Kr}} A_{\text{Rb},0}(01.07.2010) e^{-\Delta t \ln 2 / 86,3} \quad (5.12)$$

mit der Zeitdifferenz Δt [d] zwischen dem 01.07.2010 und dem Zeitpunkt der Messung.

Die Zahl der injizierten Elektronen wird durch den Rückhaltungsfaktor R der verschiedenen implantierten Quellen reduziert, da die Konversionselektronen des emanierten ^{83m}Kr nicht in den zu untersuchenden magnetischen Flusschlauch gelangen und daher nicht durch die DPS2-F transportiert werden. Die Rückhaltungsfaktoren der Quellen sind zu $R(\text{Pt-30} \#2) = 0,94$ und $R(\text{Au-30}) = 0,89$ gegeben.

Eine weitere Reduktion erfolgt aufgrund der unterschiedlichen Intensitäten $P_{\text{line}}(E)$ der Konversionselektronen ausgehend vom ^{83}Rb -Zustand (siehe Tabelle 4.1). Im Fall der aufgelösten Kombination der L_{II} - und L_{III} -Elektronen ist $P_{\text{line}}(L_{II}/L_{III}) = 0,46$. Der Faktor P_{Kr} ist in der Intensität der Konversionselektronen bereits berücksichtigt.

Weiterhin tritt ein Energieverlust der Konversionselektronen durch "shake up/off"-Prozesse auf, wobei neben dem Konversionsprozess inneratomare Anregungen ("shake up") oder Ionisationen ("shake off") auftreten können. Grundsätzlich betragen diese Energieverluste wenige eV, so dass sie mit dem vorliegenden Detektorsystem nicht aufgelöst werden. Das Gleiche gilt für Energieverluste, die durch die Wechselwirkung der Elektronen innerhalb der Metallfolie der implantierten Quellen verursacht werden. Folglich beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass kein Energieverlust gemessen wird, $P_{\text{no loss}} = 1$.

Zusammengefasst ergibt sich die Zahl der injizierten Elektronen zu

$$N_{\text{Quelle}}(t, E) = A_{\text{Rb},0}(01.07.2010) \cdot e^{-\Delta t \ln 2 / 86,3} \cdot R \cdot P_{\text{line}}(E) \cdot P_{\text{no loss}}. \quad (5.13)$$

5.6.2 Transmissionswahrscheinlichkeit

Grundsätzlich wird die Transmissionswahrscheinlichkeit $T_{\text{Transport}}(\Phi)$ der DPS2-F über den magnetischen Spiegeffekt und dem damit verbundenen maximalen polaren Startwinkel θ_{max} der Elektronen gemäß (2.6) beschrieben. Die Transmissionswahrscheinlichkeit ergibt sich aus dem akzeptierten Raumwinkel zu

$$T_{\text{Transport}}(\Phi) = \frac{\Delta\Omega}{4\pi}(\Phi) = \frac{1 - \cos \theta_{\text{max}}(\Phi)}{2} = \frac{1 - \cos \left(\arcsin \sqrt{\frac{B_S(\Phi)}{B_{\text{max}}}} \right)}{2}. \quad (5.14)$$

Die magnetische Flussdichte wird im dritten Strahlrohrelement der DPS2-F mit $B_{max} = 5,83$ T maximal. Gemäß 5.14 ist die Transmissionswahrscheinlichkeit abhängig von der magnetischen Flussdichte B_S am Ort der Quelle. Da letztere zur Untersuchung des Elektronentransports bei unterschiedlichen magnetischen Flüssen Φ in axialer Richtung bewegt werden muss, besteht eine Abhängigkeit zwischen dem Transmissionsverhalten und dem zu untersuchenden magnetischen Fluss Φ . Beispielsweise befindet sich die Quelle zur Abdeckung des magnetischen Flusses von $\Phi = 191$ Tcm² in einem Magnetfeld der magnetischen Flussdichte von $B_S = 1,68$ T, so dass nur Elektronen mit einem polaren Startwinkel von $\theta \leq \theta_{max} = 32,47^\circ$ den Detektor erreichen. In diesem Fall beträgt die Transmissionswahrscheinlichkeit $T_{Transport}(\Phi = 191 \text{ Tcm}^2) = 0,078$.

Für die weiteren Betrachtungen müssen der endliche Durchmesser von Quelle und Strahlrohr der DPS2-F berücksichtigt werden, um den möglichen Kontakt der Elektronen mit der Strahlrohrwand einzubeziehen. Folglich ist eine Simulation der Transmissionswahrscheinlichkeit über ein Tracking der Elektronen erforderlich. Die Beschreibung der Simulationssoftware erfolgt in Kapitel 3.2. Mit KPAGE werden jeweils $N = 10^5$ Elektronen in der parametrisierten zylinderförmigen Rb-/Kr-Festkörper-Quelle gleichmäßig verteilt erzeugt, die sie isotrop mit Energien entsprechend dem Energiespektrum nach Tabelle 4.1 verlassen. Ihre Energien sind gemäß der Breit-Wigner-Verteilung verschmiert. Die Simulation wird für unterschiedliche Positionen z der Quelle in axialer Richtung durchgeführt, so dass verschiedene magnetische Flüsse im Intervall von $170 \text{ Tcm}^2 \leq \Phi \leq 230 \text{ Tcm}^2$ abgedeckt werden können. Die radiale Position der Quelle stellt mit $r = 6,00$ cm eine feste Größe dar. Um die lokale Axialsymmetrie des magnetischen Flussschlauchs zu überprüfen, ist der azimutale Winkel φ der Quelle gegenüber der Strahlrohrachse im Bereich von $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ frei wählbar. Der Quell-Durchmesser ist ebenfalls mit $0 \text{ mm} \leq \varnothing \leq 5 \text{ mm}$ eine variable Größe. Die Wechselwirkung der Elektronen mit der Metallfolie wird nicht berücksichtigt, da die resultierenden Energieverluste mit dem vorliegenden Detektorsystem nicht aufgelöst werden können. Mit KTRACK erfolgt das sukzessive Tracking der Elektronen, wobei an jeder gegebenen Position der simulierten Trajektorien der kürzeste Abstand zwischen den Elektronen und der Strahlrohrwand berechnet wird. Das Tracking bricht ab, sobald ein Elektron die Strahlrohrwand oder den Detektor erreicht. Anschließend erfolgt die Berechnung der Trajektorie des nächsten Elektrons. Durch Zählung der detektierten Elektronen kann auf die Transmissionswahrscheinlichkeit $T_{Transport}$ geschlossen werden. Der statistische Fehler solch einer simulierten Transmissionswahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Binominal-Verteilung zu

$$\sigma = \sqrt{\frac{T_{Transport}(1 - T_{Transport})}{N}}. \quad (5.15)$$

Das Transmissionsverhalten der DPS2-F in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss bei einem azimutalen Winkel von $\varphi = 0^\circ$ ist in Abbildung 5.10 für verschiedene Quell-Durchmesser dargestellt. Zur Untersuchung eines zunehmenden magnetischen Flusses steigt die Transmissionswahrscheinlichkeit gemäß der Beziehung (5.14) aufgrund der steigenden magnetischen Flussdichte B_S am Ort der Quelle an. Erreichen die ersten Elektronen die Strahlrohrwand, fällt der Verlauf ab. Bei der Verwendung einer punktförmigen Quelle ist der resultierende Abfall am deutlichsten ausgeprägt. Er verläuft jedoch nur näherungsweise senkrecht, da die Elektronen in der Quelle mit unterschiedlichen Energien und polaren Winkeln isotrop emittiert werden. Folglich nehmen die Zyklotronradien der Elektronen verschiedene Werte an, so dass der Verlauf des Abfalls minimal verschmiert wird. Für zunehmende Quell-Durchmesser flacht die Steigung des Abfalls entsprechend ab. Zur Reduktion dieser Verschmierungseffekte bietet sich die Installation einer Blende mit einem Durchmesser von $\varnothing = 1$ mm auf der Quelle an. In diesem Fall ist der durch die Absorption der Elektronen an der Strahlrohrwand bedingte Abfall immer noch stark genug ausgeprägt,

um auf den maximalen magnetischen Fluss schließen zu können, der verlustfrei durch die DPS2-F transportiert wird. Eine Blende hat jedoch eine nachteilige Verringerung der Zahl an injizierten Elektronen zur Folge. Im Fall des parametrisierten Modells der DPS2-F ist der Elektronentransport gemäß Abbildung 5.10 bis zu einem magnetischen Fluss von $\Phi \approx 207 \text{ Tcm}^2$ möglich. Für größere Werte kommt es zu einem Kontakt der Elektronen mit der Strahlrohrwand, so dass der magnetische Flussschlauch nicht mehr verlustfrei transportiert wird. Wie in Kapitel 4.2.2 beschrieben, kann die Quelle einen maximalen magnetischen Fluss bis $\Phi_{max} = 222,7 \text{ Tcm}^2$ abdecken.

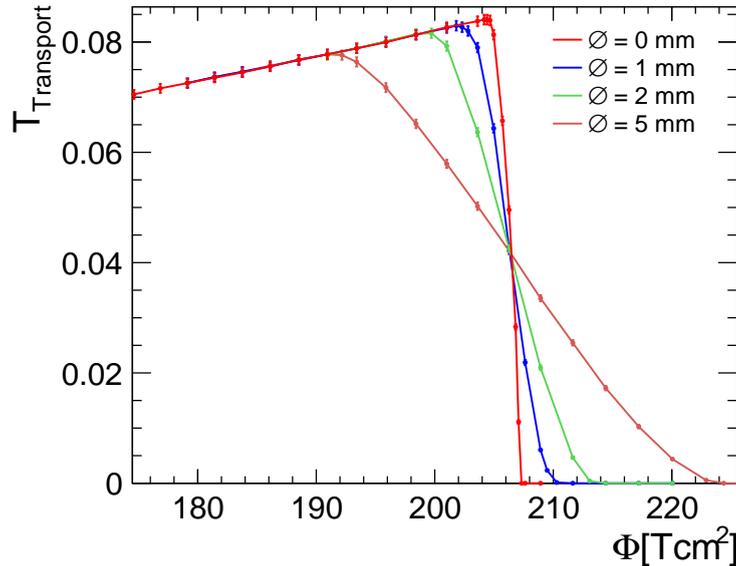


Abbildung 5.10: Transmissionsverhalten der DPS2-F – An jedem eingezeichneten Punkt ist die Transmissionswahrscheinlichkeit über ein Tracking von 10^5 Elektronen simuliert. Zusätzlich sind die statistischen Fehler mit eingezeichnet. Für zunehmende Quell-Durchmesser flacht der Abfall des Transmissionsverhalten ab, der aus der Absorption der Elektronen an der Strahlrohrwand resultiert.

In den Abbildungen 5.11 bis 5.13 ist die azimuthale Abhängigkeit des Transmissionsverhaltens für verschiedene Einbautiefen z und Durchmesser \varnothing der Quellen dargestellt. Bei einer Einbautiefe von $z = 25,71 \text{ cm}$ ($\hat{=} 191 \text{ Tcm}^2$) am Referenzpunkt (rote Kurven) ist die Transmissionswahrscheinlichkeit für die Quell-Durchmesser von $\varnothing = 0 \text{ mm}$ und $\varnothing = 1 \text{ mm}$ für unterschiedliche azimuthale Winkel φ konstant. Die Schwankungen des Verlaufs sind statistischer Natur. Dagegen zeigt das Transmissionsverhalten von $\varnothing = 5 \text{ mm}$ einen Einbruch bei kleinen azimuthalen Winkeln. Dies lässt auf eine lokale unvollständige Axialsymmetrie des magnetischen Flussschlauchs schließen. Die Ursache hierfür sind die gekippten Solenoide im zweiten und vierten Strahlrohrelement der DPS2-F. Diese Annahme wird durch die Simulation des Transmissionsverhaltens bei einer größer gewählten Einbautiefe von $z = 26,30 \text{ cm}$ ⁶ ($\hat{=} 207 \text{ Tcm}^2$) bestätigt (blaue Kurven). Bei einer punktförmigen Quelle ist die Abhängigkeit der Transmission vom Winkel φ am stärksten ausgeprägt. Für zunehmende Quell-Durchmesser treten wieder Verschmierungseffekte auf, so dass die Transmission entsprechend steigt.

⁶Diese Einbautiefe entspricht in Abbildung 5.10 der Position, an der die Transmissionswahrscheinlichkeit auf die Hälfte ihres Maximums abfällt.

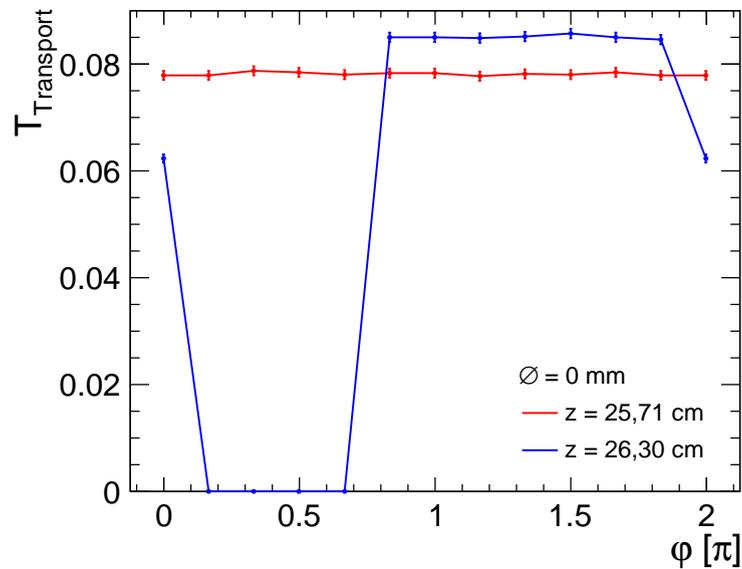


Abbildung 5.11: Azimutale Abhängigkeit für eine punktförmige Quelle – Für unterschiedliche azimutale Winkel φ kann die Transmissionswahrscheinlichkeit $T_{Transport}$ je nach Einbautiefe deutlich verschiedene Werte annehmen. Im Fall einer punktförmigen Quelle ist die azimutale Abhängigkeit der Transmission am stärksten ausgeprägt, da keine Verschmierungseffekte auftreten.

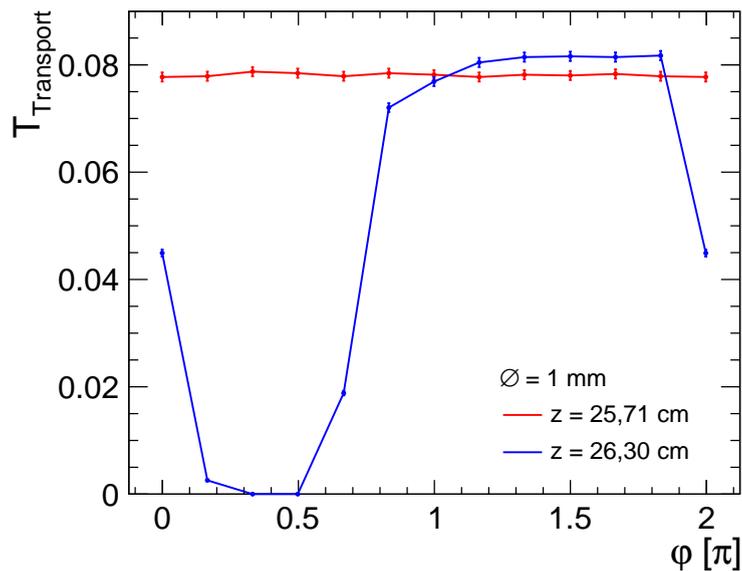


Abbildung 5.12: Azimutale Abhängigkeit für eine Quelle mit $\varnothing = 1 \text{ mm}$ – Das Transmissionsverhalten in Abhängigkeit vom Winkel φ wird durch den endlichen Queldurchmesser gegenüber einer punktförmigen Quelle leicht verschmiert.

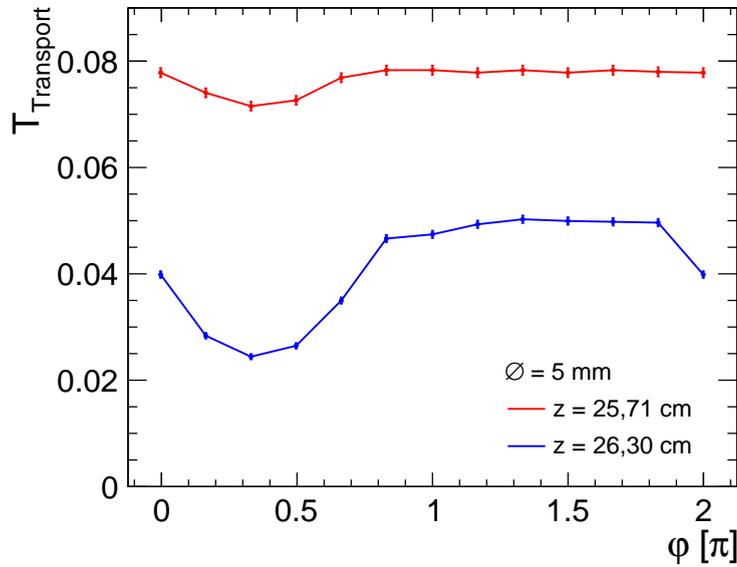


Abbildung 5.13: Azimutale Abhängigkeit für eine Quelle mit $\varnothing = 5$ mm – Aufgrund des großen Quell-Durchmessers kommt es schon bei einer Einbautiefe von $z = 25,71$ cm am Referenzpunkt je nach Wahl des azimutalen Winkels φ zu ersten Absorptionseffekten. Die Abhängigkeit vom azimutalen Winkel ist weniger stark ausgeprägt als in den zuvor beschriebenen Fällen für die Quell-Durchmesser von $\varnothing = 0$ mm und $\varnothing = 1$ mm.

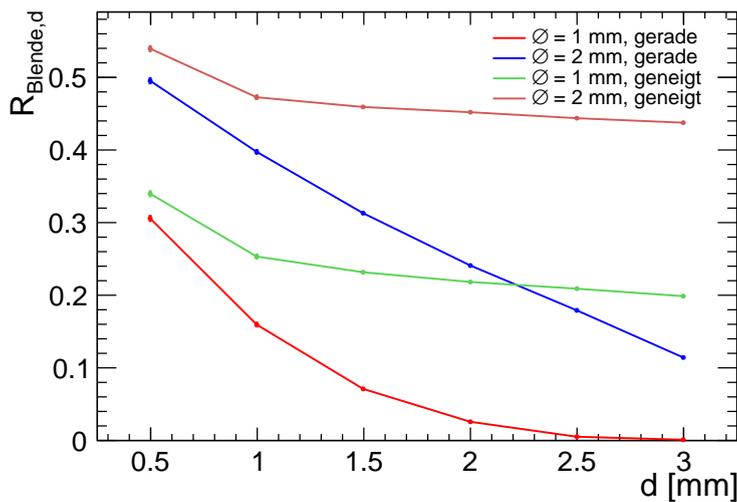


Abbildung 5.14: Absorption durch die Blende in Abhängigkeit von ihrer Dicke – Die Transmission $R_{\text{Blende},d}$ verschiedener Konfigurationen möglicher Blenden ist mit $N = 10^4$ Elektronen simuliert. Der Vorteil einer in Richtung der Magnetfeldlinien geneigten Blende (grüne und braune Kurve) verschwindet bei klein gewählten Dicken d gegenüber einer Installation der Blenden parallel zur Strahlrohrachse (rote und blaue Kurve).

5.6.3 Einfluss einer Blende

Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, ist die Reduzierung des Quell-Hotspots mit einer Blende erforderlich, um störende Verschmierungseffekte in der experimentellen Bestimmung des Transmissionsverhaltens der DPS2-F zu vermeiden. Dadurch reduziert sich die Zählrate der injizierten Elektronen um einen Faktor R_{Blende} . Dies erfolgt zum einen aufgrund des Durchmessers \varnothing der Blende um einen Faktor $R_{\text{Blende},\varnothing}$ und zum anderen aufgrund ihrer endlichen Dicke d um $R_{\text{Blende},d}$, so dass sich der Reduktionsfaktor zu

$$R_{\text{Blende}} = R_{\text{Blende},\varnothing} \cdot R_{\text{Blende},d} \quad \text{mit} \quad R_{\text{Blende},\varnothing} = \left(\frac{\varnothing}{\varnothing_{hs}} \right)^2 \quad (5.16)$$

ergibt unter der Annahme einer Gleichverteilung innerhalb des Hotspots. Der Durchmesser des Hotspots beträgt für die vorliegenden Quellen $\varnothing_{hs} = 5$ mm. Im Fall einer Blende mit einem Durchmesser von $\varnothing = 1$ mm verringert sich die Rate der injizierten Elektronen um einen Faktor $R_{\text{Blende},\varnothing} = 0,04$. Die Abhängigkeit der Absorption durch die Blende von ihrer Dicke d muss im Magnetfeld mit einem Tracking von $N = 10^4$ Elektronen analog zum vorherigen Kapitel simuliert werden. Die Simulation bricht ab, sobald die Elektronen die Wand der Blende erreichen oder sie ungehindert passieren. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.14 für eine Einbautiefe der Quelle von $z = 25,71$ cm dargestellt. Dazu werden Blenden mit unterschiedlichen Durchmessern ($\varnothing = 1$ mm und $\varnothing = 2$ mm) und Einbauweisen (parallel zur Strahlrohrachse und in Richtung der Magnetfeldlinien geneigt) in Abhängigkeit von ihrer Dicke d betrachtet. Die Transmissionswahrscheinlichkeit ist bei gegebener Dicke für einen kleinen Quell-Durchmesser geringer als bei einem größer gewähltem aufgrund der endlichen Zyklotronradien der Elektronen und der daraus resultierenden Absorption an der Strahlrohrwand. Das Gleiche gilt für eine parallel zur Strahlrohrachse angebrachte Blende gegenüber einer solchen, die in Richtung der Magnetfeldlinien geneigt ist. Letzteres lässt sich allerdings technisch schwer realisieren, da die Quelle mit der Blende in Abhängigkeit von der Einbautiefe unterschiedlich geneigt werden müsste. Zudem verschwindet der Vorteil einer geneigten Blende bei klein gewählten Dicken von $d \lesssim 1$ mm. Allerdings ist eine Mindestdicke von $d \sim 0,5$ mm erforderlich. Ansonsten könnten die Elektronen die Blende auch außerhalb der Öffnung mit hohen Energieverlusten passieren. Demnach sollte eine Blende mit einem Durchmesser von $\varnothing = 1$ mm und einer Dicke von $d = 1$ mm zur Reduzierung des Quell-Hotspots benutzt werden ($R_{\text{Blende},d} = 0,156$).

5.6.4 Detektoreffizienz

Die Detektoreffizienz ist laut Datenblatt herstellungsbedingt durch einen konstanten Faktor von $\varepsilon_{\text{PIN}} = 0,9$ gegeben. Die gemessene Zählrate am Detektor wird allerdings unter realen Bedingungen unterschätzt, da die in den Detektor einfallenden Elektronen einen Teil ihrer kinetischen Energie E in der Totschicht deponieren, so dass diese nicht mehr im sensitiven Bereich des Detektors zur Verfügung steht. Dieser Prozess ist energieabhängig, wobei niederenergetische Elektronen einen besonders hohen Anteil ihrer Energie in der Totschicht verlieren. Zudem besteht die Möglichkeit, dass die Elektronen reflektiert werden, so dass sie keine Energie im sensitiven Bereich deponieren können. Folglich muss die gemessene Zählrate N_{mess} gegenüber der tatsächlichen Zahl an Elektronen N_{real} , die den Detektor erreichen, um einen energieabhängigen Faktor $\varepsilon_{\text{mess}}(E)$ reduziert werden. Er bestimmt sich zu

$$\varepsilon_{\text{mess}}(E) = \frac{N_{\text{mess}}}{N_{\text{real}}} \quad (5.17)$$

Zur Simulation dieses Faktors mit KESS ist die Kenntnis der polaren Winkelverteilung der Elektronen erforderlich, die sich am Detektor zu

$$\theta_{\text{Det}} = \arccos \left(\sqrt{\left(1 - \frac{B_{\text{Det}}}{B_{\text{max}}} \cdot (1 - \cos^2 \theta) \right)} \right) \quad (5.18)$$

ergibt mit dem Startwinkel $\theta \leq \theta_{\max} = 32,47^\circ$ der Elektronen und der magnetischen Flussdichte $B_{\text{Det}} = 1,92$ T am Ort des Detektors. Die Winkelverteilung der detektierten Elektronen ist in Abbildung 5.15 (links) dargestellt. Sie wird mit $\theta_{\text{Det,max}} = 35,02^\circ$ maximal.

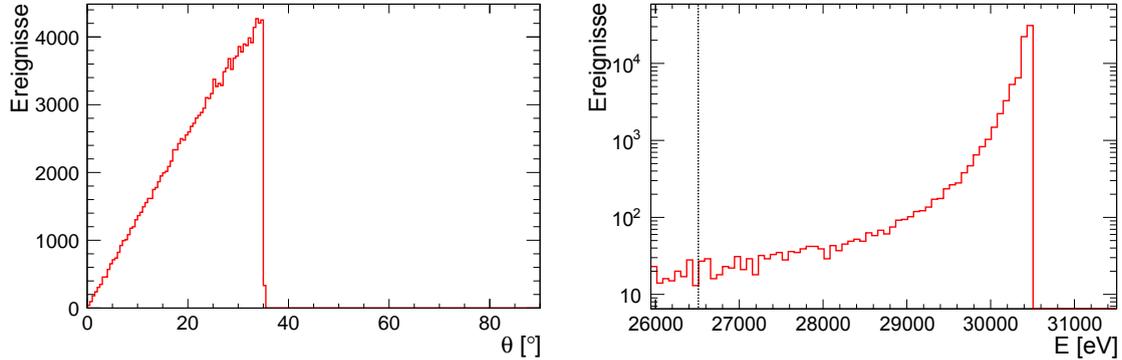


Abbildung 5.15: Links: Winkelverteilung der Elektronen am Detektor – Die Winkelverteilung der in den Detektor einfallenden Elektronen berechnet sich nach (5.18). **Rechts: Simuliertes Energiespektrum** – Das Energiespektrum folgt aus einer Simulation mit KESS mit 10^5 Elektronen, die ihre kinetische Energie von 30474,9 eV im sensitiven Bereich des Detektors deponieren. Ereignisse mit Energien größer als $\sim 26,5$ keV werden als Signalelektronen gewertet (gestrichelte Linie).

Für die Simulation der Energiedeposition mit KESS werden $N_{\text{real}} = 10^5$ Elektronen mit einer Winkelverteilung gemäß (5.18) und verschiedenen Energien erzeugt. Die Elektronen können ihre Energie in einer Totschicht und in einer 0,3 mm dicken Siliziumschicht deponieren. Für die Totschicht wird eine typische Dicke von 100 nm angenommen [Ste10]. Durch die Betrachtung des Energiespektrums wird auf den Reduktionsfaktor $\varepsilon_{\text{mess}}(E)$ geschlossen. Dies ist in Abbildung 5.15 (rechts) dargestellt. Als Signalelektronen werden diejenigen Elektronen gewertet, die im sensitiven Bereich eine Energie von $E \pm 4$ keV deponieren mit der ursprünglichen kinetischen Elektronenenergie E . Daraus lässt sich durch Zählung der Signalelektronen die Rate der gemessenen Elektronen im Vergleich zu den in den Detektor einfallenden Elektronen gemäß (5.17) bestimmen. In Tabelle 5.4 sind die Ergebnisse der Simulation für verschiedene Elektronenenergien aufgelistet. So ergibt sich beispielsweise für die unaufgelöste Kombination der L_{II} - und L_{III} -Elektronen ein Reduktionsfaktor von $\varepsilon_{\text{mess}}(L_{II}/L_{III}) = 0,7845$. Da die Energieauflösung des Detektors im Bereich von $\Delta E \sim 4$ keV liegt und die K-Elektronen gegenüber den L_{II} - und L_{III} -Elektronen eine um ~ 12 keV niedrigere Konversionsenergie besitzen, liegt eine Unsicherheit von 2σ in der Bestimmung der Energie der Signalelektronen vor.

Tabelle 5.4: Ergebnisse der Simulation mit KESS – Der energieabhängige Faktor $\varepsilon_{\text{mess}}(E)$ ergibt sich aus einer Simulation mit KESS mit 10^5 Elektronen.

E [eV]	$\varepsilon_{\text{mess}}$
7484,1	0,715
9126,8	0,740
17824,2	0,777
30422,6	0,784
30474,9	0,785

Zusammengefasst ergibt sich die Detektoreffizienz zu

$$\varepsilon_{\text{Detektor}}(E) = \varepsilon_{\text{PIN}} \cdot \varepsilon_{\text{mess}}(E). \quad (5.19)$$

5.6.5 Fazit

Mit der Beziehung (5.10) lässt sich nun die Zählrate $N(\Phi)$ der detektierten Elektronen in Abhängigkeit vom zu untersuchenden magnetischen Fluss Φ bestimmen. Dazu wird von einem Start der BAM am 01.12.2010 ausgegangen, so dass $\Delta t = 150$ d. Der Verlauf der Zählrate $N(\Phi)$ ist in Abbildung 5.16 für die Verwendung der Quellen "Pt-30 #2" und "Au-30" mit einer jeweils zusätzlich angebrachten Blende mit einer Dicke von $d = 1$ mm und einem Durchmesser von $\varnothing = 1$ mm dargestellt. Für die Analyse wird die unaufgelöste Kombination der L_{II} - und L_{III} -Elektronen verwendet.

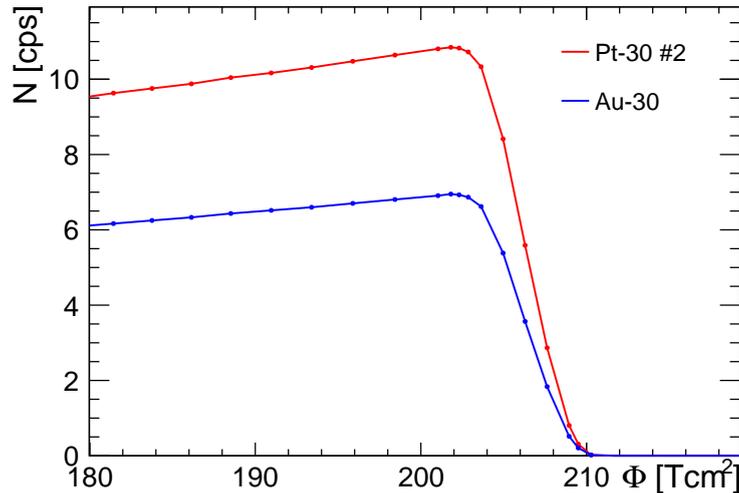


Abbildung 5.16: Zählrate der detektierten Elektronen – Es ist die Zählrate $N(\Phi)$ der detektierten Elektronen in Abhängigkeit vom zu untersuchenden magnetischen Fluss Φ bei einem azimuthalen Winkel von $\varphi = 0^\circ$ dargestellt. Der Verlauf der Zählrate für die Quelle "Pt-30 #2" befindet sich stets oberhalb des Verlaufs der Quelle "Au-30" aufgrund der unterschiedlichen Aktivitäten und Rückhaltungsfaktoren bezüglich ^{83m}Kr .

Gemäß Abbildung 5.16 beträgt die Zählrate $N(\Phi = 191 \text{ Tcm}^2) = 10,2$ cps für die Quelle "Pt-30 #2". Damit die statistische Ungenauigkeit für eine Messung bei einer gegebenen Einbautiefe z und einem gegebenen azimuthalen Winkel φ kleiner als 1% ist, müssen 10^4 Elektronen registriert werden. Folglich dauert eine Messung ~ 1000 s. Die BAM sollte mindestens für 12 verschiedene azimuthale Winkel und an jeweils 20 unterschiedlichen Einbautiefen durchgeführt werden, um das Intervall $180 \text{ Tcm}^2 \leq \Phi \leq 210 \text{ Tcm}^2$ in Schritten von $\Delta\Phi = 1,5 \text{ Tcm}^2$ abzudecken. Die benötigte Messzeit liegt demnach bei drei Tagen.

6. Magnetfeldmessung

6.1 Motivation

Die Quelle soll einen magnetischen Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ mit einer erforderlichen Unsicherheit von $\Delta\Phi \leq 11 \text{ Tcm}^2$ entsprechend 5% Genauigkeit abdecken. Dazu müssen sowohl ihre Position (z, r) mit einer Unsicherheit von $\Delta z = \Delta r \leq 1 \text{ mm}$ bei einem gegebenen azimuthalen Winkel φ bekannt sein (siehe Kapitel 4.3) als auch die z -Komponente $B_z(z, r)$ der magnetischen Flussdichte im Eingangsbereich der DPS2-F mit einer Ungenauigkeit von $\Delta B_z \leq 20 \text{ mT}$ (siehe Kapitel 4.2.1). Grundsätzlich kann die magnetische Flussdichte mit `magfield3.c` an jedem beliebigen Ort im Eingangsbereich mit hoher Genauigkeit berechnet werden (siehe Kapitel 3.1.4). Die Voraussetzungen dafür sind allerdings eine gegebene Geometrie und Lage der Solenoide bezüglich des Strahlrohrs. Dies ist aufgrund der in Kapitel 3.3.3 beschriebenen Diskrepanzen in der Parametrisierung der Solenoide und des Strahlrohrs mit einer Unsicherheit von 12,7 mm nicht der Fall. Folglich müssen die Geometrie und die Lage der Solenoide aus einer Messung der magnetischen Flussdichte bestimmt werden. Eine solche Messung ist sowohl im evakuierten Strahlrohr der DPS2-F realisierbar als auch von außen auf der Atmosphärenseite. Dies ist Thema der Kapitel 6.3, 6.4 und 6.5. Zudem besteht die Möglichkeit der experimentellen Bestimmung des magnetischen Flusses durch die Messung von $B_z(z, r)$ in Abhängigkeit von der axialen und radialen Richtung, was in Kapitel 6.4 gezeigt wird. In den genannten Kapiteln werden sowohl die Effekte einer axialen und radialen Verschiebung der Solenoide gegenüber dem parametrisierten Modell der DPS2-F untersucht als auch die Änderung ihres jeweiligen Innen- und Außendurchmessers. Die Dicke und die Länge der Solenoide sind dabei feste Größen.

Prinzipiell ist die Kenntnis von $B_z(z, r)$ im Eingangsbereich der DPS2-F auf der Quellseite von größerer Bedeutung im Gegensatz zur Detektorseite. Der Grund dafür ist die größere aktive Fläche der Silizium PIN Dioden des Detektors mit $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ gegenüber dem Durchmesser des Quell-Hotspots von $1 - 2 \text{ mm}$. Folglich wird vom Detektor an einer bestimmten Position in axialer Richtung ein größeres Intervall an verschiedenen magnetischen Flüssen abgedeckt als von der Quelle, so dass der Detektor mit einer geringeren Genauigkeit positioniert werden kann als das für die Quelle der Fall ist. Dazu sollte er jedoch in axialer Richtung verfahrbar sein. Eine Magnetfeldmessung auf der Detektorseite wäre in diesem Fall überflüssig.

Die Notwendigkeit einer Magnetfeldmessung verdeutlicht Abbildung 6.1, in der die Differenz $\delta B_z = B_{z,ver} - B_{z,mod}$ im Eingangsbereich der DPS2-F dargestellt ist. Dadurch wird die z -Komponente der magnetischen Flussdichte des parametrisierten Modells der DPS2-F

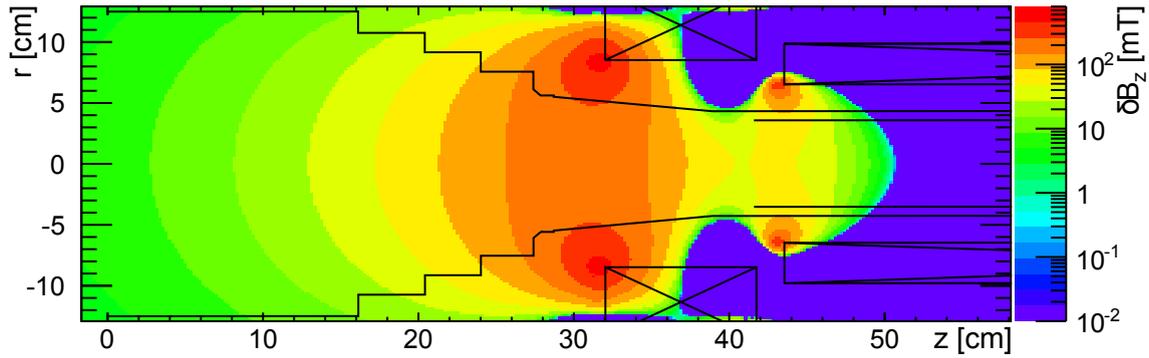


Abbildung 6.1: Notwendigkeit einer Magnetfeldmessung im Eingangsbereich – Die Magnetfeldkarte zeigt die Differenz $\delta B_z = B_{z,ver} - B_{z,mod}$ im Eingangsbereich der DPS2-F. Dabei beschreibt $B_{z,ver}$ die resultierende z-Komponente der magnetischen Flussdichte durch eine axiale Verschiebung der Solenoide um 6,35 mm gegenüber dem parametrisierten Modell der DPS2-F mit $B_{z,mod}$. Die Quelle wird im Übergangsbereich vom magnetischen Fern- ins Nahfeld positioniert, wo die Differenz δB_z besonders groß ist.

mit $B_{z,mod}$ bezüglich einer axialen Verschiebung der Solenoide um die halbe Diskrepanzlänge von 6,35 mm mit $B_{z,ver}$ verglichen. Die Quelle soll im Übergangsbereich zwischen dem magnetischen Fern- und Nahfeld positioniert werden. Dort macht sich eine Ungenauigkeit in der Kenntnis der Lage der Solenoide besonders deutlich bemerkbar durch eine hohe Unsicherheit in der magnetischen Flussdichte. In dem Bereich existieren Unterschiede von bis zu $\delta B_z \sim 200$ mT in Abhängigkeit von der Eindringtiefe. Am Referenzpunkt beträgt $\delta B_z = 137$ mT. Dieser Wert ist deutlich größer als die erforderliche Unsicherheit von $\Delta B_z \leq 20$ mT. Daraus folgt ein unzureichender Fehler in der Positionierung der Quelle am magnetischen Fluss $\Phi = 191$ Tcm² von $\Delta\Phi = 23,82$ Tcm² gemäß (4.4). Im inhomogenen Fernfeld ($z \lesssim 0$ cm) und im homogenen Magnetfeld weit im Inneren des Strahlrohrs ($z \gtrsim 50$ cm) ist die Differenz δB_z deutlich kleiner.

6.2 Funktionsprinzip eines Hall-Sensors

Die experimentelle Erfassung der magnetischen Flussdichte erfolgt durch Hall-Sensoren, die sich den Hall-Effekt zu Nutze machen. Dazu wird ein quaderförmiger Leiter mit der Höhe h und der Dicke d von einem Strom I_x durchflossen und senkrecht in ein Magnetfeld der magnetischen Flussdichte B_z gebracht (siehe Abbildung 6.2). Die Ladungsträger mit der Ladung q und der Geschwindigkeit v_x werden durch die Lorentzkraft

$$F_{L,y} = qv_x B_z \quad (6.1)$$

abgelenkt. Es kommt zu einer Trennung der Ladungsträger unterschiedlicher Polaritäten. Folglich bildet sich entgegen der Richtung der Lorentzkraft ein elektrisches Feld E_y , so dass auf die Ladungsträger die elektrische Kraft

$$F_{el,y} = qE_y = q \frac{U_H}{h} \quad (6.2)$$

wirkt mit der induzierten Hall-Spannung U_H . Sie ergibt sich im Gleichgewichtszustand zwischen Lorentzkraft und elektrischer Kraft ($F_{L,y} = -F_{el,y}$) zu

$$U_H = -A_H \frac{B_z I_x}{d} \quad \text{mit} \quad A_H = \frac{1}{n(T)q}. \quad (6.3)$$

Dabei beschreibt A_H den temperatur- und materialabhängigen Hall-Koeffizienten. Er ist invers abhängig von der Ladungsträgerdichte $n(T)$ im Leitermaterial. Sie ist für Metalle

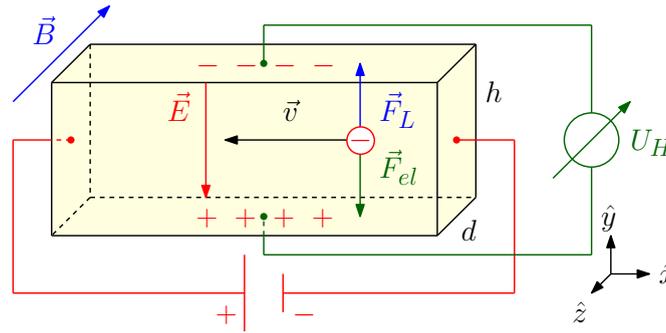


Abbildung 6.2: Prinzip des Hall-Effekts – Ein Leitungselektron bewegt sich in einem stromdurchflossenen Leiter entgegen der konventionellen Stromrichtung mit der Geschwindigkeit \vec{v} . Ein äußeres Magnetfeld der magnetischen Flussdichte \vec{B} durchdringt den Leiter senkrecht, so dass das Leitungselektron durch die Lorentzkraft \vec{F}_L abgelenkt wird. Durch die Ladungstrennung baut sich ein elektrisches Feld \vec{E} auf, so dass zusätzlich die elektrische Kraft \vec{F}_{el} auf das Leitungselektron wirkt. Folglich wird die Hall-Spannung U_H induziert.

mit $n \sim 10^{23}/\text{cm}^3$ deutlich größer als für Halbleiter mit $n \sim 10^{13} \dots 10^{18}/\text{cm}^3$, so dass Hall-Sensoren grundsätzlich aus III-V-Halbleiterverbindungen hergestellt werden.

Die Ladungsträgerdichte ist temperaturabhängig. Bei Halbleitern steigt sie mit zunehmender Temperatur. Dazu werden die Elektronen des Valenzbandes durch Phononen angeregt. Durch die Energieübertragung können die Valenzelektronen die Bandlücke überwinden und das höher energetische Leitungsband teilbesetzen. Die Elektronen des Leitungsbandes und die im Valenzband entstehenden Quasiteilchen positiver Ladung – die sog. Löcher – tragen zur elektrischen Leitfähigkeit der Halbleiter bei. Folglich werden der Hall-Koeffizient und der Betrag der Hall-Spannung kleiner. Dagegen steigt die Genauigkeit der Messung aufgrund der zunehmenden Anzahl an Ladungsträgern, so dass die induzierte Hall-Spannung mit abnehmenden Anforderungen experimentell zugänglich ist. Die genannten Faktoren werden durch den Temperaturkoeffizienten

$$\alpha = \frac{100}{U_H(T_1)} \frac{U_H(T_2) - U_H(T_1)}{T_2 - T_1} \quad [\%/K] \quad (6.4)$$

der Hall-Spannung U_H beschrieben. Er gibt ihre maximale Abweichung in $[\%/K]$ an, wenn sie bei gleichem Versorgungsstrom I_x bei zwei verschiedenen Temperaturen $T_1 < T_2$ durch das Magnetfeld der magnetischen Flussdichte B_z induziert wird. In der Regel ist der Temperaturkoeffizient im Bereich der Betriebstemperatur des Hall-Sensors von $T_1 - T_2$ mit $\alpha \ll 1 \%/K$ klein. Dennoch sollten die Kalibration eines Hall-Sensors und die Messung der magnetischen Flussdichte bei gleichen Temperaturen unter stabilen Umgebungsbedingungen durchgeführt werden. Andernfalls muss der Koeffizient α in der Analyse entsprechend berücksichtigt werden.

Der Eingangswiderstand des Hall-Sensors ist ebenfalls temperaturabhängig. Dieses Verhalten wird durch den Temperaturkoeffizienten

$$\beta = \frac{100}{R_{ein}(T_1)} \frac{R_{ein}(T_2) - R_{ein}(T_1)}{T_2 - T_1} \quad [\%/K] \quad (6.5)$$

des Eingangswiderstands R_{ein} berücksichtigt bei zwei verschiedenen Temperaturen $T_1 < T_2$. Durch eine Erhöhung der Umgebungstemperatur steigt der Eingangswiderstand. Folglich sinkt der Versorgungsstrom bei einem Betrieb des Hall-Sensors mit einer konstanten Versorgungsspannung, so dass der Betrag der Hall-Spannung abnimmt. Dieser Effekt fällt bei einer Versorgung des Hall-Sensors mit einem konstanten Strom I_x geringer aus. Der Koeffizient β ist in diesem Fall grundsätzlich kleiner als bei einem Betrieb mit konstanter

Spannung. Daher sollte der Hall-Sensor prinzipiell unter stabilen Temperaturbedingungen mit einem konstanten Strom versorgt werden. Durch Kenntnis des Koeffizienten β kann die maximale Abweichung der resultierenden Hall-Spannung in $[\%/K]$ abgeschätzt werden.

Die Hall-Spannung ist gemäß (6.3) idealerweise proportional zur magnetischen Flussdichte. In der Praxis ist dies aufgrund von Toleranzen in der Herstellung der Hall-Sensoren nicht der Fall. Dies wird durch die Linearität

$$\gamma = \frac{100[K_H(B_{z,2}) - K_H(B_{z,1})]}{\frac{1}{2}[K_H(B_{z,2}) + K_H(B_{z,1})]} \quad [\%] \quad \text{mit} \quad K_H = \frac{U_H}{I_x B_{z,i}} \quad (i = 1, 2) \quad (6.6)$$

der Hall-Spannung U_H beschrieben. Sie gibt die maximale Abweichung der gemessenen Hall-Spannung in $[\%]$ bei einem konstanten Versorgungsstrom I_x und verschiedenen magnetischen Flussdichten $B_{z,1} < B_{z,2}$ an. In der Regel ist $\gamma \sim 1 \% \gg \alpha, \beta$. Folglich gibt die Linearität γ bei einer Messung unter stabilen Temperaturbedingungen die Genauigkeit der induzierten Hall-Spannung an.

Es gibt mehrere Möglichkeiten die z-Komponente $B_z(z, r)$ der magnetischen Flussdichte im Eingangsbereich der DPS2-F experimentell mit Hall-Sensoren zu erfassen, die im Folgenden erläutert werden. Die Herausforderung besteht immer darin, dass die Messung im evakuierten Zustand der DPS2-F erfolgen muss, da die supraleitenden Solenoide entsprechend gekühlt werden.

6.3 Magnetfeldmessung entlang der Strahlrohrachse

Die einfachste Möglichkeit ist die Messung von $B_z(z, r = 0)$ entlang der Strahlrohrachse ausgehend vom Eingangsbereich der DPS2-F. Ein Vergleich ihres experimentellen Verlaufs mit dem theoretisch berechneten gemäß Abbildung 6.4 (links) durch eine Anpassungsrechnung mit `magfield3.c` kann die axiale Lage der Solenoide bezüglich des Strahlrohrs liefern. Dies ist technisch realisierbar für die Solenoide des ersten und fünften Strahlrohrelements, da sie über den Eingangsbereich zugänglich sind.



Abbildung 6.3: Halterung für den Sensor – In einer Halterung aus PVC befindet sich ein Hall-Sensor. Die Halterung kann in ein Rohr eingeführt werden, um den Verlauf der magnetischen Flussdichte entlang der Strahlrohrachse zu messen.

Zur technischen Realisierung wird ein CF250/CF40 Reduktionsflansch an die Eingangsseite der DPS2-F installiert, an dem ein 95 cm langes Rohr mit einem Innendurchmesser von 4 cm angeschweißt ist. Es ragt bis zu einer Position von $z = 105$ cm in das Strahlrohr der DPS2-F, da das VAT Ventil während dieser Messung nicht angebracht wird. Der eindimensionale Hall-Sensor des Typs "MMA-1808-WL" des Herstellers "LakeShore" befindet sich in einer Halterung aus PVC¹, die in das Rohr eingeführt werden kann (siehe Abbildung 6.3). Auf ihrer Außenseite befindet sich ein Millimetermaß, mit dem die Eindringtiefe des Hall-Sensors in das Rohr abgelesen wird. Die Messung der magnetischen Flussdichte soll in Abständen von jeweils 1 mm in axialer Richtung erfolgen. Zur Berücksichtigung der

¹Polyvinylchlorid

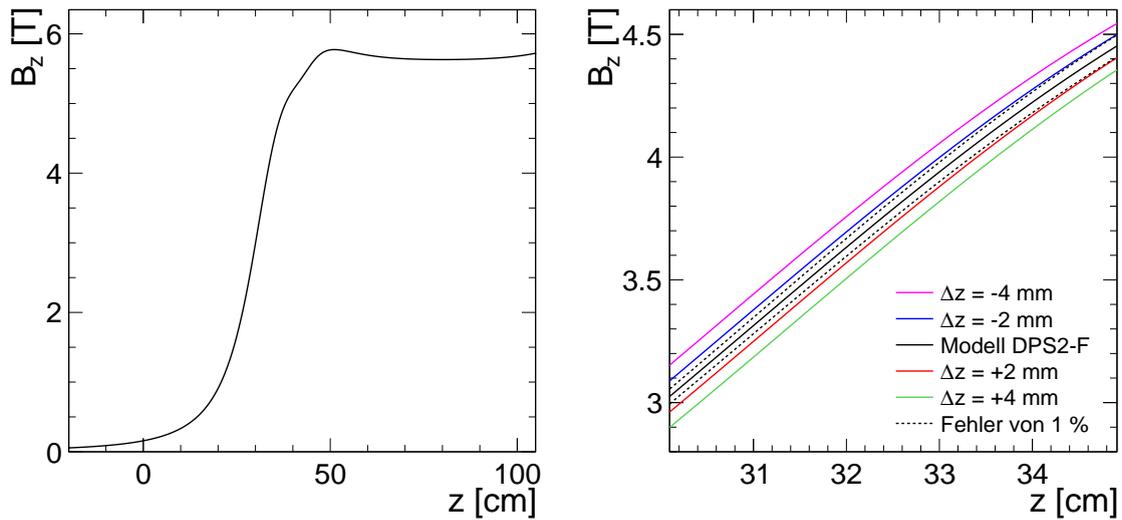


Abbildung 6.4: Links: Verlauf der magnetischen Flussdichte – Der theoretische Verlauf von $B_z(z, r = 0)$ entlang der Strahlrohrachse kann sowohl auf der Quell- als auch auf der Detektorseite bis zu einer Eindringtiefe von jeweils 105 cm experimentell mit einem Hall-Sensor überprüft werden. Bei $z = 30,84$ cm ist der Gradient mit $\frac{d}{dz}B_z = 0,322$ T/cm maximal. **Rechts: Einfluss einer axialen Verschiebung der Solenoide** – Aufgrund einer axialen Verschiebung der Solenoide um die Strecke Δz bezüglich dem parametrisierten Modell der DPS2-F verschiebt sich der Verlauf von $B_z(z, r = 0)$ ebenfalls um Δz . Die unterschiedlichen resultierenden Verläufe sind im Bereich des maximalen Gradienten dargestellt. Bei $z = 30,84$ cm ist $B_z = 3,26$ T, so dass bei einer Messung von B_z mit einer Ungenauigkeit von $\Delta B_z = 1\%$ eine Verschiebung von $\Delta z \gtrsim 1,0$ mm bestimmt werden kann.

Temperaturkoeffizienten des Hall-Sensors wird mit einem Pt1000-Element die Temperatur innerhalb des Rohres gemessen. Da es vakuumseitig mit mehreren Lagen Superisulationsfolie umwickelt ist und die Halterung aus PVC eine geringe Wärmeleitfähigkeit von $\lambda \ll 1$ W m⁻¹ K⁻¹ hat, wird der Hall-Sensor näherungsweise bei Raumtemperatur betrieben.

Durch eine Verschiebung der Solenoide in axialer Richtung um die Strecke Δz wird der Verlauf von $B_z(z, r = 0)$ ebenfalls um den entsprechenden Abstand Δz verschoben. Demnach sollte die Messung von $B_z(z, r = 0)$ idealerweise im Bereich des maximalen Gradienten $\frac{d}{dz}B_z$ erfolgen. Gemäß Abbildung 6.4 ist das bei $z = 30,84$ cm mit $\frac{d}{dz}B_z = 0,322$ T/cm der Fall. Dort beträgt $B_z = 3,26$ T. Da der vorliegende Hall-Sensor jedoch einen relativen Linearitätsfehler von $\pm 1\%$ auf den Messbereich von 10 T hat, ist die Messung bei einer geringeren magnetischen Flussdichte sensitiver auf Δz , obwohl der Gradient entsprechend abnimmt. Bei $z = 24,93$ cm befindet sich die optimale Position einer Messung von $B_z(z, r = 0)$. Dort betragen $\frac{d}{dz}B_z = 0,204$ T/cm und $B_z = 1,65$ T. Daraus resultiert eine realistische Überprüfbarkeit der axialen Verschiebung der Solenoide von $\Delta z \gtrsim 0,8$ mm. Dieser Fall ist in Abbildung 6.8 (links) dargestellt. Im Vergleich dazu kann bei der Position des maximalen Gradienten nur eine Verschiebung von $\Delta z \gtrsim 1,0$ mm festgestellt werden.

Dagegen ist eine experimentelle Auflösung einer Veränderung der Durchmesser der Solenoide um $\Delta\varnothing$ oder einer radialen Verschiebung um Δr nicht möglich (siehe Abbildung 6.5). Dies liegt vor allem an der Messmethode, die nur in Abhängigkeit von der axialen Richtung möglich ist.

6.4 Magnetfeldmessung im Eingangsbereich

Als weitere Methode bietet sich eine direkte experimentelle Erfassung des magnetischen Flusses an. Er wird durch das Integral (4.3) bestimmt, da das Magnetfeld im Eingangsbereich der DPS2-F inhomogen und radialsymmetrisch ist. Das Prinzip dieser Messung

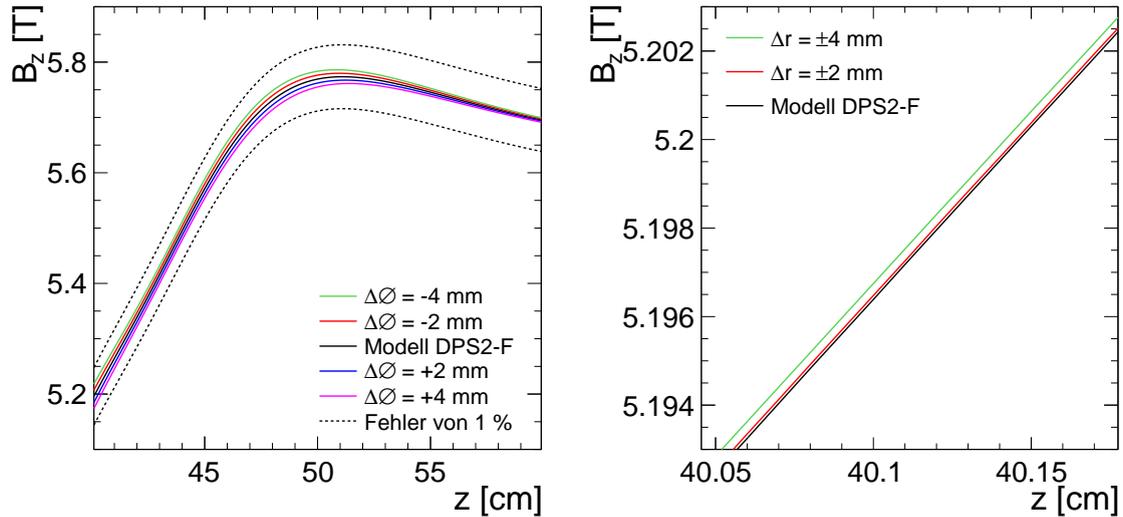


Abbildung 6.5: Links: Einfluss einer Änderung des Durchmessers der Solenoide – Der theoretische Verlauf von $B_z(z, r = 0)$ zeigt an seinem Maximum die größte Abhängigkeit einer Änderung $\Delta\varnothing$ des Durchmessers der Solenoide. Ein geringer Durchmesser hat eine hohe magnetische Flussdichte im Inneren des entsprechenden Solenoids zufolge. Eine realistische Änderung $\Delta\varnothing$ kann in der beschriebenen Messung jedoch nicht festgestellt werden. **Rechts: Einfluss einer radialen Verschiebung der Solenoide** – Am Übergang vom Nah- ins Fernfeld ist die Abhängigkeit einer radialen Verschiebung der Solenoide um Δr am größten. Aufgrund des axialsymmetrischen Magnetfelds im Eingangsbereich stimmt der Verlauf von $B_z(z, r = 0)$ für eine Verschiebung der Solenoide senkrecht zur Strahlrohrachse in alle Richtungen überein. Sie kann allerdings durch die beschriebene Messung bei weitem nicht aufgelöst werden.

beruht auf der numerischen Integration des magnetischen Flusses, so dass das Integral durch eine Summe zu

$$\Phi = 2\pi \int_{r=0}^{r_\Phi} B_z(z, r) r dr = 2\pi \sum_{i=1}^N B_z(z, r_i) r_i \delta r + R(r) \quad (6.7)$$

mit $r_N = r_\Phi$ und $\delta r = \frac{r_\Phi}{N}$

ausgedrückt wird. Dazu muss die z-Komponente $B_z(z, r_i)$ der magnetischen Flussdichte bei einer gegebenen Eindringtiefe z in das Strahlrohr in radialer Richtung an N Positionen r_i mit den dazwischen liegenden Abständen δr gemessen werden. Mit einer solchen Messung lässt sich der Flussschlauchradius r_Φ in Abhängigkeit des magnetischen Flusses Φ und der Eindringtiefe z experimentell bestimmen. Der Fehler dieser numerischen Integration wird durch das Restglied

$$R(r) = \frac{r_\Phi (\delta r)^2}{24} \max \left| \frac{d^2}{dr^2} [B_z(z, r) r] \right| \quad \text{mit } 0 \leq r \leq r_\Phi \quad (6.8)$$

bestimmt. Er ist bei einem klein gewählten Abstand $\delta r \sim 1$ mm vernachlässigbar.

Diese Methode wird technisch durch das in Abbildung 6.6 dargestellte Hall-Sensor-Kreuz realisiert. Auf einer Keramik aus Aluminiumoxid (Al_2O_3) sind neun eindimensionale Hall-Sensoren des Typs "CY-P15A" im Abstand von jeweils 2,5 cm zueinander kreuzförmig angeordnet. Zur Beachtung ihrer Temperaturkoeffizienten befinden sich zudem zwei Pt1000-Widerstände auf der Keramik. Letztere wird auf einer Halterung aus GFK befestigt, die wiederum an einem CF100 Flansch mit einer elektrischen Durchföhrung installiert ist. Die Signale der Hall-Sensoren gelangen von der Keramik des Hall-Sensor-Kreuzes über drei

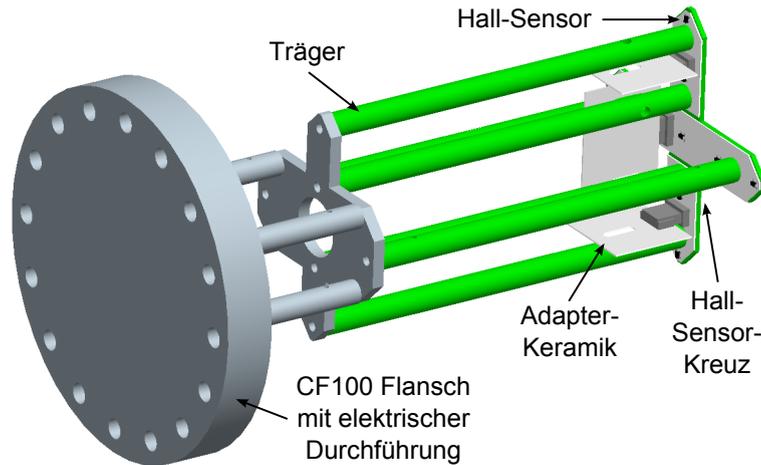


Abbildung 6.6: Aufbau des Hall-Sensor-Kreuzes – Auf dem 11,0 cm breiten Hall-Sensor-Kreuz befinden sich auf drei Keramiken neun Hall-Sensoren des Typs "CY-P15A", die im Abstand von 2,5 cm zueinander kreuzförmig angeordnet sind, und zwei Pt1000-Widerstände (nicht abgebildet). Die Durchführung der Versorgung und der Signale erfolgt über drei Adapter-Keramiken und einer elektrischen Durchführung eines CF100 Flansches, an dem der beschriebene Aufbau über einen Träger aus GFK und Edelstahl angebracht ist.

12-polige SMC-Stecker an jeweils eine Adapterkeramik. Ihre Pads sind mit dem 50-poligen D-Sub-Stecker der elektrischen Durchführung über Kapton-isolierte Kabel verbunden, so dass die Signale aus dem vakuumseitigen Eingangsbereich der DPS2-F auf die Atmosphäreseite geführt werden können. Die Messung der Hall-Spannungen und die an den Pt1000-Widerständen anliegenden Spannungen erfolgt durch ihre Digitalisierung mit dem Datenerfassungsmodul "PicoLog 1216". Ein Netzteil versorgt die SMD-Bauteile mit einer konstanten Versorgungsspannung.

Der beschriebene Aufbau kann durch den genannten CF100 Flansch an den Manipulator der Detektorkammer des Vorspektrometers angebracht werden. Diese wird mit einem CF200 Kreuz und einem CF250/CF200 Reduktionsflansch an das VAT Ventil der DPS2-F installiert. Mit dem Manipulator ist eine Verschiebung des Hall-Sensor-Kreuzes von bis zu 40 cm in axialer Richtung und von bis zu 2,0 cm in radialer Richtung möglich. Die z-Komponente $B_z(z, r_i)$ der magnetischen Flussdichte kann somit für eine gegebene Eindringtiefe z in Abständen von $\delta r \leq 1$ mm in radialer Richtung zweidimensional erfasst werden. Die Translation des Manipulators und des Hall-Sensor-Kreuzes geschieht durch Schrittmotoren, so dass die Positionen (z, r_i) der Hall-Sensoren aus der Zählung der Motorschritten bestimmt werden kann. Durch das Aufsummieren der gemessenen Werte im Intervall $0 \leq r \leq r_\Phi$ entsprechend (6.7) ist eine direkte Messung des magnetischen Flusses Φ realisierbar.

In Abbildung 6.7 ist der theoretische Verlauf von $B_z(z, r)$ in der xy -Ebene² bei der Eindringtiefe des Referenzpunkts von $z = 25,71$ cm dargestellt. Dort ist das Restglied mit $R(r) \leq 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Tcm}^2$ für einen magnetischen Fluss von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ vernachlässigbar klein³. Folglich wird der Messfehler $\Delta\Phi$ des magnetischen Flusses analog zur Positionierung der Quelle gemäß (4.4) bestimmt. Demnach ist er durch die Unsicherheiten Δz und Δr in der absoluten Positionierung des Hall-Sensor-Kreuzes bzw. der Hall-Sensoren und der Unsicherheit ΔB_z in der Messung der magnetischen Flussdichte gegeben. Die Hall-Sensoren haben einen Linearitätsfehler von $\sim \pm 1$ % im Messbereich von bis zu 2 T. Ihre

²Es ist $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

³Am Referenzpunkt ist $z = z_\Phi = 25,71$ cm und $r = r_\Phi = 6,00$ cm. Die Krümmung von $B_z(z_\Phi, r)r$ wird bei $r = r_\Phi$ mit $\frac{d^2}{dr^2}(B_z(z_\Phi, r_\Phi)r_\Phi) = 0,64 \text{ T/cm}$ maximal.

absolute Positionierung ist mit $\Delta z = \Delta r = 1$ mm technisch umsetzbar. Die Ungenauigkeiten in der Positionierung sind durch den Manipulator gegeben, wobei in radialer Richtung noch ein Fehler bezüglich der Installation der Hall-Sensoren auf der Keramik des Hall-Sensor-Kreuzes hinzukommt. Mit den genannten Werten lässt sich wie in Kapitel 4.2.1 beschrieben ein Fehler von $\Delta\Phi < 11$ Tcm² für die Messung des magnetischen Flusses von $\Phi = 191$ Tcm² realisieren.

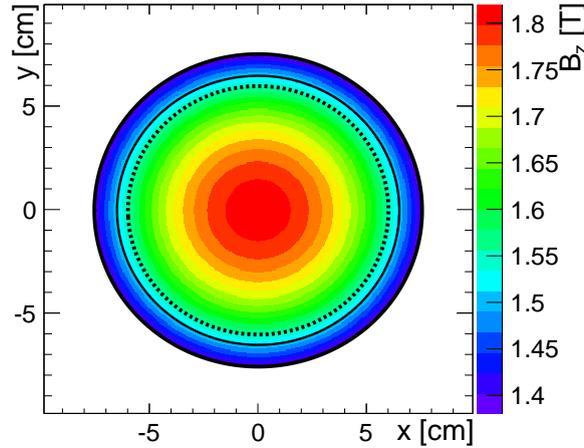


Abbildung 6.7: Verlauf der magnetischen Flussdichte – Es ist der berechnete Verlauf von $B_z(z, r)$ innerhalb des Strahlrohrs in der xy -Ebene bei der Eindringtiefe von $z = 25,71$ cm des Referenzpunkts dargestellt. Der Flussschlauch des magnetischen Flusses von $\Phi = 191$ Tcm² hat dort einen Radius von 6,00 cm (gestrichelte Linie). Der abgebildete Verlauf kann mit dem im Fließtext beschriebenen Hall-Sensor-Kreuz durch neun Hall-Sensoren bis zu einem Radius von 6,50 cm (durchgezogene Linie) erfasst werden.

Durch die dreidimensionale Erfassung von $B_z(z, r)$ im Eingangsbereich der DPS2-F kann analog zum vorherigen Kapitel auf die Geometrie und die Lage der Solenoide im ersten und fünften Strahlrohrelement geschlossen werden. Dies geschieht in diesem Fall mit einer höheren Genauigkeit und einer besseren Auflösung, da die Messung auch in radialer Richtung durchgeführt wird. Im Folgenden werden die Effekte einer axialen Verschiebung Δz , einer Änderung $\Delta\varnothing$ des Durchmessers und einer radialen Verschiebung Δr der Solenoide untersucht, wobei die z -Komponente der magnetischen Flussdichte des parametrisierten Modells der DPS2-F durch $B_{z,mod}$ gegeben ist:

- Zur Messung einer axialen Verschiebung der Solenoide gegenüber dem parametrisierten Modell der DPS2-F muss $B_z(z, r)$ entlang der Strahlrohrachse gemessen werden ($r = 0$). Dies wird in Abbildung 6.8 (rechts) ersichtlich. Da das Hall-Sensor-Kreuz eine Breite von 11,0 cm besitzt, kann es wie die Rb-/Kr-Festkörper-Quelle bis zu einer maximalen Einbautiefe von 26,90 cm in das Strahlrohr eingeführt werden. Dort nimmt der Gradient des Verlaufs von $B_z(z, r = 0)$ mit $\frac{d}{dz}B_z = 0,254$ T/cm nicht seinen maximalen Wert an (siehe Abbildungen 6.4 (links) und 6.8 (links)). Dennoch kann eine axiale Verschiebung der Solenoide von $\Delta z \gtrsim 0,8$ mm festgestellt werden wie im vorherigen Kapitel gezeigt.
- Die Messung von $B_z(z, r)$ in radialer Richtung ermöglicht die Überprüfung des Innen- und Außendurchmessers der Solenoide. Dies wird anhand Abbildung 6.9 (links) erklärt, in der der Verlauf von $B_z(z, r)$ bei $z = 25,71$ cm in radialer Richtung für verschiedene Änderungen $\Delta\varnothing$ des Durchmessers der Solenoide gezeigt ist. Die Änderungen machen sich vor allem für einen wachsenden Radius r bei einer abnehmenden magnetischen Flussdichte $B_z(z, r)$ bemerkbar, so dass der Betrag des Gradienten $\frac{d}{dr}B_z$ entsprechend zunimmt. In diesem Bereich ist eine experimentelle Erfassung von $B_z(z, r)$ besonders sensitiv auf eine Änderung des Durchmessers der Solenoide

gegenüber einer Messung in der Nähe der Strahlrohrachse. Die Auflösung ist dadurch limitiert, dass der äußerste Hall-Sensor des Hall-Sensor-Kreuzes nur bis zu einem Radius von $r = 6,5$ cm bewegt werden kann aufgrund des endlichen Durchmessers des Strahlrohrs. Folglich lässt sich eine Änderung von $\Delta\varnothing \gtrsim 2$ mm mit einem Hall-Sensor der relativen Genauigkeit von 1 % feststellen⁴. Der Fall für eine Änderung um $\Delta\varnothing = +3$ mm wird in Abbildung 6.9 (rechts) mit dem parametrisierten Modell der DPS2-F verglichen.

- Durch die Möglichkeit der experimentellen Erfassung von $B_z(z, r)$ in radialer Richtung ist zudem eine Verschiebung der Solenoide in der xy -Ebene überprüfbar. In diesem Fall darf im Eingangsbereich der DPS2-F keine Radialsymmetrie des Magnetfelds angenommen werden, da sich das Maximum von $B_z(z, r)$ nicht mehr auf der Strahlrohrachse befindet wie in den bisher beschriebenen Fällen. Demnach muss eine radiale Verschiebung Δr der Solenoide durch Anteile von Δx (in x -Richtung) und Δy (in y -Richtung) angegeben werden⁵. In Abbildung 6.10 (links) sind die Verläufe von $B_z(z, r)$ bei $z = 25, 71$ cm in y -Richtung für unterschiedliche radiale Verschiebungen $\Delta r = \Delta y$ der Solenoide dargestellt. Für einen zunehmenden Abstand y zur Strahlrohrachse können die Verläufe deutlicher unterschieden werden. Bei $y = 6, 5$ cm beträgt der Gradient $\frac{d}{dy}B_z = -0, 102$ T/cm. Mit einer relativen Ungenauigkeit von 1 % auf die Messung von $B_z = 1, 51$ T lässt sich demnach eine radiale Verschiebung von $\Delta r \gtrsim 1, 5$ mm feststellen. In Abbildung 6.10 (rechts) findet ein Vergleich zwischen dem Fall einer radialen Verschiebung um $\Delta y = +2$ mm und dem parametrisierten Modell der DPS2-F statt.

Mit der beschriebenen Messmethode lassen sich zusammengefasst realistische Abweichungen der ursprünglichen Geometrie und Lage der Solenoide bestimmen. Der Grund ist die dreidimensionale experimentelle Erfassung von $B_z(z, r)$ im Eingangsbereich der DPS2-F. Dort ist der Verlauf von $B_z(z, r)$ besonders sensitiv auf die charakteristischen Eigenschaften der Solenoide des ersten Strahlrohrelements. Der Nachweis dieser Eigenschaften ist ein positiver Nebeneffekt der Messmethode, da für die BAM grundsätzlich nur der Verlauf von $\Phi(z, r)$ gemäß (6.7) von Interesse ist, um die Quelle mit der erforderlichen Genauigkeit zu positionieren.

6.5 Magnetfeldmessung von außen

Prinzipiell ist die Messung der magnetischen Flussdichte auch außerhalb des Strahlrohrs der DPS2-F möglich, um daraus die Geometrie und die Lage der Solenoide zu bestimmen. Mit einer solchen Messung kann jedoch nur das Streufeld mit $B(z, r) \lesssim 100$ mT erfasst werden. Der Verlauf der magnetischen Flussdichte entlang der Strahlrohrachse in Abbildung 6.4 (links) zeigt, dass der Gradient $\frac{d}{dz}B_z$ auf der Atmosphärenseite ($z < 0$) deutlich kleiner ist als im Strahlrohr der DPS2-F. Folglich stellt die Bestimmung der Geometrie und der Lage der Solenoide aus einer Magnetfeldmessung eine große Herausforderung dar, da ein Hall-Sensor mit einer noch höheren Genauigkeit als die zuvor beschriebenen benötigt wird. Ansonsten würde der Messfehler gegenüber einer eventuellen Veränderung der charakteristischen Eigenschaften der Solenoiden überwiegen. Dies wurde schon am Beispiel eines Vergleichs der axialen Verschiebung der Solenoide um $\Delta z = +6, 35$ mm gegenüber dem parametrisierten Modell der DPS2-F in Abbildung 6.1 gezeigt. Demnach machen sich im Fernfeld auf der Atmosphärenseite nur Unterschiede von $\delta B_z \lesssim 1$ mT bemerkbar, welche mit einem Hall-Sensor nur unzureichend aufzulösen sind. Eine detaillierte Beschreibung zur experimentellen Erfassung des Streufelds ist in [Zep10] beschrieben. Diese erfolgt mit

⁴Der genannte Wert kann aus Abbildung 6.9 abgeschätzt werden.

⁵Es gelten $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.

einem dreidimensionalen Magnetfeldtisch. Dabei besitzt die Messung ihre größte Sensitivität auf eine mögliche Verdrehung der Solenoide gegenüber ihrem Referenzwert von $\pm 20^\circ$ für das zweite und vierte Strahlrohrelement. Wie Simulationen zeigen [Zep10], wird eine Sensitivität von $\pm 1^\circ$ erreicht.

6.6 Fazit

Es wurden drei Messverfahren zur experimentellen Bestimmung des Magnetfelds inner- und außerhalb des Strahlrohrs der DPS2-F vorgestellt. Dabei hat jede Methode ihre Vor- und Nachteile:

- Die eindimensionale Methode der atmosphärenseitigen Messung der magnetischen Flussdichte B_z entlang der Strahlrohrachse des ersten und fünften Strahlrohrelements mit einem zusätzlichen Rohr ist technisch einfach umsetzbar. Durch das Messverfahren kann jedoch nur auf die axiale Position der Solenoide geschlossen werden. Zudem ist die Messung in den anderen Strahlrohrelementen technisch nicht durchführbar. Sie wird im Rahmen der Akzeptanztests an der DPS2-F durchgeführt.
- Mit dem Hall-Sensor-Kreuz ist eine dreidimensionale Erfassung der magnetischen Flussdichte B_z in den Eingangsbereichen der DPS2-F möglich, so dass sowohl der magnetische Fluss $\Phi(z, r)$ als auch die axiale und radiale Position und die Geometrie der Solenoide des ersten und fünften Strahlrohrelements bestimmt werden kann. Für die BAM ist die Kenntnis von $\Phi(z, r)$ von enormer Bedeutung, um die Quelle mit der erforderlichen Genauigkeit von $\Delta\Phi \leq 11 \text{ Tcm}^2$ am magnetischen Fluss $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ zu positionieren. Die Messmethode ist technisch realisierbar, allerdings mit größerem Aufwand gegenüber den anderen Verfahren, da sie vakuumseitig durchgeführt wird.
- Der Magnetfeldtisch kann das gesamte Streufeld der DPS2-F abdecken ohne größeren technischen Aufwand, da die experimentelle dreidimensionale Erfassung der magnetischen Flussdichte (B_x, B_y, B_z) atmosphärenseitig betrieben wird. Mit der Messung können Verdrehungen der Solenoide festgestellt werden.

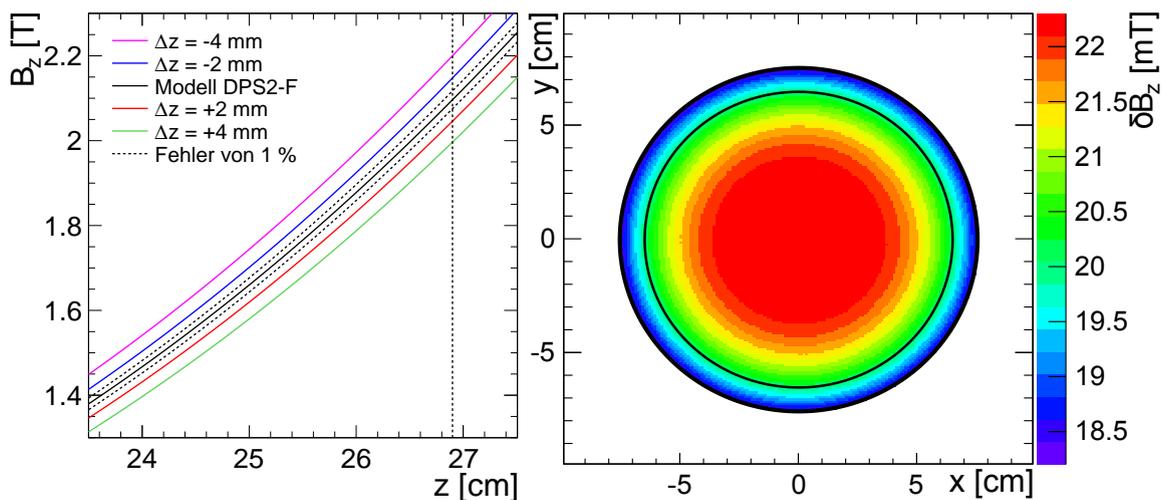


Abbildung 6.8: Einfluss einer axialen Verschiebung der Solenoide – Links: Es ist $B_z(z, r = 0)$ in Abhängigkeit von der Einbautiefe z für verschiedene axiale Verschiebungen Δz der Solenoide abgebildet. Eine Verschiebung von $\Delta z \gtrsim 0,8 \text{ mm}$ kann bei $z = 24,93 \text{ cm}$ mit dem Hall-Sensor-Kreuz festgestellt werden. Die vertikale gestrichelte Linie zeigt die maximale Einbautiefe von $26,90 \text{ cm}$ an. **Rechts:** Bei $z = 25,71 \text{ cm}$ ist beispielhaft $\delta B_z = B_{z, \text{mod}} - B_{z, \Delta z = +1 \text{ mm}}$ abgebildet. Dadurch wird ersichtlich, dass die Differenz δB_z auf der Strahlrohrachse ($r = 0$) am größten ist. Dort ist die Messung von $B_z(z, r)$ zur Überprüfung einer axialen Verschiebung der Solenoide sensitiver als am Rand des Strahlrohrs ($r \neq 0$).

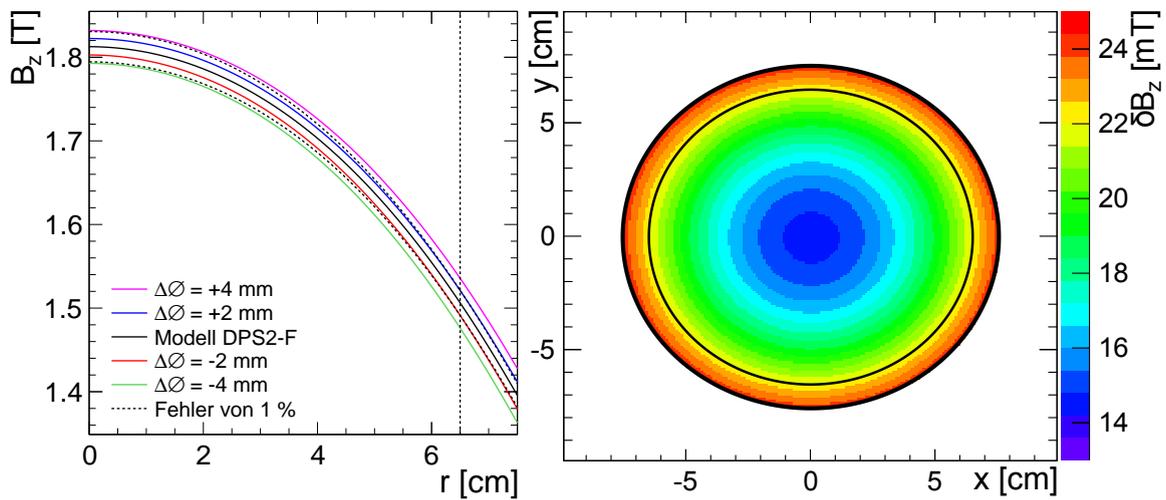


Abbildung 6.9: Einfluss einer Änderung des Durchmessers der Solenoide – Links: Es ist $B_z(z, r)$ bei $z = 25,71$ cm in Abhängigkeit vom Radius r für verschiedene Änderungen $\Delta\varnothing$ des Durchmessers der Solenoide abgebildet. Eine Änderung von $\Delta\varnothing \gtrsim 2$ mm kann bei $r = 6,5$ cm festgestellt werden. Die vertikale gestrichelte Linie zeigt die Begrenzung in der maximalen radialen Position des äußersten Hall-Sensors von 6,5 cm an. **Rechts:** Bei $z = 25,71$ cm ist $\delta B_z = B_{z,mod} - B_{z,\Delta\varnothing=+3\text{ mm}}$ abgebildet. Am Rand des Strahlrohrs ist die Messung sensitiver auf eine Änderung des Durchmessers der Solenoide als auf der Strahlrohrachse.

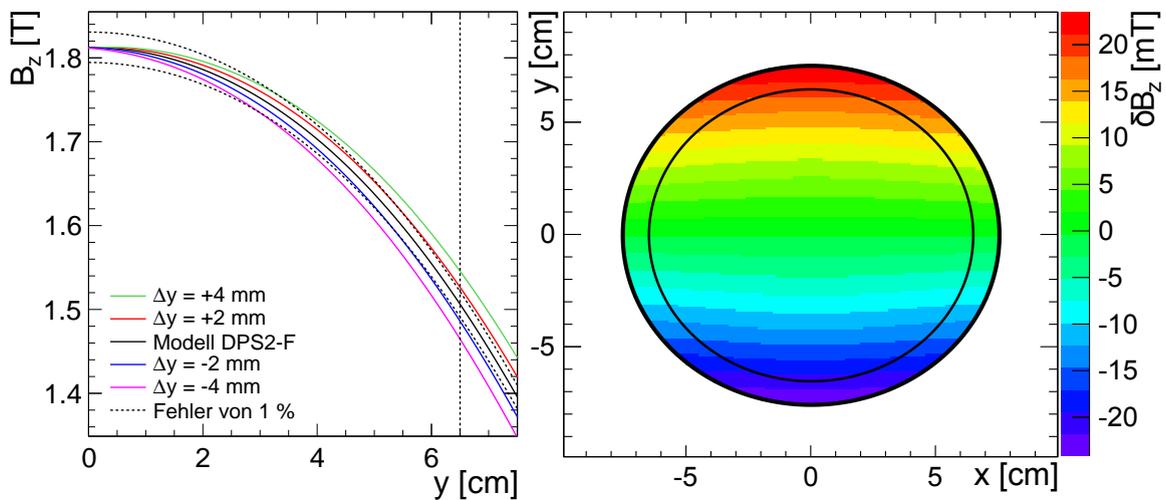


Abbildung 6.10: Einfluss einer radialen Verschiebung der Solenoide – Links: Es ist $B_z(z, r)$ bei $z = 25,71$ cm in Abhängigkeit vom Abstand $r = y$ für verschiedene radiale Verschiebungen $\Delta r = \Delta z$ der Solenoide abgebildet. Eine Verschiebung von $\Delta y \gtrsim 1,5$ mm kann bei $r = 6,5$ cm mit $B_z = 1,51$ T festgestellt werden. **Rechts:** Bei $z = 25,71$ cm ist $\delta B_z = B_{z,mod} - B_{z,\Delta y=+2\text{ mm}}$ abgebildet. Am Rand des Strahlrohrs ist die Messung sensitiver auf eine radiale Verschiebung der Solenoide als auf der Strahlrohrachse. Eine Verschiebung um Δy kann allerdings nur durch Messung von $B_z(z, r)$ in y -Richtung nachgewiesen werden. In x -Richtung gelingt ein solcher Nachweis nicht.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die Neutrinophysik hat ihren Ursprung in der Postulierung des Neutrinos durch Pauli im Jahre 1930. Bis zur experimentellen Lösung des solaren Neutrinoproblems und der damit verbundenen Entdeckung der Neutrinooszillationen durch SNO galten Neutrinos über 70 Jahre lang als masselose Elementarteilchen. Diese Erkenntnis erfordert eine Erweiterung des Standardmodells der Teilchenphysik. Bis heute gelang es nicht, die Ruhemasse des Elektron-, Myon- oder Tau-Neutrinos zu messen. Aus Experimenten zur Bestimmung der Oszillationsparameter können lediglich die Quadrate der Massendifferenzen bestimmt werden, nicht aber die absolute Masse. In kosmologischen Modellen spielt die Neutrinomasse als Parameter eine wichtige Rolle, da Neutrinos als heiße dunkle Materie in Abhängigkeit ihrer Ruhemasse zur Strukturbildung im frühen Universum beitragen.

Die bislang beste Obergrenze von $m_\nu < 2,0 \text{ eV}/c^2$ für die Neutrinomasse stammt aus der kinematischen Untersuchung des β -Zerfalls von Tritium durch die Experimente von Mainz und Troitsk. Das KATRIN-Experiment greift auf dieses modellunabhängige Messprinzip zurück, jedoch mit einer um einen Faktor 10 verbesserten Sensitivität von $m_\nu < 0,2 \text{ eV}/c^2$. Hierzu werden die β -Elektronen ausgehend von einer fensterlosen gasförmigen Tritium-Quelle hoher Intensität magnetisch über eine Transportstrecke zu einem System von zwei hochauflösenden elektrostatischen Retardierungsspektrometern und einem Fokalebenendetektor geführt. Für das Referenzdesign liegt die statistische Unsicherheit für die Observable m_ν^2 des KATRIN-Experiments bei $\sigma_{\text{stat}} = 0,018 \text{ eV}^2/c^4$. Eine Voraussetzung hierfür ist der verlustfreie adiabatische Transport der β -Elektronen innerhalb des magnetischen Flussschlauchs von $\Phi = 191 \text{ Tcm}^2$ durch den gesamten Aufbau, insbesondere durch die DPS2-F als Teil der Transportstrecke.

Ziel dieser Diplomarbeit war das Design und die elektromagnetische Optimierung einer Messeinrichtung zur Charakterisierung der elektro-optischen Eigenschaften der DPS2-F. Dazu wurde die mittels eines Laser-Trackers vermessene Geometrie der Solenoide und des Strahlrohrs für die Simulationssoftware modelliert. Dies war notwendig, um den Aufbau der DPS2-F in die Berechnung von Magnetfeldern und dem Verlauf von Magnetfeldlinien und Elektronenbahnen einzubeziehen. Mit Hilfe einer eigens entwickelten Routine zur Berechnung des Abstands zwischen dem magnetischen Flussschlauch und dem Strahlrohr wurden Anforderungen an die Messung zur Überprüfung der Strahlausrichtung definiert.

Zur experimentellen Umsetzung der Prüfung der Transporteigenschaften ist auf der Quellseite der DPS2-F eine Rb-/Kr-Festkörper-Quelle vorgesehen, die durch Konversionsprozesse ein wohl definiertes Spektrum von mehreren quasi-monoenergetischen keV-Elektronenlinien erzeugt. Es handelt sich dabei um eine ionenimplantierte Rb-Quelle mit Au oder Pt

als Substrat. Die Quellen wurden bereits in Kalibrationstestmessungen am Mainzer Spektrometer unter UHV Bedingungen angewendet. Die Berechnungen zeigten, dass die Installation der Quelle im Eingangsbereich des evakuierten Strahlrohrs mit einer Genauigkeit von $\Delta z = \Delta r = 1$ mm in der absoluten Positionierung erfolgen muss. Durch eine automatisierte Bewegung der Quelle über eine vakuumkompatible Dreh-Schiebe-Durchführung in Richtung der Strahlrohrachse kann die Messung in Abhängigkeit von verschiedenen magnetischen Flüssen durchgeführt werden, um auf diese Weise das Transmissionsverhalten der DPS2-F experimentell zu erfassen. Mittels der Drehung der Quelle um die Strahlrohrachse ist dies ebenfalls in azimuthaler Abhängigkeit möglich. Neben der technischen Umsetzung des Quellsystems wurden in dieser Arbeit auch die sicherheitstechnischen Aspekte betrachtet, wie die resultierenden Effekte eines unkontrollierten Quenches der Solenoide.

Für die Detektorseite der DPS2-F war die Entwicklung eines Halbleiter-Detektors mit 14 PIN-Dioden notwendig. Zur Überwachung der Magnetfeld- und Temperaturstabilität sind zudem Hall-Sensoren und Pt1000-Widerstände vorgesehen. Bisher wurde die Detektor-Keramik, der Detektor-Träger und die atmosphärenseitige zweite Verstärkerstufe gefertigt. Als vakuumseitige Verstärkerstufe werden Vorverstärker des Fokalebenenendetektors des KATRIN-Experiments benutzt. Mit einer konventionellen Berechnung und einem Teststand, mit dem die UHV- und Temperaturbedingungen des Strahlrohrs experimentell simuliert wurden, konnte der Verzicht auf eine aktive Kühlung des Detektors gezeigt werden. Eine Energieauflösung des Detektors von $\Delta E \lesssim 4$ keV wäre für die Messung ausreichend.

Die Entwicklung eines Monte Carlo Generators war erforderlich, um die Rb-/Kr-Festkörper-Quelle für Simulationen zu modellieren. In einer umfangreichen Monte Carlo Simulation kamen erstmals die Programmpakete KPAGE und KTRACK gemeinsam zum Einsatz, so dass die Trajektorien der Konversionselektronen innerhalb des Strahlrohrs der DPS2-F berechnet werden konnten. Mittels der integrierten Routine zur Abstandsberechnung war es möglich, einen möglichen Kontakt der Elektronen mit der Strahlrohrwand zu berücksichtigen. Mit der Simulation wurde sowohl die Transmissionswahrscheinlichkeit der DPS2-F in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss bestimmt als auch der Einfluss einer Blende zur Reduzierung des Quell-Hotspots gezeigt. Ausgehend von der unaufgelösten Kombination der L_{II} - und L_{III} -Elektronen des 32,2 keV-Übergangs von ^{83m}Kr konnte die erwartete Zählrate der detektierten Elektronen zu $N \sim 10$ cps für einen magnetischen Fluss von $\Phi = 191$ Tcm² bestimmt werden. Dabei wurde die Energiedeposition im sensitiven Bereich des Detektors mit KESS simuliert.

Zur Positionierung der Quelle an einem gegebenen magnetischen Fluss mit einer erforderlichen Genauigkeit von $\Delta\Phi < 11$ Tcm² muss die axiale Komponente der magnetischen Flussdichte im Eingangsbereich des Strahlrohrs mit einer Unsicherheit von $\Delta B_z = 20$ mT gegeben sein. Aufgrund der nicht hinreichend genügend bekannten Lage der Solenoide bezüglich des Strahlrohrs ist eine räumlich aufgelöste Magnetfeldmessung notwendig. Zur Realisierung wurden mehrere Möglichkeiten vorgestellt. Dazu gehört auch die Verwendung eines eigens entwickelten Hall-Sensor-Kreuzes, mit dem zusätzlich sowohl die experimentelle Erfassung des magnetischen Flusses im Eingangsbereich möglich ist als auch die Bestimmung der Geometrie und Lage der Solenoide mittels einer Anpassungsrechnung an die gemessenen Werte.

Das Design der Messeinrichtung zur Charakterisierung der elektro-optischen Eigenschaften der DPS2-F ist abgeschlossen. Momentan befindet sich der Detektor in der finalen Phase der Fertigung, so dass er zeitnah an dem beschriebenen Teststand auf seine Funktion überprüft werden kann. Die Messung an der DPS2-F erfolgt im Herbst 2010. Das Quell- und Detektorsystem kann ebenfalls an dem kombinierten Aufbau der DPS2-F und der CPS zur Messung der Strahlausrichtung und der Überprüfung des Elektronentransports benutzt werden.

Literaturverzeichnis

- [Aal05] C. E. Aalseth et al.: *The proposed Majorana ^{76}Ge double-beta decay experiment*. Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B138**, 2005.
- [Abd94] J. N. Abdurashitov et al.: *Results from SAGE (The Russian-American gallium solar neutrino experiment)*. Phys. Lett. **B328**, 1994.
- [ADL⁺06] The ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, SLD Collaborations, the LEP Electroweak Working Group, the SLD Electroweak und Heavy Flavour Groups: *Precision electroweak measurements on the Z resonance*. Phys. Rep. **427**, 2006.
- [Ahm00] Q. R. Ahmad et al.: *The Sudbury Neutrino Observatory*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A449**, 2000.
- [Ahm01] Q. R. Ahmad et al.: *Measurement of Charged Current Interactions Produced by ^8B Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory*. Phys. Rev. Lett. **87**, 2001.
- [Aki05] D. Akimov et al.: *EXO: an advanced Enriched Xenon double-beta decay Observatory*. Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B138**, 2005.
- [And07] E. Andreotti et al.: *MARE, Microcalorimeter Arrays for a Rhenium Experiment: A detector overview*. Nucl. Inst. Meth. Phys. **A572**, 2007.
- [Ang05] J. Angrik et al. (KATRIN Collaboration): *KATRIN Design Report 2004*. FZKA **7090**, 2005.
- [Ans92] P. Anselmann et al.: *Solar neutrinos observed by GALLEX at Gran Sasso*. Phys. Lett. **B285**, 1992.
- [Arn08] C. Arnaboldi et al.: *Results from a search for the $0\nu\beta\beta$ -decay of ^{130}Te* . Phys. Rev. **C78**, 2008.
- [Ass94] K. Assamagan et al.: *Upper limit of the muon-neutrino mass and charged-pion mass from momentum analysis of a surface muon beam*. Phys. Rev. **D53**, 1994.
- [Bab10] M. Babutzka: *Untersuchung eines verfahrbaren Monitordetektors zur Überwachung der Aktivität des β -Zerfalls in der kryogenen Pumpstrecke des KATRIN-Experiments*. Diplomarbeit, 2010.
- [Bar98] R. Barate et al.: *An upper limit on the τ neutrino mass from three- and five-prong tau decays*, 1998.
- [Bio87] R. M. Bionta et al.: *Observation of a Neutrino Burst in Coincidence with Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud*. Phys. Rev. Lett. **58**, 1987.
- [BPB01] J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault und S. Basu: *Solar Models: current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties*. ApJ **555**, 2001.
- [BSB05] J. N. Bahcall, A. M. Serenelli und S. Basu: *New Solar Opacities, Abundances, Helioseismology, and Neutrino Fluxes*. ApJ Lett. **621**, 2005.

- [BSB06] J. N. Bahcall, A. M. Serenelli und S. Basu: *10,000 Standard Solar Models: A Monte Carlo Simulation*. ApJ S. S. **165**, 2006.
- [Col01] M. Colless et al.: *The 2dF Galaxy Redshift Survey: spectra and redshifts*. Mon. Not. R. Astron. Soc. **328**, 2001.
- [CP01] J. L. Campbell und T. Papp: *Widths of the atomic K-N7 levels*. Atomic Data and Nuclear Data Tables **77**, 2001.
- [Dan62] G. Danby et al.: *Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos*. Phys. Rev. Lett. **9**, 1962.
- [Dav94] R. Davis: *A review of the Homestake solar neutrino experiment*. Prog. Part. Nucl. Phys. **32**, 1994.
- [Dav03] R. Davis: *Nobel Lecture: A half-century with solar neutrinos*. Rev. Mod. Phys. **75**, 2003.
- [DHH68] R. Davis, D. S. Harmer und K. C. Hoffman: *Search for Neutrinos from the Sun*. Phys. Rev. Lett. **20**, 1968.
- [Dia10] M. U. Diaz: *An FT-ICR detection system for KATRIN*. Vortrag des 18. Collaboration Meeting, Session B1, 2010.
- [Eic09] F. Eichelhardt: *Measurement of the Tritium pumping properties of a 4.2 K Argon Condensate for the Cryogenic Pumping Section of KATRIN*. Diss., 2009.
- [Fer34] E. Fermi: *Versuch einer Theorie der Betastrahlen*. Zeitschrift für Physik **88**, 1934.
- [Fer06] *C-programs for electromagnetic design*, 2006. <http://fuzzy.fzk.de/bscw/bscw.cgi/34401>.
- [Fix96] D. J. Fixsen et al.: *The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set*. ApJ **473**, 1996.
- [Foi10] D. Foiering: *Elektrooptische Charakterisierung der differentiellen Pumpenstrecke von KATRIN (DPS2F)*. Praxissemesterbericht, 2010.
- [Frä06] F. Fränkle: *Erste Messungen der elektromagnetischen Eigenschaften des KATRIN Vorspektrometers*. Diplomarbeit, 2006.
- [Fuk98a] Y. Fukuda et al.: *Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos*. Phys. Rev. Lett. **81**, 1998.
- [Fuk98b] Y. Fukuda et al.: *Study of the atmospheric neutrino flux in the multi-GeV energy range*. Phys. Lett. **B436**, 1998.
- [Gat06] F. Gatti: *MARE, Microcalorimeter Arrays for a Rhenium Experiment*, 2006. http://crio.mib.infn.it/wig/silicini/proposal/proposal_MARE_v2.6.pdf.
- [GG58] M. Goldhaber, L. Grodzins und A. W. Sunyar: *Helicity of Neutrinos*. Phys. Rev. **109**, 1958.
- [Hab09] *Electromagnetic measurements with the Katrin pre-spectrometer*. 2009.
- [Hir88] K. S. Hirata et al.: *Observation in the Kamiokande-II detector of the neutrino burst from supernova SN1987A*. Phys. Rev. **D38**, 1988.
- [Hos06] J. Hosaka: *Solar neutrino measurements in Super-Kamiokande-I*. Phys. Rev. **D73**, 2006.

- [Höt09] M. Hötzel: *Berechnung von KATRIN Messspektren unter Einbeziehung der Eigenschaften der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle*. Diplomarbeit, 2009.
- [JGL94] B. Jeckelmann, P. F. A. Goudsmit und H. J. Leisi: *The mass of the negative pion*. Phys. Lett. **B335**, 1994.
- [Jur09] M. Juretzko: *Justierung der Differentiellen Pumpstrecke DPS2F*, 2009.
- [KK04] H. V. Klapdor-Kleingrothaus et al.: *Search for neutrinoless double beta decay with enriched ^{76}Ge in Gran Sasso 1990-2003*. Phys. Lett. **B586**, 2004.
- [KKK06] H. V. Klapdor-Kleingrothaus und I. V. Krivosheina: *The evidence for the observation of $0\nu\beta\beta$ decay: The identification of $0\nu\beta\beta$ events from the full spectra*. Mod. Phys. Lett. **A21**, 2006.
- [KM69] T. Kirsten und H. W. Müller: *Observation of ^{82}Se double-beta decay in selenium ores*. Earth and Planetary Science Letters **6**, 1969.
- [Kom10] E. Komatsu et al.: *Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation*. 2010. <http://arxiv.org/abs/1001.4538v2>.
- [Kra04] C. Kraus et al.: *Latest results of the Mainz Neutrino Mass Experiment*. Eur. Phys. J. **C33**, 2004.
- [Lei10] B. Leiber: *Non-axially symmetric field and trajectory calculations for the KATRIN-experiment*. Diplomarbeit, 2010.
- [Lim03] M. Limon et al.: *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP): Explanatory Supplement*, 2003. http://lambda.gsfc.nasa.gov/data/map/doc/MAP_supplement.pdf.
- [LL02] T. J. Loredo und D. Q. Lamb: *Bayesian analysis of neutrinos observed from supernova SN 1987A*. Phys. Rev. **D65**, 2002.
- [Lob99] V. M. Lobashev et al.: *Direct search for mass of neutrino and anomaly in the tritium beta-spectrum*. Phys. Lett. **B460**, 1999.
- [Lun01] B. Lundberg: *Observation of tau neutrino interactions*. Phys. Lett. **B504**, 2001.
- [Pau30] W. Pauli: *Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gauvereins-Tagung zu Tübingen*, 1930.
- [PDG08] C. Amsler et al. (Particle Data Group): *Review of Particle Physics*. Phys. Lett. **B667**, 2008.
- [Ped08] M. Pedretti et al.: *Cuore Experiment: The search for neutrinoless double beta decay*. Int. J. Mod. Phys. **A23**, 2008.
- [Pet10] L. Petzold: *Persönliche Mitteilung*, 2010.
- [Pon59] B. M. Pontecorvo. *ZhETF* **37**, 1959.
- [RC56] F. Reines und C. L. Cowan and others: *Detection of the Free Neutrino: a Confirmation*. Science **124**, 1956.
- [RC59] F. Reines und C. L. Cowan: *Free Antineutrino Absorption Cross Section. I. Measurement of the Free Antineutrino Absorption Cross Section by Protons*. Phys. Rev. **113**, 1959.
- [Ren10] P. Renschler: *Entwicklung und Simulation von KATRIN-Quellmonitor-Detektoren*. Diss., 2010.

- [RFA78] F. Rösler, H. M. Fries und K. Alder: *Internal conversion coefficients for all atomic shells*. Atomic Data and Nuclear Data Tables **21**, 1978.
- [Rie09] A. G. Riess et al.: *A Redetermination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope from a Differential Distance Ladder*. ApJ **699**, 2009.
- [Rob10] H. Robertson: *The Future of Neutrino Mass Measurements: Terrestrial, Astrophysical, and Cosmological Measurements in the Next Decade*, 2010. http://www.int.washington.edu/talks/WorkShops/int_10_44W/.
- [Sch05] S. Schoenert et al.: *The GERmanium Detector Array (GERDA) for the search of neutrinoless $\beta\beta$ decays of ^{76}Ge at LNGS*. Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B145**, 2005.
- [Sis04] M. Sisti et al.: *New limits from the Milano neutrino mass experiment with thermal microcalorimeters*. Nucl. Inst. Meth. Phys. **A520**, 2004.
- [Ste05] M. Steidl: *KATRIN sensitivity in dependance of detector performance*. KATRIN Dokument Nummer: 40-ME-2013-1, 2005.
- [Ste10] *Persönliche Mitteilung*, 2010.
- [Suz98] Y. Suzuki: *Super-Kamiokande*, 1998. <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/index-e.html>.
- [Taf04] J. A. Tafalla et al.: *Nuclear and High Energy Physics Laboratory an der University of Zaragoza*, 2004. http://www.unizar.es/lfnae/lfnae_eng.html.
- [Win10] A. Windberger: *Ein elektrostatisches Dipolsystem zur Eliminierung von Ionen in der DPS2-F des KATRIN Experimentes*. Diplomarbeit, in Vorbereitung, 2010.
- [Wu01] S. C. Wu: *Nuclear Data Sheets for $A = 83$* . Nuclear Data Sheets **92**, 2001.
- [Yor00] D. G. York et al.: *The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary*. Astronomical J. **120**, 2000.
- [Zbo09a] M. Zboril: *Implanted and evaporated solid $^{83}\text{Rb}/^{83m}\text{Kr}$ sources*. Vortrag des 16. Collaboration Meeting, Session A5, 2009.
- [Zbo09b] M. Zboril: *Solid Rb/Kr sources - status X/2009*. Vortrag des 17. Collaboration Meeting, Session D2, 2009.
- [Zbo10] M. Zboril: *Persönliche Mitteilung*. 2010.
- [Zep10] S. Zepter: *Magnetic field measurements at the DPS2-F*. Diplomarbeit, 2010.

Danksagung

Zum Schluss möchte ich mich noch ganz herzlich bei allen bedanken, die mich die letzten 372 Tage begleitet und zum Gelingen meiner Diplomarbeit beigetragen haben. Dazu gehören auch die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre am Institut für Experimentelle Kernphysik, die überaus kompetenten Mitarbeiter der KATRIN-Kollaboration und der freundschaftliche Umgang während und außerhalb meiner Arbeitszeit. Ich wurde das letzte Jahr gefordert aber auch gefördert, so dass mir die Ausführung dieser Arbeit sehr viel Spaß bereitete. Dies liegt vor allem auch an der enormen Vielfalt der Tätigkeitsbereiche, die ich kennenlernen durfte. Ein ganz besonderes Dankeschön geht an die Personen der folgenden Liste. Daher: Vielen Dank. . .

- Prof. Dr. Guido Drexlin für die abwechslungsreiche Arbeit, die motivierenden Gespräche, die Einladung zu einer Vielzahl an interessanten Konferenzen und die spannenden Vorlesungen *Ex I*, *Ex II*, *ATP I* und *ATP II*,
- Prof. Dr. Wim de Boer für die Übernahme der Zweitkorrektur, das informationsreiche Hauptseminar *Der Urknall und seine Teilchen* und die Vorlesung *Kosmologie*,
- Dr. Markus Steidl für die vorbildliche Betreuung (auch sonn- und feiertags und auch während des Urlaubs!), die Unterstützung im Bereich der Hard- und Software, die verständliche und schnelle Beantwortung von Fragen und E-Mails, die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre im Büro und den freundschaftlichen Umgang,
- Dr. Udo Schmitt für die hervorragende Betreuung (auch bis spät in die Nacht!), die Unterstützung im Bereich der Hardware und UHV-Technik, die Verbreitung guter Laune, die anregenden Diskussionen und den freundschaftlichen Umgang,
- Lars Petzold für die Realisierung des Detektors und die Beantwortung von Fragen hinsichtlich der Elektronik (auch *wenn's mal brennt*),
- Dr. Ferenc Glück für die einfache Bereitstellung der entwickelten C-Programme,
- Martin Babutzka, Benjamin Leiber, Detlef Maurel, Markus Hötzel, Wolfgang Käfer und Pascal Renschler für die unterhaltsame Unterstützung, die Diskussionen bezüglich C++, Linux und Root und den freundschaftlichen Umgang,
- Dr. Klaus Eitel und Dr. Klaus Schlösser für die Diskussionsrunden im Pausenraum,
- Miroslav Zboril für die zahlreichen Informationen und den E-Mail-Kontakt bezüglich den implantierten Rb-/Kr-Festkörper-Quellen,
- Dani Foiering, Alexandra Kleefeld, Daniel Palminteri, Clemens Bojnicic-Kninski und Jan Franz für die Mitarbeit am Projekt,
- Mareike Kuhl und Luisa Schäfer für die Reinigung und Bestellung der UHV-Technik.

Doch der größte Dank geht an meine Eltern Uta und Walter Schwarz, die mich während des Studiums sowohl finanziell als auch moralisch unterstützt und ständig an mich geglaubt haben, und an meine langjährige Freundin Sarah Fünfer, die trotz mancher schlaflosen Nächte meinerseits immer zu mir gehalten und sich liebevoll um mich gekümmert hat.

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt, alle dem Wortlaut oder Sinn nach entnommenen Inhalte anderer Werke an den entsprechenden Stellen unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht und keine weiteren Hilfsmittel verwendet zu haben.

Johannes Simon Schwarz, Juni 2010