

# Konzeptionierung und Systematik der Hochspannungsversorgung für das KATRIN Experiment

Diplomarbeit  
von

Robin Gröble

An der Fakultät für Physik  
Institut für Experimentelle Kernphysik  
(IEKP)

Erstgutachter: Prof. Dr. Guido Drexlin  
Zweitgutachter: Prof. Dr. Michael Feindt

Bearbeitungszeit: 01. Dezember 2009 – 30. November 2010

Review 17.2.2011



# Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine, außer den angegebenen, Quellen und Hilfsmitteln verwendet habe.

Karlsruhe, den 30. November 2010

---

Robin Gröble

# Inhaltsverzeichnis

<b>Übersicht</b>	<b>vii</b>
<b>1 Neutrinos</b>	<b>1</b>
1.1 Postulat und Entdeckung der Neutrinos . . . . .	2
1.2 Grundlegende Neutrinophysik . . . . .	3
1.3 Neutrino-Physik jenseits des Standardmodells . . . . .	4
1.3.1 Neutrino-Oszillation . . . . .	4
1.3.2 Nachweis der Neutrino-Oszillation . . . . .	6
1.4 Neutrinos in der Astrophysik . . . . .	7
1.4.1 Primordiale Neutrinos . . . . .	7
1.4.2 Supernovae und Neutrinos . . . . .	8
1.5 Bestimmung der Neutrinomasse im Labor . . . . .	8
<b>2 Das KATRIN-Experiment</b>	<b>13</b>
2.1 Der Beta-Zerfall des Tritiums . . . . .	13
2.2 Aufbau von KATRIN . . . . .	17
2.2.1 MAC-E-Filter . . . . .	17
2.2.2 Quellbereich . . . . .	18
2.2.3 Spektrometer- und Detektorbereich . . . . .	20
2.3 Systematik und Neutrinomasse . . . . .	21
<b>3 Einfluss der Hochspannungsstabilisierung auf die Messung der Neutrinomasse</b>	<b>23</b>
3.1 Vergleich verschiedener Spektraler Formen . . . . .	24
3.2 Integriertes Spektrum . . . . .	26
3.3 Einfluss von Hochspannungsstörungen und Kalibration auf die Messergebnisse . . . . .	26
3.3.1 Auswirkung einer linearen Abweichung der Kalibration . . . . .	26
3.3.2 Auswirkung statistischer Schwankungen der Hochspannung . . . . .	27
3.3.3 Die Transmissionsfunktion . . . . .	27
3.3.4 Auswirkung von Störungen auf die Neutrinomasse . . . . .	29
3.4 Simulation des Einflusses verschiedener Störungen auf die Neutrinomasse . . . . .	31
3.4.1 Monte-Carlo-Simulation . . . . .	31
3.4.2 Fit der Spektren mittels Gnuplot . . . . .	33
3.4.3 Ergebnisse der Simulation . . . . .	33
3.5 Fazit . . . . .	35
<b>4 Hochspannungslayout</b>	<b>41</b>
4.1 Technische Umsetzung der Hochspannungsversorgung . . . . .	42
4.1.1 Steuerung und Protokollierung . . . . .	42
4.1.2 Spannungsversorgung . . . . .	45
4.1.3 Spannungsüberwachung und Kalibration . . . . .	49
4.2 Datenverkehr . . . . .	51
4.3 Zusammenfassung des Hochspannungslayouts . . . . .	52

<b>5</b>	<b>Aufbau und Test der Hochspannungsregulierung am Vorspektrometer</b>	<b>55</b>
5.1	Testaufbau des Vorspektrometers . . . . .	55
5.2	Vorbereitung der Messung . . . . .	56
5.2.1	Magnetfeldkarte der Umgebung des Vorspektrometers . . . . .	57
5.2.2	Messung des Einflusses von Magnetfeldern auf das Multimeter FLUKE 8846 A . . . . .	58
5.2.3	Kalibration des Spannungsteilers . . . . .	59
5.3	Spannungsstabilisierung mit Triodenschaltung . . . . .	63
5.3.1	Einfluss der Stabilisierung auf die Standardabweichung der Hochspannung	64
5.3.2	Einschwingverhalten der Nachregelung . . . . .	66
5.4	Ergebnisdiskussion . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Hochspannung am Hauptspektrometer</b>	<b>73</b>
6.1	Inbetriebnahme der Hochspannungsversorgung am Hauptspektrometer . . . . .	73
6.1.1	Hochspannungsstabilität und Sicherheit . . . . .	73
6.1.2	Analyse der Hochspannungsstörung und deren Quellen . . . . .	74
6.1.3	Test der Nachregelung . . . . .	74
6.1.4	Kalibration der Einzelkomponenten . . . . .	74
6.2	Fingerabdruck der Elektroden zur frühzeitigen Entdeckung von Störungen . . . . .	74
6.3	Einfluss bekannter Störquellen auf die Transmissionsfunktion . . . . .	75
6.4	Untersuchung von Hochspannungsfluktuationen mit Monoenergetischer Elek- tronenquelle . . . . .	75
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>79</b>
	<b>Anhang</b>	<b>83</b>
A	Details der Hochspannungsstabilität am Vorspektrometer Testaufbau . . . . .	83
A.1	Stabilität der Hochspannung . . . . .	83
A.2	Untergrund und Hochspannungstabilität . . . . .	83
B	Erwärmung von Turbomolekularpumpen in statischen Magnetfeldern . . . . .	87
B.1	Funktionsweise von Turbomolekularpumpen . . . . .	87
B.2	Empirisches Modell . . . . .	88
B.3	Numerische Lösung und Anpassung an Messdaten . . . . .	92
B.4	Anwendung . . . . .	92
B.5	Fazit . . . . .	95
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>99</b>
	<b>Abkürzungen</b>	<b>101</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>103</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>105</b>



# Übersicht

Der Ursprung der Neutrinophysik geht auf das Jahr 1930 zurück, als Wolfgang Pauli aufgrund der Beobachtung kontinuierlicher Beta-Spektren das Neutrino postulierte. Dies war notwendig, da erst ein neues, ein drittes Teilchen solche Spektren mit der bisher gültigen Theorie, der Energie-, Impuls- und Drehimpulserhaltung in Einklang bringen konnte.

Doch ob dieses Teilchen tatsächlich existierte, konnte erst 1956 experimentell durch eine Gruppe von Forschern um Clyde L. Cowan und Frederick Reines bewiesen werden. Sie untersuchten den Inversen Beta-Zerfall am Savannah River Kernreaktor und konnten so Neutrinos nachweisen. Damit war die Entscheidung gefallen. Die Erhaltungssätze waren gerettet und ein weiteres Elementarteilchen entdeckt.

Heute ist in einem Zusammenspiel von Theorie und Experiment bewiesen, dass Neutrinos nicht masselos sein können. So untersuchten Experimente den Neutrinofluss der Sonne oder auch von irdischen Reaktoren. Dabei wurde ein Defizit an Neutrinos des nachgewiesenen Flavours bemerkt. Andere Experimente wiederum sind auf alle drei Flavours sensitiv. Die Summe der so nachgewiesenen Neutrinos entspricht dann wieder den theoretischen Erwartungen aus dem Solaren Standardmodell oder der Aktivität des untersuchten Reaktors. Die Erklärung ist dann recht einfach: Die Neutrinos haben die Möglichkeit zwischen diesen Flavours zu wechseln. Dies ist theoretisch nur dann mit den gängigen Modellen zu erklären, wenn die Flavourzustände nicht die quantenmechanischen Eigenzustände dieser Neutrinos sind.

Inzwischen gab und gibt es einige hoch präzise Experimente, die die Eigenschaften von Neutrinos untersuchen; bisher ist es jedoch nicht gelungen die Masse der Neutrinos zu bestimmen. Lediglich Obergrenzen können angegeben werden. Die bisher strengste Einschränkung der Neutrinomasse gelang durch die Experimente in Mainz und Troitsk, welche eine Obergrenze von  $m(\bar{\nu}_e) = 2,3 \text{ eV}/c^2$  (95 % C.L.) ergeben haben.

Das Interesse an der Neutrinomasse ist heute in vielen Bereichen der Physik groß. Die Spanne reicht hierbei von Experimenten mit Teilchenbeschleunigern, bei denen die Neutrinomasse ein Parameter zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte leptonischer Reaktionen bildet, bis hin zur Modellierung unseres Universums. In den Kosmologischen Modellen spielen Neutrinos als heiße dunkle Materie eine wichtige Rolle bei der Strukturbildung in unserem Universum. Da die Zahl der Neutrinos in unserem Universum aus thermodynamischen Rechnungen bestimmt werden kann, bleibt noch die Masse als unbekannte Größe der Neutrinos. Die Strukturbildung, vor allem feiner Strukturen, hängt nun empfindlich von der Neutrinomasse ab.

Um die Neutrinomasse zu bestimmen, gibt es inzwischen eine Reihe von Experimenten, die

---

anhand des Beta-Zerfalls, speziell dem von Tritium, versuchen die Neutrinomasse zu bestimmen. Bisher konnte noch nicht die absolute Masse bestimmt werden, wohl aber Obergrenzen für die Neutrinomasse, die inzwischen im Bereich von  $2\text{eV}$  liegen. Das **KARlsruher TRITium Neutrino Experiment (KATRIN)**-Experiment ist nun das neuste Experiment in dieser Reihe von Tritiumexperimenten zur Bestimmung der Neutrinomasse. Ziel ist es die Neutrinomasse mit einer Sensitivität von  $0.2\text{eV}/c^2$  (95 % C.L.) zu bestimmen.

Um die notwendige Energieauflösung zu erreichen, wird das Prinzip des MAC-E-Filters verwendet. Die Qualität der Messung der Neutrinomasse hängt dabei jedoch immer von systematischen Unsicherheiten ab, wie zum Beispiel der Restwelligkeit der Analysierspannung. Um den genauen Einfluss dieser systematischen Störung zu untersuchen, wurden Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt. Diese zeigen, ebenso wie einfache analytische Rechnungen, dass der Einfluss durch Hochspannungsstörung zunächst einmal über die Standardabweichung charakterisiert werden kann. In den analytischen Rechnungen sind die Neutrinomasse und die Amplituden sogar zu 100% korreliert. Dadurch werden hohe Anforderungen an die Stabilität der Hochspannung und ihrer Überwachung gestellt.

Da es heutzutage im Handel keine fertigen Lösungen zur Erzeugung und Überwachung von Hochspannung bis  $35\text{kV}$ , mit einer Stabilität im sub-ppm-Bereich, gibt, musste hier ein eigenständiges Konzept entwickelt werden. Dieses Konzept umfasst hoch präzise Spannungsteiler - eine Eigenentwicklung der KATRIN Kollaboration in Zusammenarbeit mit der PTB - hochpräzise Multimeter und Kalibrationsquellen sowie solche Systeme wie das Monitorspektrometer, mit dessen Hilfe die Hochspannungskalibration auf einen atomaren Standard wie den Zerfall von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  möglich ist. Doch das Konzept der Hochspannung muss noch viel mehr leisten. Allein das Hauptspektrometer muss mit 46 unterschiedlichen Spannungen zur Feinabstimmung des Analysierpotentials versorgt werden.

Ein wichtiger Baustein ist hierbei die Hochspannungsnachregulierung. Diese dient einerseits zur Überwachung der Restwelligkeit der Hochspannung am Tank und andererseits zur Glättung derselben. Dieser Baustein wurde nun am Vorspektrometer-Testaufbau getestet und einige wichtige Eigenschaften wurden untersucht. Hier konnte gezeigt werden, dass die Schaltung funktioniert und es möglich ist, die Spannung auf eine Restwelligkeit von unter  $10\text{mV}$ , bei Hochspannung von  $18\text{kV}$  zu drücken. Außerdem wurde die Dauer des Einschwingens untersucht. Diese ist wichtig bei der Findung einer optimalen Scanstrategie für das Betaspektrum. Lange Einschwingzeiten bedeuten hierbei lange Totzeiten.

Am Ende sollen noch einige Dinge zur Inbetriebnahme der Hochspannung am Hauptspektrometer und weitere Tests gemacht werden. So wird auf Basis dieser Arbeit ein System entwickelt werden, um die Elektroden auf ihren Zustand zu testen und um die Restwelligkeit der Hochspannung, mittels eines physikalischen Standards, zu untersuchen. Hierfür bietet sich eine monoenergetische Elektronenquelle an. Aus dem Vergleich des gemessenen mit dem theoretischen Spektrum ist hierbei viel, über die Größe und die Art der Störungen am Spektrometer zu lernen.





# 1. Neutrinos

Die Neutrinforschung nahm ihren Anfang im Jahr 1930, als Wolfgang Pauli aufgrund des beobachteten kontinuierlichen Spektrums beim Beta-Zerfall ein neues Teilchen postulierte [Pau30]. Dies war ein wichtiger Schritt im Verständnis der fundamentalen Wechselwirkung und der elementaren Bausteine der Materie, da Paulis Postulat etwas vollkommen Neues voraussagte, dessen experimenteller Nachweis aber erst viel später erfolgte.

Das Neutrino ergänzte die damals bekannten Bausteine der Materie, Elektronen und Kernmaterie, zu einem Zeitpunkt, zu dem die genaue Zusammensetzung der Kerne aus Protonen und Neutronen noch Bestandteil aktueller Forschung war.

Die Neutrinos bilden heute gemeinsam mit den Elektronen, Myonen und Tauonen die Gruppe der Leptonen und stellen zusammen mit den Quarks die elementaren Teilchen des Standardmodells der Teilchenphysik da. Während die elektrisch geladenen Leptonen durch ihre elektromagnetische Wechselwirkung einfach nachzuweisen sind, können die Neutrinos nur über die schwache Wechselwirkung nachgewiesen werden. Hierbei gibt es verschiedene Möglichkeiten: Einerseits über so genannte CC-Reaktionen, bei denen geladene Leptonen entstehen, oder über die NC-Reaktion, bei denen die Identität der Neutrinos erhalten bleibt.

Diese Prozesse sind im Rahmen des Standardmodells erklärbar und bis hierhin benötigen Neutrinos keine Ruhemasse. Seit wenigen Jahren gibt es Experimente, die eindeutig zeigen, dass Neutrinos eine von Null verschiedene Masse haben müssen. Dieser Nachweis gelang über so genannte Oszillationsexperimente. Dies sind Experimente, bei denen der Neutrinofluss in verschiedenen Abständen zu einer Neutrinoquelle gemessen wird. Eine Abweichung des gemessenen Flusses von der Erwartung kann im Rahmen von  $\nu$ -Oszillation durch die Umwandlung einzelner  $\nu$ -Flavourzustände untereinander erklärt werden. Diese Umwandlung kann jedoch von theoretischer Seite nur erklärt werden, wenn Neutrinos eine Masse haben.

Die Neutrinforschung ist daher seit ihren Ursprüngen bis heute durch ein enges Zusammenspiel von Experiment und Theorie geprägt.

Die Masse der Neutrinos hat ihrerseits Einfluss auf viele Bereiche der Physik, speziell auch auf die Astrophysik, da Neutrinos Bestandteil der sogenannten heißen dunklen Materie (HDM) im Universum sind. Um den Anteil der primordialen Neutrinos an der Gesamtenergiedichte des Universums zu bestimmen, muss die Masse der Neutrinos bekannt sein. Entsprechend ihrer Klassifizierung als HDM hat die Masse der Neutrinos einen charakteristischen Einfluss auf die Strukturbildung im Universum, insbesondere verschmieren massebehaftete Neutrinos kleinskalige Strukturen im Universum. So können durch Vergleiche von kosmologischen Modellen,

die die Strukturbildung im Universum simulieren, mit kosmologischen Beobachtungen (zum Beispiel der **Cosmic Microwave Background (CMB)** und des Lyman- $\alpha$ -Walds) Rückschlüsse auf die Neutrinomasse gezogen werden. Umgekehrt ist eine unabhängige Bestimmung der Neutrinomasse im Labor von großer Wichtigkeit für die Aufstellung korrekter kosmologischer Modelle.

Desweiteren spielen Neutrinos auch bei Kernkollaps-Supernova-Explosionen eine Schlüsselrolle, da diese ohne präzise Implementierung von Neutrinoeigenschaften nicht hinreichend genau modelliert werden können. Dementsprechend ermöglicht der Nachweis von Supernova-Neutrinos wichtige Rückschlüsse auf die Explosionsmechanismen von Kernkollaps-Supernovae.

Bereits diese einführenden Beispiele zeigen, dass es wichtig ist, die Neutrinomasse im Labor zu bestimmen. Ist dies mit hinreichender Präzision und statistischer Signifikanz erfolgt, kann bei vielen Modellen der Astroteilchenphysik die Menge der freien Parameter um die Neutrinomasse reduziert werden. In der Folge können dann verbliebene Parameter auf engere Bereiche beschränkt werden.

## 1.1 Postulat und Entdeckung der Neutrinos

Die Neutrinforschung ist eines der ersten Beispiele in der physikalischen Forschung, bei der von theoretischer Seite eine revolutionär neue Vorhersage gemacht werden musste, um experimentelle Ergebnisse erklären zu können. Ohne das Postulat von Pauli wären fundamentale Erhaltungssätze, wie Energie-, Impuls- und Drehimpulserhaltung beim Kern- $\beta$ -Zerfall verletzt gewesen, mit unabsehbaren Folgen für die als gültig anerkannten Naturgesetze. Zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurden an vielen Standorten Experimente mit radioaktiven Präparaten durchgeführt, die  $\beta$ -Strahlung emittierten. Untersucht wurde dabei insbesondere das Energie-Spektrum. Aus Experimenten mit Präparaten, die  $\alpha$ - und  $\gamma$ -Strahlung emittierten, war bereits bekannt, dass diese ein diskretes Linienspektrum aufwiesen, welches sehr gut mit dem Zweikörperzerfall erklärt werden konnte. Von den  $\beta$ -aktiven Elementen erwartete man daher keine grundlegenden Neuerungen. Jedoch sollte sich hier eine vollkommen neue Struktur aufzeigen, da die von Chadwick untersuchten Elemente kontinuierliche Spektren erzeugten. Derartige Spektren lassen sich mit einem Zweikörperzerfall nicht erklären, ohne die Energie-, Impuls-, und Drehimpulserhaltung zu verwerfen. Bei Chadwicks Experimenten mit  $\beta$ -aktiven Elementen konnten experimentell nur zwei Tochterteilchen beobachtet werden [Cha14]. Während die Energie- und Impulserhaltung noch mittels einer inneren Anregung der Tochterteilchen zu retten gewesen wäre - was damals als genauso unmöglich galt, da es gleich bedeutend mit einer inneren Struktur wäre - musste dies spätestens bei der Drehimpulserhaltung bei speziellen  $0^+0^+$ -Übergängen versagen. Es gab also zwei Möglichkeiten: das alte Modell auf der Basis so einer Zwei-Teilchen Reaktion:

$$n \rightarrow p + e^- + \text{Energie} \quad (1.1)$$

oder Paulis Weg der Postulation eines dritten Tochterteilchens:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e + \text{Energie} \quad (1.2)$$

Im Jahr 1930 wurde von Wolfgang Pauli dieser Weg zur Erklärung der kontinuierlichen Spektren, ohne Verletzung der Energie-, Impuls- oder Drehimpulserhaltung beschränkt [Pau30]. Ein beim  $\beta$ -Zerfall entstehendes drittes Teilchen war bis zum damaligen Zeitpunkt nicht entdeckt worden. Es musste also sehr schwer nachweisbar sein. Zunächst taufte Pauli das Teilchen "Neutron". Es gab gute Argumente dafür, dass das Teilchen elektrisch neutral sein musste: Zum einen sind geladene Teilchen sehr gut zu detektieren und zum anderen wäre sonst die Ladungserhaltung verletzt. Kurze Zeit später wurde ein neutrales Teilchen gefunden, das teilweise die Eigenschaften von Paulis Hypothese aufwies. Jedoch war es zu schwer (und unterlag der starken Wechselwirkung) und konnte damit nicht das gesuchte Neutron für den  $\beta$ -Zerfall

sein. Da Paulis postuliertes Teilchen viel leichter sein musste als das entdeckte Neutron, wurde von Fermi der heute gebräuchliche Name "Neutrino" vorgeschlagen.

Im Jahr 1934 veröffentlichte Fermi eine umfassende theoretische Beschreibung des Kern- $\beta$ -Zerfalls. Bereits damals zeigte er den möglichen Einfluss der Neutrinomasse auf die Form des Spektrums im Bereich des Endpunktes, das heißt genau jene spektrale Modifikation, die heute mit dem **KATRIN**-Experiment untersucht werden soll. [Fer34]

Der experimentelle Nachweis des Neutrinos gelang erst 1956 und brachte einem der beiden Projektleiter, Frederick Reines, den Nobelpreis ein. Das Experiment von Reines (und Cowan) erfolgte am Savannah River Site Reaktor in Georgia, USA. Dort waren optimale Bedingungen zu erwarten, um die Existenz des Neutrinos zu überprüfen. Die dem Experiment zugrunde liegende Nachweisreaktion basiert auf dem inversen  $\beta$ -Zerfall, das heißt auf der Reaktion eines Elektron-Anti-Neutrinos mit einem Proton zu einem Neutron und einem Positron:



Ein Kernreaktor musste daher zur Erzeugung hoher Flussdichten an Neutrinos verfügbar sein, da der erwartete Wirkungsquerschnitt nur in der Größenordnung von  $10^{-40} \text{ cm}^2$  lag. Die bei dem inversen Betazerfall frei werdenden Positronen annihilieren nach kurzer Zeit mit Elektronen und das parallel erzeugte Neutron wird nach seiner Moderation durch ein Kadmiumatom eingefangen. Das Kadmium lag hierbei in Lösung als Kadmiumchlorid vor. Die bei diesen Prozessen frei werdenden  $\gamma$ -Quanten zeigten eine charakteristische Zeit- und Energiestruktur, die einen eindeutigen Nachweis des inversen Betazerfalls ermöglichten. Mit diesem Versuch konnte ebenfalls das erste experimentelle Resultat zum Wirkungsquerschnitt von Neutrinos veröffentlicht werden. [RC56]

Die zweite Neutrinosorte, das Myonneutrino, wurde 1962 von Lederman, Schwartz und Steinberger durch die Identifikation der assoziierten Myonen nachgewiesen. Das Tau-Neutrino wurde schließlich 2000 durch das DONUT-Experiment am Fermilab nachgewiesen. [LBN]

## 1.2 Grundlegende Neutrinophysik

Im heutigen Standardmodell der Teilchenphysik werden die Elementarteilchen in drei Generationen unterteilt (siehe Tabelle 1.1). In einer weiteren Unterteilung werden Neutrinos den Leptonen zugeordnet, sind elektrisch neutral und, entsprechend ihrer Klassifikation als Lepton, im Vergleich zu den Hadronen leicht. Sie unterliegen nur der schwachen Wechselwirkung, woraus ein sehr kleiner Wirkungsquerschnitt folgt. Diese Eigenschaften machen den Neutrino-Nachweis schwierig. Bei Experimenten an Hochenergie-Teilchenbeschleunigern werden Neutrinos in einer kinematischen Rekonstruktion eines Streueereignisses durch fehlende Drehimpuls- und Impuls-Anteile nachgewiesen. Bei derartigen Untersuchungen kann die Neutrinomasse vernachlässigt werden. Daher untersuchen Experimente zur Bestimmung der Neutrinomasse gezielt das Energiespektrum von Elektronen, die bei  $\beta$ -Zerfällen frei werden. Die Bestimmung der Neutrinomasse erfolgt durch einen Fit einer theoretischen Modellfunktion an das gemessene Spektrum. Hierbei ist vor allem der spektrale Verlauf in der Nähe des  $\beta$ -Endpunkts entscheidend (siehe Kapitel 3.1).

Bei sehr hohen Neutrinoflüssen, beziehungsweise bei ultrahohen Energien, ist der direkte Nachweis von Neutrinos möglich. Diese können in Verbindung mit dem Targetmaterial CC-Reaktionen auslösen, die geladene Leptonen als Tochterpartikel hervorbringen (Gleichung 1.3). Diese geladenen Leptonen können gut detektiert werden. Ein Beispiel für die Ausnutzung von Kernreaktionen, bei denen Elemente durch den Einfluss der Neutrinos transmutiert werden, ist das Homestake-Experiment. Dieses von Ray Davis geleitete Projekt, war das erste Experiment, das

Tabelle 1.1: Leptonen und Quarks im Standardmodell der Teilchenphysik

Generation	geladenes Lepton		ungeladenes Lepton		Quarks			
1	Elektron	$e$	Elektron-Neutrino	$\nu_e$	Up	u	Down	d
2	Myon	$\mu$	Myon-Neutrino	$\nu_\mu$	Charm	c	Strange	s
3	Tau	$\tau$	Tau-Neutrino	$\nu_\tau$	Top	t	Bottom	b

eine direkte Bestimmung des Neutrinflusses von der Sonne ermöglichte. Hierfür wurde die neutrinoinduzierte Umwandlung von Chlor zu Argon untersucht:



Die gebildeten  ${}^{37}\text{Ar}$ -Atome zerfallen mit einer Halbwertszeit von 35 Tagen unter Elektroneneinfang. Die Herausforderung bestand nun darin, diese einzelnen Argon-Atome aus dem großen Detektorvolumen herauszufiltern, um dann die inverse Reaktion durch Augerelektronen detektieren zu können. Die größte Schwierigkeit lag hier in der niedrigen Ereignisrate von etwa einem Ereignis pro Woche.

Bei der genaueren Untersuchung von Leptonen hat sich gezeigt, dass beim Zerfall eines  $\pi^-$  immer ein  $\mu^-$  und ein Antineutrino  $\bar{\nu}_\mu$  entsteht,



während das  $\pi^+$  in ein  $\mu^+$  und ein Neutrino  $\nu$  zerfällt. Darauf basiert für Reaktionen, bei denen Leptonen beteiligt sind, das empirische "Gesetz" der Leptonenzahlerhaltung. Entsprechendes gilt auch für die drei Neutrinosorten, das heißt jede dieser Sorten ist mit dem entsprechenden geladenen Lepton assoziiert ( $e$ ,  $\mu$  und  $\tau$ ). Neutrinos einer bestimmten Sorte verursachen immer Reaktionen mit dem zugehörigen geladenen Lepton und umgekehrt.

Im Standardmodell lassen sich auf dieser empirischen Basis die meisten Prozesse beschreiben. Insbesondere ist es nicht notwendig, den Neutrinos eine Masse zuzuordnen. Erst in der Physik jenseits des Standardmodells wird die Masse der Neutrinos wichtig.

## 1.3 Neutrino-Physik jenseits des Standardmodells

Die Neutrino-Physik jenseits des Standardmodells ist primär die Physik massebehafteter Neutrinos. Seit mehr als einem Jahrzehnt haben zahlreiche Experimente gezeigt, dass Neutrinos eine Masse haben. Diese Neutrino-Oszillationsexperimente suchen nach periodischen Umwandlungen von Neutrinos der einen Sorte in eine andere. Hierbei ist von Relevanz, dass im Standardmodell den Sorten jeweils eine eigene Quantenzahl, die Flavourquantenzahl, zugeordnet ist. Beruhend auf dieser Quantenzahl geht man im Standardmodell von der Erhaltung des Flavours aus. Die beobachteten Übergänge vom einem zu einem anderen Flavourzustand, verletzen jedoch diese Flavourenerhaltung. Masse verleiht den Neutrinos also vollkommen neue Eigenschaften. Eine empirische Erhaltungsgröße, die für masselose Neutrinos streng erhalten ist, gilt für massebehaftete Neutrinos aufgrund von Propagationseffekten nicht mehr.

### 1.3.1 Neutrino-Oszillation

Unter dem Phänomen der Neutrinooszillation versteht man den periodischen Übergang von Neutrinos aus dem einen in einen anderen Flavourzustand. Experimentell konnte gezeigt werden, dass Neutrinos am Wechselwirkungsvertex der Flavourenerhaltung unterliegen. Dem gegenüber steht die experimentelle Beobachtung, dass es im Rahmen der Propagation von Neutrinos

zu einer Oszillation kommen kann, bei der ein ursprüngliches Elektron-Neutrino als Myon-Neutrino wechselwirken kann (und umgekehrt). Dies lässt direkte Rückschlüsse darauf zu, dass Neutrinos eine Ruhemasse haben müssen[[PRSZ09](#)]. Hierbei ist es erforderlich, die Entwicklung der Flavourzustände in Massen Eigenzuständen zu untersuchen:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum U_{\alpha,i} |\nu_i\rangle \quad (1.6)$$

wobei  $\alpha = e, \mu, \tau$  und  $i = 1, 2, 3$  ist. Die Flavourzustände sind also nicht die quantenmechanischen Eigenzustände der Neutrinos, sondern es sind die Massenzustände, die, während der Propagationsphase, die Eigenzustände des Systems bilden. Die Theorie einer solchen Mischungsmatrix wurde von B. Pontecorvo für den Übergang von Neutrinos zu Antineutrinos und von Maki, Nakagawa und Sakata für die Flavourmischung untersucht. Eine analoge Theorie existierte bereits für die Quarkmischung. Um die Neutrino-Oszillation beschreiben zu können, werden die Flavourzustände in der Basis der Masseneigenzustände zeitlich entwickelt:

$$|\nu_e(t)\rangle = \sum U_{\alpha,i} \cdot e^{-iE_{\nu_i}t/\hbar} |\nu_i\rangle \quad (1.7)$$

Da Neutrinos eine kleine Ruhemasse aufweisen, müssen sie bereits bei sehr geringen Energien als relativistische Teilchen betrachtet werden. Demzufolge gilt die relativistische Energie-Impuls-Beziehung:

$$E_{\nu_i} = \sqrt{p^2c^2 + m_{\nu_i}^2 c^4} \quad (1.8)$$

Die Entwicklung dieses Terms für  $\frac{m^2c^2}{p^2} \ll 1$  ergibt:

$$E_{\nu_i} \approx pc \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{m_{\nu_i}^2 c^2}{p^2} \right) \quad (1.9)$$

Für die weitere Rechnung wird die Energie des Gesamtzustandes festgehalten, wodurch sich aufgrund der Energie-Impuls-Beziehung und der verschiedenen Massen der Eigenzustände unterschiedliche Impulse ergeben. Die Übergangswahrscheinlichkeit  $P$  vom Flavourzustand  $\alpha$  in den Zustand  $\beta$  nach einer bestimmten Zeit  $t$  erhält man nach den Regeln der Quantenmechanik aus dem Skalarprodukt des zeitlich entwickelten Zustands mit dem nicht entwickelten Zustand.

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = \langle \nu_\alpha | \nu_\beta(t) \rangle \quad (1.10)$$

(Siehe Abbildung [1.1](#).)

Für den vereinfachten Fall einer Mischung von zwei statt dem allgemeinen Fall von drei Zuständen ergibt sich für  $\alpha = \beta$ :

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(t) = |U_{\alpha 1}|^2 + |U_{\alpha 2}|^2 + 2 \cdot |U_{\alpha 1}| \cdot |U_{\alpha 2}| \cos \left( \frac{1}{2} \frac{(m_{\nu_1}^2 - m_{\nu_2}^2) c^4}{\hbar pc^2} ct \right) \quad (1.11)$$

Mit der Abschätzung für die Flugdauer aus Flugstrecke  $t \approx L/c$ , ergibt sich die Oszillationslänge  $L_0$ , zu:

$$L_0 = 4\pi \frac{\hbar pc^2}{(m_{\nu_1}^2 - m_{\nu_2}^2) c^4} \quad (1.12)$$

In Abbildung [1.1](#) ist die Oszillationswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Flugstrecke, normiert auf  $L_0$ , zu sehen. Hierbei ist gut zu erkennen, dass bei sehr kurzen Strecken noch kein Oszillationseffekt zu beobachten ist und sich bei größeren Flugstrecken ein Übergang zur merklichen

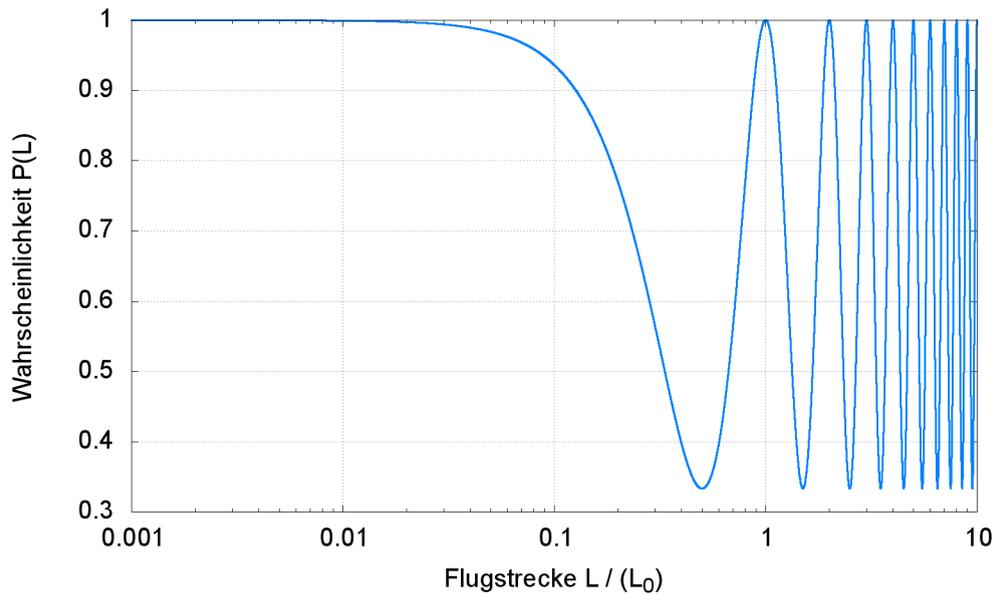


Abbildung 1.1: **Neutrinooszillation** Die Grafik zeigt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutrino in einem Zweizustandssystem nach einer bestimmten Flugstrecke noch als Neutrino des gleichen Flavours auftritt. Hierbei ist gut zu erkennen, dass zunächst auf kurzen Distanzen ( $x \ll L_0$ ) keine Oszillation zu beobachten ist. Im Bereich zwischen  $0,01$  und  $0,1 L_0$  ist dann eine Abnahme der Wahrscheinlichkeit festzustellen, den gleichen Flavour zu messen. Im Anschluss geht das Verhalten dann in die Oszillation zwischen den beiden Zuständen über.

Oszillation bemerkbar macht. Die Ergebnisse aus Experimenten mit lokalen Wechselwirkungen und Oszillationsexperimenten widersprechen sich daher nicht. Diese Kurve ist jedoch idealisiert und gilt nur für monoenergetische Neutrinos und Experimente mit optimaler  $L/E$ -Auflösung. In realen Experimenten wird durch Effekte wie die endliche Ausdehnung von Detektor und Quelle sowie die Energieverteilung der Neutrinos die Oszillation stark verschmiert und für hohe  $L/E$ -Werte dann in einen Mittelwert übergehen.

Die auf dem Neutrinofluss basierenden Experimente, die den Neutrinofluss in verschiedenen Abständen zu einer bekannten Neutrinoquelle messen, erlauben damit nur Rückschlüsse auf die Differenz der Massenquadrate der Masseneigenzustände. Im realen Falle von drei Flavours und drei Masseneigenzuständen kann dies kompliziert werden, da prinzipiell beliebige Mischungen auftauchen könnten. Jedoch scheint der Übergang von  $e$  zu  $\tau$  Neutrino stark unterdrückt zu sein. Hierdurch ergibt sich auf kurzen Strecken (wenige Oszillationslängen) ein quasi-entkoppeltes Zweizustandssystem ( $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  und  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ ).

### 1.3.2 Nachweis der Neutrino-Oszillation

Der erste experimentelle Nachweis der Neutrino-Oszillation gelang 1998 mit dem Experiment Super-Kamiokande. Das Experiment dient zur Untersuchung atmosphärischer Neutrinos und kann gleichzeitig  $\nu_e$  und  $\nu_\mu$  detektieren. Hierfür wird ein zylindrischer Tank mit 50 kt reinem Wasser, umgeben von 11200 Photomultipliern, verwendet. Um kosmische Strahlung abschirmen zu können, muss der Tank einen Kilometer unter der Erde installiert werden. Neutrinos sind durch diese Abschirmung fast unbeeinflusst. Atmosphärische Neutrinos können daher den Detektor aus allen Raumrichtungen erreichen. Ein sehr kleiner Prozentsatz dieser Neutrinos kann dann über CC-Wechselwirkungen nachgewiesen werden. Die dabei erzeugten geladenen

Leptonen sind sehr energiereich, so dass sie sich schneller als die Lichtgeschwindigkeit im Medium bewegen und hierdurch Tscherenkow-Licht emittieren. Dieses Licht wird von den Photomultipliern aufgefangen. Aus der topologischen Struktur der Photomultiplierdaten kann die Richtung des primären Neutrinos bestimmt werden, aber auch der Flavour des geladenen Leptons und damit auch der Flavour des primären Neutrinos. Hierbei zeigte sich, dass direkt von oben deutlich mehr  $\nu_\mu$  den Detektor erreichen als aus anderen Richtungen. Die Erklärung liegt in der Neutrino-Oszillation. Die Neutrinos, die direkt von oben kommen, haben eine viel kürzere Flugstrecke von ihrem Entstehungsort zurückzulegen als die Neutrinos, die aus anderen Richtungen stammen.

Somit war auch der Lösungsweg für ein älteres Problem, das Solare Neutrinoproblem, vorgegeben. Dieses steht in enger Relation mit dem Prozess zur Energiegewinnung in der Sonne aus der Kernfusion. Beim wichtigsten Prozess im Sonneninneren, bei dem Protonen zu Helium fusioniert werden, entstehen Positronen und Elektron-Neutrinos:



Die dabei frei werdende Energie kann aus dem Massendefekt präzise errechnet werden. Aus der Gesamtleistung der Sonne ergibt sich somit der Solare Neutrinofluss. Mehrere Experimente haben über einen Zeitraum von mehreren Jahrzehnten diesen Solaren Neutrinofluss überprüft, darunter die Projekte Homestake, Super-Kamiokande und GALLEX. All diese Experimente ergaben einen Wert für den Neutrinofluss, der nur einem Drittel bis einer Hälfte der Erwartung entsprach. Erst das Experiment SNO, welches auf alle drei  $\nu$ -Flavours sensitiv war, konnte dieses Problem endgültig lösen. Wurden die Neutrinoflüsse aller drei Flavours, im Rahmen von NC-Reaktionen, addiert, ergab sich ein mit der Theorie übereinstimmender Wert.

### 1.4 Neutrinos in der Astrophysik

In der Astrophysik gibt es viele Bereiche, in denen Neutrinos eine entscheidende Rolle spielen: vom Urknall bis hin zu Kernkollaps-Supernovae (SN1987a).

#### 1.4.1 Primordiale Neutrinos

Die im Urknall entstehenden Teilchen hatten sehr viel Energie und damit waren sehr viele Reaktionen der im Urknall gebildeten Teilchen möglich <sup>1</sup> Aufgrund der hohen Energiedichte waren zu Beginn alle Reaktionen im thermischen Gleichgewicht. Mit dem expandierenden Universum wurden die Teilchenenergien jedoch niedriger und gleichzeitig nahm die Dichte ab. Hierdurch wurden nach und nach einzelne Reaktionen unmöglich, da nicht mehr genug Energie zur Verfügung stand und auch die Wahrscheinlichkeit, einen passenden Reaktionspartner zu treffen, unwahrscheinlicher wurde. Diesen Vorgang nennt man heute "ausfrieren". Das Ausfrieren der schwachen Wechselwirkung - und damit von Neutrinos - fand bei einer Temperatur von  $T \approx 1\text{MeV}$  statt. Später folgten die Photonen, welche heute unter der Bezeichnung **CMB** bekannt sind.

Obwohl die Neutrinos und die Photonen des **CMB** zu unterschiedlichen Zeit ausgefroren sind, sollten ihre Temperaturen heute annähernd gleich sein. Ein Unterschied entsteht durch die Tatsache, dass Photonen zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal geheizt werden. Dieser Zeitpunkt war gegeben, als die Temperatur unter die Elektronenmasse fiel, wodurch Elektron-Positron-Paare schneller annihilieren als neu erzeugt wurden. Bei diesem Prozess wurden weitere Photonen erzeugt und heizten so die Photonen nach. Hierdurch liegt die Temperatur des **CMB** heute bei  $2,725\text{K}$ , während der Neutrinohintergrund bereits auf  $1,95\text{K}$  herunter gekühlt ist. Dies ist zu vergleichen mit der Masse der Neutrinos, die laut aktuellen Experimenten

---

<sup>1</sup> Derartige Energiedichten müssen heute in Teilchenbeschleunigern nachgestellt werden.

zwischen  $0,05 \text{ eV}$  und  $2$  bis  $2,3 \text{ eV}$  (für den schwersten Masseneigenzustand) liegt [PDG]. Die Temperatur des Neutrinohergrundes liegt aber lediglich bei  $16,8 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$ , das heißt weit unter der aktuellen Untergrenze für die Neutrinomasse. Zumindest der schwerste Masseneigenzustand der Primordialen Neutrinos sollte in der heutigen Epoche nicht mehr relativistisch sein. Simulationsrechnungen deuten darauf hin, dass sich noch immer ein Teil der primordialen Neutrinos ungebunden im Universum bewegt. Da sich die Zahl der Neutrinos aus den Modellen des Urknalls berechnen lässt und ihre Masse den größten Teil ihrer Gesamtenergie ausmacht, ist es wichtig, diese Masse zu bestimmen. In erster Ordnung ist heute nur die Neutrinomasse für den Beitrag der Neutrinos zur Gesamtenergiedichte des Universums ausschlaggebend.

Die Entwicklung von großräumigen Strukturen im Universum wird durch heiße (und damit relativistische) Neutrinos beeinflusst: durch das so genannte free-streaming werden feine Strukturen ausgewaschen. Damit gilt: je feiner strukturiert das Universum ist, umso leichter müssen die Neutrinos sein.

### 1.4.2 Supernovae und Neutrinos

Die Simulationen von Kernkollaps-Supernovae haben gezeigt, dass Neutrinos entscheidend mit dazu beitragen, dass ein massereicher Stern explodieren kann. Wie die Klasse der Kernkollaps-Supernovae überhaupt zur Explosion kommt, war lange Zeit unklar. Man konnte zwar beschreiben, ab wann der Kern zu kollabieren beginnt; jedoch blieb unverstanden, wie es die Schockfront schaffen kann, die äußeren Schichten des in sich zusammenstürzenden Sterns zu durchbrechen. Die Simulationen zeigten hierbei immer wieder, dass die Front zum Stillstand kommt, lange bevor sie die Oberfläche erreicht. Erst als ein Effekt berücksichtigt wurde, den man heute "Neutrinoheizen" nennt, kam es zur erfolgreichen Explosion. Dabei transportieren Neutrinos Energie aus dem Inneren des Kerns, wo sie bei der Neutronisierung der Materie und thermischer Prozesse entstehen, nach außen. Diese deponieren sie kurz hinter Stoßfront, wo die Materie sehr dicht und damit die Wahrscheinlichkeit für die Neutrinos, mit der Materie in Wechselwirkung zu treten, vergleichsweise groß ist. Die Schockfront erhält dadurch zusätzliche Energie, um die Oberfläche zu durchbrechen.

Derartige Kernkollaps-Supernovae emittieren über Neutrinos  $99\%$  ihrer Gesamtenergie. Der erste Nachweis eines derartigen Neutrinoblitzes wurde bei der Supernova 1987 A erbracht. Hierbei wurden gleichzeitig von mehreren Neutrinoobservatorien insgesamt etwa 20 Neutrinoereignisse detektiert. Der Nachweis erfolgte in einem Zeitintervall von  $10 \text{ s}$  circa 3 Stunden, bevor die SN 1987A im sichtbaren Bereich gesehen werden konnte. Aus Beobachtungen solcher Kernkollaps-Supernovae kann auch die Neutrinomasse abgeschätzt werden. Hierin gehen jedoch viele Annahmen über den Emissionsprozess und die ursprüngliche zeitliche Struktur ein. Die so gefundene Masse ist dementsprechend modellabhängig. Die Grundidee basiert auf der Erkenntnis, dass masselose Neutrinos den Stern mit Lichtgeschwindigkeit verlassen und damit die ursprüngliche zeitliche Struktur unverändert bleibt. Haben sie jedoch eine endliche Masse, dann ist ihre Geschwindigkeit abhängig von der jeweiligen Energie, und somit wird die zeitliche Struktur verändert, bis sie nach einer Flugstrecke von mehreren kpc den Detektor erreichen. Die aktuellen Limits aus der SN 1987 liegen bei einigen eV.

## 1.5 Bestimmung der Neutrinomasse im Labor

In Ergänzung zu den oben genannten astrophysikalischen Methoden, die alle modellabhängig sind, sind laborgestützte Experimente zur Bestimmung der Neutrinomasse notwendig. Diese Experimente nutzen den schwachen Zerfall des Neutrons. Das Neutron, bestehend aus zwei down-artigen und einem up-artigen Quark, zerfällt unter Emission eines virtuellen  $W^-$ -Bosons in ein Proton, bestehend aus einem down- und zwei up-Quarks. Das  $W^-$  zerfällt dann in ein  $e^-$  und ein  $\bar{\nu}_e$  (siehe Abbildung 1.2), entsprechend wird dies auch Beta-Minus-Zerfall genannt.

Und in analoger Weise wird beim Beta-Plus-Zerfall ein Proton in ein Neutron umgewandelt und ein Positron und ein Elektron-Neutrino emittiert. Im Unterschied zum Beta-Minus-Zerfall, bei dem freie Neutronen zerfallen können, ist ein Zerfall freier Protonen in Neutronen nicht möglich, da Protonen leichter als Neutronen sind.

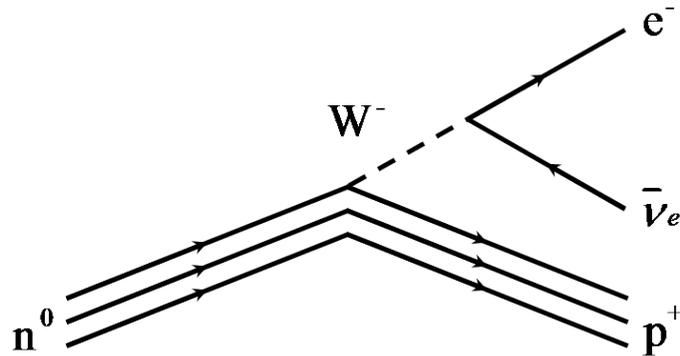


Abbildung 1.2: **Der Beta-Minus-Zerfall:** Dies ist das Feynmandiagramm für den Beta-Minus-Zerfall des freien Neutrons. Es wird unter Emission eines virtuellen  $W^-$  in ein Proton umgewandelt. Das  $W^-$  zerfällt dann in ein Elektron und Elektron-Anti-Neutrino.

Bei der Spektroskopie von Kern- $\beta$ -Zerfällen ist von herausgehobener Bedeutung, dass der Endpunkt des Energiespektrums der Elektronen möglichst niedrig ist, da sich erst im Bereich des Endpunktes die Neutrinomasse bemerkbar macht (siehe Kapitel 2.1). Von der Endpunktsenergie am besten geeignet ist  $^{187}\text{Re}$  mit  $E_0 \approx 2,5\text{keV}$ . Das Rhenium bei diesem Experimenttypus wird in Form von Kristallen gleichzeitig als Quelle und Detektor verwendet. Der Kristall wird auf eine Temperatur abgekühlt, die gerade am Übergang zwischen Supraleitung und Normalleitung eines aufgebrauchten Thermometers liegt. Hierdurch ist eine sehr präzise Temperaturmessung und damit Bestimmung der eingebrachten Energie möglich. Das Problem liegt in der niedrigen Ereignisrate:  $^{187}\text{Re}$  hat eine Halbwertszeit von  $4 \cdot 10^{10}\text{a}$ , was zu sehr geringen Ereignisraten in der Nähe des Endpunktes führt. Das Experiment Milano hat hierbei die beste Obergrenze derartiger Experimente für die Neutrinomasse, von  $m_{\nu_e} \leq 15\text{eV}$ , geliefert. Eine andere Gruppe von Experimenten untersucht den Zerfall von Tritium, dessen Endpunkt zwar deutlich höher bei  $E_0 \approx 18,6\text{keV}$  liegt, dafür aber durch die kurze Halbwertszeit von  $12,3\text{a}$  eine deutlich höhere Ereignisrate aufweist. Die Analyse des Endpunktspektrums ermöglicht daher einen sehr sensitiven Test von Neutrinomassen bis in den sub-eV Bereich. Die beiden bisher führenden Experimente waren die Tritium-Zerfalls-Experimente in Mainz und Troitsk. Sie haben gemeinsam eine Obergrenze für die Neutrinomasse von  $m_{\nu_e} \leq 2\text{eV}$  geliefert, womit sie ihre Sensitivitätsgrenze erreicht haben.

Um die Sensitivitätsgrenze weiter deutlich zu senken, wird derzeit von einer internationalen Kollaboration das Experiment **KATRIN** aufgebaut. Dieses Experiment der nächsten Generation wird es erlauben, die Neutrinomasse mit einer um eine Größenordnung besseren Sensitivität als bisher zu untersuchen.







## 2. Das KATRIN-Experiment

Das primäre wissenschaftliche Ziel des **KATRIN**-Experiments ist die Messung der Neutrinomasse mit einer Sensitivität von  $0,2\text{ eV}$  bei  $90\% \text{C.L.}$  [Ang05]. Hierfür wird, mit bisher unerreichter experimenteller Präzision, der Beta-Zerfall des Wasserstoffisotops Tritium,  ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}^+ + e^- + \bar{\nu}_e + \text{Energie}$ , untersucht.

Aus der Analyse des theoretischen Spektrums, welches sich von Fermis Goldener Regel aus der Phasenraumdichte ableitet, zeigt sich, dass die Neutrinomasse vor allem im Bereich des Endpunktes um  $18,6\text{ keV}$  einen deutlichen Einfluss auf die Form des Spektrum hat. Nur dort sind Neutrinos nicht relativistisch.

Die experimentellen Schwierigkeiten liegen vor allem in der relativ geringen Zählrate am Endpunkt (trotz der intrinsischer hohen Zählrate von Tritium) und in der erforderlichen Energieauflösung des Experiments. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, wird das Prinzip des **M**agnetic **A**diabatic **C**ollimation with an **E**lectrostatic **F**ilter (**MAC-E-Filter**) mit einer fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle kombiniert.

Die Erhöhung der Sensitivität eines Experiments nach dem Prinzip des **MAC-E-Filters** erfordert eine detaillierte Optimierung der Sensitivität und legt die Größe des Experiments fest. Da die Elektronen den Magnetfeldlinien folgen und die Auflösung direkt mit dem Verhältnis aus maximaler und minimaler Feldstärke korreliert ist, muss zum Beispiel bei konstanter Energieauflösung der Spektrometerquerschnitt im gleichen Maßstab skaliert werden wie der Durchmesser der Quelle. Eine weitere wichtige Designeinschränkung ergibt sich durch die Tatsache, dass die Erhöhung der Aktivität durch eine höhere Säulendichte nicht in beliebigem Umfang möglich ist, da bei zu großer Säulendichte inelastische Streuungen der  $\beta$ -Elektronen im Gas der Quelle das Spektrum zu stark verschmieren.

Hinzu kommen Anforderungen an die systematischen Unsicherheiten, wie Temperaturstabilität der Quelle und Stabilität der Hochspannung. Diese Effekte müssen so gering wie möglich gehalten werden, da die Schwankungen dieser wichtigen Systemparameter direkten Einfluss auf die Auflösung des Spektrometers haben.

### 2.1 Der Beta-Zerfall des Tritiums

Das **KATRIN**-Experiment untersucht den Beta-Zerfall des schweren Wasserstoffisotops Tritium. Dieses besteht aus einem Proton und zwei Neutronen und wird beim Zerfall in seinen

Spiegelkern  ${}^3\text{He}$  umgewandelt, wobei ein Elektron und Anti-Neutrino emittiert wird:



Das Ziel der experimentellen Untersuchung ist es, aus diesem Spektrum die Masse des  $\bar{\nu}_e$  zu bestimmen. Dafür muss zunächst die Theorie des Spektrums genau bekannt sein. Dessen grundlegende Form kann mittels Fermis Goldener Regel hergeleitet werden. Der Einfluss der Neutrinomasse auf das Spektrum kommt hierbei allein aus der Phasenraumdichte, es ergibt sich <sup>1</sup>:

$$\frac{d^2N(E)}{dE dt} = g_f(E) = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} \cos^2(\theta_C) |\mathcal{M}|^2 \times F(Z+1, E) \cdot p_e \cdot (E + m_e) \cdot (E_0 - E) \cdot \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2} \cdot \Theta(E_0 - E - m_\nu) \quad (2.2)$$

Hierbei bezeichnet  $G_F$  die Fermikopplungskonstante,  $\theta_C$  den Cabibbo-Mischungswinkel und  $|\mathcal{M}|^2 = 5,55$  entspricht dem Kernmatrixelement des Übergangs. Da es sich beim Zerfall von Tritium um den Übergang in einen Spiegelkern handelt, dessen intrinsische Kernstruktur recht einfach ist, kann dieser Wert präzise berechnet werden. Hinzu kommt, dass es sich entsprechend dem oben genannten um einen supererlaubten Übergang handelt, wodurch das Kernmatrixelement als energieunabhängig angenommen werden kann. Der Parameter  $F(Z+1, E)$  wird als Fermifunktion bezeichnet und beschreibt die Coulombwechselwirkung des Elektrons mit dem Tochterkern  ${}^3\text{He}$ .

$$F(2, E) = \frac{\beta(E)}{(1 - \exp(-\beta(E)))} \quad (2.3)$$

$$\beta(E) = \frac{4\pi\alpha}{\sqrt{2E/m_e}}$$

Die Fermifunktion hat im Bereich kleiner Elektronenergien einen starken Einfluss auf die Form des Spektrums, da sie entsprechend der Gleichung (2.3) divergiert (siehe Abbildung 2.1). In der Umgebung des Endpunktes kann sie jedoch als konstant angenommen werden. Die Heaviside-Verteilung  $\Theta(E_0 - E - m_\nu)$  stellt sicher, dass die Energieerhaltung gegeben ist. Als letzter kinematischer Parameter verbleibt der Impuls des Elektrons  $p_e$ , der sich aus der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung  $E = P_e^2 + m_e^2$  ergibt.

Die Neutrinomasse  $m_\nu$  geht hierbei nur quadratisch ein, ein Fakt, der später bei der Analyse von großer Wichtigkeit sein wird. Der Einfluss von  $m_\nu^2$  wird in Abbildung 2.2 und 2.3 veranschaulicht. Zunächst ist in Spektrum von Null bis  $E_0$ , Abbildung 2.2 kein Einfluss der Neutrinomasse auf die Form zu bemerken. Erst in Abbildung 2.3, die sich auf die letzten wenigen eV unterhalb von  $E_0$  beschränkt, ist der Einfluss von  $m_\nu^2$  zu erkennen. Die Neutrinomasse führt zu einem deutlichen Abknicken der Kurve vor dem Endpunkt und verschiebt damit die maximale Elektronenenergie um einen der Neutrinomasse entsprechenden Wert nach links.

Beim Experiment wird somit ausschließlich der schmale Bereich rund um den Endpunkt entscheidend sein, um eine Messung der Neutrinomasse durchführen zu können. Da die Fermifunktion im Bereich um den Endpunkt keinen Einfluss mehr auf die Form des Spektrums hat, kann sie für die Analyse der Neutrinomasse als konstant angenommen werden.

Aus den beiden Darstellungen wird beim Vergleich der differentiellen Zählraten ersichtlich, dass diese im Bereich des Endpunkts um sieben bis acht Größenordnungen unter der maximalen

<sup>1</sup>Was hier noch vernachlässigt wurde, ist die Verteilung der Endzustände des Tochtermoleküls, außerdem ist die Neutrinomasse eigentlich die Linearkombination aus den Masseneigenzuständen (1.3.1).

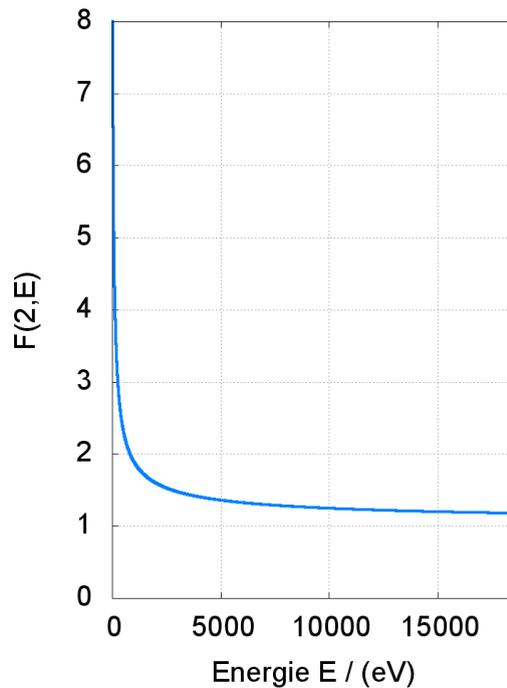


Abbildung 2.1: **Fermifunktion** für den Tochterkern  ${}^3\text{He}$  mit  $F(2,E)$ . Zwei wichtige Merkmale sind zu erkennen: Für Energie gegen 0 divergiert die Fermifunktion, während sie im Bereich hoher Energien fast konstant ist.

Rate liegen. Dies hat zur Folge, dass der größte Teil der Zerfälle keine Information über die Neutrinomasse liefert. Für **KATRIN** bedeutet dies, dass eine Quelle mit einer entsprechend hohen Aktivität benötigt wird, um eine hinreichende Statistik um  $E_0$  zu erhalten.

Werden alle Konstanten und die Fermifunktion in einem Vorfaktor zusammengefasst, vereinfacht sich der analytische Ausdruck für das Betaspektrum zu:

$$\begin{aligned} \frac{d^2N(E)}{dE dt} &= g(E) \\ &= A \cdot \sqrt{E^2 + 2m_e E} \cdot (E + m_e) \cdot (E_0 - E) \cdot \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2} \cdot \Theta(E_0 - E - m_\nu) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Aus Gleichung 2.4 sind die Anforderungen ableitbar, die erfüllt sein müssen, um die Neutrinomasse mit hoher Sensitivität messen zu können: eine möglichst niedrige Endpunktenergie  $E_0$ , möglichst hohe Aktivität und möglichst gute relative Auflösung  $\Delta E/E$ , da die Neutrinomasse nur im Bereich des Endpunktes einen ersichtlichen Einfluss auf die Form des Spektrums hat. Daher fiel die Wahl auf Tritium als  $\beta$ -Emitter, da es viele Vorteile in sich vereint:

- kurze Halbwertszeit ( $t_{1/2} = 12,3 \text{ a}$ )
- zweitniedrigste Endpunktenergie aller bekannten Beta-Strahler ( $E_0 = 18,6 \text{ keV}$ )
- einfache Elektronen-Konfiguration von Mutter- und Tochterkern ( ${}^3\text{He}^+$ )
- kleine Kernladung ( $Z=1$  für Tritium und  $Z=2$  für Helium)
- der Zerfall von Tritium ist ein übererlaubter Übergang

Diese Vorteile führen zu einer großen Statistik nach kurzer Messzeit und die Korrekturen durch das Kernmatrizelement sowie die Coulombwechselwirkung sind einfach zu berechnen. Dies ermöglicht die Bestimmung der Neutrinomasse rein auf der Basis der Kinematik des Zerfalls ohne weitere Modellannahmen.

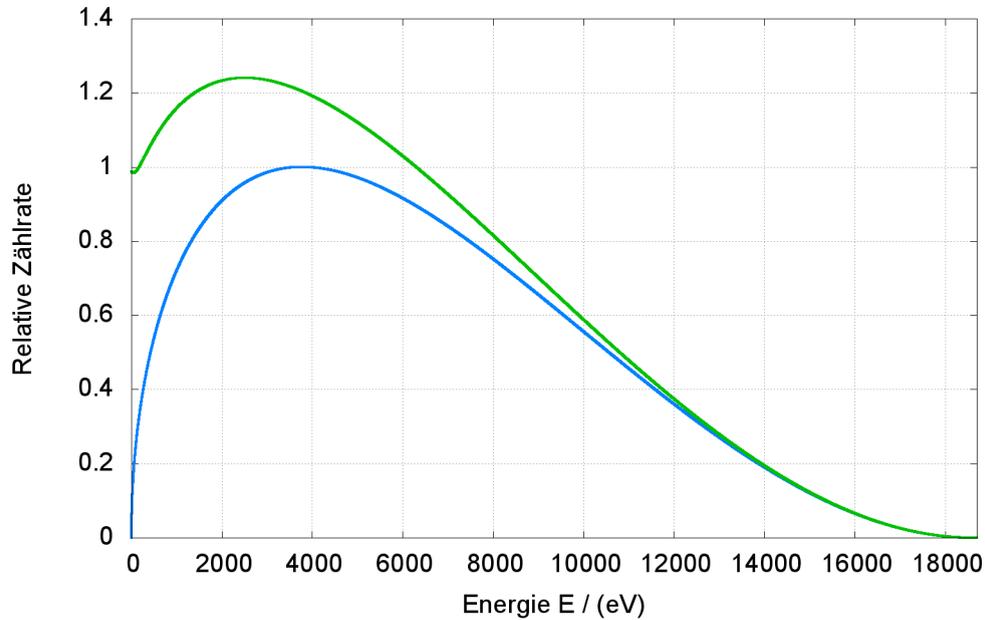


Abbildung 2.2: **Beta-Spektrum des Tritium-Zerfalls:** Das Diagramm zeigt das Spektrum mit und ohne Fermifunktion. Hierbei ist die signifikante spektrale Abweichung im Bereich niedriger Energien zu sehen, während am Endpunkt kein Unterschied erkennbar ist.

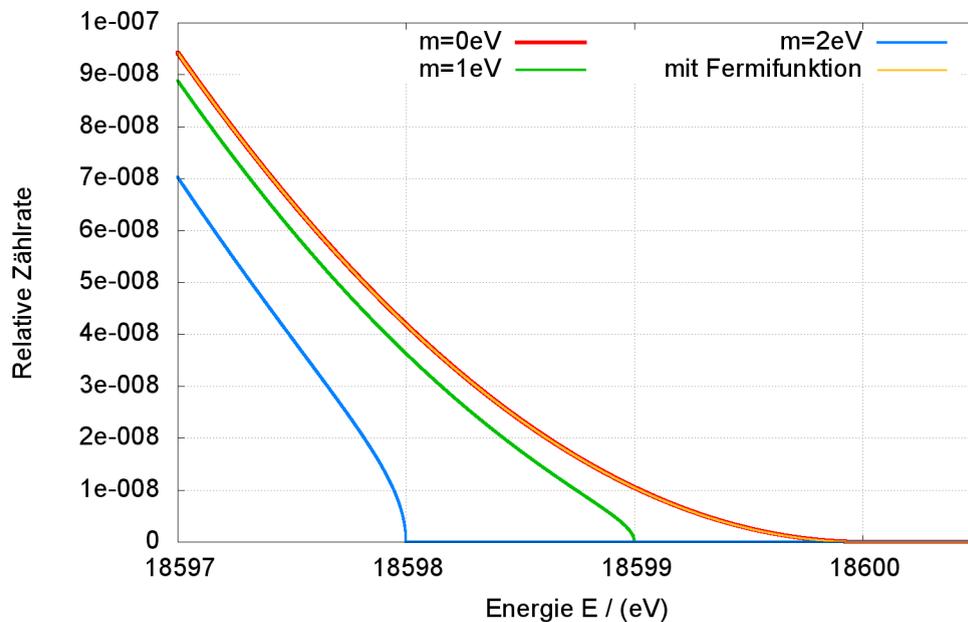


Abbildung 2.3: **Beta-Spektrum des Tritium-Zerfalls (Endpunkt)** Zu sehen ist das theoretische Energiespektrum rund um den Endpunkt der Elektronen bei einer angenommenen Endpunktsenergie von 18600keV und Neutrinomassen (von rechts nach links) 0 eV, 1 eV und 2 eV.

## 2.2 Aufbau von KATRIN

Das Spektrometer zu  $\beta$ -Spektroskopie muss eine hohe Auflösung bei gleichzeitiger Akzeptanz einer hohen Luminosität aufweisen. Beide Anforderungen werden in idealer Weise durch einen **MAC-E-Filter** erfüllt.

### 2.2.1 MAC-E-Filter

Der Begriff MAC-E-Filter steht für **M**agnetic **A**diabatic **C**ollimation combined with an **E**lectrostatic Filter [BPT80]. Das Prinzip eines **MAC-E-Filter**s wurde bereits erfolgreich bei den Experimenten in Mainz [Kra04] und Troitsk [Lob99] angewandt. Die Wirkungsweise des **MAC-E-Filter**s entspricht einem energetischen Hochpassfilter. Ein solcher Filter integriert idealerweise das Spektrum ab einer unteren Grenzergie (Retardierungsenergie)  $E_R = -q \cdot U_R$ . Die Transmissionsfunktion würde, in diesem idealisierten Fall, exakt einer Heaviside-Distribution entsprechen.

Modifikationen ergeben sich für den Fall, dass bei der Erzeugung der Elektronen die ursprünglichen Impulse nicht parallel sind. Im Falle einer gasförmigen Tritiumquelle sind diese isotrop verteilt. Elektrostatische Filter filtern jedoch die Elektronen anhand des Anteils des Impulses, der parallel zu den Feldlinien (das heißt in longitudinaler Richtung) verläuft. Daher müssen die Impulse der Elektronen entsprechend der Feldlinien ausgerichtet werden. Hierbei darf jedoch die Energie der Elektronen nicht durch Adiabasieverletzungen modifiziert werden.

Daher werden beim MAC-E-Filter Magnetfelder und elektrische Felder kombiniert (siehe Abbildung 2.4). Die Parallelisierung der Impulse hin zu den Feldlinien geschieht über die Gradientenkraft der inhomogenen Magnetfelder. Diese werden durch zwei supraleitende Magnete rechts und links vom Spektrometervolumen erzeugt. Der erste Solenoid ist auf der Quell-Seite (links) und der zweite auf der Detektor-Seite (rechts). Die Feldlinien führen vom ersten Magneten weg und fächern bis zur Analysierebene auf. In der Mitte zwischen beiden Magneten ist die Feldstärke um mehrere Größenordnungen abgefallen. Von dort laufen sie wieder zusammen, bis sie den zweiten Magneten erreichen. Die Elektronen folgen hierbei den Feldlinien auf spiralförmigen Zyklotronbahnen. Aufgrund des Magnetfeldgradienten wirkt ein konstantes Moment auf die Elektronen, wodurch ihr Impuls ausgerichtet wird. Je besser diese Ausrichtung funktioniert, umso besser ist auch das Auflösungsvermögen. Dieses ergibt sich aus den Transmissionseigenschaften des Spektrometers. Ein ideales Spektrometer selektiert nach einem fest definierten Schwellenwert. Da ein kleiner Teil der Energie auch in der Analysierebene noch in transversalem Impuls vorliegt und dieser Anteil abhängig vom Startwinkel ist, wird dieser scharfe Schwellenwert verschmiert. Dieser Bereich, in dem Elektronen in Abhängigkeit von ihrer Energie nicht mit 100% Wahrscheinlichkeit transmittiert oder reflektiert werden, ergibt die "Auflösung" beziehungsweise die Breite der Transmissionsfunktion. Das magnetische Moment ( $\mu$ ) der Elektronen ist eine adiabatische Erhaltungsgröße und errechnet sich aus dem Anteil der transversalen kinetischen Energie ( $E_{\perp}$ ), in Relation zum Feld ( $B$ ).

$$\mu = \frac{E_{\perp}}{B} = \text{const.} \quad (2.5)$$

In der Analysierebene ist damit die kinetische Energie fast vollständig parallel zu den Feldlinien ausgerichtet. Das Auflösungsvermögen ergibt sich dann aus der obigen Gleichung zu:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_A}{B_{max}} \quad (2.6)$$

Entscheidend für die Auflösung ist damit das Verhältnis vom maximalem zum minimalen Magnetfeld. Da die Elektronen den Feldlinien folgen, dürfen die Feldlinien die Tankwände nicht berühren. In diesem Zusammenhang wird auch vom transmittierten Flussschlauch gesprochen, der all jene Feldlinien umfasst, die direkt von der Quelle bis zum Detektor führen. Da der magnetische Fluss konstant ist, wird durch das Verhältnis des Spektrometer-Querschnitts und

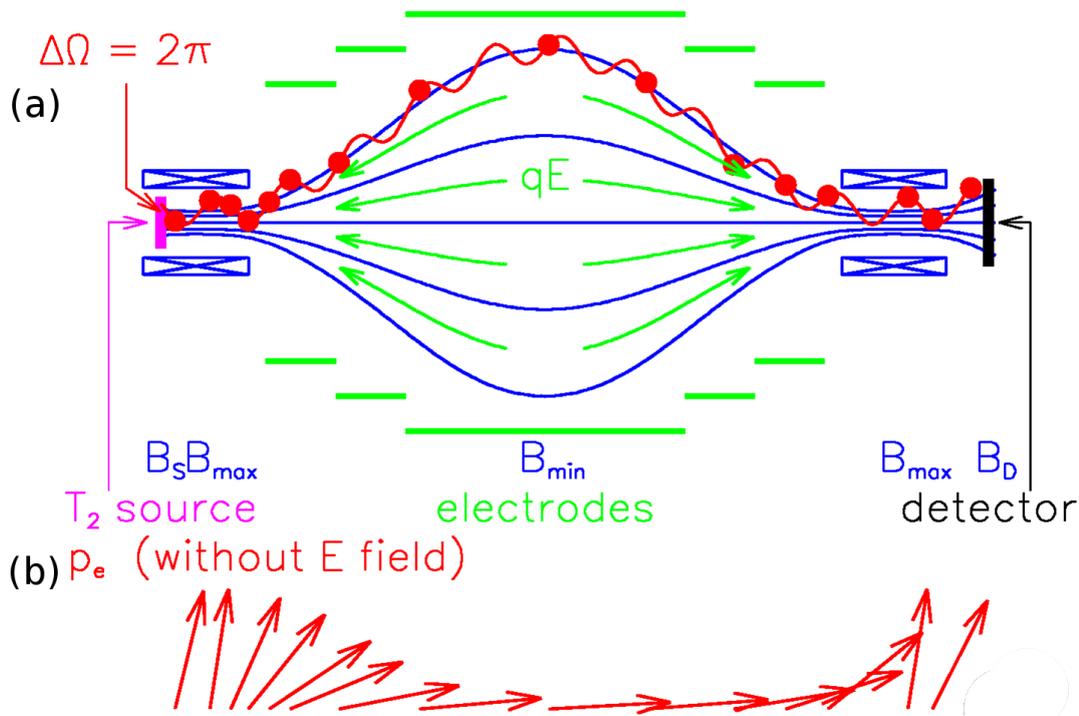


Abbildung 2.4: **Prinzip Skizze des MAC-E-Filter**(a) Grün: Elektrode und elektrische Felder. Blau: Solenoid-Magnete und Magnetfelder. Rot: Schematische Zyklotron-Bahn eines Elektrons entlang einer Feldlinie. (b) Ausrichtung des Impulses eines Elektrons beim Passieren des Filters.

des Quellquerschnitts direkt die gewünschte Auflösung fixiert. Das elektrostatische Retardierungsfeld reduziert, bei Annäherung an die Analysierebene, den Impuls-Anteil parallel zu den Feldlinien. In der Analysierebene ist fast der gesamte Restimpuls parallel zu den Feldlinien ausgerichtet. Damit kann dieser bis auf einen kleinen Rest, der noch in  $E_{\perp}$  steckt, durch die Analysierebene untersucht werden. Bei KATRIN wird die Breite der Transmissionsfunktion für Elektronen bei einer Energie von rund 18,6 keV etwa 0,93 eV betragen. Dies entspricht einem Magnetfeldverhältnis von 1:20000 und induziert ein entsprechendes Verhältnis von maximalem zu minimalem Querschnitt des Flussschlauchs. Bei einer maximalen Feldstärke von 6 T am Ausgang des Spektrometers (pinch Magnet) ergibt dies eine Feldstärke von 0,3 mT in der Analysierebene.

Die Herausforderung bei KATRIN ist nun, diese theoretisch sehr gut verstandenen Prinzipien umzusetzen und messtechnisch präzise zu erfassen. Insbesondere muss die sehr gute Energieauflösung  $\Delta E < 1 \text{ eV}$  ([Ang05]) mit einer Quelle hoher und konstanter Aktivität kombiniert werden.

### 2.2.2 Quellbereich

Die Quelle muss einen wohldefinierten Bereich umfassen, in dem Elektronen aus dem Beta-Zerfall des Tritium unter konstanten Randbedingungen erzeugt werden und wohldefiniert an das Spektrometer übergeben werden. Parallel hierzu müssen das Tritium und seine molekularen und atomaren Zerfallsprodukte vom Spektrometer fern gehalten werden. Dies wird bei KATRIN durch die Systemkomponente Fensterlose gasförmige Tritiumquelle, von **Windowless Gaseous Tritium Source (WGTS)**, Differentielle Pumpstrecke, von **Differential Pumping Section (DPS)** und die Kryogene Pumpstrecke, von **Cryogenic Pumping Section (CPS)** bewerkstelligt.

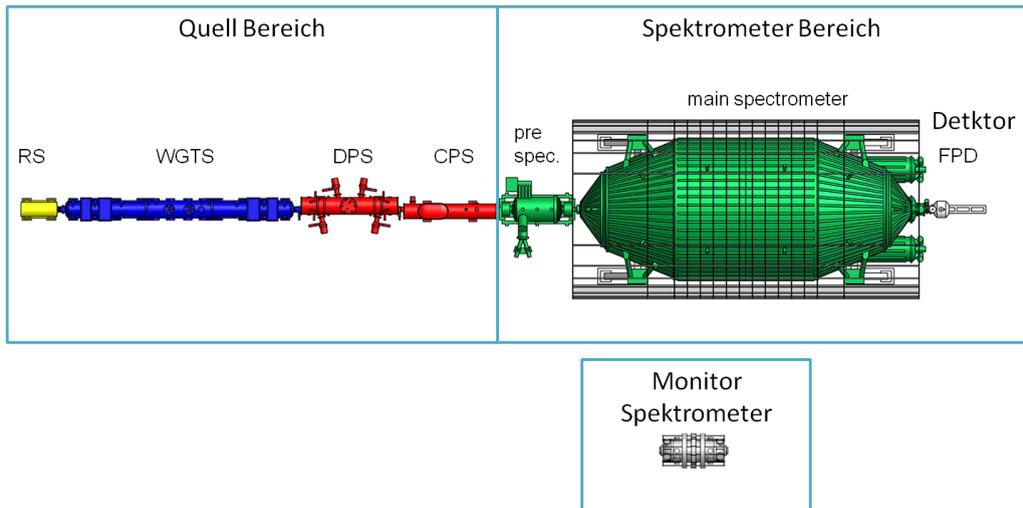


Abbildung 2.5: **Gesamtaufbau von KATRIN** Die Abbildung zeigt den Gesamtaufbau der wichtigsten Komponenten von KATRIN. Links ist die WGTS, die direkt an die DPS und CPS anschließt. Danach kommt das Vor- und das Hauptspektrometer. Die Aufgabe des Monitorspektrometers wird noch in Kapitel 4 besprochen.

## WGTS

Die **WGTS** besteht aus einem 10 m langen Strahlrohr, in dessen Mitte über feine Kanäle das gasförmige Tritium höchster Reinheit, bei  $T = 27\text{ K}$ , eingebracht wird. Das Tritium diffundiert dann entlang des Strahlrohrs zu den beiden Enden. Dort wird das Gasgemisch gemeinsam mit seinen Zerfallsprodukten durch **Turbomolekularpumpe (TMP)** abgepumpt. Hierdurch entsteht ein Fließgleichgewicht des Tritiums in der **WGTS**. Man spricht genauer von der Quellsäulendichte  $\rho \cdot d$  des Tritiums, die sich aus der entlang des Flusschlauchs integrierten Dichte ergibt. Die Aktivität der Quelle ist damit in erster Ordnung proportional zur Quellsäulendichte. In der Realität müssen jedoch inelastische Streuprozesse berücksichtigt werden. Deshalb lässt sich die Quelle nicht beliebig durch eine Erhöhung der Quellsäulendichte skalieren, da dann Selbstabsorption einsetzt. Eine weitere wichtige Anforderung an die **WGTS** ist die Spannungsstabilität, da die Retardierungsspannung und damit die Retardierungsenergie des Spektrometers über die Potentialdifferenz zwischen Analysierebene und **WGTS** definiert wird:

$$\begin{aligned} U_R &= U_A - U_Q \\ E_R &= q \cdot U_R \end{aligned} \quad (2.7)$$

Derzeit sind zwei generische Methoden zum Verfahren der Retardierungsspannung geplant. Die eine basiert darauf, die Analysierspannung  $U_A$  zu verfahren. Die andere Methode erreicht dies durch Variation der Quellspannung  $U_Q$ . Die **WGTS** muss entsprechend ausgelegt sein, um auf Spannung gelegt zu werden und auch bei diesem Modus stabil gehalten zu werden (siehe auch Kapitel 4).

Weitere grundlegende Anforderungen ergeben sich an die Temperatur. Zum einen muss die Temperatur möglichst niedrig bei  $T = 27\text{ K}$  gehalten werden, um das Verschmieren des Spektrums aufgrund der Dopplerverbreiterung durch die thermische Bewegung der  $T_2$ -Moleküle klein zu halten. Zum anderen muss die Stabilität der Temperatur bei  $\Delta T = 30\text{ mK}$  liegen, weil die Säulendichte  $\rho d$  über den Druck direkt mit der Temperatur verknüpft ist, und Schwankungen der Säulendichte zum einen eine Ratenvariation implizieren und zum anderen auch die Streuwahrscheinlichkeiten im Gas verändern. Damit haben  $\rho \cdot d$ -Variationen starken Einfluss auf die Transmissionsfunktion [Sch08](siehe Kapitel 3).

Da die Tritiummoleküle daran gehindert werden müssen, den Spektrometertank zu erreichen, wird im nachfolgenden DPS-Bereich ein großer Teil mit Turbomolekularpumpen abgepumpt und in den inneren Tritiumkreislauf zurückgeführt. Dort wird der Nicht-Tritium-Anteil abge-sondert und das gereinigte Tritiumgas wieder zum Einlasspunkt der **WGTS** geleitet. Um die Isotopenreinheit zu überwachen, durchläuft das Gas eine Laser-Raman-Spektroskopie-Einheit. Dies ist wichtig, um konstante Bedingungen für das Durchscannen des Spektrums gewährleisten zu können. Die Elektronen, die beim Zerfall des Tritium innerhalb der **WGTS** frei werden, werden durch Magnetfelder entweder zur Rearsection oder zur **DPS** weitergeleitet. Die magnetischen Führungsfelder werden durch supraleitende Solenoide mit einer Feldstärke von 3,6 T bis 5,6 T, erzeugt. Der Akzeptanzwinkel zur Führung von Elektronen aus der Quelle zum Spektrometer beträgt daher maximal  $2\pi$  und wird durch den Pinchmagneten weiter modifiziert.

### DPS und CPS

Die **DPS** und **CPS** bestehen aus einer Strahlrohrführung, die jeweils an vier Stellen abgewinkelt ist. Dies ist wichtig, damit das Gas nicht auf einer direkten Linie zum Spektrometer gelangen kann. Der Druck ist hier so niedrig, dass die mittlere freie Weglänge weit größer ist als die typischen Abmessungen der Strahlrohrführung. An diesen Stellen wird der größte Teil der Pumpleistung erbracht, da das Gas an die Wände stößt und reflektiert wird. In der **DPS** erfolgt dies durch Turbomolekularpumpen, in der **CPS** durch Anfrieren (Kryosorption) am Argonschnee auf der inneren Oberfläche des Strahlrohrs. Auf diese Weise wird der Gasfluss des Tritiums vom Einlass in der Quelle bis zum Erreichen des Spektrometerbereichs um 14 Größenordnungen reduziert.

Zusammen bilden **DPS** und **CPS** die Transportstrecke. Ihre Aufgabe beschränkt sich aber nicht nur auf das Fernhalten des Tritiumgases vom Spektrometer, sondern beinhaltet auch die Führung der Elektronen zum Spektrometer mittels magnetischer Felder.

Die **CPS** ist im Wesentlichen eine Adsorptionspumpe, welche durch flüssiges Helium auf 3 bis 5 K gekühlt wird. Auf die Oberfläche der **CPS** aufgefrorenes Argon erhöht die effektive, für die Adsorption der Tritiummoleküle zur Verfügung stehende Fläche und verbessert so die Pumpleistung. Die Funktionsweise der **CPS** macht es notwendig, diese Pumpe regelmäßig zu regenerieren. Diese periodisch erforderliche Regeneration mit warmem Heliumgas ist dafür verantwortlich, dass ein Messzyklus maximal 60 Tage dauert, denn nach diesem Zeitraum beträgt die Aktivität des Tritium in der CPS etwa 1 Ci, was einer Untergrunderhöhung von 1 mHz entspricht.

### 2.2.3 Spektrometer- und Detektorbereich

Der Spektrometerbereich von **KATRIN** ist, wie oben erwähnt, nach dem Prinzip des MAC-E-Filters aufgebaut. Eine Besonderheit ergibt sich aus der Tatsache, dass zwei derartige Spektrometer hintereinander geschaltet werden: das Vor- und das Hauptspektrometer. Das Vorspektrometer hat die Aufgabe, den Untergrund weiter zu reduzieren. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten, die kombiniert werden können. Zum einen dient es als zusätzliche Pumpstrecke für das Tritiumgas durch weitere **TMP** und Getterpumpen. Zum anderen reduziert es den Elektronenfluss im Hauptspektrometer, indem es selbst auf eine Spannung unterhalb der Analysierspannung gelegt werden kann. Dadurch wird der größte Teil der Elektronen bereits hier reflektiert.

Das Hauptspektrometer ist für die endgültige Selektion der Elektronen mit hoher Auflösung zuständig. Es legt damit maßgeblich die Qualität des gemessenen Spektrums fest. Daher gelten hier, wie bei der Quelle, die höchsten Anforderungen an die Spannungsstabilität. Dies impliziert im vorliegenden Fall bei einer maximal möglichen Spannung von 35 kV eine geforderte Stabilität von weniger als 1 ppm. Im Hinblick auf eine experimentelle Konfiguration aus 46 einzeln abstufbaren Elektroden zur Erzeugung und Feinabstimmung des elektrischen Potentials

im Spektrometer erfordert dieses Designkriterium einen enormen Aufwand bei der Spannungsstabilisierung und -erzeugung (siehe Kapitel 4).

Nach der Transmission durch das Vor- und das Hauptspektrometer gelangen die Elektronen in den Detektorbereich. Hier werden sie durch weitere Solenoid-Magnete geführt, bis sie den Fokalebenendetektor erreichen. Dieser besteht aus einer segmentierten Si-PIN-Diode mit hoher Energieauflösung und niedrigem Untergrund. Für die  $\beta$ -Spektroskopie ist jedoch in erster Linie nicht die Energieauflösung des Detektors entscheidend, sondern allein die Auflösung und Spannungsstabilität des Hauptspektrometers. Vom Detektor wird nur das Signal für das Eintreffen eines Elektrons ausgewertet. Insofern ergibt erst die Kombination der Daten von Retardierungsspannung und Detektor das Spektrum.

### 2.3 Systematik und Neutrinomasse

Um die Neutrinomasse mit hoher Sensitivität bestimmen zu können, ist eine hohe Statistik notwendig. Aus den Zerfallsraten und dem sehr kleinen Anteil an Elektronen im Bereich nahe am Endpunktes (siehe Abbildungen 2.2 und 2.3) ergibt sich eine Messzeit von mindestens drei Jahren zum Erreichen der Designsensitivität von 0,2 eV. Die systematischen Fehler müssen kontrolliert und dafür Sorge getragen werden, dass das Driften oder Schwankungen von Messparametern über die gesamte Messzeit oder zumindest über einen Messzyklus vermieden werden oder bekannt sind.

Das primäre Ziel dieser Arbeit ist es zunächst, die Auswirkungen von Hochspannungsschwankungen auf die Messung der Neutrinomasse abzuschätzen, um auf einer fundierten Grundlage die Anforderungen an die Hochspannungserzeugung und -stabilisierung vorgeben zu können.

Aus diesen Analysen folgt, welcher Aufwand bei der technischen Implementierung betrieben werden muss. Basierend auf diesen Ergebnissen sollen dann Schema und Prinzip der Hochspannung ausgearbeitet werden (siehe Kapitel 4).

Erste Testmessungen von einzelnen Komponenten und Systemen zeigen bereits, dass die Stabilisierung auf dem geforderten Niveau prinzipiell möglich ist, auch wenn hier in verschiedenen Detailbereichen noch zusätzliche Arbeit zu leisten ist (Kapitel 5).

Am Ende der Arbeit soll ein Ausblick auf die notwendigen weiteren Arbeitsschritte am Hauptspektrometer gegeben werden. Diese Aufgaben umfassen die Kalibration und Skalierung der Hochspannungssysteme und insbesondere Testmessungen zur Überprüfung der theoretischen Zusammenhänge zwischen der Spannungsstabilität und Transmissionsfunktion des Spektrometers.



### 3. Einfluss der Hochspannungsstabilisierung auf die Messung der Neutrinomasse

Um den Einfluss der systematischen Effekte beim Betrieb der Hochspannung zur Erzeugung des Retardierungspotentials am Hauptspektrometer auf die Neutrinomasse abzuschätzen, muss das Messprinzip genauer betrachtet werden. In der **WGTS** zerfällt Tritium  ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}^+ + e^- + \bar{\nu}_e + \text{Energie}$ . Die Elektronen werden von dort adiabatisch bis ins Spektrometer transportiert und in der Analysierebene nach ihrer Energie selektiert. Im einfachsten Fall werden alle Elektronen mit einer Energie über der Retardierungsenergie  $E_R$  zum Detektor transmittiert. Diese Energie entspricht gerade  $E_R = U_R \cdot q$ , also dem Produkt aus eingestellter Hochspannung und der Ladung des Elektrons. Das gemessene Spektrum entspricht daher der Faltung der Transmissionsfunktion mit dem ursprünglichen Energiespektrum der Elektronen.

Dementsprechend existieren zwei grundlegende Arten einer Störung: Entweder erfolgt diese über eine Variation der Transmissionsfunktion oder über eine Variation der Elektronenenergie, was einer Verschmierung des Spektrums entspricht. Im **KATRIN**-Experiment erzeugen thermische Fluktuationen in der Quelle eine Verschmierung des Spektrums, während Hochspannungsschwankungen Einfluss auf die Transmissionsfunktion haben. Hinzu kommen systematische Effekte durch die prinzipielle Funktionsweise des **MAC-E-Filters**, dessen maximale Auflösung durch das Verhältnis von minimalem zu maximalem Magnetfeld bestimmt wird. Hierdurch ist die Breite der Transmissionsfunktion nicht beliebig klein, sondern beträgt bei **KATRIN**, für Elektronen einer Energie um 18,8 keV, 0,93 eV. In diesem Kapitel wird für den Fall einer idealen Transmissionsfunktion der Einfluss der Hochspannung auf das integrierte Spektrum und auf die Messung der Neutrinomasse untersucht.

Wichtig sind in diesem Zusammenhang das Studium des Einflusses von bestimmten Arten von Störungen und ihre Charakterisierung. Man kann diese unterteilen in konstante Verschiebungen in der Energiekalibration, statistische Störungen, die mit einer gaußförmigen Wahrscheinlichkeitsverteilung unterliegen und Störungen mit einer zeitlich klaren Struktur, wie zum Beispiel im Fall einer periodischen Restwelligkeit der Hochspannung in Form einer sinusförmigen Störung. Eine der wesentlichen Fragestellungen hierbei ist, inwieweit die Form der Störung einen Einfluss auf die Observablen bei **KATRIN** besitzt.

Dies soll exemplarisch am Beispiel einer gaußverteilten und einer sinusförmigen Störung der Hochspannung gezeigt werden. Hierfür müssen zunächst entsprechende Spektren erzeugt werden. In einem zweiten Schritt werden die Parameter der Modellfunktion so angepasst, bis sie

das Spektrum möglichst gut beschreiben. Die in die Monte-Carlo-Simulation eingegebenen Parameter, insbesondere die Observablen Neutrinomassenquadrate, werden dann mit den Werten aus dem Fit verglichen. Das Ziel dabei ist die Suche nach einer Relation zwischen der ursprünglichen und gemessenen Neutrinomasse und der applizierten Störung.

### 3.1 Vergleich verschiedener Spektraler Formen

Die Analyse zur Extraktion der Neutrinomasse ist in erster Linie fokussiert auf den Bereich des Spektrums nahe am  $\beta$ -Endpunkt. In Abbildung 3.1 und 3.2 wird daher nochmals das Spektrum mit Fermifunktion im Vergleich zum Spektrum ohne gezeigt (siehe Kapitel 2.1). Hinzu kommt ein genähertes Spektrum  $g_s$ , das nahe am Endpunkt hinreichend gut mit den beiden anderen übereinstimmt.

Während in Abbildung 3.1 kein Einfluss unterschiedlicher Neutrinomassen auf die Form der Spektren zu erkennen ist, sieht man in Abbildung 3.2 sehr deutlich die Auswirkung der Neutrinomasse.

Es ist also sinnvoll, eine vereinfachte Form des Spektrums zu verwenden, um den Einfluss von Störungen zu analysieren. Daher wird nachfolgend zur Parametrisierung die Darstellung ohne Fermifunktion verwendet:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N(E)}{dE dt} &= g(E) \\ &= A \cdot \sqrt{E^2 + 2m_e E} \cdot (E + m_e) \cdot (E_0 - E) \cdot \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2} \cdot \Theta(E_0 - E - m_\nu) \end{aligned} \quad (3.1)$$

In einer weiter vereinfachten Form des Spektrums ergibt sich:

$$\frac{d^2 N}{dE dt} = g_s := a \cdot (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2} \cdot \Theta(E_0 - E - m_\nu) \quad (3.2)$$

Für die endgültige Analyse der KATRIN-Daten werden verschieden breite Auswertintervalle um den Endpunkt  $E_0$  untersucht. Das größte Intervall liegt bis 50eV unterhalb von  $E_0$ , hier kann besonders gut der Endpunkt des Spektrums bestimmt werden, während kleinere Intervalle bis 5eV besonders gut geeignet sind, um den Einfluss der Neutrinomasse zu verdeutlichen. Diese haben jedoch bei der späteren Analyse das Problem, dass sie sehr stark vom Untergrund überlagert werden. Die Analysen in dieser Arbeit beschränken sich daher auf einen mittleren Bereich von 20eV. In diesem Bereich kann auch die analytische Untersuchung des Spektrums deutlich vereinfacht werden.

In Abbildung 3.2 wird auch ein Spektrum mit negativen  $m_\nu^2$  gezeigt, das zwar einem unphysikalischen Wert entspricht, aber als effektiver Fitparameter zugelassen werden muss. Da die  $\nu$ -Masse einem sehr kleinen Wert annehmen kann, muss dies in den Analyse-Algorithmen berücksichtigt werden. Bei der Anpassung eines Wertes, der physikalisch positiv definit ist, müssen negative Bereiche in die Analyse mit einbezogen werden. Eine Beschränkung auf  $m_\nu \geq 0$  würde zu einer Verfälschung der Ergebnisse führen. Bei einer großen Zahl von aufgenommenen Spektren und Analysen müssen, bei einem tatsächlichen Wert von 0, die Ergebnisse um diesen Wert gestreut sein. Der Mittelwert sollte dann sehr nahe an der physikalischen Größe liegen. Wird nun jedoch der negative Bereich von vornherein ausgeschlossen, verschiebt sich hierdurch der Wert weiter ins Positive.

Wenn solche negativen Massenquadrate zugelassen werden sollen, muss aber auch die Heavisidefunktion überdacht werden. Diese ist so gewählt, dass sie ab der ersten Nullstelle verschwindet. Bei einem negativen Massenquadrat liegt die erste Nullstelle aber nicht mehr beim Wert  $E_0 - m_\nu$ , sondern direkt bei  $E_0$ . In den Algorithmen zum Fitten muss daher eine entsprechende Fallunterscheidung gemacht werden.

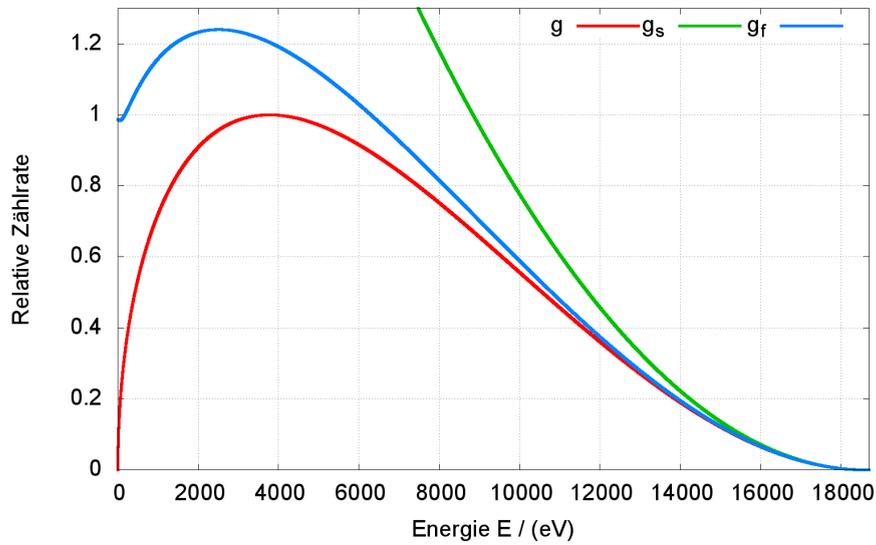


Abbildung 3.1: **Vergleich verschiedener Spektraler Formen** Hier sind die Unterschiede zwischen verschiedenen analytischen Spektralen Formen gezeigt. Zu erkennen ist, dass alle drei spektralen Formen im Bereich des Endpunktes, zumindest auf dieser Skala, übereinstimmen. Für niedrige Energien jedoch deutlich voneinander abweichen.

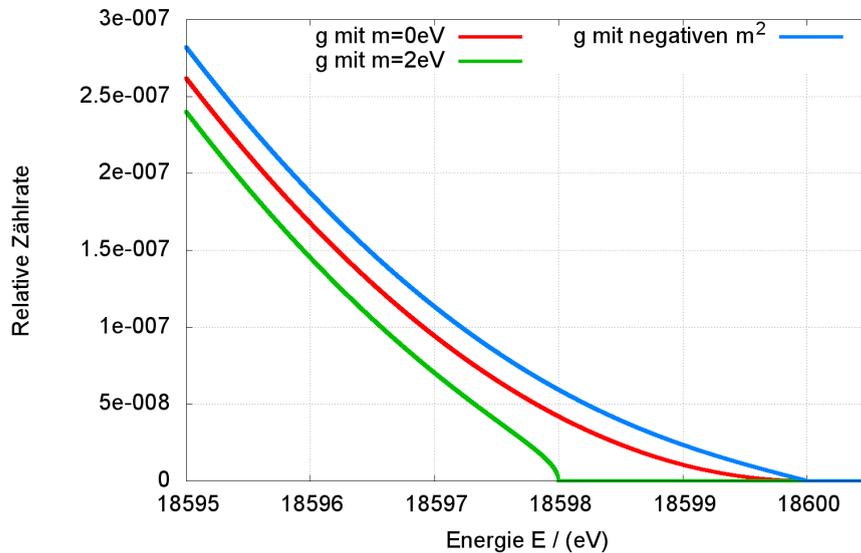


Abbildung 3.2: **Vergleich verschiedener Spektraler Formen (am Endpunkt)** Hier sind nochmals die verschiedenen spektralen Formen aus Abbildung 3.1 gezeigt, aber auf den Bereich um den Endpunkt beschränkt. Deutlich ist der Einfluss unterschiedlicher Neutrinomassen auf die spektrale Form am Endpunkt zu sehen, während eine Unterscheidung unterschiedlicher analytischer Formen nicht mehr zu erkennen ist.

## 3.2 Integriertes Spektrum

Bisher wurde nur von der differentiellen Energieverteilung der Elektronen gesprochen. Bei **KATRIN** wird jedoch nicht diese Verteilung gemessen, sondern eine integrierte Variante.<sup>1</sup> Während das differentielle Spektrum angibt, wie groß die differentielle Zählrate pro Energieintervall ist, das heißt einer Zählratendichte entspricht, ist das Ergebnis von **KATRIN** eine bestimmte Anzahl von Elektronen bei einer definierten eingestellten Retardierungsspannung  $U_R$ . Über dieses  $U_R$  wird die Retardierungsenergie eingestellt, also jene Energie, die ein Elektron benötigt, um das Spektrometer passieren zu können:

$$\frac{dN(E_R)}{dt} := G(E_R) := g(E) \otimes T(E, E_R) = \int_0^\infty T(E, E_R) \cdot g(E) \cdot dE \quad (3.3)$$

Um die Zählrate am Punkt  $E_R$  zu bestimmen, wird daher das Integral über das Produkt aus dem differentiellen Spektrum und der Transmissionswahrscheinlichkeit gebildet. Die Energie wird über die eingestellte Retardierungsspannung und damit über die Retardierungsenergie  $E_R$  festgelegt. Im einfachsten Fall einer scharfen Transmissionsfunktion und des vereinfachten Spektrum  $g_s(E)$  ergibt dies:

$$\begin{aligned} \frac{dN(E_R)}{dt} &:= G(E_R) := g(E) \otimes \Theta(E - E_R) \\ &= \int_{E_R}^\infty g_s(E) \cdot dE \\ &= A \cdot \sqrt{(E_0 - E_R)^2 - m_\nu^2}^3 \cdot \Theta(E_0 - m_\nu - E_R) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Im allgemeinen Fall kann so die Form des experimentell ermittelten Spektrums aus der Form der Transmissionsfunktion und des Spektrums errechnet werden.

## 3.3 Einfluss von Hochspannungsstörungen und Kalibration auf die Messergebnisse

Es gibt viele Faktoren, die Abweichungen vom idealen Spektrum erzeugen können. Aus mathematischer Sicht können sie jedoch immer über eine Variation der Energie berücksichtigt werden. Im Fall der Hochspannung ist eine lineare Verknüpfung von Energie und Spannung mittels der Elektronenladung möglich:

$$E_R = q \cdot U_R \quad (3.5)$$

Aus diesem einfachen Zusammenhang folgt: ist die Kalibration der Spannung falsch, ist damit auch die Kalibration der Energie falsch. So können auf diese Art die Auswirkungen von Spannungsstörungen im energieabhängigen Spektrum und der Transmissionsfunktion untersucht werden.

### 3.3.1 Auswirkung einer linearen Abweichung der Kalibration

Aus dem linearen Zusammenhang zwischen Energie und Spannung kann die Auswirkung einer fehlerhaften Spannungskalibration abgeschätzt werden, hier am Beispiel einer linearen Abweichung zwischen der gemessenen Spannung  $\tilde{U}$  und der tatsächlichen Spannung  $U$  unter Berücksichtigung eines endlichen Offsets  $U_0$ :

$$\tilde{U} = m \cdot U + U_0 \quad (3.6)$$

<sup>1</sup>Integriert daher, weil es das experimentelle Gegenstück zu einer mathematischen Faltung darstellt.

Diese Abweichung wird sich direkt auf die Form des gemessenen Spektrums auswirken.

Da im Spektrum  $g_s$  (siehe Gleichung (3.2)) nur die Differenz der Energien  $E - E_0$  vorkommt, kürzt sich ein möglicher Offset  $U_0$  heraus und hat keinen Einfluss auf die Neutrinomasse. Der Skalenfaktor  $m$  jedoch wird sich in einer falschen Abschätzung der Neutrinomasse manifestieren. Daher ist es entscheidend, dass die Hochspannungserzeugung und Überwachung so stabil ausgelegt werden, dass der sich daraus ergebende Fehler der Neutrinomasse vernachlässigbar klein ist.

#### 3.3.2 Auswirkung statistischer Schwankungen der Hochspannung

Schwieriger wird es jedoch, wenn der Einfluss von statistischen Schwankungen auf die Neutrinomasse untersucht werden soll. Hier kommen viele Faktoren ins Spiel. Die Kalibration kann auch hier einen Beitrag liefern, wenn sie über die Zeit schwankt und damit eine veränderliche Energiekalibration liefert. Schwankungen, die oft unvermeidbar sind, können von vielen Bereichen des KATRIN-Experimentes stammen. Die Herausforderung besteht darin, die Summe dieser Schwankungen möglichst klein zu halten. Um zu wissen, wie klein sie gehalten werden müssen, muss der Einfluss dieser Schwankungen mathematisch exakt verstanden werden.

Hierfür gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten: die Faltung der Störung mit der Transmissionsfunktion oder direkt mit dem Spektrum. Auch physikalisch kann man die Störungen oft einer der beiden Arten zuweisen. Aus mathematischer Sicht sollte es jedoch möglich sein, Störungen auf beide Arten zu berücksichtigen.

An dieser Stelle scheint der Weg über die Transmissionsfunktion sinnvoller, da diese mit einer justierbaren Quelle monoenergetischer Elektronen im Experiment besser zugänglich ist. Hier können beliebige Störungen simuliert und deren Einfluss auf die Transmissionsfunktion genau untersucht werden.

#### 3.3.3 Die Transmissionsfunktion

Die Transmissionsfunktion gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Elektron einer bestimmten Startenergie den Detektor erreicht. Hierbei können im allgemeinsten Fall alle Effekte berücksichtigt werden, die einen Einfluss auf die Transmissionswahrscheinlichkeit eines Elektrons haben. Ein wichtiger Effekt lässt sich zurückführen auf die Eigenschaften des MAC-E-Filters, bei dem die Transmissionswahrscheinlichkeiten vom Startwinkel der Elektronen abhängen. Im Falle einer isotropen Quelle kann aus den Transmissionsfunktionen einzelner Startwinkel eine globale Transmissionsfunktion gebildet werden, so dass wiederum die Kenntnis der Energie für eine korrekte Aussage über die Transmissionswahrscheinlichkeit ausreichend ist.

Noch globaler ist die so genannte "Responsefunktion" (Antwortfunktion) des Experiments. Hierbei werden die thermischen Schwankungen der Quelle, Transmissionswahrscheinlichkeiten der Strahlführung und der Spektrometer, die Nachweiswahrscheinlichkeiten des Detektors und die Energieverlusteffekte sowie die Streuwahrscheinlichkeiten am Restgas berücksichtigt. Hier soll jedoch nur der Einfluss der Hochspannung auf die Transmissionsfunktion untersucht werden. Die Untersuchung der Kombination all dieser Effekte muss in weiterführenden Arbeiten erfolgen.

Der wichtigste Einfluss der Hochspannung auf die Transmissionsfunktion basiert auf der Verschiebung der eingestellten Retardierungsenergie. Hierdurch kann das Spektrum gescannt werden. Die Transmissionsfunktion kann als Funktion der Startenergie  $E$  des Elektrons und der Retardierungsenergie  $E_R$  geschrieben werden. Im einfachsten Fall eines optimalen Spektrometers würde sich genau die Heaviside-Distribution mit einer Verschiebung um  $E_R$  ergeben.

$$T(E, E_R) = \begin{cases} 1, & \text{für } E > E_R \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.7)$$

In diesem Fall ist die Abhängigkeit der Transmissionsfunktion von  $E$  und  $E_R$  auf die Differenz der beiden beschränkt. Dies ist wünschenswert, da eine Veränderung der Form der Transmissionsfunktion in Abhängigkeit von  $E_R$  die spätere Analyse erschweren würde. Im realen Fall ist dies nicht so, da die relative Auflösung des MAC-E-Filters von der Startenergie der Elektronen abhängt (siehe Kapitel 2.2.1).

Um den Einfluss einer Hochspannungsstörung gezielt zu untersuchen, kann die Retardierungsspannung mit einem Störterm gekoppelt werden. Es wird daher  $E_R$  durch  $E_R^* = q \cdot (U_R + s)$  ersetzt. Es gibt prinzipiell zwei Möglichkeiten, die resultierende Transmissionsfunktion zu bestimmen. Die erste Möglichkeit ergibt sich, falls die zeitliche Struktur bekannt ist, das heißt  $s = s(t)$ . Die Faltung aus Transmissionsfunktion und Störung wird dann wie folgt gebildet:

$$T^*(E, E_R) = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} T(E, E_R^*(t)) dt \quad (3.8)$$

Ist im umgekehrten Fall die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Störung  $s$  bekannt, dann kann über den gewichteten Mittelwert die neue Transmissionsfunktion gefunden werden.

$$T^*(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(s) \cdot T(E, E_R + s) ds \quad (3.9)$$

Beide Methoden sind gleichberechtigt, und es muss je nach Fall unterschieden werden, welche die geeignetere Methode ist. Im Fall einer gaußverteilten Störung wird die zweite Methode der Weg der Wahl sein, während eine sinusförmige Störung der Hochspannung einfacher durch die erste Methode zu beschreiben ist.

Im allgemeinen Fall ist zu erwarten, dass diese Gleichungen nicht analytisch lösbar sind, dann ist aber zumindest eine numerische Lösung realisierbar.

Diese beiden generischen Störungsfunktionen sind weit verbreitet. Gaußverteilte Störungen können vielfältige Ursachen haben: zufällige Schwankungen in den Netzgeräten, Einkopplung von Störungen über elektromagnetische Wellen, für die es unzählige Quellen gibt. Sinusförmige Störungen werden häufig über die Netzfrequenz  $f = 50$  Hz eingekoppelt. Dies erfolgt zum einen direkt über die Hochspannungsnetzteile selbst, aber auch über die Erde, an der viele andere Geräte angeschlossen sind. Insbesondere die getaktete Steuerung von Turbomolekularpumpen am Hauptspektrometer ist eine potentielle Quelle solcher Störungen.

Im Folgenden sollen diese beiden Arten von Störungen detailliert verglichen und ein möglichst einfacher Weg gesucht werden, um diese Störungen allgemein zu berücksichtigen.

Im Falle einer gaußverteilten Störung ist die Gleichung (3.9) nicht mehr elementar lösbar. Die Lösungsfunktion ist in der Mathematik jedoch als Gaußsche-Fehlerfunktion bekannt:

$$T_G(E - E_R) = \operatorname{erfc}(E - E_R) \quad (3.10)$$

Im alternativen Fall einer sinusförmigen Störung kann die Transmissionsfunktion angegeben werden zu:

$$T(E - E_R) = \frac{1}{\pi} \cdot \begin{cases} \pi, & \text{für } E - E_R > A \\ \arcsin((E - E_R)/\sqrt{2}) + \frac{\pi}{2}, & \text{für } -A < E - E_R < A \\ 0, & \text{für } E - E_R < -A \end{cases} \quad (3.11)$$

Die verschiedenen hier vorgestellten Transmissionsfunktionen sind in Abbildung 3.3 zusammengestellt. Bei der Verwendung einer sinusförmigen Störung ist es sinnvoll, von der Amplitude der Störung zu sprechen, da diese eine leicht fassbare Größe ist. Die Breite der Transmissionsfunktion mit einer sinusförmigen Störung entspricht in diesem Fall gerade ihrer doppelten Amplitude. Im Falle einer gaussverteilten Störung ist die Breite, zumindest in der Theorie, unendlich.

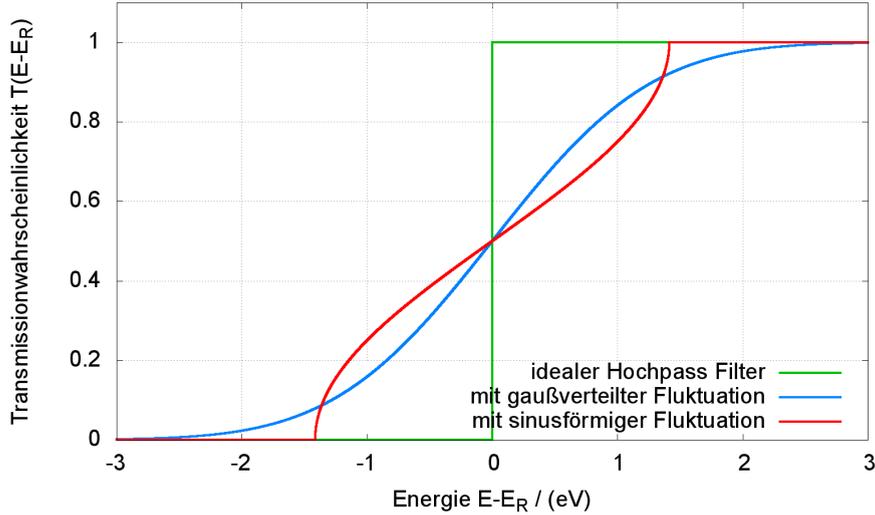


Abbildung 3.3: **Vergleich verschiedener Transmissionsfunktionen** Die Darstellung zeigt Transmissionsfunktionen ohne Hochspannungsfluktuation, mit sinusförmiger und gaußverteilter Fluktuation in Abhängigkeit von  $x = E - E_R$ . Die Breiten der beiden Transmissionsfunktionen mit Fluktuation wurden so gewählt, dass sie jeweils einer Standardabweichung der Hochspannung von 1 eV entsprechen.

### 3.3.4 Auswirkung von Störungen auf die Neutrinomasse

Nach diesen ersten Überlegungen sind die Transmissionsfunktion mit Störung und das Spektrum bekannt. Um den Einfluss auf die Neutrinomasse zu untersuchen, muss die Faltung aus Gleichung 3.3 durchgeführt werden.

$$G(E_R) = T^*(E - E_R) \otimes g(E) = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{-\infty}^{\infty} dE \cdot g(E) \cdot \int_{-t_0}^{t_1} dt \cdot T(E - E_R + s(t)) \quad (3.12)$$

Unter Ausnutzung der Vertauschbarkeit der Integrale und mit der Substitution  $\tilde{E} = E + s(t)$  kann die Faltung wie folgt umgestellt werden:

$$G(E_R) = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{E} \cdot T(\tilde{E} - E_R) \cdot \int_{-t_0}^{t_1} dt \cdot g(\tilde{E} - s(t)) \quad (3.13)$$

Da die Neutrinomasse nicht als Parameter in der Transmissionsfunktion enthalten ist, ist es ausreichend, die Auswirkung der Störung auf das Spektrum zu untersuchen, um den Einfluss auf die Neutrinomasse abzuschätzen.

Diese Faltung ist im Falle des vollständigen Spektrums  $g_f$  oder  $g$  nicht lösbar, daher wird hier das vereinfachte Spektrum  $g_s$  verwendet.

$$g_s(E) = a \cdot (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\nu_e}^2} \quad (3.14)$$

Die Heaviside-Distribution wird an dieser Stelle vernachlässigt, da es nicht möglich ist, diese in der folgenden analytischen Untersuchung zu berücksichtigen. Doch selbst diese vereinfachte Form macht eine sinnvolle Aussage unmöglich. Aus diesem Grund wird stattdessen eine Taylorentwicklung für kleine Neutrinomassen verwendet. Bei der Entwicklung bis zur zweiten Ordnung ergibt sich:

$$g_t(E) = a \cdot (E_0 - E)^2 - a \frac{1}{2} m_{\nu_e}^2 - a \cdot \frac{1}{8} \frac{m_{\nu_e}^4}{(E_0 - E)^2} + \mathcal{O}(m_{\nu_e}^6) \quad (3.15)$$

Nun kann geprüft werden, ob eine sinusförmige Spannungsstörung tatsächlich auf die gleiche Art und Weise wie eine gaußverteilte Störung Auswirkungen auf die Messung der Neutrinomasse hat. Dazu kann man eine Faltung der Störung mit dem Spektrum vornehmen. Es ist ersichtlich, dass hierbei die zweite Ordnung der Entwicklung ein elliptisches Integral ergibt, welches analytisch nicht lösbar ist [BSMM00]. Daher wird die Entwicklung im Weiteren nur bis zur ersten Ordnung berücksichtigt. Als Ausgangspunkt dient das taylorentwickelte vereinfachte Spektrum 3.15. Die Störung wird wieder direkt über die Retardierungsenergie implementiert, hier am Beispiel der sinusförmigen Störung:

$$\tilde{E}_0 = E_0 + A \cdot \sin t \quad (3.16)$$

Damit ergibt sich das Spektrum mit gestörter Hochspannung zu:

$$\begin{aligned} \tilde{g}(E) &= \frac{a}{2\pi} \int_0^{2\pi} (E_0 + A \cdot \sin t - E)^2 - \frac{1}{2} m_{\nu_e}^2 dt \\ &= .. \\ &= a \cdot \left( (E_0 - E)^2 - \frac{1}{2} (m_{\nu_e}^2 - A^2) \right) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Das Spektrum ist hier also nicht mehr alleine vom Neutrinomassenquadrat, sondern von  $m_{\nu_e}^2 - A^2$  abhängig. Wie sich gaußverteilte Störungen auswirken, wurde bereits untersucht ([Thü07]S.49ff ). Der Unterschied zur hier dargestellten Rechnung mit der sinusförmigen Störung besteht darin, dass nachfolgend der Weg über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Störung gewählt wurde und die zeitliche Struktur unbekannt ist. Daher muss die Faltung in anderer Form erfolgen:

$$\begin{aligned} \tilde{g}(E) &= \int_0^{2\pi} P(x) \cdot \left( (E_0 + s - E)^2 - \frac{1}{2} m_{\nu_e}^2 \right) ds \\ &= .. \\ &= a \cdot \left( (E_0 - E)^2 - \frac{1}{2} (m_{\nu_e}^2 - 2\sigma^2) \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Mit

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2\sigma^2}} \quad (3.19)$$

Hier wird die scheinbare Neutrinomasse also um den Wert  $2\sigma^2$  zu niedrig abgeschätzt. Um nun diese beiden Ergebnisse in Relation zu setzen, muss zunächst die Standardabweichung einer sinusförmigen Funktion gegenüber ihrem Mittelwert betrachtet werden.

### Standardabweichung einer sinusförmigen Verteilung

Allgemein lässt sich die Standardabweichung formulieren als:

$$\sigma_{\bar{f}(x)}^2 = \sum \frac{(f_i - \bar{f})^2}{(N - 1)} \quad (3.20)$$

Das entspricht der Summe der Quadrate der Differenzen aus den Messwerten  $f_i$  und dem Mittel der Werte  $\bar{f}$ , dividiert durch die Anzahl der Einzelwerte. Dieser Fehler muss, um den Fehler einer Funktion gegenüber ihrem Mittelwert zu bestimmen, in eine integrale Darstellung übergeführt werden:

$$\sigma_{f(x)} = \int_a^b \frac{(f(x) - \bar{f})^2}{(a - b)} dx \quad (3.21)$$

Das Einsetzen einer sinusförmigen Spannungsstörung führt damit zu folgendem Integral zur Bestimmung des Fehlers:

$$\sigma_{\sin x}^2 = \int_0^{2\pi} \frac{(\sin x)^2}{2\pi} dx \quad (3.22)$$

Hiermit ergibt sich der Fehler einer sinusförmigen Spannungsschwankung zu:

$$\sigma_{\sin x}^2 = \frac{1}{2} A^2 \quad (3.23)$$

Vergleicht man dies mit 3.17 und 3.18, ist ersichtlich, dass das Spektrum jeweils auf die verfälschte Neutrinomasse  $\tilde{m}$  sensitiv ist und zwar immer in der Form, dass gilt :

$$\tilde{m}^2 = m^2 - 2\sigma^2 \quad (3.24)$$

Es ist also zu erwarten, dass Störungen, die auf gleiche Standardabweichungen normiert sind, unabhängig von ihrer zeitlichen Struktur und Wahrscheinlichkeitsverteilung, die gleiche Auswirkung auf die Neutrinomasse haben. Damit ist die Standardabweichung ein einfacher, gut zu erfassender Parameter, um Störungen bezüglich ihrer Auswirkung auf die Messung der Neutrinomasse zu charakterisieren.

## 3.4 Simulation des Einflusses verschiedener Störungen auf die Neutrinomasse

Um nachfolgend den Einfluss von Hochspannungsschwankungen genauer zu untersuchen, wurde der Weg einer Monte-Carlo-Simulation gewählt. Mit dieser weit verbreiteten Methode wurden Spektren mit verschiedenen Kombinationen von Neutrinomasse, Standardabweichung und Form der Störung simuliert. Als Eingangsspektrum diente hier das vollständige Spektrum  $g$  (siehe Gleichung (2.4)). In einem zweiten Schritt wurde dann mittels der Methode der reduzierten Fehlerquadrate die bestmögliche Anpassung der vereinfachten Funktion  $g_s$  an die Simulation gesucht und der hieraus erhaltene Wert für die Neutrinomasse mit dem ursprünglichen verglichen. Hinzu kommt bei dieser Methode der Vergleich von verschiedenen Störungsformen, speziell gaußverteilten und sinusförmigen Störungen. Wie in Kapitel 3.3.4 gezeigt wurde, sollten sie sich bei gleicher Standardabweichung  $\sigma$  auch gleich auf die Messung der Neutrinomasse auswirken.

### 3.4.1 Monte-Carlo-Simulation

Um den Einfluss der Neutrinomasse und Störungen der Retardierungsspannungen auf die Form des Spektrums quantitativ zu untersuchen, muss zunächst das Spektrum der Elektronen simuliert werden. Um dies zu realisieren, wird zuerst ein Energiewert gewürfelt. Anschließend wird ein zweiter Wert gewürfelt. Liegt dieser unter dem Wert des Spektrums, wurde ein Elektron erzeugt. Wenn nicht, wird der Vorgang wiederholt, bis ein Elektron erzeugt wird. Dieses Vorgehen ist auch als Von-Neumann-Methode bekannt.

Auf den so erhaltenen Energiewert wird dann die Störung addiert. Dies erfolgt auf einem ähnlichen Weg wie die Erzeugung eines Elektrons. Ausgehend von einer Wahrscheinlichkeitsverteilung der Störung wird zunächst ein Störparameter gewürfelt und anschließend geprüft, ob der Parameterwert der Störung verwendet wird oder nicht.

Wenn nun der gestörte Energiewert vorliegt, wird dieser mit der Transmissionsfunktion verglichen, die die Wahrscheinlichkeit angibt, mit der das Elektron transmittiert wird. Hierzu muss nochmals gewürfelt und verglichen werden. Wird das Elektron transmittiert wird die Zählrate um eins erhöht. Dieser gesamte Prozess wird so lange wiederholt bis eine vorgegebene Anzahl erreicht ist.

Auf diese Weise erhält man eine absolute Zählrate für einen Wert der Retardierungsenergie. Das Spektrum wird hierbei über die Variation der Retardierungsenergie, welche als Parameter in die Transmissionsfunktion eingeht, durchscannt.

Die hier gezeigten Simulationen haben für jeden einzelnen Punkt des Spektrums  $10^6$  Elektronen erzeugt. Als Eingangsparameter dienten dabei entweder gaußverteilte oder sinusförmige Störungen mit verschiedenen Standardabweichungen, und die Neutrinomasse wurde mit unterschiedlichen Werten parametrisiert. Für die Neutrinomasse wurden Werte in einem Intervall von 0 bis  $2\text{eV}$  gewählt, was dem derzeit durch die Particle Data Group favorisierten Bereich der Neutrinomasse entspricht [PDG]. Bei der Standardabweichung, das heißt genauer bei der Amplituden, die mit der Standardabweichung über einen Faktor  $\sqrt{2}$  verknüpft ist, wurde aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit die gleiche Intervallgröße gewählt.

Als Test der Software wurde unter anderem die gestörte Transmissionsfunktion bei verschiedenen Formen der Störung ausgegeben (siehe Abbildung 3.4). Diese simulierten Transmissionsfunktionen entsprechen sehr gut den analytischen Ausdrücken in Abbildung 3.3, wobei die unterschiedlichen Störparameter zu berücksichtigen sind.

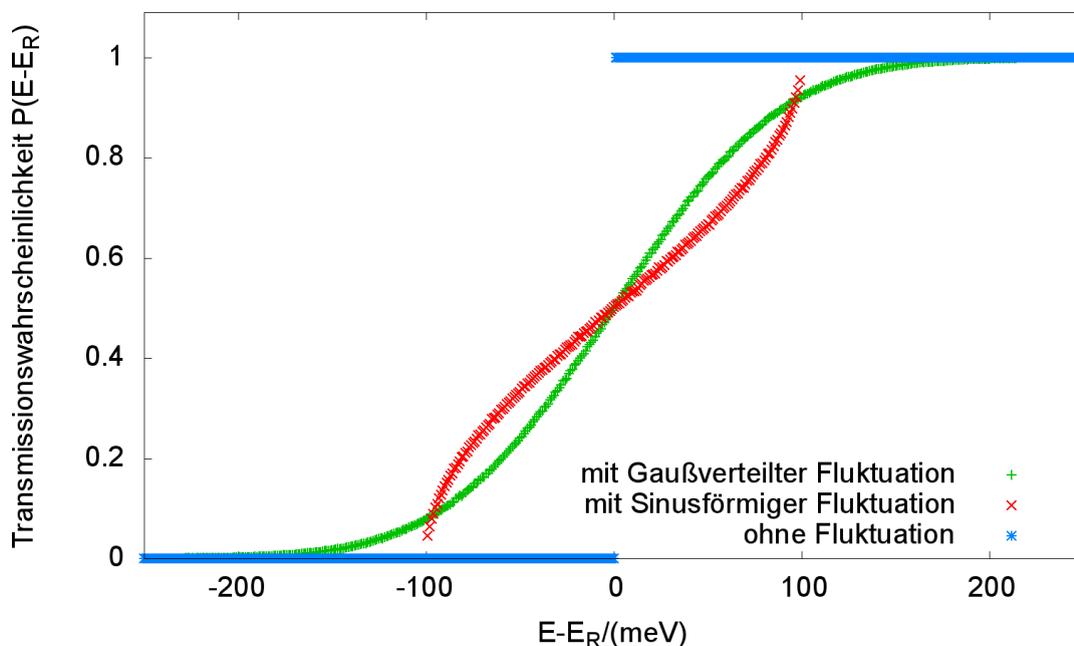


Abbildung 3.4: **Monte-Carlo-Simulation der Transmissionsfunktion** Die Abbildung zeigt den Vergleich zwischen der Transmissionsfunktion ohne Fluktuation der Hochspannung und mit sinusförmiger und gaußverteilter Fluktuation.

Als eigentliches Ergebnis der Simulationen liegen nun Dateien mit integrierten Spektren bei verschiedenen Kombinationen aus Masse und Standardabweichung der Retardierungsspannung vor. Die direkte Vergleichbarkeit dieser Spektren mit den analytischen aus Kapitel 2.1 ist beschränkt, da die analytischen Ausdrücke das differentielle Spektrum wiedergeben und die simulierten Verteilungen dem integrierten Spektrum entsprechen, wie sie später auch durch das **KATRIN**-Experiment geliefert werden.

### Rechenaufwand

Um den Umfang der Simulationen zu verdeutlichen, soll kurz auf die CPU-Zeit eingegangen werden. Die im Rahmen dieser Arbeit erstellte Software wurde in C++ geschrieben und verwendet

in erster Linie grundlegende Bibliotheken. Kompiliert und ausgeführt wurden die Anwendungen auf einem AMD Phenom II X4 940 bei 3,0 GHz Taktung. Als Betriebssystem dient Windows 7 64bit. Für die Simulationen, aus denen die hier gewonnenen Erkenntnisse stammen, wurde eine CPU-Zeit von etwa 3 Tagen pro Kern benötigt. Insgesamt ergab sich eine CPU-Zeit von über einer Woche. Hierbei erhöhen vor allem die Zufallsgeneratoren den Zeitbedarf signifikant. So war ein deutlicher Unterschied des Zeitbedarfs zwischen den Simulationen ohne Störung und mit Störung zu bemerken. Verschiedene Möglichkeiten zur Optimierung des Codes sind noch gegeben, da beispielsweise der erste genommene Datenpunkt jedes Einzelspektrums nur eine Zählrate von weniger als 50% der insgesamt erzeugten Elektronen aufweist. Dies resultiert aus der Tatsache, dass das Intervall für die zufällige Erzeugung von Elektronen deutlich größer gewählt wurde als das auszuwertende Intervall. Dies war nötig, da ansonsten das Spektrum mit Störungen eine zusätzliche Krümmung erhalten würde. Für sinusförmige Störungen muss das Intervall der Elektronenerzeugung daher mindestens um die Größe der Amplitude erhöht werden. Für gaussverteilte Störungen sind in analoger Weise mehrere Standardabweichungen erforderlich um den Einfluss der endlichen Intervallbreite gering zu halten. In diesem Bereich ist Potential für eine weitere Optimierung des Codes vorhanden.

Die einzelnen Fits an die Spektren waren dagegen von der Rechenzeit her vernachlässigbar und lagen im Minutenbereich. Dies ist auf die hohe Effizienz der von Gnuplot<sup>2</sup> verwendeten Bibliotheken zum Fitten von Kurven zurückzuführen.

#### 3.4.2 Fit der Spektren mittels Gnuplot

Um aus den über diese Verfahren erzeugten Spektren die Neutrinomasse zu gewinnen, ist es zunächst notwendig, einen analytischen Ausdruck für das integrierte Spektrum zu finden. An diesem Punkt wurde das vereinfachte integrierte Spektrum (Gleichung 3.4) verwendet. Dieses hat den Vorteil, dass es nur von drei Parametern abhängt: I) dem Skalenfaktor  $a$ , der die Normierung auf die Gesamtzählrate gibt, II) dem Parameter  $E_0$ , der den Endpunkt des Tritium Spektrum angibt (In Verbindung mit der Elektronenmasse gibt er die Energiedifferenz zwischen Tritium und Helium 3 an.) und III) dem Neutrinomassenquadrat  $m_\nu^2$ . Hervorzuheben ist hierbei, dass die Masse nur quadratisch in der Formel enthalten ist. In der Heaviside-Distribution ist sie zwar linear, diese hat jedoch keinen Einfluss auf die Form des Spektrums unterhalb des Endpunktes.

Wie bereits oben erwähnt ist es von grundlegender Bedeutung, dass bei der Analyse auch negative Massenquadrate zugelassen sind. Daher diente im Anpassungsalgorithmus  $m_\nu^2$  statt  $m_\nu$  als Parameter. Demzufolge muss bei der Heaviside-Distribution eine sorgfältige Fallunterscheidung erfolgen, da diese ab der ersten Nullstelle Null bleiben muss. Im Falle eines negativen Massenquadrates ist die erste Nullstelle aber unabhängig von der Neutrinomasse und damit immer bei  $E_0$ .

#### 3.4.3 Ergebnisse der Simulation

Bei Spektren ohne eine Spannungsstörung sollte der gefittete Wert für die Masse möglichst genau dem als Inputparameter bei der Simulation verwendeten Wert entsprechen. In Abbildung 3.5 ist der Vergleich zwischen der als Input verwendeten Neutrinomasse und dem gefitteten Neutrinomassenquadrat gezeigt. Als Orientierung wurde das Quadrat der Neutrinomasse mit eingezeichnet. Die Punkte sind mit Fehlerbalken versehen, die aber sehr klein sind. Die Daten erfüllen insbesondere die Erwartung, dass etwa ein Drittel der gefitteten Werte weiter als  $1\sigma$  von dem erwarteten Wert entfernt liegt. Dies bedeutet, dass der Fitalgorithmus an dieser Stelle gut funktioniert und korrekte Ergebnisse liefert.

---

<sup>2</sup>Gnuplot ist eine Open Source Software, die in erster Linie zum Erstellen von zwei und dreidimensionalen Plots gedacht ist. Hier ist auch eine Funktion zur Ausgleichsrechnung implementiert [GNU10].

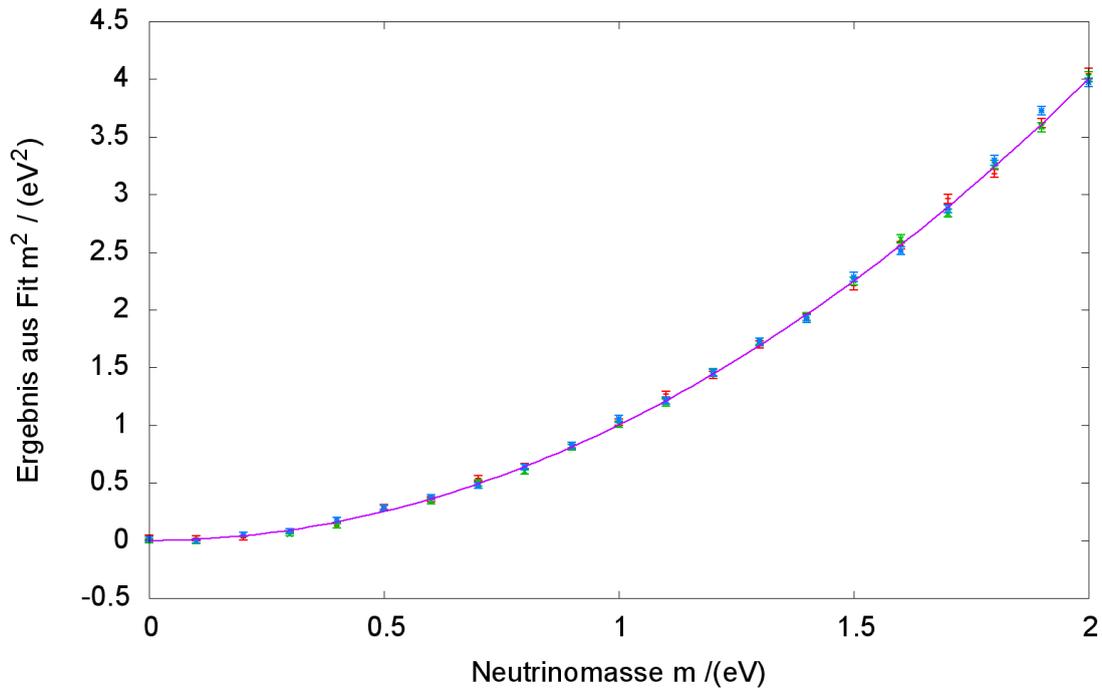


Abbildung 3.5: **Vergleich von Eingabeparameter und Wert aus Fit (Masse)** Die x-Achse zeigt den Vorgabewert  $m_\nu$  für die Simulation und die y-Achse das gefittete  $m_\nu^2$ . Erwartet wird damit eine quadratische Funktion. Die durchgezogene Linie gibt den Erwartungswert vor und die verschieden farbigen Datenpunkte stammen aus unterschiedlichen Simulations- und Fitreihen.

Zur Beantwortung der Frage, welchen Einfluss Spannungsschwankungen auf die Analyse haben, soll zunächst der einfache Fall von  $m_\nu = 0$  mit Störungen untersucht werden. Zu erwarten ist, dass das Neutrinomassenquadrat durch die Störungen negativ wird und die Werte bei sinusförmiger und gaußverteilter Störung in etwa übereinstimmen. Aus Gleichung 3.24 erwartet man, dass im Falle von  $m_\nu = 0$  eV der Wert aus dem Fit gerade dem doppelten negativen Quadrat der Standardabweichung (dies ist gleich dem Quadrat der Amplitude) entspricht. Die Ergebnisse zeigen jedoch, dass der Einfluss geringer ausfällt als der theoretisch abgeschätzte Wert (siehe Abbildung 3.6). Die Werte für sinusförmige und Gaußverteilte Störungen liegen wie erwartet dicht beieinander.

Im Bereich von Neutrinomasse und Störampplitude größer 1 eV driften die Ergebnisse für die beiden Störungsarten scheinbar auseinander. Jedoch werden hier auch die Standardfehler der Werte aus der Anpassung deutlich größer. Daher sind klare Aussagen, ob nun die Abweichungen systematisch oder zufällig sind, nicht möglich. Hierfür ist eine Wiederholung der Einzelsimulationen nötig, um ein besseres Verständnis der Systematik zu erhalten. Dieser Bereich ist für das spätere Experiment jedoch weniger interessant, da bevorzugt Neutrinomassen  $m_\nu < 1$  eV erwartet werden. Darüber hinaus lagen bei Testmessung am Vorspektrometer die maximalen Störampplituden der Spannung im Intervall bis 600 mV, und mit Spannungsstabilisierung lagen sie noch weit unterhalb in einem Bereich bis 20 mV.

Die Abweichungen erklären sich aus der Herleitung der Gleichung 3.24. Dort wurde eine Taylorentwicklung für kleine Massenquadrate durchgeführt. Vergleicht man diese Taylorentwicklung  $g_t$  mit dem einfachen Spektrum  $g_s$ , werden die Unterschiede direkt sichtbar (siehe Abbildung 3.7).

In Abbildung 3.7 ist ersichtlich, dass die Taylorentwickelten Spektren teilweise in den unphysikalischen Bereich negativer Zählraten gehen. Dieses Verhalten erklärt sich durch das Nichtberück-

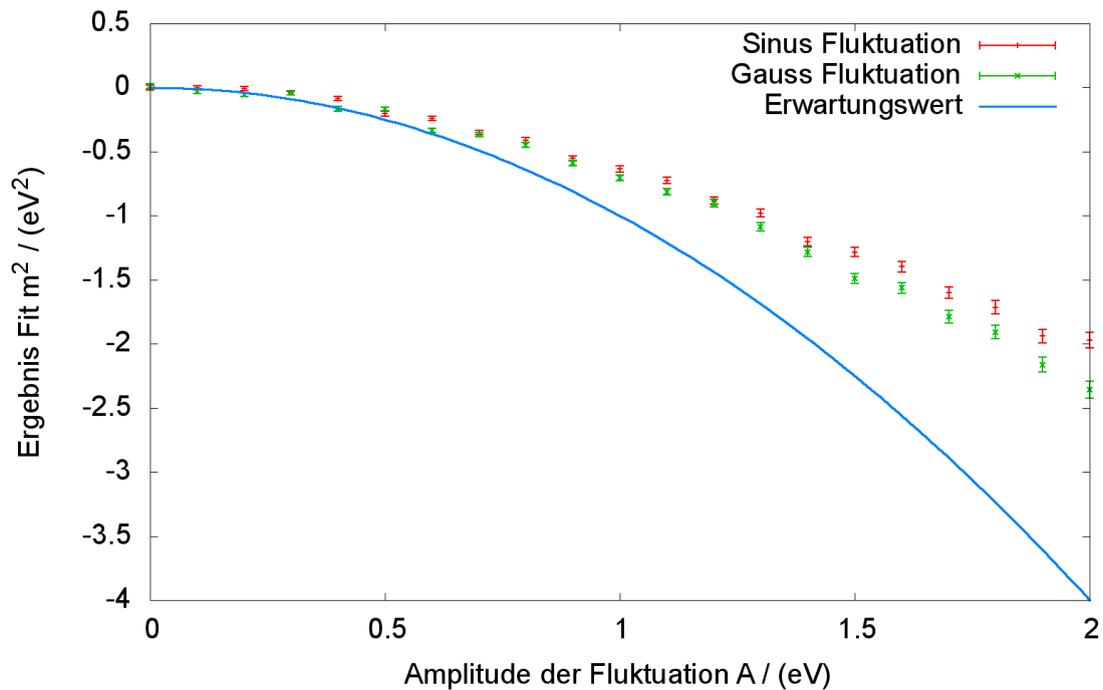


Abbildung 3.6: **Einfluss statistischer Hochspannungsschwankungen auf die Neutrinomasse**

sichtigen der Heaviside-Distribution. Mit Einbeziehung dieser Verteilung würde eine analytische Beschreibung drastisch erschwert werden. Außerdem fällt auf, dass die Spektren für  $m_\nu = 0$  übereinstimmen. Dies ist zu erwarten, da die Taylorentwicklung um Neutrinomasse 0 durchgeführt wurde. Bei endlicher Neutrinomasse müssen sich demnach die Spektren unterscheiden. Dies ist bei den Spektren für  $m_\nu > 1$  eV gut zu erkennen. Vor allem im Bereich kurz vor der Nullstelle ist eine deutliche Abweichung zu erkennen. Dieses Verhalten stellt eine hinreichend gute Erklärung für den Unterschied zwischen der analytischen Rechnung und der Simulation dar.

Der tatsächliche Einfluss dieses Verhaltens ist damit jedoch nicht vollständig geklärt. Im späteren Experiment wird gerade der Bereich, in dem diese Abweichung zu sehen ist, stark vom Untergrund überlagert werden.

Komplizierter wird dieses Verhalten noch, wenn gleichzeitig Spannungsschwankungen und endliche Werte von  $m_\nu$  in den Simulationen berücksichtigt werden. Während für  $m_\nu = 0$  zumindest die parabolische Form der Abhängigkeit erhalten bleibt, ist dies im Falle von Neutrinomassen über 1 eV und Störampplituden über 1 V nicht mehr gegeben. In den Abbildungen 3.8 und 3.9 sind die Ergebnisse einiger diesbezüglicher Fits zu sehen.

### 3.5 Fazit

Die oben gezeigten Untersuchungen zeigen, dass eine analytische Rechnung schon erste generische Zusammenhänge offenbaren kann. Aufgrund der Komplexität der analytischen Formulierung ist eine quantitative Vorhersage durch diese Methode erschwert. Monte-Carlo-Simulationen geben einen auf den ersten Blick vertrauenswürdigeren Eindruck, da hier keine Näherungen gemacht werden müssen. Die Grenzen dieser Methode liegen jedoch in der Zahl der berücksichtigten Effekte. Die Detaillierung der hier vorgestellten Simulationen entspricht noch nicht der Komplexität der realen Verhältnisse und kann zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur einen groben Ausblick auf das reale Experiment verschaffen. Beide Wege gemeinsam zeigen jedoch, dass

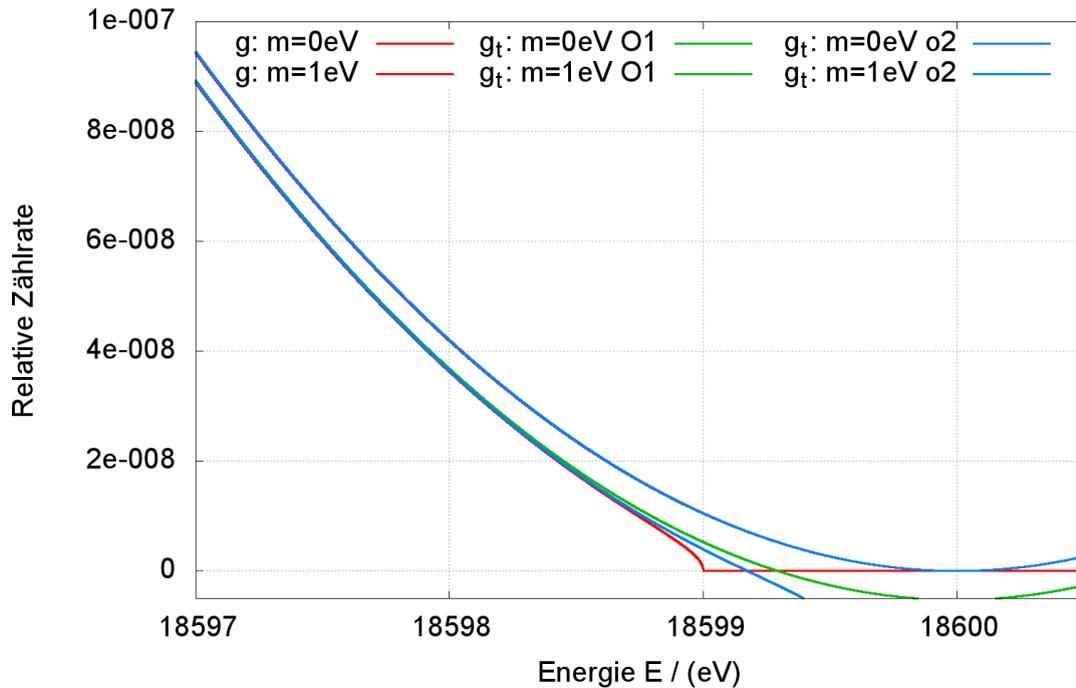


Abbildung 3.7: **Vergleich von  $g_t$  und  $g_s$ .** Die Abbildung zeigt zwei Gruppen von Spektren, die linke ist hierbei mit  $m_{\nu_e} = 1 \text{ eV}$  und die rechte mit  $m_{\nu_e} = 0 \text{ eV}$ . Die roten Kurven zeigen hierbei das vereinfachte Spektrum  $g_s$ , die Grünen die Taylorentwicklung bis zur ersten Ordnung und die blauen bis zur zweiten Ordnung. Bei  $m_{\nu_e} = 0 \text{ eV}$  stimmen alle drei Spektren, abgesehen vom Überschwingen unter die 0, überein. Bei  $m_{\nu_e} = 1 \text{ eV}$  zeigt sich, dass sich die Entwicklung zweiter Ordnung deutlich besser an  $g_s$  anschmiegt als die Entwicklung erster Ordnung.

Schwankungen der Hochspannung, seien sie nun gaußverteilt oder sinusförmig, das gemessene Neutrinomassenquadrat hin zu kleineren Werten verschieben. Ein zusätzlicher Fitparameter, der die hier diskutierten Störungen berücksichtigt, erscheint an dieser Stelle wenig sinnvoll zu sein, da nach der analytischen Beschreibung die beiden Parameter, in erster Ordnung der Taylorentwicklung, vollständig korreliert sind. Es muss also von experimenteller Seite dafür Sorge getragen werden, dass die Schwankungen der Hochspannung niedrig genug sind, um eine eventuelle Entdeckung der Neutrinomasse nicht gänzlich unmöglich zu machen.

Um detailliertere Ergebnisse aus den Simulationen zu erhalten, ist es notwendig, die Zahl der Einzelspektren signifikant zu erhöhen, insbesondere im Bereich der zu erwartenden Schwankungen unter  $0,1 \text{ V}$  und  $m_{\nu} < 2 \text{ eV}$ . Um dies effizient zu gestalten, sollten die Simulation und der Fit auf ein gemeinsames effizientes Framework, wie ROOT, übertragen werden [ROO10]. Auch sollte der Untergrund einschließlich seiner Fluktuationen integriert werden, wodurch die Form des Spektrums vor allem im Bereich des Endpunktes stark beeinflusst wird. Ebenso wichtig ist das Verständnis von Spannungsschwankungen im Zusammenhang mit der realen Transmissionsfunktion. Als erster Schritt sollte hier die analytische Transmissionsfunktion des **MAC-E-Filters** mit in das Spektrum gefaltet werden. Auf dem Weg zum fertigen Experiment sollte von den reinen Monte-Carlo-Simulationen der Übergang zum Programmpaket KASSIOPEIA gemacht werden, mit dessen Hilfe das KATRIN-Experiment simuliert werden soll. Hier kann der Einfluss von Hochspannungsschwankungen auf die elektromagnetischen Eigenschaften des Spektrometers simuliert werden. Um die Transmissionsfunktion zu bestimmen, müssen eine enorme Anzahl an Teilchenbahnen einzelner Elektronen berechnet werden. Auf diese Weise

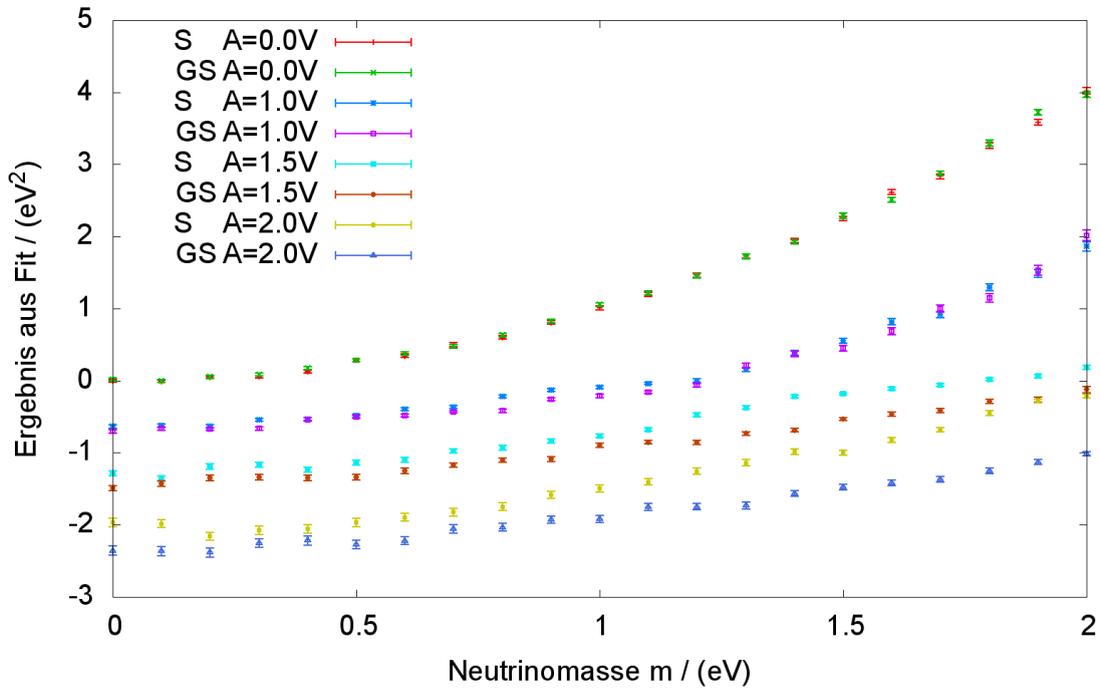


Abbildung 3.8: **Fit der Neutrinomasse über dem Eingangsparameter Neutrinomasse** Aufgetragen ist das gefittete Neutrinomassenquadrat über dem Simulationsparameter  $m_\nu$ . Die verschiedenen farbigen Punkte entsprechen hierbei unterschiedlichen Störungsformen und Störampplituden  $A = \sqrt{2}\sigma$ .

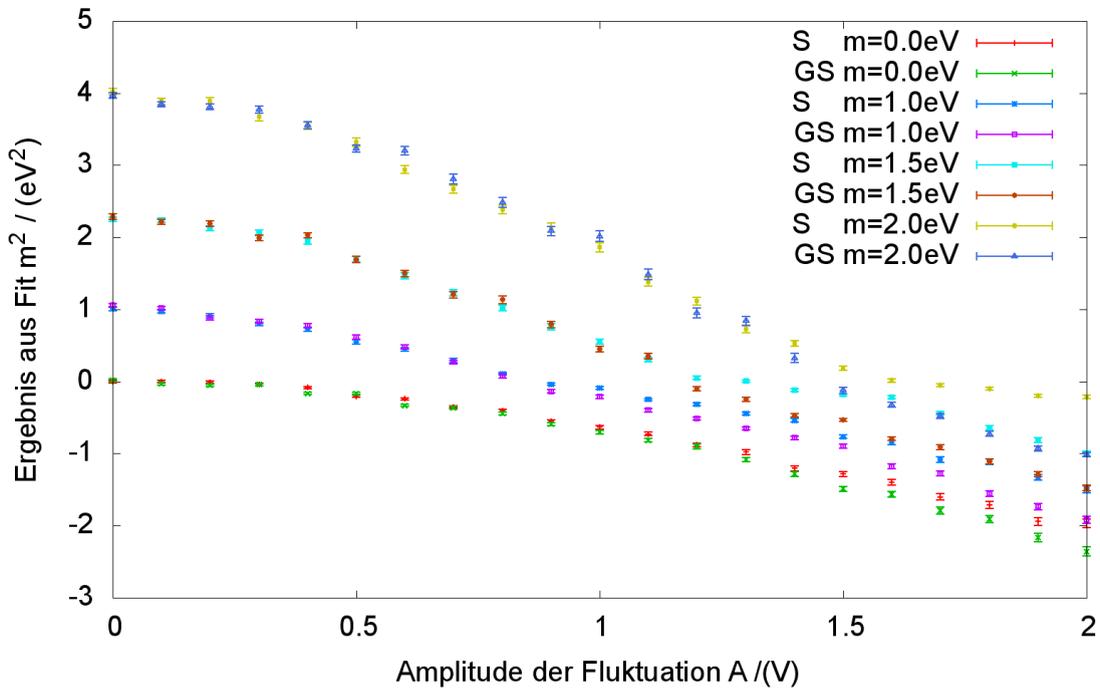


Abbildung 3.9: **Fit der Neutrinomasse über der Amplitude der HV-Fluktuation** Aufgetragen ist das gefittete Neutrinomassenquadrat über dem Simulationsparameter  $A$ . Die verschiedenen farbigen Punkte entsprechen hierbei verschiedenen Störungsformen und Neutrinomassen.

können jedoch weitaus detailliertere Analysen von Auswirkungen der Hochspannungsstabilität gemacht werden als dies mit der hier verwendeten Methode der Fall ist.





## 4. Hochspannungslayout

Wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, ist es von herausgehobener Bedeutung, die Hochspannung in der Analysierebene des Spektrometers sehr gut zu stabilisieren und die Restwelligkeit oder zumindest ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung genau zu kennen. Daher wird beim **KATRIN**-Experiment ein großer experimenteller Aufwand zur Erfüllung dieser Anforderungen betrieben.

Das Hochspannungskonzept von **KATRIN** umfasst die Teilbereiche HV-Erzeugung, HV-Messung und Protokollierung, die HV-Kalibrierung und die HV-Steuerung. Ein weiterer wichtiger Aspekt umfasst die HV-Sicherheit für Personen und Anlagen. Für den experimentellen Betrieb wird die Hochspannung im Rahmen des **MAC-E-Filter**s benötigt, um die Energieselektion der Elektronen vorzunehmen (siehe Kapitel 2.2.1 und 3). Die Energieauflösung wird dabei maßgeblich durch die Präzisionhochspannungsversorgung beeinflusst. Diese kann durch nicht berücksichtigte Schwankungen die Energieauflösung des **MAC-E-Filter**s signifikant verschlechtern.

Das generelle Design der **KATRIN**-Hochspannungsversorgung muss mehrere grundlegende Anforderungen erfüllen. Aus physikalischer Sicht ist zunächst die Stabilität und Reproduzierbarkeit der Spannungsmessung wichtig, wie in Kapitel 3 bereits gezeigt wurde. Hinzu kommen Anforderungen aus dem experimentellen Betrieb. Hier sind die verlustfreie Datennahme, die schnelle und möglichst einfache Einstellbarkeit der Hochspannung, der Schutz vor Fehlbedienung und die Sicherheit für Experiment und Personen zu nennen.

Die gegenseitige Einflussnahme dieser Komponenten ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt. Die Steuerung umfasst in diesem Fall sowohl die automatische als auch die manuelle Steuerung der Hochspannung. Die Einstellungen werden dann über Datenverbindungen an die Spannungserzeugung weitergereicht. Diese muss im Anschluss daran alle Einstellungen umsetzen und jedem Teilgerät des Spektrometers die notwendige Spannung zur Verfügung stellen. Da es jedoch nicht ausreicht, sich auf die Sollwerte der Netzteile zu verlassen, werden die tatsächlichen Spannungswerte direkt am Nutzort wieder durch unabhängige Geräte gemessen. Diese Daten werden dann in zweierlei Hinsicht weiter verwendet. Zum einen werden sie zur Protokollierung verwendet. Hier werden sie in ein Datenbanksystem eingebracht und archiviert, so dass bei späteren Analysen der Zugriff auf alle Einstellungen des Messzyklus möglich ist. Zum anderen werden sie wieder zurück an die Steuerung gemeldet. Diese kann dem Nutzer die Rückinformation liefern, ob all seine Einstellungen korrekt vorgenommen wurden, aber auch korrigierte Einstellwerte an die Spannungserzeugung senden. Hierdurch kann eine langsame Drift der Spannungserzeugung ausgeglichen werden. Der Regelkreis aus Steuerung, Spannungserzeugung und Spannungsüberwachung ist daher integraler Bestandteil des **Slow Control System (SCS)**.

Ein wesentlicher Designaspekt umfasst die Forderung, dass die Sicherheit des Systems sowohl im Hinblick auf Personen als auch das Experiment sicher gestellt werden muss. Beim Personenschutz ist es essentiell, dass alle hochspannungsführenden Teile, im Falle eines unerlaubten Betretens eines gesperrten Bereichs, in sehr kurzer Zeit (weniger als 1 Sekunde) geerdet werden können und keine Hochspannung mehr anliegt. Bei der experimentellen Sicherheit muss vor allem gewährleistet werden, dass keine Hochspannungsüberschläge verursacht werden können. Dies ist nicht trivial realisierbar, da es unterschiedliche Komponenten gibt, bei denen verschiedene Differenzspannungen nicht überschritten werden dürfen.

Die hardwareseitige Umsetzung dieses Schemas ist in Abbildung 4.2 skizziert. Als Basis bei der Erläuterung des Schemas wird nachfolgend immer vom zentralen Element, dem Fieldpoint for High Voltage Main Control (FP HV Main Control), ausgegangen.

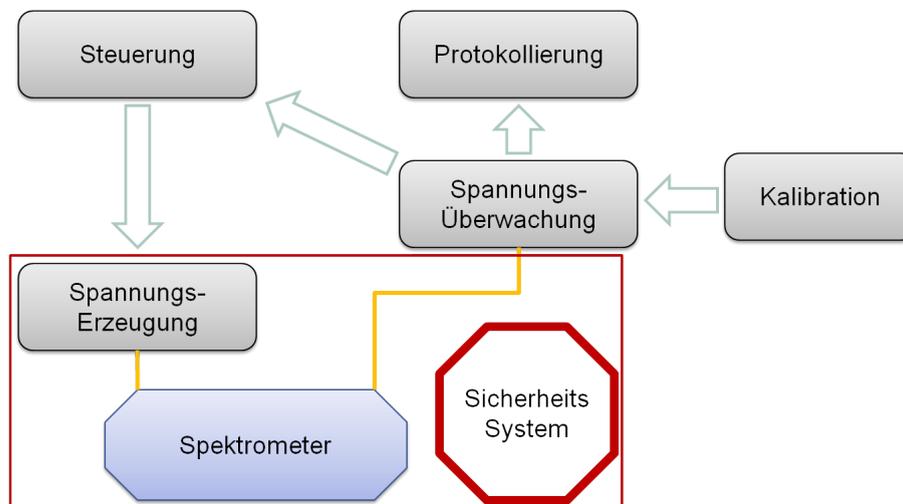


Abbildung 4.1: Grundlegendes Layout der Hochspannungsversorgung

## 4.1 Technische Umsetzung der Hochspannungsversorgung

Die technische Umsetzung der unterschiedlichen Anforderungen an die Hochspannungsversorgung ergibt ein komplexes System. Das Zusammenspiel aus Erzeugung, Messung, Kalibration, Steuerung und Protokollierung kann an dieser Stelle nur grob erläutert werden. Einzelne Systeme, die hier nur kurz erwähnt sind, umfassen meist sehr komplexe Subkomponenten. Dies kann exemplarisch am Beispiel der Hochspannungsnachregulierung demonstriert werden, die in dieser Arbeit genauer untersucht wurde. Die diesbezüglichen Testmessungen und das zu Grunde liegende Funktionsschema werden in Kapitel 5.3 diskutiert.

Die Implementierung des oben beschriebenen HV-Konzepts stellt gleichermaßen Anforderungen an die Hardware und die Software und ist essentiell, um einen reibungslosen experimentellen Betrieb zu gewährleisten.

### 4.1.1 Steuerung und Protokollierung

Die Steuerung und Überwachung der Hochspannung sind auf den ersten Blick zwei vollkommen verschiedene Systeme, seitens der Hardware und der Software sind sie jedoch eng miteinander gekoppelt. In Abbildung 4.2 sind die entsprechenden Interfaces oben links zu finden. Die beiden grundlegenden Steuerwege teilen sich auf in die Steuerung über Interfaces, die direkt mit der Hochspannungshauptkontrolle verbunden sind - diese Möglichkeit steht jedoch in erster Linie für den Aufbau und die Wartung zur Verfügung - und die standardmäßige Steuerung, die über den ZEUS-Server läuft [KBC10] und von dort an die Hochspannungshauptkontrolle weiter gereicht wird. Dieses System ist gleichzeitig für die Kontrolle und die Datennahme zuständig. Daher erfolgt auch eine enge Anbindung des Servers an eine Datenbank (ZEUS Data Base).

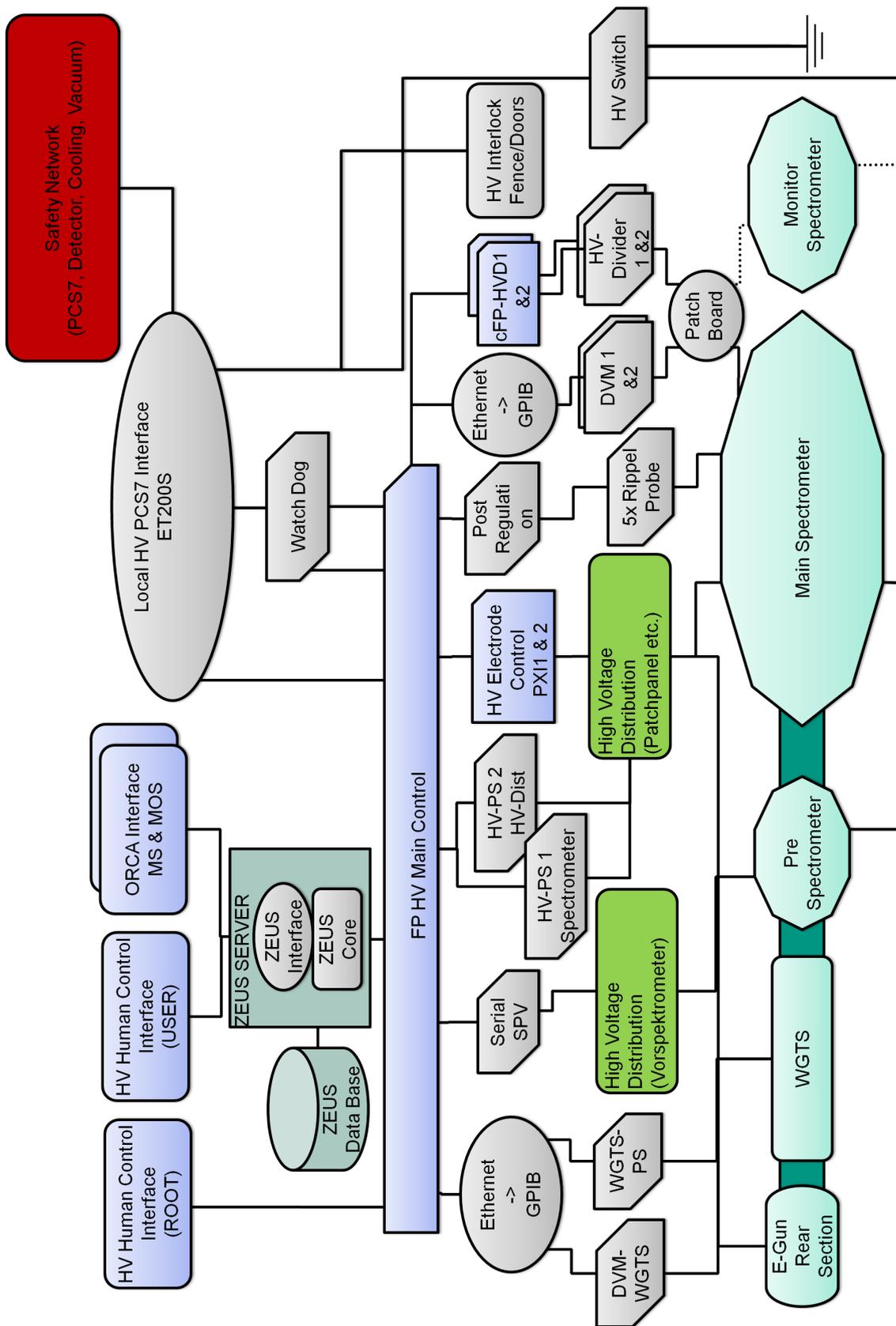


Abbildung 4.2: Hochspannungslayout

### Hochspannungs Hauptkontrolle

Die HV-Hauptkontrolle stellt die zentrale Steuereinheit für die Hochspannungsversorgung dar. Diese ist hardwareseitig durch einen cFP-2220 von National Instruments realisiert. Die wichtigsten Eigenschaften dieses Systems sind seine Programmierbarkeit - zum Beispiel über LAB-View - und seine Echtzeitfähigkeit [Nat10]. An dieser Stelle muss ein HV-Operator, der Einstellungen vornehmen will, zunächst anfragen, ob diese Einstellung gesetzt werden kann oder nicht. Wenn die Einstellung möglich ist, wird sie vom System durchgeführt und eine entsprechende Rückmeldung wird an den User gegeben.

Andererseits kommen an dieser zentralen Einheit auch die Daten von den Musikinstrumenten an und müssen an das ZEUS-System zurückgegeben werden. Dementsprechend ist ein leistungsfähiges System notwendig, mit den entsprechenden Schnittstellen. Hierbei wird es vor allem für die Endgeräte notwendig sein, dass unterschiedliche Schnittstellen wie Ethernet, GPIB, Seriell oder USB bereit gestellt werden. Die Verbindung nach außen muss hierbei über eine potentialfreie Leitung erfolgen, da der Hochspannungsschrank, in dem die Kontrolle untergebracht wird, während der Messung auf Tankpotential liegen wird, das heißt auf einem Wert von  $-18,6\text{ kV}$  bei Messungen mit Tritium und bis  $-35\text{ kV}$  bei Kalibrationsmessungen.

Beim Design des Systems ist zu beachten, dass trotz der zahlreichen Kontrollfunktionen und möglichen Einflussnahme über verschiedene Interfaces die HV-Hauptkontrolle immer einen reibungsfreien Betrieb gewährleisten kann. Das beinhaltet sowohl die Einhaltung von vorgegebenen Sicherheitsparametern, wie Differenzspannungen zwischen bestimmten System als auch die Einflussnahme durch verschiedene Nutzer. So wird es notwendig sein, dass sich ein User zum Vornehmen von Einstellungen zunächst identifizieren muss. In der HV-Hauptkontrolle muss dann überprüft werden, ob dieser Nutzer derzeit berechtigt ist und ob diese Einstellung, zum aktuellen Experimentstatus, erlaubt ist. Ist dies der Fall, wird sie vorgenommen und es wird eine aussagekräftige Rückinformation an den Nutzer gesendet.

### Nutzer Interfaces

Als Nutzer-Interfaces sind verschiedene Zugriffsmöglichkeiten vorgesehen. Ein wesentlicher Pfad basiert auf einem direkten Interface aus dem Hochspannungsschaltraum direkt zur Hochspannungshauptkontrolle. Dieser Weg wird in erster Linie für die Inbetriebnahme und die Wartung genutzt werden. Von hier aus erfolgt der Zugriff auf alle erweiterten Einstellmöglichkeiten. In Verbindung mit der räumlich direkten Anbindung an das Spektrometer und den Hochspannungsschrank erlaubt dieses Design fließende Arbeitsabläufe. Auf der Softwareseite werden über diesen Pfad initiierte Anfragen mit höchster Priorität behandelt werden.

Die standardmäßige Steuerung der Hochspannung wird während der Routine-Messphase in der Schaltzentrale für das Experiment lokalisiert sein. Im Kontrollraum werden große Bildschirmwände aufgebaut sein, auf denen sich jeder Controller die für ihn notwendigen Daten anzeigen lassen kann. Dort können die notwendigen Einstellungen über Grafische User Interfaces (GUI) durchgeführt werden. Dementsprechend werden Steueranfragen von dieser Stelle über das ZEUS-Server-System abgewickelt. Dieses wird derzeit am Institut für Prozessdatenverarbeitung und Elektronik (IPE) am KIT Campus Nord entwickelt und getestet [KBC10]. Hinzu kommt das Softwarepaket ORCA für die Detektorsteuerung und Datennahme, das ebenfalls in der Lage ist, das gesamte Experiment zu steuern.

### Datenbanksysteme

Die Anforderungen an das Datenbanksystem bei KATRIN umfassen sowohl die Anbindung an das Experiment als auch die Messinstrumente, die Ablage aller einstellbaren Parameter wie

Hochspannung, Messgenauigkeiten der Multimeter, Sollspannung der Netzteile und der Hochspannungsnachregelung (siehe Kapitel 5), die aktuellen Kalibrationsdaten der Hochspannungsteiler und weiterer Endgeräte. Hinzu kommt eine Anbindung an das Simulationspaket KASSIOPEIA, dessen Ziel es ist, die Strahlführungscharakteristik des gesamten KATRIN-Experiments mit den jeweils aktuellen Einstellungen zu simulieren [KBC10] [BBC<sup>+</sup>10].

Hinzu kommt weiterhin die Erstellung umfangreicher Konfigurationslisten. Mit diesen Maßnahmen soll es ermöglicht werden, das Experiment schnell in einen bestimmten Betriebsstatus zu setzen, ohne dass alle Einstellungen einzeln vorgenommen werden müssen. Diese Konfigurationsdaten müssen dann für die einzelnen Geräte bereit gestellt werden. Im Falle der Hochspannung muss also von der HV-Hauptkontrolle der Zugriff auf die Datenbank möglich sein.

### 4.1.2 Spannungsversorgung

Die Planung der Spannungsversorgung erfordert eine eingehende Analyse der Spannungsrezipienten, da von experimenteller Seite eine ganze Reihe von Systemen mit Hochspannung versorgt werden muss. Hinzu kommt, dass nicht jedes System immer mit der gleichen Versorgung gekoppelt ist. Dies trifft auch auf die Überwachung zu. So soll es zum Beispiel möglich sein, das Monitorspektrometer eigenständig oder parallel zum Hauptspektrometer zu betreiben. Für diese wichtige Designanforderung muss eine Möglichkeit geschaffen werden, die Verteilung der Hochspannung und den Anschluss der Messung einfach und definiert umzustellen.

Ein weiterer Punkt, der hier angesprochen werden soll, ist die fachgerechte Erdung der Hochspannung. In der Elektrotechnik ist seit langem bekannt, dass sich Spannungsstörungen auf der Erdung, ebenso wie Störungen der HV selbst negativ auf die Präzision der Kalibration auswirken. Daher muss einer sehr sorgfältigen Erdung des Systems ebenfalls besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

### Hochspannungsrezipienten

Die beiden wichtigsten und kritischsten Hochspannungsrezipienten beim KATRIN-Experiment im Hinblick auf Spannungsschwankungen sind die Spektrometer und die Quelle (siehe Abbildung 4.2 im unteren Drittel). Diese Komponenten müssen unbedingt stabil gehalten werden, um den Einfluss von Schwankungen auf die Transmissionsfunktion so klein wie möglich zu halten. Dabei ist zu bedenken, dass das Hauptspektrometer mit 46 unterschiedlichen Spannungen versorgt werden muss. Angesichts dieser Vielzahl an Einzelspannungen und der notwendigen Stabilisierung muss das Einkoppeln von Störungen verhindert oder zumindest drastisch reduziert werden. Bereits die ersten Testmessungen am Vorspektrometer konnten zeigen, dass ein solches System prinzipiell wie eine Breitbandantenne alle Frequenzbereiche aufnimmt (siehe Kapitel 5). Dies führt unweigerlich zu Spannungsschwankungen. Daher scheint der momentan gangbarste Weg zu sein, dass die Spektrometerhülle auf einen genau definierten Wert gesetzt und dieser, mit Hilfe einer optimierten Hochspannungsstabilisierung, stabil gehalten wird. An dieser Hochspannung können dann mit Niederspannungs-Netzteilen die einzelnen Elektroden abgestützt werden. Diese Differenznetzteile müssen daher keine so hohen Qualitätsanforderungen erfüllen, da sie nur noch Spannungen von einigen hundert Volt bereit stellen müssen. Bei einer Spannung von 100 Volt entspricht eine Stabilitätsanforderung von 20 mV nur noch einem Anteil von  $2 \cdot 10^{-4}$ , wohingegen eine Hochspannung von 20 kV auf den gleichen Absolutwert stabil zu halten eine relative Stabilität von  $10^{-6}$  bedeutet. Geräte mit dieser Stabilität sind im Handel erhältlich, so dass nicht die Netzteile mit der erforderlichen Stabilität das Problem darstellen, sondern die Tatsache, dass auf der gesamten Strecke zwischen Netzteil und Elektrode - und auch noch an der Elektrode selbst - Störungen eingefangen werden können.

### Spannungserzeugung und Verteilung

Die Steuerung der Hochspannungserzeugung erfolgt über die HV-Hauptkontrolle und ist daher direkt an diese angebunden. In Abbildung 4.2 ist dieses Konzept visualisiert. Nachfolgend sollen die Systemkomponenten kurz erklärt werden. Hierbei ist zu betonen, dass die Erzeugung und Verteilung der Hochspannung nicht ohne weiteres von der Protokollierung zu trennen ist.

Über ein Interface von Ethernet auf GPIB sind zunächst ein Digitales Voltmeter (DVM-WGTS) und ein Netzteil (WGTS-PS) für die Hochspannungsversorgung der Quelle angebunden. Mit letzterer kann diese auf ein Potential von bis zu  $-1,5$  kV gelegt werden. Als nächste Komponente dient eine serielle Schnittstelle (Serial-SPV) als Anbindung an die Hochspannungserzeugung und Verteilung der HV an das Vorspektrometer (für mehr Details siehe Abbildung 5.2). Hier werden bis zu sechs verschiedene Spannungen benötigt. Das Vorspektrometer kann, wie auch das Hauptspektrometer, in verschiedenen Modi gefahren werden. Zu nennen sind der Standardmodus als **MAC-E-Filter** beziehungsweise auch der Dipolmodus, bei dem die beiden Hälften eine Differenzspannung von 1 kV haben.

Die beiden Netzteile HV-PS 1 und HV-PS 2 sind ebenfalls von zentraler Bedeutung. HV-PS 1 liefert die Spannung, um den Hochspannungsschrank und die Tankwand des Hauptspektrometers hochzulegen. Das andere (HV-PS 2) legt das Innere des Schrankes auf einen Wert, der leicht versetzt zum Äußeren ist. Die Trennung soll bewirken, dass Schwankungen, die über den Tank eingekoppelt werden, nur das äußere Potential beeinflussen. Das innere Potential, auf welchem sich auch die Differenznetzteile für alle 46 Elektroden abstützen, soll hiervon abgeschirmt sein. Die Spannung dieser Netzteile wird mittels eines Patchpanels, mit dessen Hilfe jedes Netzteil mit jeder Elektrode verbunden werden kann, auf die Elektroden verteilt. Die Netzteile wiederum stützen sich auf der Hochspannung des Tanks ab, sie müssen also nur die Differenzspannung zur Formung des Analysierpotentials erzeugen. Angesteuert wird dieser Zweig über einen eigenen Fieldpoint (HV Electrode Control).

Als nächste Einheit folgt die HV-Nachregelung (Postregulation). Diese sorgt dafür, dass die Restwelligkeit der Hochspannung auf dem Tank unter 1 ppm liegt. Da sich die weiteren Spannungen der Elektroden hierauf abstützen, ist diese Stabilisierung gleichzeitig eine Stabilisierung der Analysespannung und der Retardierungsspannung (siehe Abbildung 4.3 und Kapitel 2.2.1). Die Überprüfung der Funktionstüchtigkeit dieser Nachregulierung wurde am Vorspektrometer-Testaufbau intensiv und erfolgreich getestet. Am Beispiel dieser Steuerung kann exemplarisch verdeutlicht werden, welche Komplexität hinter den anderen Teilen der Hochspannungsversorgung aus dem Schema tatsächlich steckt.

Als weitere Systemkomponente steht eine Ethernet-Anbindung an zwei digitale Voltmeter und zwei weitere compact Field Point (cFP) bereit. Diese sind mit der Elektronik des extrem präzisen Spannungsteilers verbunden. Das System aus Spannungsteilern und Voltmetern ermöglicht die präzise Messung des Gleichspannungsanteils der Hochspannung am Hauptspektrometer und (über das Patchpanel) auch am Monitorspektrometer.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass eine ganze Reihe von Systemen mit Hochspannung versorgt werden muss. Hinzu kommt, dass diese dann auch überwacht und protokolliert werden müssen. Eine detaillierte Betrachtung jedes einzelnen Systems würde den hier verfügbaren Rahmen sprengen. Es sei erwähnt, dass zu jedem Teilbereich eine Reihe von Diplom- und Doktorarbeiten existiert. Für den Bereich der Hochspannung am Hauptspektrometer sind dies die Arbeiten [Thü07], [Bau09] und [Ros10].

### Mess- und System-Erdung

Wie oben erwähnt ist die fachgerechte Erdung des Systems von entscheidender Wichtigkeit. An dieser Stelle soll anhand der Retardierungsspannung  $U_R$  verdeutlicht werden, weshalb dies ein besonderes Augenmerk erfordert. Der Parameter  $U_R$  wird durch die Differenz zwischen der

Analysierspannung und der Quellspannung definiert. Beide Spannungen werden gegen dieselbe Erde abgestützt. Damit ist es nicht problematisch, wenn die Erdung auf einem von 0 verschiedenen Potential liegt. Ein Problem entsteht erst, wenn das Potential der Erde schwankt. In diesem Zusammenhang ist wichtig, dass das Spektrometer mit seinen Drahtlagen und den zugehörigen Koaxialkabeln eine Kapazität von einigen hundert Nanofarad bildet. Ein genauere Wert ist zum jetzigen Zeitpunkt nicht verfügbar, da es noch nicht fertig installiert ist und die Kapazitäten auch davon abhängen, welche Elektroden gegeneinander gemessen werden. Hinzu kommt der Einfluss der langen Hochspannungskabel. Hierbei ist zu beachten, dass die Entfernung zwischen dem Hauptspektrometer und der Quelle 30 Meter beträgt. Diese Distanz muss daher mindestens überbrückt werden. Wenn nun Spannungsschwankungen über die Erde eingekoppelt werden, müssen diese Kondensatoren umgeladen werden. Des Weiteren kommen Induktivitäten und Widerstände an verschiedenen Stellen hinzu. Das Gesamtsystem wird damit so komplex, dass es unmöglich ist vorherzusagen, wie sich ein solches System unter Spannungsschwankungen verhält. Es ist aber zu vermuten, dass hierdurch nicht mehr im gesamten quasi-kurzgeschlossenen System das gleiche Potential herrscht. Dies führt wiederum unweigerlich zu einer Schwankung der Retardierungsspannung. Die hieraus resultierenden Auswirkungen auf die Messung wurden im vorherigen Kapitel diskutiert.

Bei **KATRIN** müssen sehr viele Geräte geerdet werden. In diesem Zusammenhang sind die Schaltnetzteile von Turbomolekularpumpen als mögliche Quellen von Störungen zu nennen. Um Störungen des Erdpotentials und mögliche Quellen zu identifizieren, ist eine Frequenzanalyse der Störung hilfreich. Bestimmte Frequenzen lassen dabei auf spezifische Geräte schließen. Eine Frequenz, die immer präsent ist, ist die Netzfrequenz der Stromversorgung bei  $f = 50$  Hz. Auch andere Geräte wie Netzteile oder Heizungen mit internen Transformatoren und Elektromotoren für die Kühlung (oder andere variable Verbraucher) können solche Fluktuationen hervorrufen.

Daher scheint es sinnvoll diese Nutzgeräte und Nutzspannungen möglichst vollkommen vom eigentlichen Messsystem und den Messspannungen zu entkoppeln. Das Ziel ist daher eine möglichst strikte Trennung zwischen der Mess- und der System-Erde zu erreichen.

#### **Hoch-stabile Spannungsversorgung für das Hauptspektrometer**

Wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, hat die Hochspannungsstabilität direkten Einfluss auf die Breite der Transmissionsfunktion und damit auf die Möglichkeit, die Neutrinomasse zu messen. Daher muss diese extrem konstant gehalten werden. Die Designvorgabe ist hierbei, dass die Schwankungen weniger als 3 ppm betragen müssen, was aus der geforderten Obergrenze der systematischen Beeinflussung der Neutrinomasse folgt:

$$\Delta m^2 \leq 0,075 \text{ eV}^2 \quad (4.1)$$

Diese Stabilitätsanforderung muss über die gesamte Messzeit von mehreren Jahren gewährleistet werden. Um dies sicherzustellen, ist das Ziel der Hochspannungsversorgung nochmals um einen Faktor drei restriktiver gesetzt. Dies entspricht bei einer Spannung von 20 kV einer Stabilität auf 20 mV. Diese Anforderung kann zwar nominell von guten Hochspannungsnetzteilen erzeugt werden, jedoch besteht hierbei immer das Problem, dass diese Stabilität nur am Ausgang der Geräte gilt. Am Spektrometertank ist diese nominale Stabilität nicht mehr gegeben. Hinzu kommt, dass die Regelungen dieser Schaltungen meist sehr träge sind, das heißt auf schnelle Änderungen reagieren sie nur langsam. Ein weiteres Problem entsteht aus der Tatsache, dass das Spektrometer wie eine große Antenne wirkt und alle Arten von Störungen einfängt. Diese Tatsache an sich wäre noch nicht wichtig für **KATRIN**, da erst die inneren Drahtlagen das eigentliche Analysierpotential bilden. Zu beachten ist aber, dass die Drahtlage kapazitiv sehr stark an die Tankwand gekoppelt ist. Schnelle Spannungsschwankungen werden so von der Tankwand direkt auf die Drahtlage, und damit auf die Analysierebene eingekoppelt.



und Störungen werden über die Erdung abgeleitet.

Eine weitere zentrale Komponente ist die Rippel-Pick-up-Probe, die im Prinzip wieder einen Kondensator darstellt und als Hochpassfilter dient. Das von dieser Komponente ausgegebene Signal wird zunächst an einen Verstärker weitergeleitet und von diesem weiter an die HV-Nachregulierung. An dieser Stelle kommen daher zwei Signale an. Eines kommt vom Spannungsteiler, das den niederfrequenten Anteil liefert, und eines von der Rippelprobe, welches den hochfrequenten Anteil liefert. Hiermit wird die Hochspannungsgegebenheit am Tank reproduziert. Dieses Signal wird mit dem vorgegebenen Sollwert verglichen. Die Differenz der beiden dient dann als Signal, welches über eine optische Leitung als Eingangssignal für eine Triodenschaltung dient. Diese steuert die Triode so, dass sie bei Spannungsspitzen entweder mehr oder weniger Strom vom Spektrometer abfließen lässt. Es gibt also einen kontinuierlichen Ladungsabfluss über die Triode. Durch diese Maßnahme werden Spannungsspitzen geglättet, wobei schlagartig mehr Ladung abfließt.

### 4.1.3 Spannungsüberwachung und Kalibration

Die Spannungsüberwachung und Kalibration bedarf besonderer Aufmerksamkeit, da sich Fehler in diesem Bereich direkt auf die Messung der Neutrinomasse auswirken (siehe Kapitel 3). Es muss sichergestellt werden, dass die Überwachung der Hochspannung selbst stabil läuft und ein Driften sowohl auf kurzfristigen als auch auf langfristigen Skalen erkannt wird. Daher wird ein komplexes System bestehend aus Multimeter, hochpräzisen Spannungsteilern, Referenzspannungsquellen und Referenzteilern und kernphysikalischen Standards wie einer Kryptonquelle benötigt (siehe Abbildung 4.4).

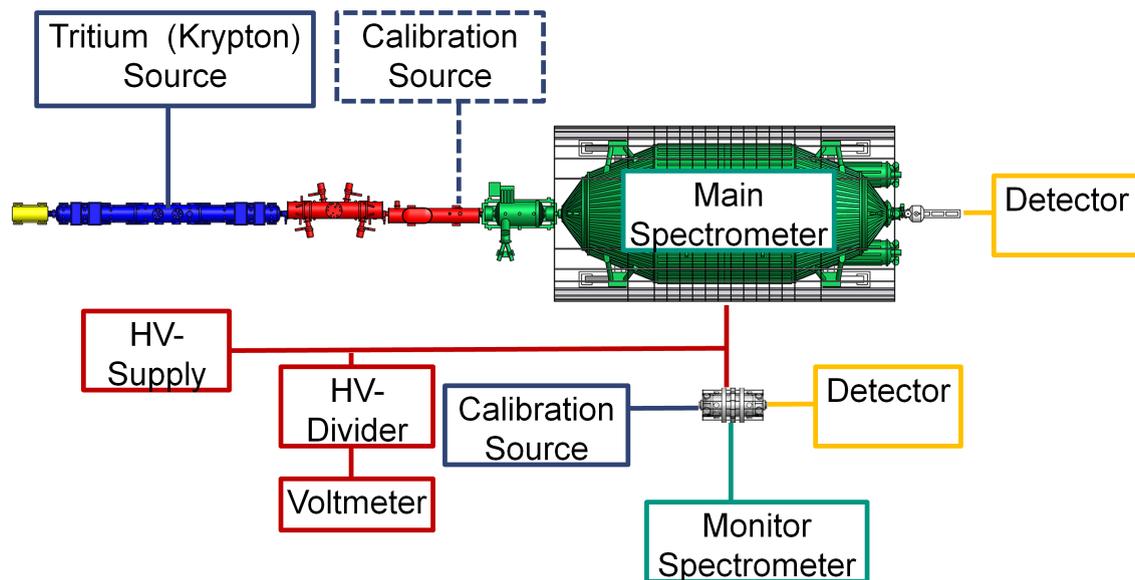


Abbildung 4.4: **Übersicht der DC-Kalibrationskette** [Bau09] Die Abbildung zeigt eine schematische Übersicht über die DC-Kalibrationsmöglichkeiten des KATRIN-Experiments.

### Multimeter und Spannungsteiler

Um Hochspannungen auf dem geforderten Präzisionsniveau von 1ppm messen zu können, wird ein entsprechendes Multimeter benötigt. Multimeter mit solch hoher Genauigkeit für diesen Spannungsbereich gibt es derzeit nicht im Handel. Daher wurde festgelegt, dass die Spannung mittels hochpräziser Spannungsteiler in einen Bereich konvertiert werden muss, in dem entsprechende Multimeter zur Verfügung stehen. Dieser Bereich ist der Niederspannungsbereich

bis 20 V, für den es im Handel Multimeter gibt, die auf  $8\frac{1}{2}$  Stellen genau messen können. Entsprechend präzise Spannungsteiler sind jedoch ebenfalls nicht im Handel erhältlich, daher wurden zwei derartige Teiler entwickelt. Der erste ist einsetzbar bis 35 kV und der zweite bis 65 kV ([Thü07] [Bau09]). Die Spannungsteiler zeichnen sich durch eine extrem geringe Spannungs- und Temperaturabhängigkeit sowie eine geringe Alterungsdrift aus, die zudem genau überwacht werden. Diese Kombination erlaubt es, im kurzen und mittelfristigen Bereich eine stabile Spannungsüberwachung zu realisieren. Die Multimeter können hierbei regelmäßig mit 10-Volt-Referenzspannungsquellen (Fluke 732 A) nachkalibriert werden. Da zwei Teiler zur Verfügung stehen, können und müssen diese auch immer wieder gegeneinander und gegen Referenzteiler kalibriert werden. Für die Kalibrationen existieren verschiedene Verfahren mit spezifischen Vor- und Nachteilen, diese wurden in der Arbeit [Bau09] ausführlich diskutiert. Eine wichtige Randbedingung, die sich aus der Messung mit den Multimetern ergibt, ist die Tatsache, dass eine Integrationszeit von 2 Sekunden (für  $6\frac{1}{2}$  Stellen) bis 20 Sekunden (für  $8\frac{1}{2}$  Stellen) benötigt wird, um einen präzisen Spannungswert zu liefern. Dies hat zwei wesentliche Folgen: zum einen muss gewährleistet werden, dass die Hochspannung nicht auf kürzeren Zeitskalen driftet, und zum anderen muss dementsprechend lange ein bestimmter Spannungswert gehalten werden, um überhaupt eine Aussage über den Wert der Spannung treffen zu können.

### Monitorspektrometer

Das Monitorspektrometer ist eine weitere zentrale Komponente der Hochspannungskalibration. Das Monitorspektrometer kann parallel zum Hauptspektrometer oder als eigenständiges Spektrometer betrieben werden. Die hier wichtige Tatsache ist die Möglichkeit, dass die HV sich hierdurch kalibrieren lässt. Um dies zu bewerkstelligen wird eine radioaktive Quelle benötigt, bei KATRIN wird dies eine kondensierte Kryptonquelle ( $^{83\text{m}}\text{Kr}$ ) sein. Diese Quelle liefert mehrere scharfe Linien im Energiespektrum von Konversionselektronen aus dem Zerfall des Kryptons. Anhand der Position dieser Peaks im Spektrum (bzw. der Stufenlage im integrierten Spektrum) kann die Hochspannung kalibriert werden. Der wesentliche Vorteil hierbei ist, dass die Position dieser Linien auf atomaren Übergängen beruht und damit konstant ist und so eine optimale Möglichkeit zur Energie-Kalibration darstellt [Ost08].

### Hochspannungsstabilisierung

Die wichtigste Anforderung an die Hochspannungsversorgung durch das KATRIN-Experiment ist die Stabilität der Hochspannung. Dies betrifft sowohl hoch- als auch niederfrequente Stabilität. Weniger wichtig ist in diesem Zusammenhang, dass nach Einstellen eines bestimmten Sollwertes dieser genau getroffen wird. Wesentlich wichtiger ist, dass die Hochspannung auf diesem mit einem bestimmten Absolutfehler behafteten Wert stabil stehen bleibt. Es muss unbedingt beachtet werden, dass die präzisen Multimeter mit Hilfe der Spannungsteiler erst nach einem Zeitintervall von einigen Sekunden den Absolutwert genau bestimmen können. Kleinere Schwankungen können nicht durch die Spannungsquellen ausgeglichen werden. Diese regeln nur die an ihren Kontakten anliegende Spannung, nicht jedoch die direkt am Hauptspektrometertank anliegende. Da die gesamte Außenhülle des KATRIN-Spektrometers aus elektrisch gut leitenden Materialien besteht, ist die Gefahr groß, dass es in allen Frequenzbereichen wie eine Antennenwirkung einsetzt und somit Störungen der Hochspannung induziert werden. Hierbei gibt es einige für das Experiment besonders kritische Punkte. Zunächst muss die Potentialdifferenz zwischen dem Entstehungsort der Elektronen in der WGTS und der Analysierebene stabilisiert und protokolliert werden. Hinzu kommt die spezielle Form des Potentials auf der Eingangsseite des Spektrometers. Die Zentrale Elektrode ist vollständig vom Spektrometertank umgeben, der einen fast vollständig geschlossenen Faradayschen Käfig darstellt. Dieser schirmt zwar optimal vor einer Gleichspannung ab, Wechselspannungen hingegen werden nicht abgeschirmt. Bisher gibt es keine quantitativen Aussagen darüber, wie groß der Einfluss einer wechselnden Tankspannung auf die Analysierebene ist. In diesem Zusammenhang ist jedoch

klar, dass die Drähte der Elektrode gegenüber der Tankwand eine nicht zu vernachlässigende Kapazität haben und damit optimal Wechselfelder einkoppeln können. Wie stark dieser Effekt genau ist, werden erst Messungen am Hauptspektrometer zeigen können. Es besteht also die Möglichkeit, dass Wechselfelder einen merklichen Einfluss auf die Transmissionsfunktion haben und diese damit zusätzlich verbreitern. Jede Verbreiterung der Transmissionsfunktion bedeutet einen gewissen Verlust an Sensitivität des Spektrometers und damit auf die Neutrinomasse  $m_\nu$ .

## 4.2 Datenverkehr

Das Aufkommen an Daten wird bei KATRIN vom Volumen her wesentlich kleiner als bei anderen Experimenten der Hochenergiephysik sein. Jedoch gibt es einige wichtige Dinge zu beachten. Es werden nicht nur Daten von den Messgeräten zur Datenbank gesandt, es erfolgen auch Steuerbefehle der Nutzer an die Geräte. Da es bei den Geräten jedoch viele verschiedene Arten von Interfaces gibt, muss die Steuerung diese verschiedenen Interfaces berücksichtigen. Außerdem sollte der Nutzer ein möglichst einfaches Interface vorfinden. Hinzu kommt die Einrichtung von Berechtigungen für einzelnen Nutzer, die geprüft werden müssen, bevor ein Kommando ausgeführt wird.

Bei dieser Prozedur müssen der Absender und die gewünschte Aktion klar ersichtlich sein. Ein Beispiel, wie ein solches Kommando aussehen könnte, ist folgende Sequenz:

$$\underbrace{\text{SUPERUSERHV}}_{\text{Benutzer}} : \underbrace{\text{SET}}_{\text{Kommando}} : \underbrace{\text{URETARD}}_{\text{Variable}} : \underbrace{25000}_{\text{Wert}} \quad (4.2)$$

Es wird klar definiert, wer die Anforderung macht (SUPERUSERHV), dies kann beispielsweise eine Person des Hochspannungsfachpersonals sein. Es wird definiert, was gemacht werden soll (SET), das heißt, es soll also ein Wert eingestellt werden, und es wird mitgeteilt, welcher Wert eingestellt werden soll (URETARD auf 25 kV).

Dieses Kommando muss den richtigen Ansprechpartner finden, hier die Hochspannungshauptkontrolle. Dementsprechend muss eine Routingtabelle vorliegen, die jedem Befehl den richtigen Empfänger zuordnet. Nach der Ankunft des Befehls an der Hochspannungshauptkontrolle wird zunächst geprüft, welcher User die Einstellung vornehmen will und ob dieser derzeit berechtigt dazu ist. Wenn er nicht berechtigt ist, wird eine entsprechende Fehlermeldung generiert. Wenn er berechtigt ist, wird der derzeitige Status dieses Wertes geprüft und überprüft, ob der gewünschte Wert gesetzt werden kann. Dies fordert die Implementierung ausgedehnter Logikverknüpfungen, da zahlreiche Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Spannungswerten existieren. Speziell die Differenzspannungen sind an einigen Stellen kritisch und vordefinierte Grenzwerte dürfen nicht überschritten werden. Sollten diese Grenzwerte überschritten werden, kann es durch Überschlüge im Hauptspektrometer dazu kommen, dass die Isolatoren zwischen einzelnen Drahtlagen mit kleinsten Mengen Metall bedampft und dadurch beschädigt werden. Derartige Überspannungen werden zwar parallel auch hardwareseitig durch Schutzschaltungen, insbesondere durch Spannungsabhängige Widerstände (VDR), aufgefangen. Dies würde jedoch insgesamt dazu führen, dass das Experiment für einen gewissen Zeitraum stillsteht. Daher muss von softwaretechnischer Seite gewährleistet werden, dass jeder Versuch eine solche Überspannung anzufahren in einer Fehlermeldung resultiert.

Wenn softwaretechnisch geprüft ist, dass der Wert eingestellt werden kann, wird dies dem Nutzer mitgeteilt. Dieser muss dann eine Bestätigung schicken, dass der Befehl korrekt erkannt wurde und umgesetzt werden soll. Daraufhin wird der Befehl weitergeleitet an das Endgerät. Hierfür muss nun die Hauptkontrolle wissen, wohin sie den Befehl zu schicken hat und muss ihn in eine für das Endgerät verständliche Sprache übersetzen.

Nach einem erfolgreichem Ausführen des Befehls wird dann eine Rückmeldung an den Nutzer geschickt. Das hier erläuterte Prinzip wird unter dem Begriff der doppelt bestätigten Kommunikation geführt.

### 4.3 Zusammenfassung des Hochspannungslayouts

Das oben erläuterte Hochspannungslayout für **KATRIN** hat Kontakte zu vielen Bereichen des Experiments: angefangen von der Quelle, über Elektronenkanonen, die Spektrometer bis hin zur Nachbeschleunigung am Detektor selbst. Ebenso ist es eng verbunden mit dem Monitorspektrometer, welches für Kalibrationszwecke genutzt werden kann. Die Spannungsüberwachung und Erzeugung ist hierbei auf dem derzeitigen Weltstandard, was die Präzision angeht. Dies ist unbedingt notwendig, um die gewünschte Sensitivität auf die Neutrinomasse erreichen zu können, da Fehler in der Messung oder Störungen der Hochspannung direkten Einfluss auf die spektrale Form und damit die Neutrinomasse nehmen. Experimentseitig existiert inzwischen ein umfassendes Konzept. In Teilen sind auch schon ausgereifte Schaltungen zur Hochspannungsversorgung realisiert. Damit ist die Hochspannung auf einem guten Weg zum termingerechten Einsatz im Experiment.





## 5. Aufbau und Test der Hochspannungsregulierung am Vorspektrometer

Da zum Zeitpunkt dieser Arbeit das Hauptspektrometer als HV-Rezipient noch nicht zur Verfügung stand, wurde die Hochspannungsregulierung zunächst am Vorspektrometer aufgebaut und getestet. Ziel des Aufbaus war es, eine präzise Hochspannung für das Spektrometer zur Verfügung zu stellen, diese zuverlässig zu messen und gleichzeitig stabil zu halten. Vor allem das Ziel der Stabilisierung ist aufwendiger. Dafür wird eine Auslese benötigt, die in der Lage ist, in Echtzeit sowohl die Gleich- und die Wechselspannungsanteile zu messen als auch die Abweichung vom Sollwert auszuregulieren. Für den Gleichspannungsanteil ist dies mittels eines Spannungsteilers und nachgeschalteten Multimeters möglich. Um die Gleichspannung genau zu messen, ist es notwendig, den Spannungsteiler entsprechend genau und regelmäßig zu kalibrieren. Außerdem dürfen die Wechselspannungsanteile diese Messung nicht stören, was durch einen Tiefpassfilter erreicht wird. Auf der anderen Seite sind die Wechselspannungsanteile zu glätten. Diese können nicht direkt, sondern nur durch einen Hochpass ausgelesen werden. Aus den beiden so erhaltenen Werten wird im Hochspannungsnachregulator das Inputsignal für die Triode erzeugt, welche die Glättung übernimmt. Im Prinzip erfolgt die Glättung dadurch, dass die Triode abhängig vom Störsignal Ladung vom Spektrometertank zieht. Dies hat einen zusätzlichen Ableitstrom zur Folge, welcher durch das Hochspannungsnetzteil zur Verfügung gestellt werden muss. Durch die aktive Nachregelung ist es somit gelungen, die Spannungsstabilität von 600 mV Spitze auf einen Wert unter 30 mV zu drücken. Dies bedeutet, dass der Fehler der Neutrinomasse entsprechend um einen Faktor 20 verringert wird. Außerdem ist es möglich den Standardfehler der Hochspannung noch deutlich genauer zu bestimmen und damit einen genauen Eingabewert für die spätere Datenanalyse zu erhalten.

### 5.1 Testaufbau des Vorspektrometers

Beim hier realisierten Testaufbau handelt es sich um ein vorläufiges Setup des Vorspektrometers, das später am KATRIN Experiment als MAC-E-Filter zur Vorselektion eingesetzt werden wird [Frä06] [Frä10]. Dieses Spektrometer ist ein Ultrahochvakuumssystem mit einer kaskadierten Pumpanlage von Turbomolekularpumpen und Getterpumpen, um die geforderten Ultrahochvakuumbedingungen von  $p < 10^{-11}$  mbar erreichen zu können. Das Spektrometer arbeitet nach dem Prinzip des MAC-E-Filters (siehe Kapitel 2.2.1). Hardwaretechnisch basiert das System auf einem Elektrodensystem, das auf bis  $-35$  kV gelegt werden kann, und zwei

supraleitenden Magneten, die Feldstärken bis 4,T erzeugen können. Das Vorspektrometer - wie auch später das Hauptspektrometer - ist dadurch charakterisiert, dass der Tank mit auf Hochspannung liegt und die Elektroden an diesen abgestützt werden. Hinzu kommt ein verfahrbarer 64-Pixel-Halbleiterdetektor. Je nach Experimentkonfiguration war eine Elektronenkanone montiert, die als präzise Elektronenquelle diente. Hiermit konnten genaue Untersuchungen der Transmissionseigenschaften des Spektrometers durchgeführt werden. Da die Transmissionsfunktion des Vorspektrometers jedoch eine Breite von etwa 60 V im Bereich von 18 kV hat, ist diese Anordnung nicht geeignet, um den Einfluss von Spannungsschwankungen von weniger als 1 V zu untersuchen.

Am Vorspektrometer-Testaufbau wurden bereits zahlreiche Testexperimente zur Vakuumtechnik, Detektortechnik, dem elektromagnetischen Design und den Transmissionseigenschaften erfolgreich durchgeführt. In jüngerer Zeit waren vor allem Untersuchungen zum Untergrundstudium sehr erfolgreich, und es konnten entsprechende Quellen gefunden und neutralisiert werden [Gro10] [Gör10]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Funktionsweise der Hochspannungsnachregulierung an diesem Aufbau untersucht und optimiert. Besonderes Interesse galt dem Einschwingverhalten und der Funktionalität der Spannungsstabilisierung. In Ergänzung hierzu konnte die Kalibration einzelner Bauelemente untereinander überprüft werden.

Der schematische Aufbau des Spektrometers mit Vakuumtank, Magneten und Elektrodensystem ist in Abbildung 5.1 zu sehen. Die hier eingezeichneten Hochspannungsdurchführungen dienen dazu, die Elektroden auf ein gewünschtes Potential zu legen. Für die Messungen der Hochspannungsstabilisierung war jedoch die Stabilität des Tankpotentials entscheidend. Hierfür sind zusätzliche Abgriffe am Klöpperboden des Spektrometers angebracht. Während der Messungen der Hochspannung war auf der linken Seite der Detektor über ein VAT-Ventil angeschlossen und auf der rechten Seite eine Elektronenkanone. Diese Zusatzkomponenten waren jedoch bei den eigentlichen Hochspannungsmessungen nicht aktiv.

Der grundlegende Hochspannungsaufbau des Vorspektrometers ist in Abbildung 5.2 gezeigt. Die hier durchgeführten Messungen benötigten in erster Linie das Netzteil FUG 4. Hiermit wurde die Hochspannung erzeugt und - anders als im Schema dargestellt - sowohl auf die Elektrode als auch auf den Tank geleitet. Das Schema gibt bereits einen ersten Einblick in die Komplexität der Hochspannungsversorgung am Hauptspektrometer, da dieses statt 6 Elektroden dann 46 Elektroden besitzen wird.

Als Testsetup für die Hochspannungsstabilisierung am Hauptspektrometer ist diese Konfiguration jedoch sehr gut geeignet, da die elektrische Verschaltung in vielen Details der am Hauptspektrometer entspricht. An dieser Stelle sei exemplarisch der auf hohem Potential liegende Schaltschrank mit seinen ISEG-Netzteilen für die Differenzspannungen zwischen Tank und Elektrode erwähnt. Diese Komponente wird später auch am Hauptspektrometer im Einsatz sein.

## 5.2 Vorbereitung der Messung

Zur Vorbereitung der Messungen waren einige Vorarbeiten notwendig. Zunächst war zu beachten, dass im Bereich des Spektrometers starke Magnetfelder erzeugt werden können. Von Turbomolekularpumpen ist bekannt, dass solche Felder nachteilige Wirkungen auf den Dauerbetrieb haben können (siehe Kapitel B). Entsprechendes könnte gelten für Messgeräte wie das hier verwendete FLUKE 8846 A und das METRIX-Oszilloskop, die beide sehr komplexe Geräte sind. Es bedarf daher eigener Untersuchungen und Tests, um die geforderte Präzision liefern zu können. Da die Messungen der Hochspannung mit hoher Präzision durchgeführt werden sollen, muss - nach oben Gesagtem - ein Einfluss durch Magnetfelder ausgeschlossen werden. Daher wurde zunächst eine Magnetfeldkarte der Umgebung des Spektrometers erstellt, um abschätzen zu können, welchen Feldstärken die Messgeräte ausgesetzt sind.

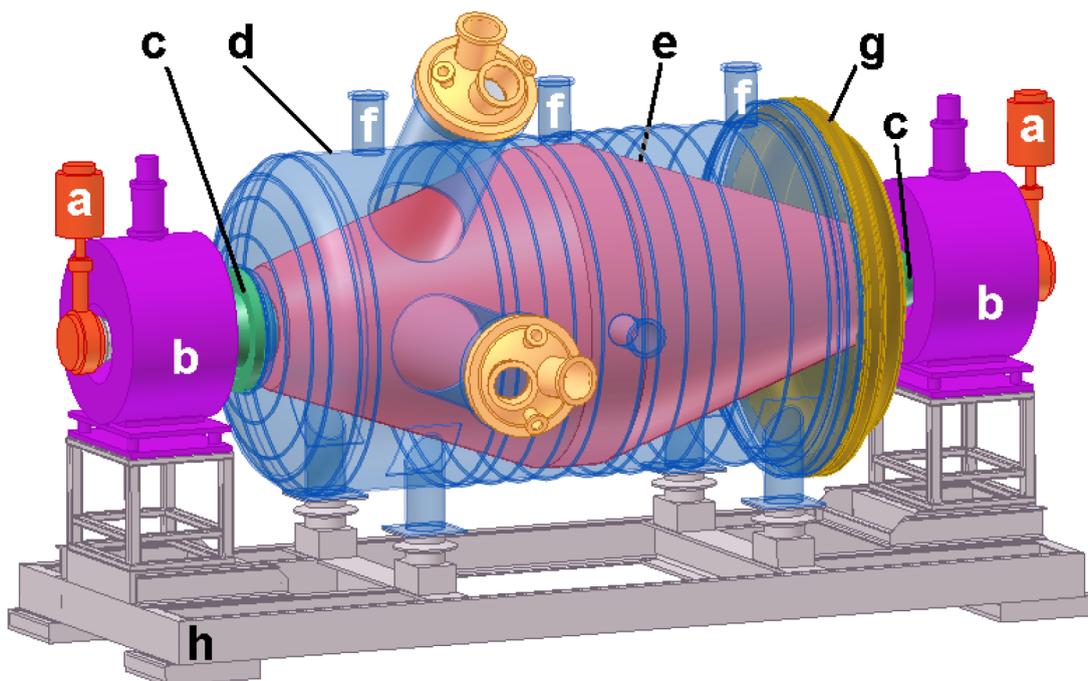


Abbildung 5.1: **Schematische Darstellung des Vorspektrometers** (a) Ventile zum Abkoppeln des Spektrometers von Anbauten wie Elektronenkanone und Detektor. (b) Solenoid-Magnete mit maximaler Feldstärke von 4,5 T. (c) Keramikisolatoren, um das Spektrometer elektrisch gegen das Strahlrohr zu isolieren. (d) Spektrometertank mit einer Länge von 3,48 m einem Durchmesser von 1,68 m und einer Wandstärke von 10 mm. (e) Das Elektroden-system zur Formung des Potentials. (f) Hochspannungsdurchführung zum Anschluss der Netzteile an die Elektroden. (g) Klöpperbodendeckel zum Verschluss des Spektrometers. (h) Stützstruktur des Spektrometers, hier sind ebenfalls Keramikisolatoren eingearbeitet, um das Spektrometer elektrisch vom Boden zu trennen [Frä06]

Anschließend wurde die Stabilität des FLUKE 8846 A im Magnetfeld an einer 10-Volt-Referenzspannungsquelle gemessen. Wie sich herausstellte, ist kein Einfluss durch Streumagnetfelder bis zu Werten von 5 mT messbar.

### 5.2.1 Magnetfeldkarte der Umgebung des Vorspektrometers

Die Erstellung der Magnetfeldkarte ist notwendig, weil bei den Präzisionsmessungen lange Signalkabel die Tendenz haben, Störungen einzufangen. Die Karte an sich konnte recht schnell mit Hilfe des Programmpakets KASSIOPEIA [BBC<sup>+</sup>10] erstellt werden. Die Datenfiles für die Position der Magnete am Vorspektrometer lagen bereits vor, so dass im Vorfeld der Messung eine Karte mit ausreichender Genauigkeit zur Verfügung stand.

In Abbildung 5.3 sind die Linien konstanter Feldstärke für die Referenzwerte 5,0 mT, 1,0 mT und 0,5 mT eingezeichnet. Der letzte Wert ist der allgemeine Grenzwert für Träger von Herzschrittmachern. Der Wert von 5,0 mT ist ein allgemeiner Richtwert für elektrische Gerätschaften aller Art, der nicht überschritten werden sollte. Das Feld mit einer Feldstärke von  $B > 0,5 \text{ mT}$  reicht hierbei weit über die Klimakabine hinaus. Es ist also nicht möglich, entsprechende Feldstärken zu vermeiden, der Bereich mit einem Richtwert  $>$  über 5,0 mT lässt sich jedoch einfach umgehen. In den oberen und unteren Bereichen, wo sich die Äquipotentiallinien stark einbuchten, war kein Platz verfügbar, da hier bereits andere Gerätschaften untergebracht sind und noch Platz für Umbau und Wartungsarbeiten verbleiben muss. Die hier eingesetzten

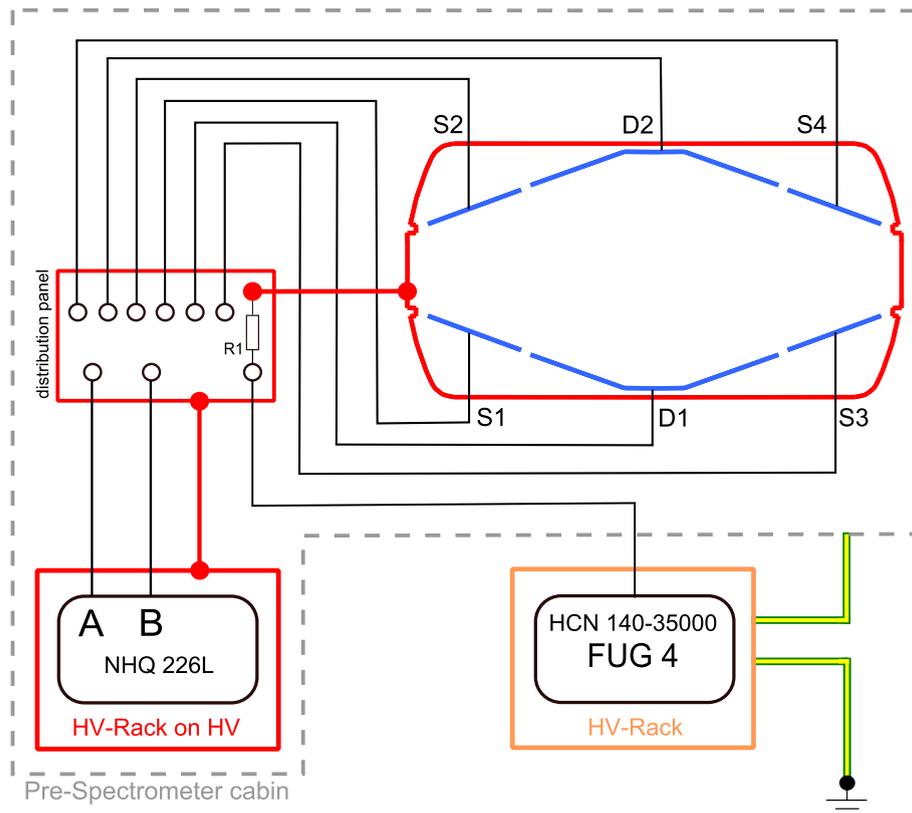


Abbildung 5.2: **Hochspannungsplan des Vorspektrometers** [Gör10] Die Abbildung zeigt schematisch die Hochspannungsversorgung des Vorspektrometer-Testaufbaus. Wichtig ist, dass das FUG-4-Netzteil den äußeren Tank auf Hochspannung legt, während das NHQ 226L als Differenzspannungsgerät für die Feinabstimmung der Elektroden verwendet wird.

Gerätschaften wurden daher unten rechts in einem Bereich mit Feldstärken um 1,0 bis 2,0 mT untergebracht.

### 5.2.2 Messung des Einflusses von Magnetfeldern auf das Multimeter FLUKE 8846 A

Für die Messung des Einflusses von Magnetfeldern auf das "Fluke Multimeter vom Typ 8846A" wurde eine Helmholtzspule zur Definition eines homogenen Feldes verwendet. Um die Feldstabilität zu gewährleisten, wurde das verwendete Netzteil in einem stromstabilisierenden Modus verwendet, und der Spulenstrom wurde mit einem digitalen Amperemeter gemessen. Für die Kalibration der Magnetfeldstärke gegenüber dem Spulenstrom wurde eine einfache Messreihe bei verschiedenen Stromstärken durchgeführt. Eine exakte Kalibration war hierbei nicht notwendig, da zunächst nur getestet werden sollte, ob überhaupt ein Einfluss der Magnetfelder zu messen ist. Die Kalibration konnte daher mit ausreichender Genauigkeit mit einem linearen Fitten erfolgen. Ein gefundener Offset, der vom Erdmagnetfeld stammt, kann daher vernachlässigt werden, soll allerdings der Vollständigkeit wegen hier aufgelistet werden. Die Kalibrationskurve ergab somit:

$$B = B_0 + I \cdot \beta_I$$

mit  $B_0 = (0,04 \pm 0,03) \text{ mT}$  (5.1)  
 und  $\beta_I = (0,73 \pm 0,02) \text{ mT/A}$



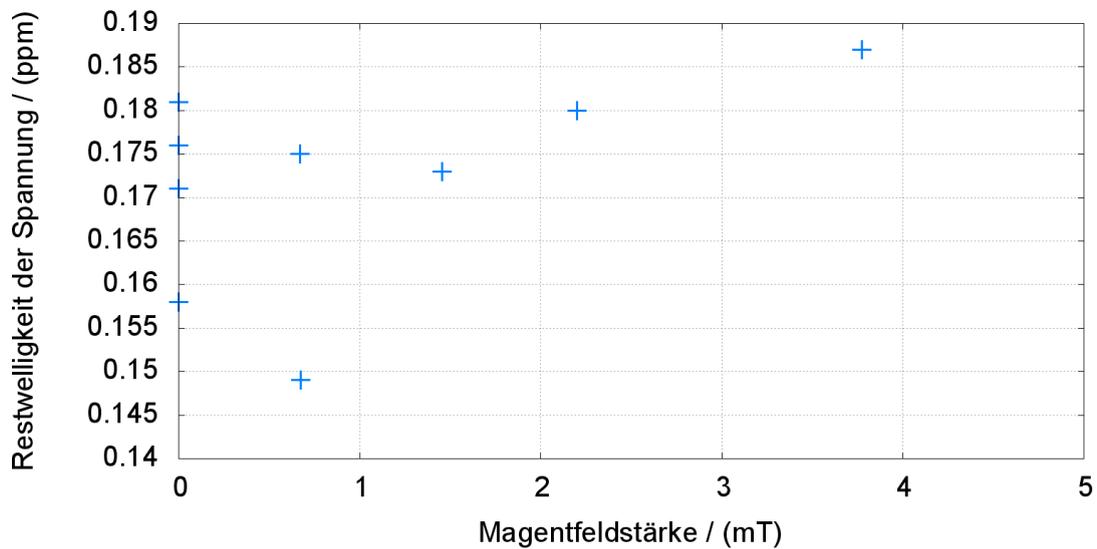


Abbildung 5.4: **Standardabweichung der Spannungsmessung** Die Abbildung zeigt die Standardabweichung der Spannungsmessung in ppm der Absolutspannung in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke, in der sich das Multimeter befindet. Ohne Magnetfeld wurden mehrere Messungen durchgeführt, während bei höheren Feldern jeweils nur eine Messung durchgeführt wurde. Es ist jedoch keine Abhängigkeit der Standardabweichung von der Magnetfeldstärke erkennbar.

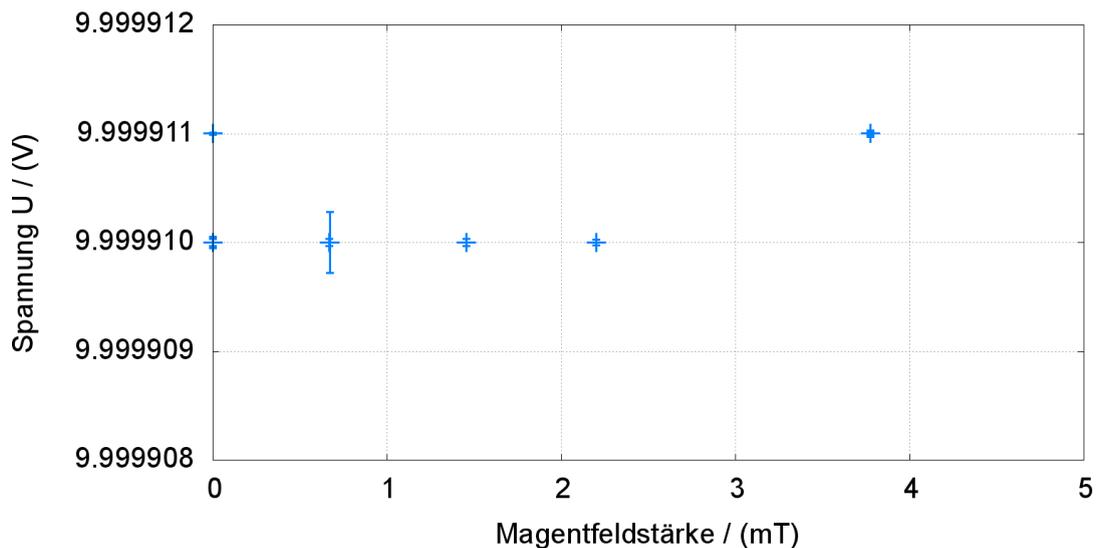


Abbildung 5.5: **Mittelwerte der Spannungsmessung mit Fehlerauftragung** Die Abbildung zeigt die Mittelwerte der Spannungsmessung an der Referenzspannungsquelle. Die Streuung der Werte liegt im Bereich der Anzeigegenauigkeit des Multimeters ( $6\frac{1}{2}$  Stellen)

Sie dienen präzisen Spannungsmessungen. Diese Teiler erfüllen zwar nicht die hohen Stabilitätsanforderungen für das KATRIN-Experiment, bieten aber dennoch eine sehr hohe Stabilität im Bereich  $< 10$  ppm für Spannungen bis 35 kV, welche für die Untersuchungen in dieser Arbeit ausreichend ist. Zum Zeitpunkt der Herstellung dieser Teiler war es schwierig, sie zu kalibrieren, weil es kaum vergleichbare Geräte beziehungsweise Geräte mit höherer Präzision gab. Da die Stabilität dieser alten Teiler und vor allem ihre Reproduzierbarkeit für die Anforderungen von KATRIN nicht ausreichend sind, wurden in unabhängigen Arbeiten zwei neue Spannungsteiler entwickelt [Thü07] [Bau09]. Diese beiden Teiler, Teiler 1 bis 35 kV und Teiler 2 bis 65 kV, wurden und werden an der Physikalisch-Technische-Bundesanstalt (PTB) kalibriert und gehören zu den weltweit präzisesten Spannungsteilern. Seit dieser Kalibration werden beide Teiler immer wieder kalibriert, d.h. primär gegeneinander; von Zeit zu Zeit auch an der PTB gegen den dortigen Referenzteiler. Inzwischen sind die Stabilität und Reproduzierbarkeit dieser KATRIN-HV-Teiler so gut, dass es schwer ist zu sagen, welcher Teiler denn nun als Referenz anzusehen ist. Mittlerweile haben die Messungen gezeigt, dass die Stabilität der KATRIN-Teiler vergleichbar zu den Referenzteilern der PTB ist.

Diese nun verfügbaren präzisen KATRIN-Spannungsteiler machten es möglich, die älteren JRL-Teiler neu zu kalibrieren. Der Testaufbau, der normalerweise zur gegenseitigen Kalibration der KATRIN-HV-Teiler verwendet wird, wurde nun mit dem JRL-Teiler bestückt. Von besonderem Interesse war die Analyse der Spannungsabhängigkeit. Hierbei ergab sich ein Teilverhältnis von 5000,186 : 1 bei einer Spannung von 18 kV. Die Untersuchung der Spannungsabhängigkeit ergab eine charakteristische Kurve, die mit einem Polynom 2. Grades gut beschrieben werden kann. Ein höheres Polynom 3. Grades ergibt eine noch bessere Anpassung. Die physikalische Ursache einer derartigen Spannungsabhängigkeit ist schwierig nachzuweisen, da viele verschiedene Prozesse eine Rolle spielen können. Die JRL-Spannungsteiler sind in Metallgehäusen eingebettet und verschweißt, für den thermischen Ausgleich sind sie mit Öl gefüllt. Wird nun eine Spannung angelegt, erwärmt sich der Teiler. Dies kann auch zu einer Druckänderung im Teiler führen. Erschwerend kommt hinzu, dass der Temperaturverlauf im Teiler nicht bestimmt werden kann. Aus den Versuchen mit den KATRIN-Spannungsteilern ist jedoch klar ersichtlich, dass Temperaturunterschiede im Teiler einen Einfluss auf das Teilverhältnis haben können. Diese Teiler verfügen daher über eine aufwendige Temperaturstabilisierung, die für eine möglichst gleichmäßige Temperatur sorgen soll. So werden Thermospannungen vermieden. Um Kriechströme zu minimieren, wurden Kondensatorplatten eingebaut, die dafür sorgen, dass der Spannungsabfall außerhalb der Widerstände dem in den Widerständen entspricht. Hierdurch werden Kriechströme vermieden oder zumindest deutlich verringert. All diese zusätzlichen Systeme hat der JRL-Teiler nicht, daher sind seine Kalibrationsdaten immer in Bezug auf die Umgebungsbedingungen zu verstehen.

### Vorgehensweise bei der Kalibration

Vor und nach jeder Messung müssen die digitalen Voltmeter kalibriert werden, um das Driftverhalten und andere systematische Effekt so klein wie möglich zu halten. Das Vorgehen ist wie folgt: Zunächst werden die Eingänge jedes Multimeters kurzgeschlossen und dann werden einige Minuten die Spannungswerte protokolliert. Der Mittelwert dieser Werte ergibt dann den Offset  $\bar{U}_v$ , der bei allen weiteren Messungen vom Messwert subtrahiert werden muss. Als nächstes wird der Absolutwert der Spannung kalibriert. Hierfür wird eine Referenzspannungsquelle vom Typ "Fluke 732A 10V" an die Multimeter angeschlossen und die Spannungswerte werden wieder einige Minuten protokolliert. Anschließend wird wieder der Mittelwert  $\bar{U}_v$  berechnet. Danach wird die Differenz von  $\bar{U}_v - \bar{U}_o$  berechnet und mit der Spannung der Referenzquelle verglichen. Hieraus ergibt sich der Verstärkungsfaktor  $V$  der Multimeter.

$$V = \frac{U_{\text{ref}}}{\bar{U}_v - \bar{U}_o} \quad (5.2)$$

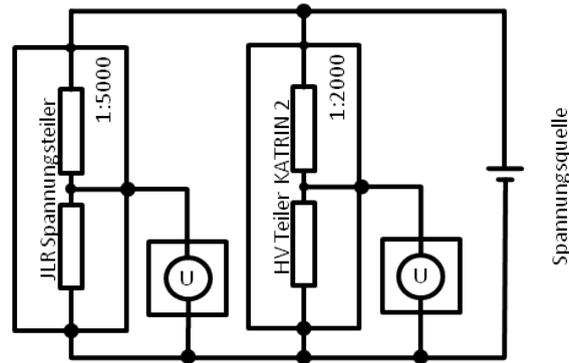


Abbildung 5.6: **Schaltskizze Kalibrierung des JRL** Diese Skizze zeigt den prinzipiellen Aufbau der Kalibrierungsmessung zwischen dem JRL-Teiler und dem KATRIN-HV-Teiler 2.

Aus einem beliebigen Messwert  $U_M$  erhält man dann die anliegende Spannung durch folgende Beziehung:

$$U = (U_M - \bar{U}_o) \cdot V \quad (5.3)$$

Um aus einem beliebigen gemessenen Spannungswert den tatsächlichen Spannungswert zu erhalten, muss daher zuerst der Offset abgezogen und dann mit der Verstärkung multipliziert werden. Die so korrigierten Werte können dann für weitere Berechnungen verwendet werden. Im Folgenden ist unter Spannungsmesswerten stets der so korrigierte Wert zu verstehen.

Zunächst musste der Referenzteiler kalibriert sein. Dies erfolgte ursprünglich an der [PTB](#) und im Anschluss daran regelmäßig im Hochspannungslabor des Instituts für Kernphysik der Universität Münster [[Bau09](#)] wiederholt werden. Nun wurden beide Teiler parallel an eine Hochspannungsquelle angeschlossen, wobei an die Ausgänge der Teiler jeweils ein digitales Multimeter angeschlossen wurde, in diesem Fall der Vorder- und Hintereingang des Multimeters. Danach wurden verschiedene Hochspannungen angelegt und bei jedem Spannungswert mehrere Messwerte genommen. Aus dem Vergleich der Messwerte, die an den beiden Teilern abgegriffen wurden, und der Kenntnis der Spannungsabhängigkeit des Maßstabsfaktors des KATRIN-HV-Teilers 2 kann dann der Maßstabsfaktor des [JRL](#)-Teilers errechnet werden.

$$M_{K2} = M_0 + M_1 \cdot U_{\text{ist}} \quad (5.4)$$

Diese Formel gilt exakt, jedoch kann sie in dieser Form in der Praxis nicht verwendet werden, da zur Bestimmung von  $U_{\text{ist}}$  der Parameter  $M_{K2}$  benötigt wird. Stattdessen kann die Näherungsrelation  $U_{\text{ist}} \approx M_0 \cdot U$  verwendet werden. Hierbei ist hervorzuheben, dass die Spannungsabhängigkeit sehr gering ist und die Korrektur aus der Verwendung dieser Näherung jenseits des Nanovolt-Bereichs liegt.

Die Spannung, die am Präzisionsteiler und am JRL-Teiler anliegt, kann über folgende Relation bestimmt werden:

$$U_{\text{ist}} = M_{K2} \cdot U_{K1} \quad (5.5)$$

Aus der Bedingung, dass die an beiden Teilern anliegende Spannung identisch sein muss, kann dann der Maßstabsfaktor  $M_J$  für den JRL-Teiler bestimmt werden:

$$M_J = M_{K0} \cdot \frac{U_{K1}}{U_1} \quad (5.6)$$

Diese Prozedur muss nun für jeden Messpunkt durchgeführt werden, woraus sich letztlich die spannungsabhängige Kalibrationskurve ergibt. (5.7).

### Ergebnis der Kalibration

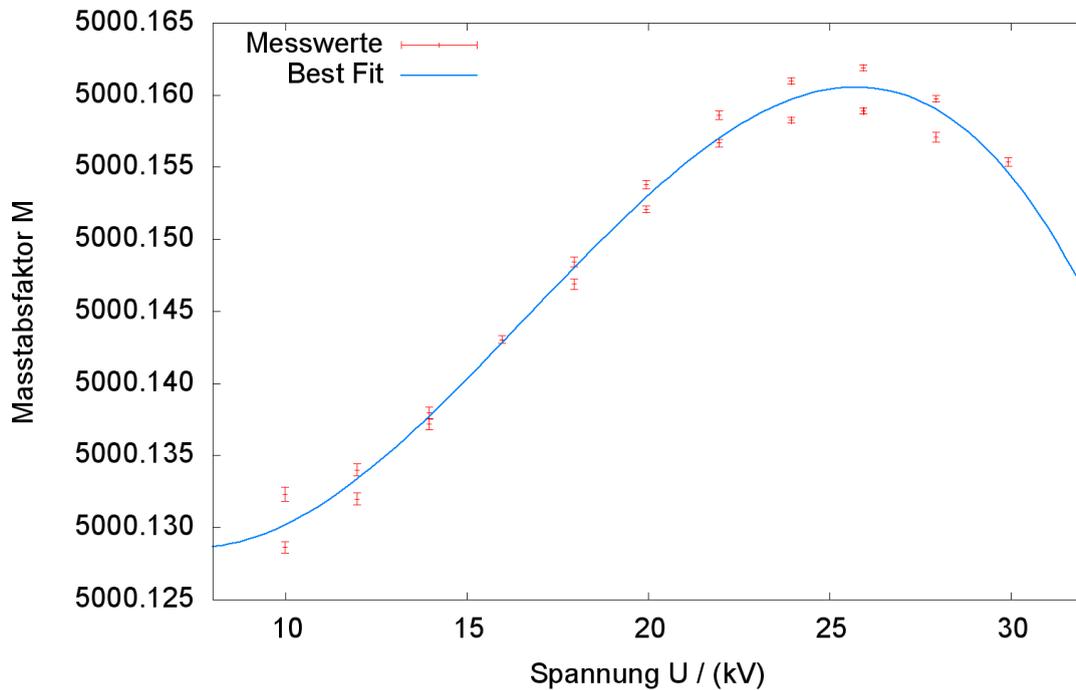


Abbildung 5.7: **Kalibrationskurve des JRL Spannungsteiler:** Diese Kalibrationskurve für den JRL-Teiler enthält Fehlerbalken mit rein statistischen Fehlern der Messpunkte, die sehr klein sind. Im Bild eingezeichnet sind Messpunkte aus Messreihen, bei denen die Spannung zunächst von niedrigen zu hohen Werten durchfahren wurde, und dann wieder zurück. Zwischen den beiden Messreihen ist eine systematische Abweichung zu sehen. Dies bedeutet, dass eine Einzelmessung sehr stabil läuft, die Reproduzierbarkeit jedoch nicht mit der notwendigen Präzision gegeben ist. Die gesamte Spannungsabhängigkeit im gezeigten Intervall beträgt weniger als 8ppm und ist somit für diese Teiler sehr gut und für eine schnelle Spannungsregulierung vollkommen ausreichend. Die Absolutwertbestimmung muss jedoch mit einem besser reproduzierbaren Teiler durchgeführt werden.

Die Kalibration ergab eine spannungsabhängige Abweichung im Bereich von 10 bis 30kV von durchgängig weniger als 8ppm (siehe Tabelle 5.7).

$$M_J(U_{HV}) = a \cdot U_{HV}^3 + b \cdot U_{HV}^2 + c \cdot U_{HV} + d \quad (5.7)$$

Dies ist für den Teiler ein gutes Ergebnis und qualifiziert ihn für den Einsatz zur Spannungsmessung. Die Reproduzierbarkeit allerdings ist problematisch. Diese Abweichungen sind deutlich größer als die bei den hochpräzisen Spannungsteilern zulässigen Werte für das Hauptspektrometer. Die Präzision ist jedoch ausreichend, um das Eingangssignal für die Hochspannungsnachregelung zu liefern. Wenn die Teiler auf einem vordefinierten Wert stehen, bleiben sie dort mittelfristig sehr stabil, obwohl diese Stabilität nochmals gezielt überprüft werden muss.

### 5.3 Spannungsstabilisierung mit Triodenschaltung

Die Idee der aktiven Spannungsstabilisierung basiert darauf, dass durch einen gezielt steuerbaren Stromfluss vom Spektrometertank die Restwelligkeiten auf der HV geglättet werden.

Tabelle 5.1: Parameter der JRL Teiler Kalibration

Parameter	Wert	Standardabweichung
a	-1.06878e-014	+/- 1.696e-015
b	5.33901e-010	+/- 1.008e-010
c	-6.25188e-006	+/- 1.899e-006
d	5000.15	+/- 0.01121

Hierfür eignen sich besonders gut Trioden, da sie gleichzeitig gut und schnell steuerbar sind und den nötigen Stromfluss gewährleisten können, ohne zerstört zu werden. Um nun die Triode ansteuern zu können, wird eine Steuerspannung benötigt. Diese setzt sich zusammen aus der Differenz des Gleichspannungs- und der Wechselanteils zusammen. Die Differenz ist wichtig, da die Schaltung die Welligkeit glätten soll. Das Schema der Schaltung, wie sie für die hier vorgestellten Messungen verwendet wurde, ist in Abbildung 5.8 zu sehen. In Abbildung 4.3 wurde bereits ein ähnliches Schema gezeigt, wie es am Hauptspektrometer realisiert werden soll.

Der Gleichspannungsanteil wird hinter einem Tiefpassfilter, d.h. im Prinzip eine passend dimensionierte Induktivität, mit Hilfe präziser Spannungsteiler gemessen. Hierbei ist es nicht von Relevanz, an welcher Stelle diese Spannung gemessen wird, da nur der Gleichspannungsanteil ermittelt wird. Dieser sollte überall gleich sein. Dieses Signal wird dann an den Hochspannungsnachregler (HV-Postregulator) gegeben. Hinzu kommt noch das Wechselspannungssignal, das direkt dort gemessen werden muss, wo die Hochspannung stabil gehalten werden soll. Dieses wird mit der Rippelprobe ausgelesen, deren wichtigstes Bauteil ein hochspannungsfester Keramik Kondensator ist. Das Signal muss zunächst noch durch einen Verstärker geleitet werden, um vom Pegel her angepasst zu werden. Schließlich wird es ebenfalls an den Hochspannungsnachregler weitergereicht. Das so gewonnene Signal aus Gleich- und Wechselspannungsanteil wird nun im HV-Nachregler mit einem vom Nutzer vorgegebenen Wert verglichen. Aus dem Vergleich ergibt sich dann das Steuersignal für die Triode. Da diese auf Hochspannung liegt, muss das Signal zunächst in ein optisches Signal umgewandelt werden. Dies erfolgt über eine Leuchtdiode. An der Triode selbst wird das Signal dann wieder von einer Photodiode umgewandelt. Über diesen Regelkreis wird die Triode gesteuert, und es fließen mehr oder weniger Elektronen vom Spektrometer ab und glätten somit die Spannung am Tank.

Dieser Regelkreis funktioniert in Echtzeit und kann prinzipiell jede Störung herausregeln, die am Tank anliegt, auch wenn bestimmte Frequenzbereiche hiervon unbeeinflusst bleiben. Welcher Frequenzbereich nachgeregelt werden muss, wird durch Untersuchungen am endgültigen System bestimmt. Die Schaltung wird dementsprechend gegebenenfalls angepasst.

### 5.3.1 Einfluss der Stabilisierung auf die Standardabweichung der Hochspannung

Wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, ist in erster Linie die Größe der Standardabweichung einer Störung entscheidend für ihren Einfluss auf die Messung der Neutrinomasse. Daher soll an dieser Stelle untersucht werden, wie sich die HV-Nachregulierung auf die Standardabweichung der jeweils anliegenden HV-Spannung zu ihrem zeitlichen Mittelwert verhält. Zunächst ist zu ermitteln, wie die tatsächlich anliegende Spannung mit der am Nachregler eingestellten Spannung verknüpft ist. Hierfür wurden Messungen unter anderem bei fester Sollspannung des FUG 4 durchgeführt. Dabei wurde der Sollwert der Nachregelung nach und nach in Richtung positiverer Werte erhöht. Die Übersicht über die Messpunkte ist in Abbildung 5.9 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass es einen breiten Parameterbereich gibt, in dem die Nachregelung keinen Einfluss auf die Spannung hat. Ab einer bestimmten Grenze ist jedoch die Spannung auf den Wert der

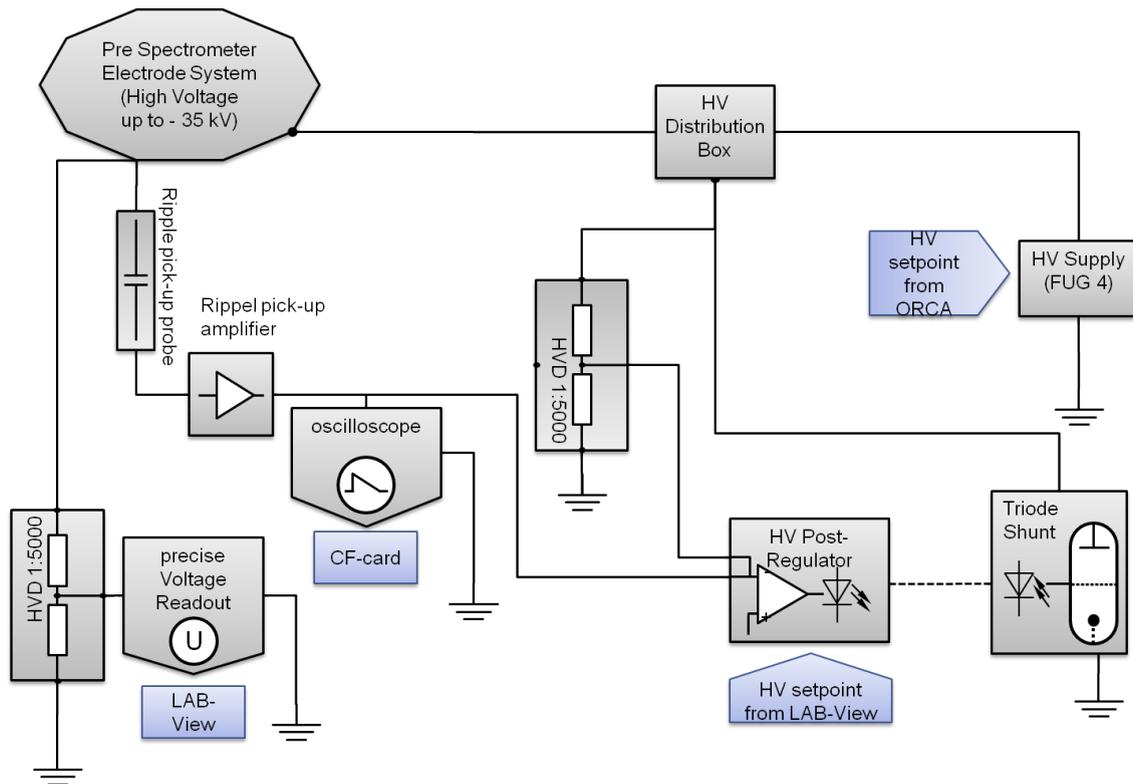


Abbildung 5.8: **Spannungsstabilisierung am Vorspektrometer** Oben im Layout ist symbolisch der Tank mit dem Elektordensystem eingezeichnet. Hier angeschlossen ist die Hochspannungsverteilerbox und die Messtechnik für Gleich- und Wechselspannungsanteile. Auf der rechten und linken Seite sind die beiden verwendeten Spannungsteiler, von denen einer für die Messung der Hochspannung mit dem Multimeter und der andere als Signalgeber für die Nachregulierung verwendet werden.

Nachregelung beschränkt. Die Spannung am Tank kann vom Betrag her nicht größer sein als die Spannung der Nachregelung. Der Bereich um 15 kV wird exemplarisch näher betrachtet in Abbildung 5.10. Die dort dargestellten Messpunkte wurden bei der gleichen Sollspannung des Netzteils von 15 kV gewonnen. Es ist ein deutlicher Knick bei 15,07 kV zu erkennen, der das Einsetzen der Nachregelung indiziert. Auffällig ist weiterhin, dass die mit dem Multimeter gemessene Spannung etwa 160 Volt unter dem Wert des DAC-Ausgangs liegt. Dies liegt an der bislang fehlenden Kalibration zwischen Nachregelung und tatsächlicher Spannung. Diese Aufgabe lässt sich jedoch mit Hilfe der Messpunkte im Bereich des linearen Aufstiegs realisieren, d.h. den Punkten, bei denen die Spannung durch die Nachregelung gesteuert wird. Dies ist für einen reibungslosen Betrieb des späteren Experiments erforderlich. Bei der Analyse des Stromflusses ist zu beachten, dass die Nachreglung prinzipiell die Spannung stabilisiert, indem sie gezielt einen Strom vom Spektrometer abfließen lässt. Im Bereich der Regelung muss also der Strom ansteigen. Dieses Verhalten ist in Abbildung 5.11 zu sehen. Die hier gemessenen Stromwerte sind mit großen Fehlern behaftet, die nur schwierig quantifizierbar sind. Dies liegt zum einen an der Präzision bei der Auslese des Stroms über ein im Netzteil integriertes Amperemeter. Zum anderen gilt, dass beim Umstellen der Spannung zunächst ein höherer beziehungsweise niedrigerer Strom fließt, bis das Spektrometer umgeladen ist. Außerdem benötigt die Stabilisierung eine bestimmte Zeit, bis sie auf ihren endgültigen Wert eingeschwungen ist. Da zum Zeitpunkt der Messung die Dauer des Einschwingens noch nicht bekannt war, wurden individuelle Messwerte zeitlich zu früh aufgenommen. Die genaue Größe des Fehlers lässt sich aufgrund des stochastischen Einflusses dieser Effekte nicht genau bestimmen. Deutlich sicht-

bar ist aber, dass der Stromfluss ebenfalls unterhalb der Regelgrenze von 15,07 kV deutlich ansteigt, d.h. die Regelung arbeitet wie erwartet.

Zur Bestimmung der Größe des Einflusses der Steuerung wird die Standardabweichung der Spannungsstörung zu Rate gezogen. In Abbildung 5.12 ist die entsprechende Verteilung in Abhängigkeit vom Sollwert der Nachregelung zu sehen. Auffällig ist, dass sich das Verhalten einer Stufenfunktion manifestiert. Solange die Nachregelung nicht steuert, ist die Standardabweichung konstant hoch; erreicht man den Bereich, in dem sie regeln kann, bleibt die Standardabweichung niedrig, unabhängig davon, wie groß der Stromfluss ist.

In der Abbildung ist zusätzlich die Standardabweichung eingetragen, die aus den Daten des Multimeters gewonnen werden konnte. Diese Werte sind auf einem niedrigen konstanten Niveau. Dies liegt daran, dass das Multimeter stets über einen Zeitraum von 2 Sekunden integriert und daraus die Spannung bestimmt. Hierdurch liegen diese Werte deutlich enger beisammen als die mit dem Oszilloskop aufgenommenen Daten, die nur den Wechselspannungsanteil beinhalten. Anzumerken ist hier (wie in Kapitel 3 gezeigt), dass die Form und damit die gemessene Neutrinomasse bestimmt wird von der Standardabweichung der Spannung. Es ist daher nicht so wichtig, diesen Mittelwert möglichst präzise zu kennen. Die tatsächlichen Spannungsschwankungen sind von größerer Bedeutung. Dieser Punkt muss in Zukunft besonders während der Hauptspektrometertestmessungen weiter detailliert untersucht werden.

### 5.3.2 Einschwingverhalten der Nachregelung

Um das Einschwingverhalten der Nachregulierung zu untersuchen, wurde am FUG 4 ein fester Hochspannungswert von 15 kV eingestellt und anschließend die Sollwerte der Nachregulierung verstellt. Hierbei wurde sowohl von niedrigen zu hohen Werten als auch umgekehrt vorgegangen. Prinzipiell zeigen beide Richtungen das gleiche Einschwingverhalten, das sich gut mit der Funktion

$$U(t) = A \cdot \left(1 - \cos((t - t_0) \cdot \omega - \phi_0)\right) \cdot e^{-(t-t_0) \cdot \gamma} \cdot \Theta(t - t_0) + U_0 \quad (5.8)$$

modellieren lässt. Hierbei sind die Parameter Amplitude  $A$ , der Offset  $U_0$  und die Startzeit  $t_0$  zwischen den einzelnen Fits vollkommen unabhängig. Die anderen Parameter sollten jedoch bei allen Messungen und damit in den Fits die gleichen Werte ergeben (siehe Tabelle 5.2).

Tabelle 5.2: Parameter des Einschwingverhaltens der Vospektrometerstabilisierung

Parameter	Gewichteter Mittelwert	$\sigma_P$
$\omega$	0,856109	0,013883
$\gamma$	0,343956	0,021529
$\phi_0$	-0,54302	0,214129

Entscheidend für den späteren Betrieb des KATRIN-Experimentes ist vor allem die Zeitspanne, die benötigt wird, bis die Welligkeit der Spannung kleiner als die vorgegebene Designanforderung ist. Diese entspricht bei 1ppm und 15 kV bei  $w_{max} = 15 \text{ mV}$ . Es muss also folgende Bedingung erfüllt sein:

$$A \cdot e^{-(t-t_0) \cdot \gamma} \leq w_{max} \quad (5.9)$$

Die Amplitude  $A$  entspricht dabei dem Spannungshub zwischen dem Wert vor und nach dem Verfahren der Spannungsstabilisierung. Bestimmte Verfahren zur Optimierung der Scannstrategie für das Tritiumspektrum setzen darauf, dass die Hochspannung in einem Intervall von 50V um den Endpunkt in idealer Weise verfahren wird. Eine Möglichkeit, dies zu realisieren,

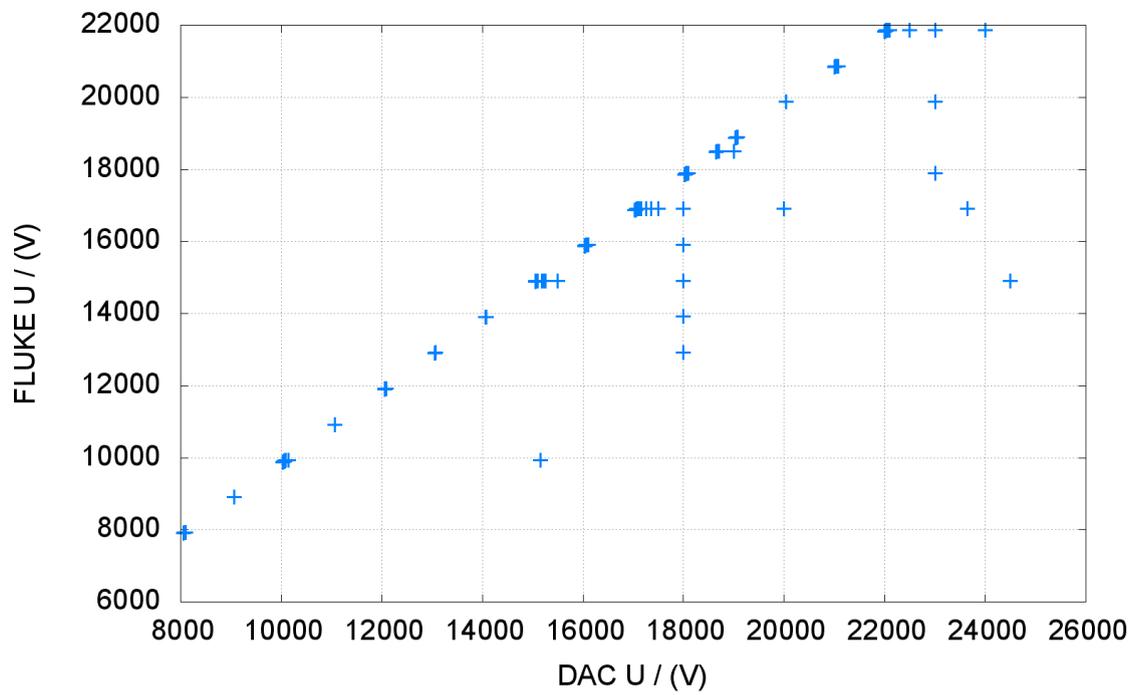


Abbildung 5.9: Vergleich der gemessenen Spannung mit dem DAC Wert

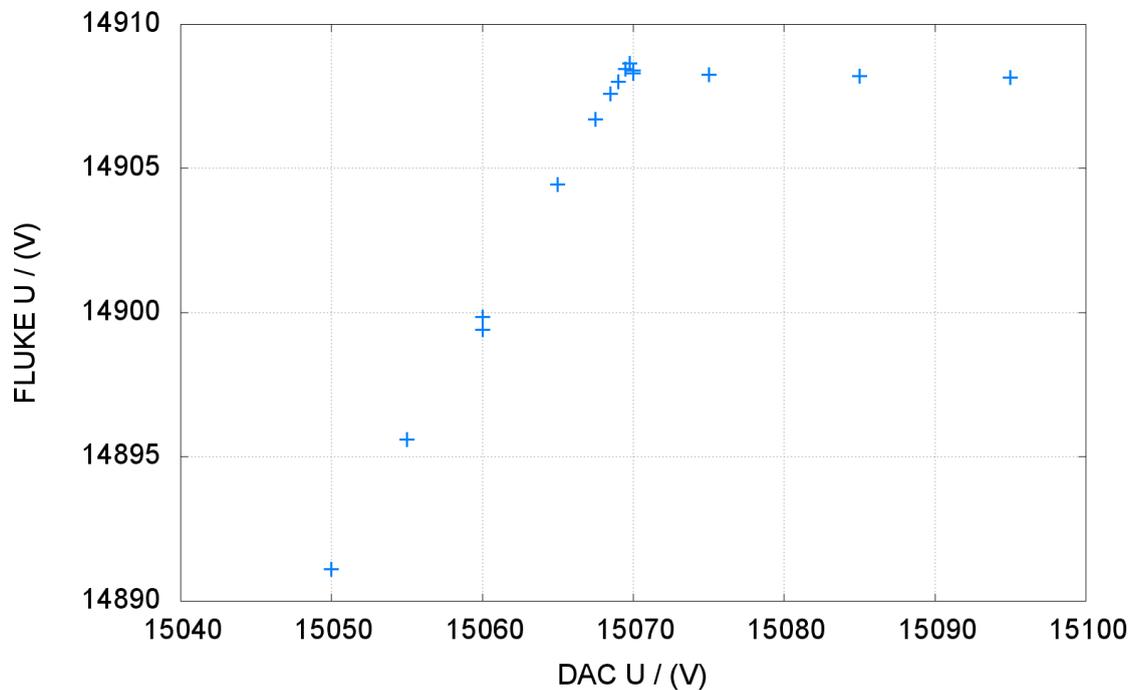


Abbildung 5.10: Vergleich der gemessenen Spannung mit dem DAC Wert im Bereich von 15kV

wäre die Vorgehensweise, die Spannungsschritte über die Nachregulierung einzustellen. Dabei ist wichtig, möglichst wenig Messzeit zu verlieren. Es muss daher die minimale Zeit bestimmt werden, die benötigt wird, bis die Restwelligkeit sicher unter dem Designwert ist. Die Gleichung 5.9 muss folglich nach der Zeitdifferenz  $t - t_0$  aufgelöst werden.

$$t - t_0 \geq \frac{\ln \frac{w_{max}}{A}}{\gamma} \quad (5.10)$$

Der maximal zu fahrende Spannungshub beträgt 50V, der Parameter  $w_{max}$  ist aus der Designanforderung gegeben und der Parameter  $\gamma$  ist aus den Messungen über die Fits bekannt. Daraus ergibt sich für den Schaltungsaufbau am Vorspektrometer eine Zeitspanne von fast 24 Sekunden. Das Szenario mit dem schnellsten Verfahren der Spannung sieht vor, dass jeder Spannungswert maximal 30 Sekunden gehalten wird, bevor ein neuer Wert angefahren wird. Dies würde aber bedeuten, dass jedes Mal 24 Sekunden Totzeit nur durch die Spannungsstabilisierung entstehen würden, selbst bei einem Spannungshub von nur 5 Volt würde dies immer noch eine Totzeit von 17 Sekunden ergeben. Gut ein Drittel der Messzeit würde in diesem Szenario keine verwertbaren Daten liefern. Die existierende Schaltung muss daher bezüglich ihres Einschwingverhaltens deutlich optimiert werden, weil sonst beim so genannte "Fast Stepping", das im KATRIN-Design-Report diskutiert wird, zu viel Messzeit verloren gehen würden [Ang05].

## 5.4 Ergebnisdiskussion

Die Messungen haben ergeben, dass die Spannungsstabilisierung alle grundlegenden Anforderungen erfüllt und die Restwelligkeit auf einen Wert reduziert wird, der kleiner ist als in der Designanforderung verlangt. Das Verhalten dieses Systems muss am Hauptspektrometer weiter untersucht werden. Das System wird aber mit hoher Wahrscheinlichkeit skaliert werden müssen, da die Kapazitäten des Hauptspektrometers deutlich größer sind als die am Vorspektrometer. Dabei muss gewährleistet werden, dass auch dementsprechend mehr Ladung im gleichen Zeitraum vom Spektrometer abgezogen werden kann, um Spannungsspitzen auszugleichen. Ein wichtiger funktioneller Punkt, der noch verbessert werden muss, ist die Dauer des Einschwingverhaltens. Laut Designvorgaben muss die Hochspannung innerhalb einer Sekunde stabil stehen. Die exakte Vorgabe eines Zielwertes ist dabei nicht möglich, da die Absolutmessung eine bestimmte minimale Zeit benötigt, um einen Wert zu bestimmen. Jedoch muss innerhalb eines Messfensters die einmal angefahrene Spannung stabil stehen.

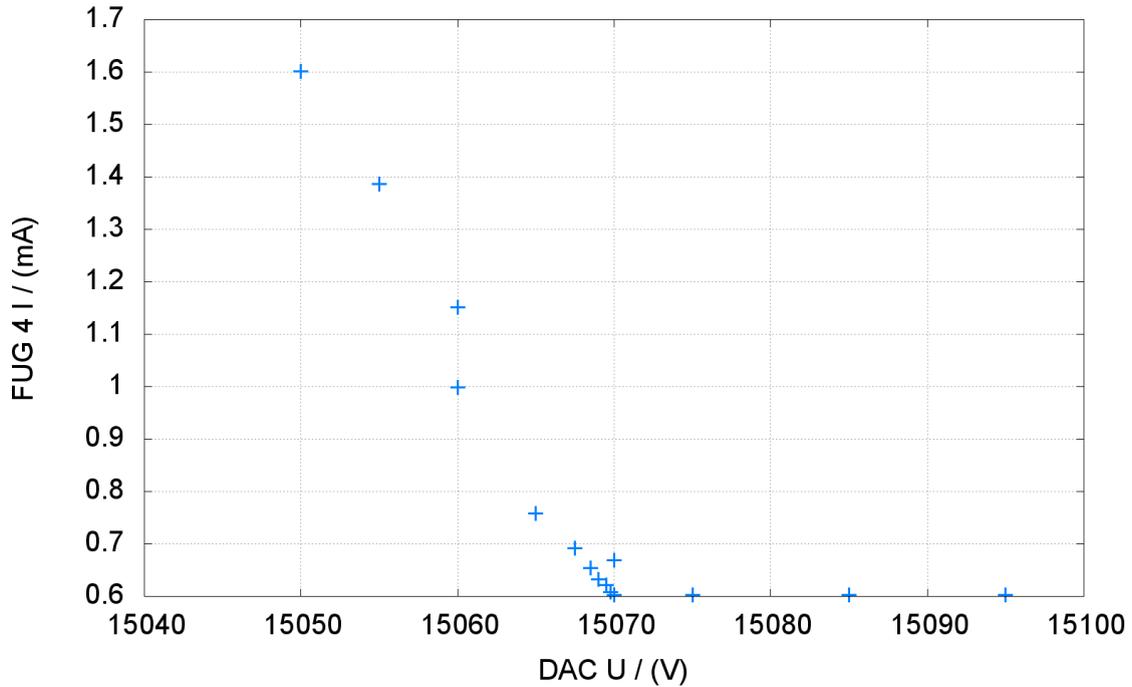


Abbildung 5.11: **Stromfluss in Abhängigkeit des DAC Wertes** In der Abbildung ist die Abhängigkeit des Stromflusses des HV-Netzteils (FUG-4, Sollwertvorgabe  $U = 15 \text{ kv}$ ) in Abhängigkeit des an der Nachregelung eingestellten Spannungswertes  $U_{\text{DAC}}$  zu sehen. Deutlich erkennbar ist der Anstieg des Stromflusses hin zu niedrigeren Werten. Bei korrekter Kalibration zwischen FUG 4 und DAC, muss der Anstieg des Stromflusses ab dem Sollwert erfolgen. Hier ist eine Abweichung von 70 Volt zu erkennen.

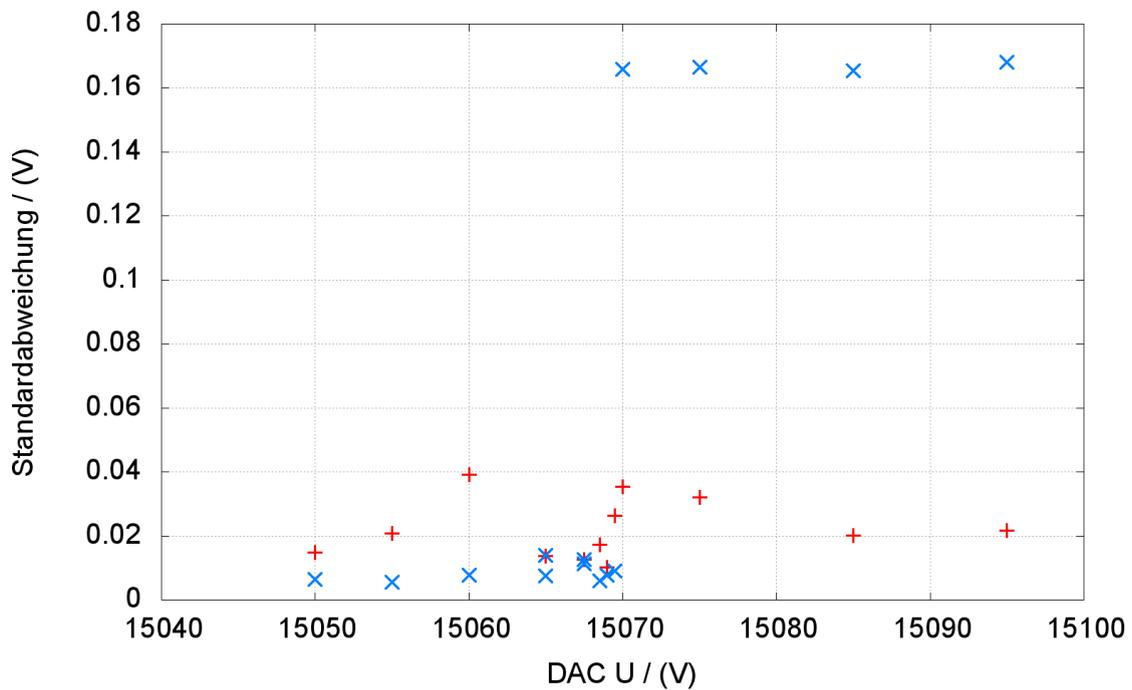


Abbildung 5.12: **Vergleich der Standardabweichung** in blau ist die aus den Daten des Oszilloskops erhaltene Standardabweichung und in rot die aus den Daten des Oszilloskops gewonnene Standardabweichung  $\sigma$ .

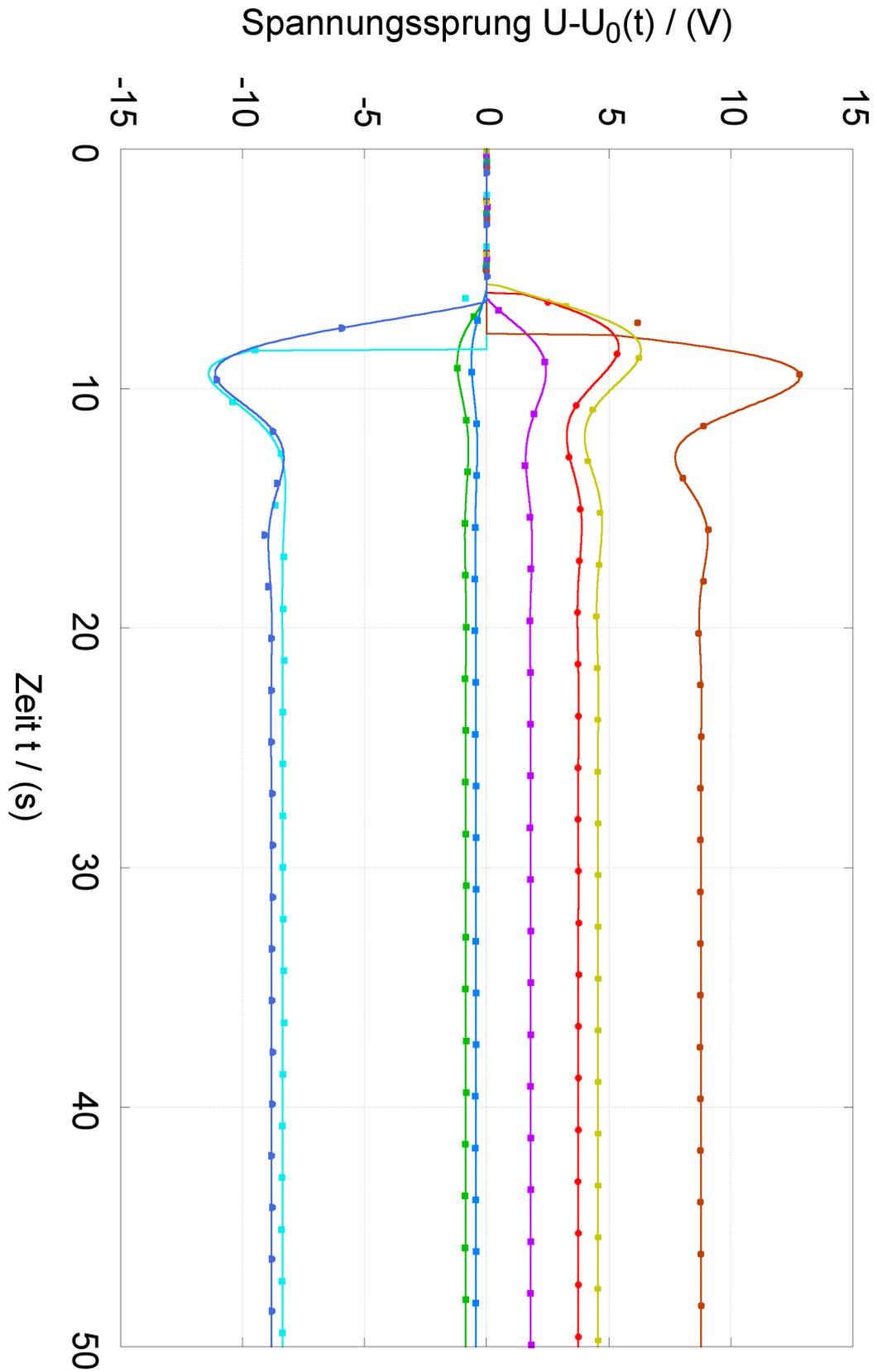


Abbildung 5.13: **Einschwingverhalten der Hochspannung am Vorspektrometer**  
 Der Plot zeigt das Einschwingverhalten der Spannung nach dem Verstellen des Sollwertes der Nachregelung  $U_{DAC}$ .





## 6. Hochspannung am Hauptspektrometer

### 6.1 Inbetriebnahme der Hochspannungsversorgung am Hauptspektrometer

Die Inbetriebnahme der Hochspannungsversorgung am Hauptspektrometer gliedert sich in verschiedene Phasen. Als erstes muss die allgemeine Hochspannungssicherheit und Stabilität gewährleistet werden. Wenn dies geschehen ist, müssen weitere Tests die genauen Eigenschaften der Hochspannung untersuchen. Hier ist vor allem die Restwelligkeit der Hochspannung zu untersuchen; insbesondere müssen Quellen für Störungen identifiziert werden, und es müssen Möglichkeiten geschaffen werden, diese abzukoppeln. Die verbliebenen Störungen sind dann durch die Nachregulierung zu glätten.

Hinzu kommt, dass zur vollen Funktionalität der Hochspannungsversorgung auch eine Kalibration der einzelnen Komponenten durchgeführt werden muss. Diese muss im Verlauf des Experiments regelmäßig wiederholt werden.

#### 6.1.1 Hochspannungsstabilität und Sicherheit

Die Inbetriebnahme des Hauptspektrometers erfordert zunächst grundlegende Tests der Hochspannungssicherheit. Hierbei werden das Verhalten von Isolationswiderständen gegenüber dem Erdpotential sowie die Hochspannungsstabilität untersucht. In den ersten Tests ist zu überprüfen, ob das Spektrometer die Spannung über mehrere Stunden stabil hält. Ein wichtiger Indikator hierfür sind die Ableitströme, für die der Strom der verwendeten Netzteile untersucht werden kann. Schwankungen dieses Stroms würden Probleme bei der Hochspannungsfestigkeit anzeigen.

Für diese Tests wird das Spektrometer zunächst langsam auf Spannung gebracht und dann bei verschiedenen Zwischenwerten über mehrere Stunden beobachtet. Dabei ist es wichtig, darauf zu achten, dass im Hauptspektrometertank keine Überschläge entstehen, die das empfindliche Elektrodensystem beschädigen könnten.

Eine Idee, um die Hochspannungsfestigkeit im Inneren des Tanks auch visuell zu untersuchen, besteht darin, diesen mit Argon zu fluten. Im Bereich besonders hoher Feldstärken sollte diese Maßnahme zu einem visuell leicht feststellbaren Glimmen im Tank führen. Hiermit könnten verdächtige Stellen optisch identifiziert werden.

Sind diese grundlegenden Test erfolgreich abgeschlossen, können weiterführende Untersuchungen durchgeführt werden.

### 6.1.2 Analyse der Hochspannungsstörung und deren Quellen

Die Hochspannungsstörungen lassen sich in erster Linie, wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, durch ihre Standardabweichung charakterisieren. Daher muss dieser Parameter genau untersucht werden. Wenn die Größe der Fluktuationen bekannt ist, sollte nach den Quellen für die Störungen gesucht werden. Hierbei können Frequenzanalysen hilfreich sein. So ist beispielsweise bei 50 Hz ein Signal durch die Netzspannung zu erwarten, falls diese nicht vollständig vom Spektrometer entkoppelt werden kann. Im kHz-Bereich sind ebenfalls Störungen durch die Schaltnetzteile der Turbomolekularpumpen zu erwarten. Diese werden voraussichtlich über die Erde eingekoppelt. Speziell bezüglich der Turbomolekularpumpen wird aktuell ein eigenständiger Test vorbereitet, um deren Beitrag zu Hochfrequenzstörungen unter definierten Laborbedingungen zu untersuchen. Ein zentrales Element der Planung besteht darin, dass die System- und die Messerde möglichst vollständig voneinander entkoppelt werden. Um weitere Quellen zu identifizieren, ist die Frequenzanalyse jedoch unumgänglich.

Es kann davon ausgegangen werden, dass sich nicht alle Störquellen vollkommen entkoppeln lassen. So ist beispielsweise von W-LAN-Netzen eine Störung im Bereich von 2,5 und 5 GHz zu erwarten, auch wenn in der Experimentierhalle selbst, unter anderem aus diesem Grund, kein solches Netz installiert wird. Es sei an dieser Stelle aber angemerkt, dass insbesondere hochfrequente Störungen mit geringem Leistungseintrag geglättet werden, zum einen durch die Kapazität des Hauptspektrometers und zum anderen durch die Glättungskondensatoren, welche gleichzeitig als Hochfrequenzkurzschluss zwischen Spektrometer und Strahlrohr dienen.

### 6.1.3 Test der Nachregulierung

Nachdem die Störungen im Rahmen einer Frequenzanalyse untersucht worden sind, wird es von zentralem Interesse sein, inwieweit die Hochspannungsnachregulierung diese glätten kann. Im Fall des Vorspektrometers genügt eine Triode (Typ "PD510" mit maximaler Anodenspannung 25 kV und maximalem Strom 1,5 A), um mit einem maximalen Ableitstrom von 1 mA die Hochspannung zu glätten. Doch ob diese minimale Konfiguration auch am Hauptspektrometer ausreicht, ist fraglich. Eine Verteilung von 3 oder mehr Trioden um das Hauptspektrometer erscheint zum derzeitigen Zeitpunkt vorteilhaft, um eine gleichmäßigere Spannung auf dem Tank zu erreichen. Durch die höhere Kapazität und die größere Anzahl möglicher Störquellen könnte ein erhöhter Stromfluss erforderlich sein, auch um die Schaltung schneller zu machen.

### 6.1.4 Kalibration der Einzelkomponenten

Die Kalibrationsaufgaben der Hochspannung sind umfangreich. So müssen zunächst die Multi-meter unter Zuhilfenahme der 10-Volt-Referenzspannungsquellen kalibriert werden. Im nächsten Schritt erfolgt dann die Kalibration der Hochspannungsteiler. Desweiteren muss die Hochspannungsnachregulierung kalibriert werden, um die richtigen Sollwerte der Schaltung im Vergleich zur gemessenen Tankspannung zu kennen. Die Nachregelung kann erst glätten, wenn ihr Spannungswert unter dem des Netzteils liegt und somit ein Ableitstrom durch die Triode fließt. Bisher wurde noch keine genaue Kalibration der Nachregelung aufgrund der gemessenen Spannung durchgeführt.

## 6.2 Fingerabdruck der Elektroden zur frühzeitigen Entdeckung von Störungen

Eine weitere wichtige Maßnahme während der Inbetriebnahme ist es, eine Frequenzanalyse der Elektrode vorzunehmen. Dies ist notwendig, da im späteren Experiment die Funktionalität der Elektroden im Inneren nicht mehr direkt überprüft werden kann. Daher müssen die Elektroden mit Hilfe eines Netzanalysators untersucht werden. Diese Netzanalysatoren koppeln

gezielt Wechselspannungen in das System ein und durchfahren hierbei einen vorgegebenen Frequenzbereich. Aufgrund der Reaktion des Systems können dann Kapazitäten, Induktivitäten und Widerstände frequenzabhängig bestimmt werden. Dies ergibt einen charakteristischen "Fingerabdruck" für jede Elektrode. Ändern sich Parameter der Elektrode, etwa durch schlechte elektrische Verbindungen oder - im schlimmsten Fall - durch einen Drahtabriss, sollte dies in diesem Frequenzspektrum sichtbar werden. Diese Methode ist ideal geeignet, um regelmäßig die Funktionsfähigkeit der Elektrode zu untersuchen.

### 6.3 Einfluss bekannter Störquellen auf die Transmissionsfunktion

Nachdem die Hochspannungsversorgung in Betrieb genommen wurde, können erste Testmessungen der Spektrometereigenschaften vorgenommen werden. Für die Hochspannung ist hier ein spezifischer Test von besonderem Interesse. Das Ziel dieser Testmessungen liegt in der Bestimmung des Einflusses von Hochspannungsstörungen auf die Transmissionsfunktion. Dies ist erforderlich, da nur bei genauer Kenntnis dieses Einflusses die Analyse die Spannungsstörungen korrekt berücksichtigen kann.

Um dieses Verständnis zu erlangen, ist geplant, gezielt Störungen einzukoppeln. Hier sind vor allem gaußverteilte Störungen mit stochastischer Grundlage sowie sinusförmige Störungen von Interesse, wie sie am Vorspektrometer beobachtet wurden. Hierbei soll überprüft werden, inwieweit das Experiment und die Simulation übereinstimmen. Ist der Einfluss auf die Transmissionsfunktion korrekt bestimmt, ist auch zu erwarten, dass der Einfluss auf das Spektrum korrekt verstanden wurde.

Um dies gezielt zu testen, besteht die Möglichkeit, verschiedene Spektren mit unterschiedlichen Hochspannungsstörungen vorzunehmen und a posteriori eine Blindanalyse durchzuführen. Damit können zwei Sachverhalte gleichzeitig untersucht werden: zum einen, ob das Verständnis des Einflusses der Störungen auf die Spektren auf einem ausreichenden Detaillierungsgrad ist, und zum anderen, inwieweit die Analysen die durch die Spannungsstörung erwarteten Abweichungen zeigen. Das Ziel ist es, die Charakteristik und Systematik der Hochspannungsstörung in der Datenanalyse berücksichtigen.

### 6.4 Untersuchung von Hochspannungsfluktuationen mit Monoenergetischer Elektronenquelle

In Kapitel 4 wurde die Kalibrationskette für das **KATRIN**-Experiment bereits ausführlich erläutert. Zur Messung der Hochspannung stehen hochpräzise Spannungsteiler in Verbindung mit Multimetern bereit. Dies ermöglicht die kurz- und mittelfristige Überwachung der Hochspannungsstabilität. Die Multimeter können mittels Referenzspannungsquellen kalibriert werden. Für die Spannungsteiler steht eine ganze Reihe von Möglichkeiten zur Verfügung: Diese umfasst die gegenseitige Kalibration, den Abgleich mit Referenzteilern und die Niederspannungskalibration. Der langfristigen Spannungsstabilisierung dient eine monoenergetische Kryptonquelle, deren Spektrum mehrere monoenergetische Linien umfasst, insbesondere bei 17,8keV, einem Wert nahe bei  $E_0$ . Da die Position dieser Linie auf einem atomaren Übergang beruht, ist dies eine optimale Möglichkeit für die Langzeitstabilisierung. Aus dem Vorhandensein dieser Quelle ergibt sich jedoch eine weitere interessante Möglichkeit.

Wie in Kapitel 3 bereits ausführlich diskutiert wurde, sind die Spannungsstabilität und als Referenzgröße die Standardabweichung der Hochspannung wichtige Parameter bei der Bestimmung der Neutrinomasse aus dem Beta-Spektrum. Dies trifft nicht nur für die Spannungsstabilität, sondern auch für alle anderen Störungen zu, die Auswirkung auf die Energiekalibration des Spektrometers haben. Daher ist es notwendig, die Standardabweichung möglichst genau zu bestimmen. Die messtechnische Erfassung dieses Parameters ist nicht problemlos. So eignet

sich eine Messung mit den Multimetern nicht, da diese über einen langen Zeitraum von 2 bis 20 Sekunden integrieren und folglich die so bestimmte Standardabweichung nur in geringem Maße durch die Restwelligkeit der Hochspannung beeinflusst wird. Mit einem Oszilloskop lassen sich weit aufschlussreichere Ergebnisse erzielen, die mit Sicherheit deutlich näher an den wahren Schwankungen liegen (vergleiche Abbildung 5.12). Inwiefern die Oszilloskop-Daten im gesamten Frequenzbereich korrekt sind und ob es nicht auch hier in einem gewissen Umfang zu Glättungen kommt, sei es nun über kapazitive Effekte der Messleitung oder durch das Oszilloskops selbst, kann zu diesem Zeitpunkt nicht abschließend geklärt werden.

Nachfolgend soll eine Methode vorgeschlagen werden, mit der es zumindest auf theoretischer Basis und unter Zuhilfenahme der Simulation möglich erscheint, die Standardabweichung und auch die Verteilung der Spannungsschwankung zu untersuchen. Hierbei helfen die scharfen Konversionselektronenlinien der Kryptonquelle.

Prinzipiell kann hier zur Untersuchung des Einflusses von Störungen auf das monochromatische Spektrum, wie in Kapitel 3 vorgegangen werden. Um das Spektrum mit Störung zu erhalten, muss eine Faltung vorgenommen werden. An dieser Stelle ist nur die Faltung von Spektrum und Störung von Interesse, da sich im (hier idealisierten) Falle einer Delta-Verteilung als ursprünglichem Spektrum bei einer Faltung wieder die Wahrscheinlichkeitsverteilung der eingekoppelten Störung ergibt:

$$\tilde{g} = s \otimes g(E) = \int_{-\infty}^{\infty} ds g(E + s) \cdot P(s) = P(E) \quad (6.1)$$

Das differentielle Spektrum zeigt also genau die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Störung. Im Falle einer gaußverteilten Störung ergibt sich daher ein ebensolches Spektrum, bei einer sinusförmigen Störung die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Sinusfunktion, was gerade einem  $\frac{1}{\cos E}$  entspricht. Um dies zu testen, wurde eine entsprechende Simulation in analoger Weise zu den Simulationen aus Kapitel 3 durchgeführt, nur die Form des Spektrums musste entsprechend angepasst werden. Für die Simulation wurde eine schmale Gaußverteilung ( $g = e^{-5 \cdot E^2}$ ) gewählt. Aus den Simulationen wurden wiederum die integralen Spektren erzeugt. An dieser Stelle werden jedoch die differentiellen Verteilungen gezeigt, da an diesen die Eigenschaften deutlicher sichtbar sind (siehe Abbildungen 6.1). Ist eine gaußverteilte Störung vorhanden, wirkt sich dies in einer Verbreiterung des Peaks aus. Hierbei summieren sich mehrere Beiträge von gaußverteilten Störungen auf und verbreitern den Peak zunehmend. Sinusförmige Störungen hingegen spalten den Peak in zwei separate Peaks auf. Dieses Verhalten sollte deutlich unterscheidbar von reinen Gaußverteilungen und dementsprechend auch analytisch zu trennen sein. Es lässt sich auf dieser Basis aber in jedem Fall eine klare Aussage über die gesamte Verschmierung der Spektren treffen. Daher sollten solche monoenergetischen Peaks genau untersucht werden, weil hier Grundlegendes über die Systematik des Systems gelernt werden kann. Der Effekt durch die endliche Linienbreite der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  Konversionslinie in Verbindung mit Quelleffekten muss in weiterführenden Analysen detailliert untersucht werden.

Ein Hinweis auf einen solchen Effekt der Linienverdoppelung ist zum Beispiel bei der Analyse von Konversionslinien von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  zu finden [Zbo10a]. In [Zbo10b] wird ein alternativer Weg zur Erklärung des Effekts beschrieben, es ist aber nicht auszuschließen, dass eine sinusförmige Störung ebenfalls zu den Beobachtungen beiträgt und der Effekt durch die endliche Linienbreite der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  Konversionslinien in Verbindung mit Quelleffekten muss in weiterführenden Analysen detailliert untersucht werden.

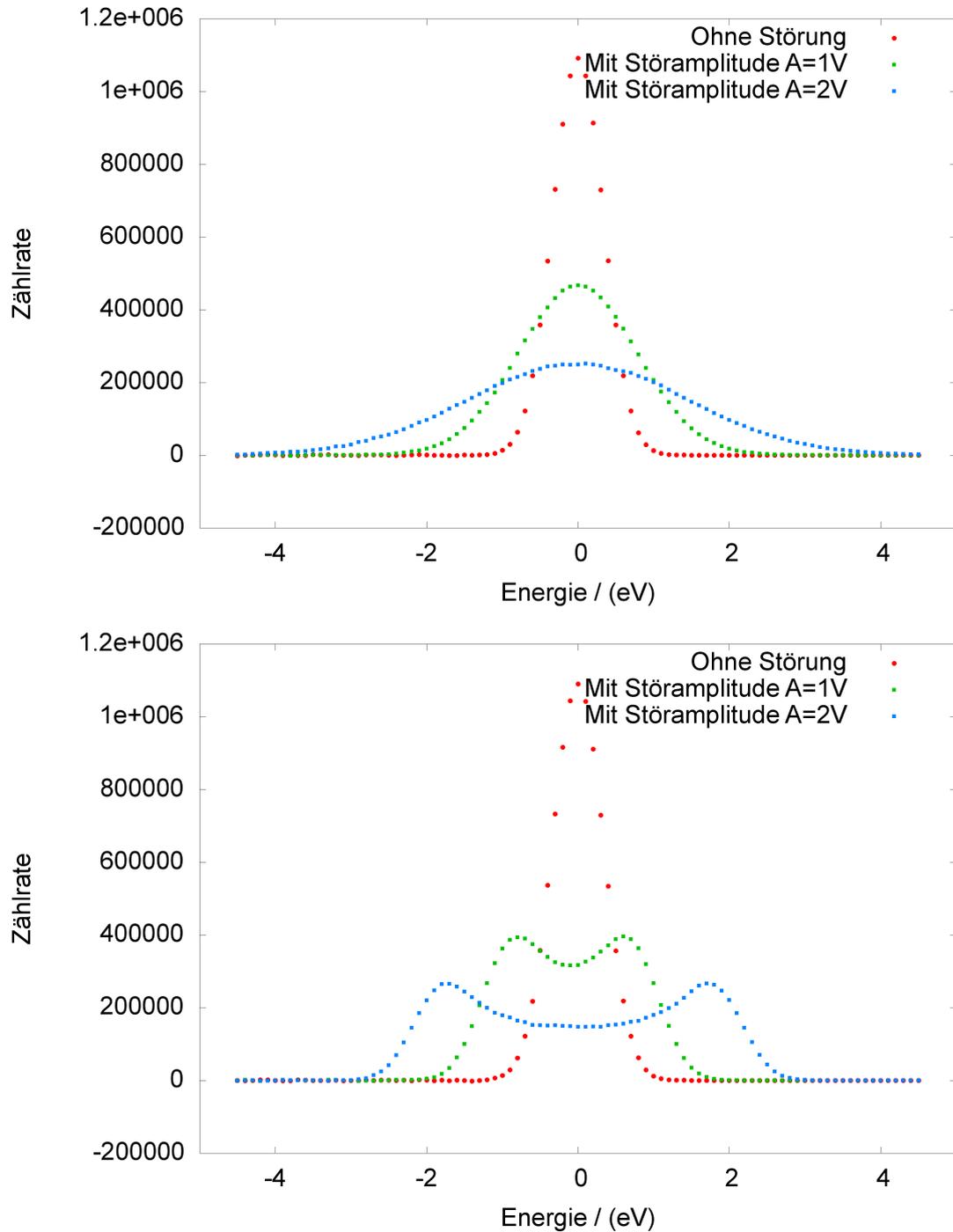


Abbildung 6.1: **Diskretes Spektrum mit Spannungsschwankung:** Beide Abbildungen zeigen Spektren bei verschiedenen Störampplituden. Im Vergleich ist jeweils ein Spektrum ohne Spannungsschwankung gezeigt. Bei der gaußverteilten Störung zeigt sich einfach eine zunehmende Verbreiterung des Peaks, während bei der Sinusförmigen eine Aufspaltung in zwei Peaks und ein Plateau in der Mitte zu beobachten ist.



## 7. Zusammenfassung

Die Neutrinoforschung hat seit ihrem Anfang im Jahr 1930 deutlich an Einfluss in weiten Bereichen der Physik gewonnen und spielt heute bei Beschleunigerexperimenten und kosmologischen Modellen eine wichtige Rolle.

Das KATRIN-Experiment stellt hierbei einen wesentlichen Stützpfeiler im Bereich der Neutrinomassenforschung dar und wird die Sensitivität bei der spektralen Analyse von Tritiumexperimenten erstmals in den sub-eV Bereich erweitern.

Ein wichtiger Beitrag zu störenden systematischen Effekten mit großer Relevanz für die Design-Sensitivität entsteht durch den Komplex "Hochspannung". Störungen der Hochspannung können direkten Einfluss auf das Retardierungspotential nehmen und so die Energieauflösung verschlechtern und insbesondere die Messung der Neutrinomasse im sub-eV Bereich erschweren oder sogar verhindern.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte durch analytische Rechnungen und ergänzende Simulationen gezeigt werden, dass Störungen die gemessene Neutrinomasse systematisch, hin zu kleineren Werten modifizieren. Die noch quantitativen Unterschiede zwischen der analytischen Rechnung und der Simulation können auf Näherungen in der analytischen Rechnung zurückgeführt werden. Als zentrales Resultat dieser Untersuchung bleibt festzuhalten, dass der Einfluss von Hochspannungsstörungen die Observable des  $\nu$ -Massenquadrats in Richtung negativer Werte verschiebt. Dies erfolgt in erster Ordnung unabhängig davon, ob eine gaußverteilte oder eine sinusförmige Störung vorliegt.

Die umfangreichen Untersuchungen belegen klar, dass es notwendig ist, die Hochspannung hinreichend stabil zu halten, sowohl auf kurz- als auch auf langfristigen Intervallen. Es ist von grundlegender Bedeutung, dass eine ausgereifte Hochspannungsversorgung für KATRIN entwickelt wird, die in der Lage ist, sowohl präzise Spannungswerte bereitzustellen als auch erlaubt, diese mit entsprechender Präzision zu messen. Dies umfasst nicht nur ihren Absolutwert, sondern insbesondere auch ihre Restwelligkeit. Hierfür wurde in dieser Arbeit ein Konzept vorgestellt, das diese stringenten Anforderungen erfüllt. Dieses Konzept legt auch fest, wie eng die Hochspannung in zahlreiche weitere Systeme des Experiments integriert werden muss. Die Integrationspunkte beinhalten dabei die WGTS, die elektrostatischen Spektrometer (Vor-, Haupt- und Monitorspektrometer). Mit besonderer Aufmerksamkeit muss das Erdungskonzept für alle Komponenten bedacht werden, damit nicht über diesen Bereich Störungen eingekoppelt werden. Die dementsprechende HV-Software muss einen reibungsfreien Betrieb und möglichst einfache Bedienung des Experiments ermöglichen.

---

Einen wichtigen Schritt auf dem Weg vom Konzept zur fertigen Hochspannungsversorgung am Hauptspektrometer bildet hierbei der Test der Hochspannungsnachregulierung am Vorspektrometer. Im Vorfeld zu diesen Messungen wurden wichtige Untersuchungen durchgeführt, speziell im Hinblick auf die Kalibration des JRL-Spannungsteilers mit Hilfe der hochpräzisen Spannungsteiler in Münster. Hier konnte die Spannungsabhängigkeit des eingesetzten Teilers gut untersucht werden. Diese experimentellen Tests zeigen deutlich, wie aufwendig es ist, in diesem Präzisionsbereich reproduzierbare Messungen mit definierten Bedingungen durchzuführen. So dauert es mehrere Tage, um ein einziges Mal die Spannungsabhängigkeit eines solchen Teilers zu bestimmen. Darüber hinaus konnten wesentliche Teile der Kalibrationskette exemplarisch studiert werden. Derartige Kalibrationsmessungen werden später in regelmäßigen Abständen durchgeführt werden müssen.

Die Funktionsfähigkeit der eigentlichen Hochspannungsnachregulierung hat sich als sehr positiv herausgestellt. Die diesbezüglichen Untersuchungen haben klar zeigen können, dass die Restwelligkeit mit aktiver Nachregulierung auf einen Wert unter  $10\text{ mV}$  bei einer Spannung von  $-15\text{ kV}$  gedrückt werden kann.

Auf der Basis der hier erzielten Resultate und der Validierung wichtiger Teile des erarbeiteten HV-Konzepts ist man nun in der Lage, ein Hochspannungssystem zu realisieren, das die hohen Präzisions- und Stabilitätskriterien des KATRIN-Experiments erfüllt. Des Weiteren bietet sich auf Basis der Hochspannungs- und Hochfrequenzüberwachung beziehungsweise ihrer aktiven Regelung die Möglichkeit, die damit zusammenhängenden systematischen Effekte noch detaillierter zu untersuchen. Die hierbei gewonnenen Ergebnisse und Erkenntnisse sind dann von zentraler und ausschlaggebender Relevanz in der Datenanalyse von KATRIN und sollten es dem Experiment erlauben, die Neutrinomasse mit einer Designsensitivität von  $200\text{ meV}/c^2$  zu untersuchen, und damit einen wichtigen Beitrag zur Astroteilchenphysik zu leisten.





# Anhang

## A Details der Hochspannungsstabilität am Vorspektrometer Testaufbau

In diesem Kapitel sollen Beobachtungen dokumentiert werden, die während der Messungen am Vorspektrometer gemacht wurden. Speziell soll eingegangen werden auf den grundlegenden Unterschied zwischen dem Spannungsbild mit und ohne Nachregulierung, ebenso auf die sinusförmige Störung, die Motivation für die Simulationen in Kapitel 3 war. Außerdem soll berichtet werden über Beobachtungen bezüglich der Spannungsstabilität während einer Messung mit erhöhter Untergrundrate am Detektor.

### A.1 Stabilität der Hochspannung

Die genaue Kenntnis der Hochspannungsstabilität ist ein wichtiger Punkt bei späteren Analyse des Spektrums des Tritium-Beta-Zerfalls. Daher wurden parallel zu den Messungen der Spannung mit Hilfe des Multimeters (FLUKE 8846 A) Messungen mit einem Oszilloskop mit potentialfreien Eingängen (Tektronix TPS2024) durchgeführt. Hier interessierte vor allem die zeitliche Struktur und die Störungsamplitude. Die Ergebnisse wurden bereits in Kapitel 5 diskutiert. In den Abbildungen [A.1](#) ist nun die beobachtete Struktur der Hochspannungsstörung ohne Nachregelung zu sehen. Im linken Bild ist eine hohe Zeitauflösung gewählt. Gut zu erkennen ist die sinusförmige Struktur der Hochspannung mit einer Frequenz von 50 Hz. In Abbildung [A.2](#) ist das zugehörige Frequenzspektrum gezeigt, welches belegt, dass es sich um eine scharfe Störfrequenz handelt, obwohl auch über einen weiten Frequenzbereich Störungen, allerdings mit deutlich kleinerer Amplitude, zu sehen sind.

Den Einfluss der Hochspannungstabilisierung auf die zeitlich Struktur kann man gut in Abbildung [A.3](#) erkennen. Die Schwankung der Hochspannung wird hier auf einen deutlich schmaleren Bereich eingengt. Gut erkennbar ist eine langsame Drift im Bereich von Sekunden. Dies bedeutet, dass die kurzfristige Drift im Bereich unter einer Sekunde nochmals geringer ist als die Drift im Bereich darüber. Daher ist es notwendig die Integrationszeiten der Multimeter genau zu wählen, um eine sinnvolle Aussage über die tatsächlich anliegende Hochspannung zu erhalten. Außerdem muss immer die tatsächliche Zeitstruktur im Auge behalten werden, was mit Multimetern, durch die notwendige Integrationszeit, nicht möglich ist.

### A.2 Untergrund und Hochspannungstabilität

Im Rahmen der Untersuchungen zur Abschirmung von Untergrundereignissen wurde das Vorspektrometer mit niedrigen magnetischen Feldstärken, die weniger als 10% der maximalen Feldstärke entsprechen, betrieben. Hierdurch wurde die Untergrundrate am Detektor deutlich erhöht, dabei hat sich auch gezeigt, dass die Hochspannungsstabilität davon beeinflusst wird. Beim Blick auf die zeitliche Struktur fällt auf, dass diese deutlich stärker fluktuiert als sonst (vergleiche Abbildung [A.1](#) links und [A.4](#) links). Aktiviert man die Nachregelung, wird der Spannungsverlauf insgesamt wieder deutlich flacher, jedoch fallen vereinzelte große Peaks, mit einer

Höhe von bis 600 mV auf (Abbildung A.4 rechts). Hinzu kommen sehr viele Peaks im Bereich von 100 mV.

Schaut man mit höherer Zeit- und Spannungs-Auflösung in die Daten, ergibt sich ein neues Bild (siehe Abbildung A.5). Die Peaks mit einer Höhe von etwa 100 mV sind sehr regelmäßig. Im Frequenzspektrum kann man erkennen, dass sich hier ein scharfer Peak bei 2 kHz ergibt. Da die Form der Peaks Entladungskurven entspricht, erscheint es so, als würde sich das Spektrometer durch eine sehr regelmäßige Ursache entladen. Leider konnte durch den Meßablauf nicht geklärt werden, woher diese regelmäßige Entladungen genau stammen. Ein Kandidat ist jedoch eine Turbomolekularpumpe, die während dieser Messung lief, die sonst aber nicht aktiviert war.

Es zeigt sich damit ganz deutlich, dass am Hauptspektrometer ein besonderes Augenmerk auf die Hochspannungsstabilität in weiten Frequenzbereichen gelegt werden muss. Bei weiteren Messungen konnten auch in weit höheren Frequenzbereichen (um 2,5 MHz) Störungen entdeckt werden. Eine genaue Untersuchung des HF-Bereichs konnte hier bisher nicht erfolgen, ist aber in Planung.

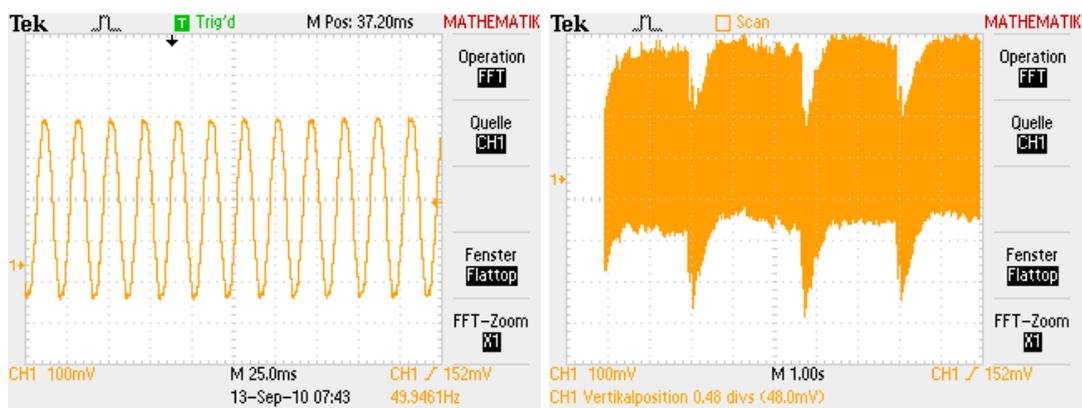


Abbildung A.1: **Hochspannungsstabilität ohne Nachregelung** Die Abbildungen zeigen jeweils den zeitlichen Verlauf der Hochspannung ohne aktive Nachregelung in unterschiedlicher zeitlicher Auflösung. Links ist gut die Sinusform der Störung, mit einer Amplitude von etwa 200 mV und einer Frequenz von 50 Hz, zu erkennen. Rechts ist die Hochspannung nur noch als breites Band zu erkennen. Die Dips alle 2,5s stammen von der Nachregelung, die so eingestellt ist, dass sie nicht regelt, dies jedoch austestet.

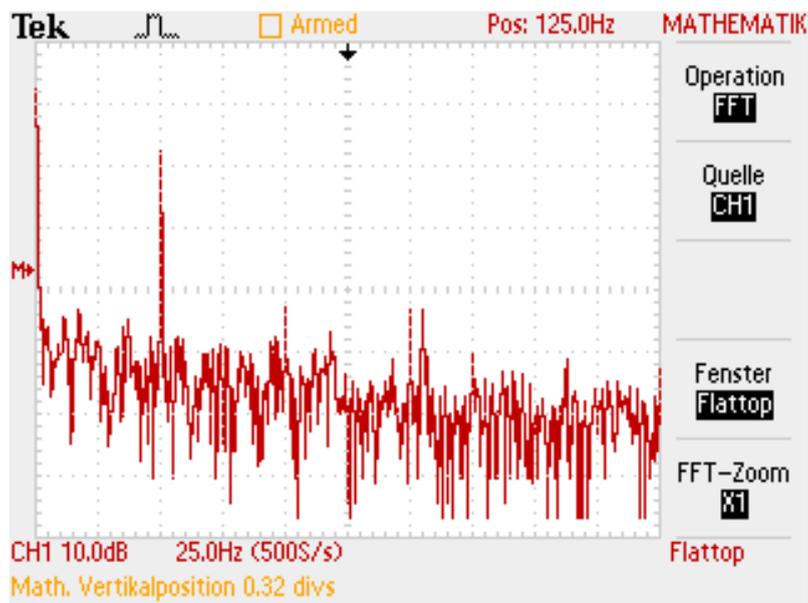


Abbildung A.2: **Frequenzspektrum der Hochspannung** In der Abbildung ist zunächst das breite Störungsband zu sehen, dessen Amplitude hin zu höheren Frequenzen abnimmt. Auffallend ist der dominante Peak bei 50 Hz, der von der sinusförmigen Störung stammt.

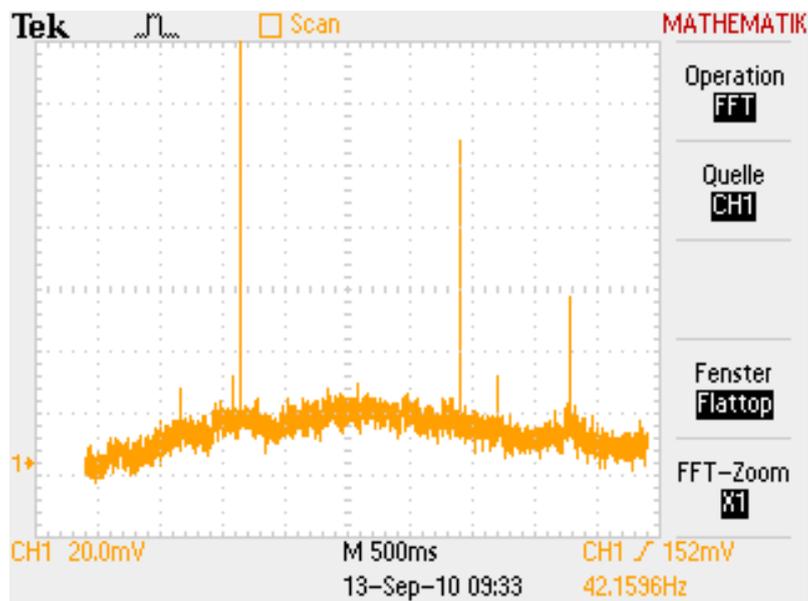


Abbildung A.3: **Hochspannungsstabilität mit Nachregelung** Hier ist der zeitliche Verlauf der Spannungsstörung mit aktiver Nachregelung zu sehen. Es fällt auf, dass das Band in sich sehr schmal ist. Jedoch auf größeren Zeitskalen eine zusätzliche Drift zu erkennen ist. Die scharfen Peaks stammen wahrscheinlich von Untergundereignissen die Entladungen verursachen.

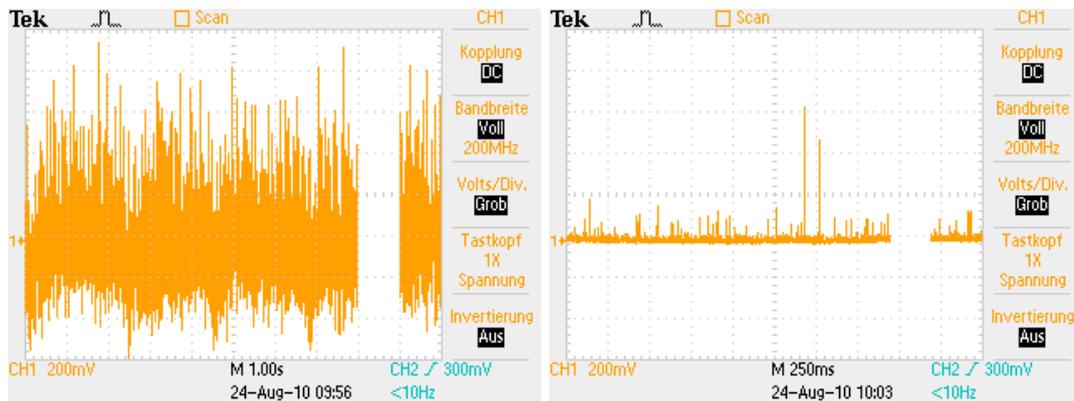


Abbildung A.4: **Hochspannungsstabilität und Untergrund** Die Abbildungen zeigen jeweils den zeitlichen Verlauf der Hochspannung ohne und mit Nachregelung.

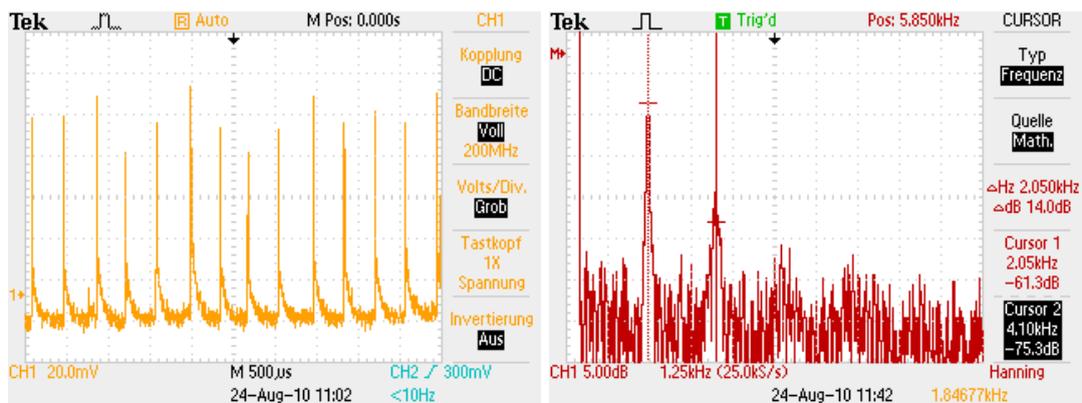


Abbildung A.5: **Hochspannungsstabilität und Untergrund** Die linke Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf der Hochspannung. Hier sind regelmäßige Spannungsspitzen zu erkennen. Im rechten Bild ist das zugehörige Frequenzspektrum. Hier ist klar der Peak bei etwa 2 kHz zu erkennen.

## B Erwärmung von Turbomolekularpumpen in statischen Magnetfeldern

Turbomolekularpumpe (TMP) sind aus der heutigen Forschung nicht mehr wegzudenken. Sie werden überall dort eingesetzt, wo Hoch- und Ultrahochvakuumbedingungen benötigt werden, also im Bereich molekularer Strömungen. In der physikalischen Forschung setzen vor allem Teilchenbeschleuniger wie der LHC, und Fusionsexperimente wie JET [JET10], in großer Stückzahl solche Pumpen ein. Auch das KATRIN-Experiment setzt über 20 TMPs ein. Bei all diesen Experimenten steht die Anforderung "Ultrahochvakuum" unter der Randbedingung, dass gleichzeitig starke Magnetfelder bereitzustellen sind.

Bei KATRIN wird das Problem an der WGTS und DPS besonders deutlich. Die Elektronen aus der Quelle müssen adiabatisch mittels starker Magnetfelder zum Spektrometer geführt werden, während gleichzeitig das Tritiumgas abgepumpt werden muss. Da bei den hier geforderten Vakuumbedingungen molekulare Strömungen herrschen, das heißt die mittlere freie Weglänge weit größer ist, als die typischen Abmessungen des Strahlrohrquerschnitts, vermindert jedes Stück Rohr zwischen Pumpe und eigentlichem Strahlrohr enorm die Pumpleistung. Die Pumpen müssen daher möglichst dicht am Strahlrohr positioniert werden um die notwendige Pumpleistung erbringen zu können. An diesem Ort sind die Magnetfelder jedoch so stark, dass starke Wirbelströme in den mit Schallgeschwindigkeit rotierenden Rotoren der Pumpen induziert werden. Was unmittelbar zu einer Erwärmung führt. Eine solche Erwärmung kann kritisch werden, weil diese Pumpen mit sehr engen Toleranzen gefertigt sein müssen, um eine derart hohe Leistungsfähigkeit erreichen zu können. Dies führt dazu, dass die Spaltmaße und Abstände zwischen Rotor und Stator sehr gering sind. Kommt es nun zur Erwärmung des Rotors, dehnt sich das Material aus, und ab einer kritischen Temperatur kommt es zum Kontakt zwischen beiden Teilen. Dies zerstört die Pumpe unweigerlich. Bei großen Pumpen, wie den bei KATRIN eingesetzten Leybold MAG W2800 Pumpen, kann dies das gesamte Experiment gefährden. Doch selbst wenn die Temperatur nicht ausreicht, um das Material so weit auszudehnen, führt eine Erwärmung zu einem Stabilitätsverlust. Seitens der Hersteller wird dementsprechend angegeben, dass erhöhte Temperaturen zu einer verkürzten Lebensdauer führen. Bei magnetisch gelagerten Pumpen kann ein starkes externes Feld außerdem zum Versagen des Lagers führen, darauf soll in dieser Arbeit jedoch nicht näher eingegangen werden (siehe [Rie11]).

Bisher existieren seitens der Hersteller von TMPs lediglich grobe Angaben darüber, ab wann ein Magnetfeld zu hoch für eine bestimmte Pumpe ist. Meist wird dies mit einem generischen Wert von  $1 - 5 \text{ mT}$  angegeben. Dieser Wert kann bei modernen Experimenten jedoch schnell überschritten werden, so auch bei KATRIN. Daher ist es notwendig, bereits in der Planungsphase von Experimenten genaue Angaben darüber machen zu können, unter welchen Betriebsparametern eine TMP überhitzt wird.

Daher sollte hier ein Modell entwickelt werden, mit dessen Hilfe die Temperaturentwicklung einer TMP in Abhängigkeit von Gaslast und Magnetfeldern vorhergesagt werden kann. Dieses Modell soll nachfolgend vorgestellt werden, weiterführende Informationen zu Turbomolekularpumpen sind auch in den von der Arbeitsgruppe in der Veröffentlichung befindlichen Paper [WBD<sup>+</sup>10] und [GKRW10]. Hierbei erhebt es keinen Anspruch auf Vollständigkeit, da noch nicht alle Aspekte, wie zum Beispiel die Abhängigkeit von verschiedenen Feldgeometrien oder die Frequenzabhängigkeit untersucht werden konnten. Weiter führende Arbeiten sind derzeit in Gange [Rie11].

### B.1 Funktionsweise von Turbomolekularpumpen

Um ein grundlegendes Verständnis der Vorgänge zu erlangen, die in einer TMP zur Erwärmung des Rotors führen, muss das Funktionsprinzip dieser Pumpen erläutert werden. Turbomolekularpumpen arbeiten im Hoch- und Ultrahochvakuumbereich, also im Bereich molekularer

Strömungen. Somit sind die mittleren freien Weglängen der Teilchen deutlich größer als die Abmessungen des Aufbaus. Um in diesem Bereich pumpen zu können, muss jedes Teilchen, das abgepumpt werden soll, selbst die Pumpöffnung erreichen.

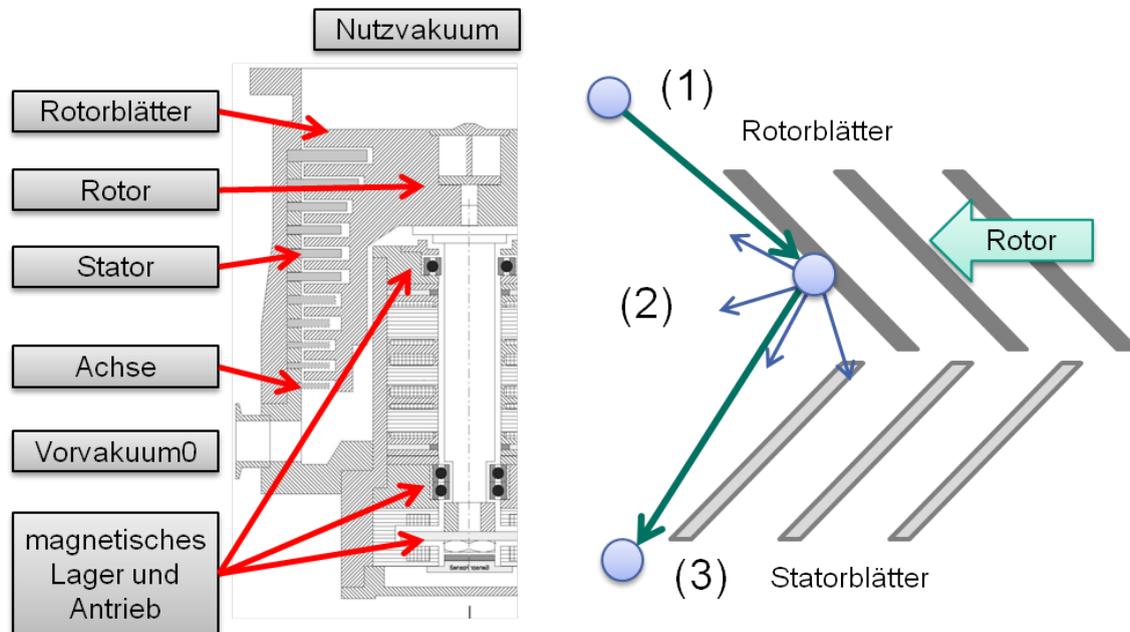


Abbildung B.6: **Funktionsweise von Turbomolekularpumpen** links: technische Skizze einer Turbomolekularpumpe [VAC02], rechts: Funktionsprinzip.

In Abbildung B.6 ist links der Aufbau einer magnetisch gelagerten Turbomolekularpumpe im Schnitt parallel zur Rotorachse gezeigt. Der Rotor besteht aus Achse, Rotorblättern und Trägerstruktur. Gut zu erkennen sind ebenfalls die abwechselnden Lagen aus Rotor und Statorblättern. Im Bild oben ist die Hochvakuumseite. Hier wird die Pumpe auf der gesamten Breite an den Vakuumrezipienten angeflanscht. Nach links ist der Auslass zur Vorvakuumseite zu sehen. Gasteilchen, die von oben auf die Pumpe treffen werden Stufenweise durch die Lagen nach unten gepumpt. Hierbei steigt die mittlere Dichte der Teilchen und damit der Druck an. Rechts in der Abbildung ist das Pumpprinzip gezeigt. Gasmoleküle erreichen von oben die erste Lage von Rotorblättern und treffen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit die Rotorblätter. An den Rotorblättern wird das Gasteilchen adsorbiert und kurze Zeit mitgerissen. Diesen Vorgang kann man als den Übergang vom Laborsystem in das mitrotierende System des Rotors beschreiben. Nach kurzer Zeit wird dann das Gasteilchen wieder emittiert und zwar mit einer isotropen Wahrscheinlichkeitsverteilung im mitbewegten Bezugssystem. Aus den geometrischen Gegebenheiten von Stator und Rotorblättern wird die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen die Statorblätter passiert größer, als diejenige, bei der das Teilchen wieder zurück in den Vakuumbereich gelangt. Durch die mehrfache Anordnung dieser Lagen aus Rotor und Stator ist die Wahrscheinlichkeit für Teilchen, um von der Hochvakuumseite zur Vorvakuumseite zu gelangen deutlich größer als umgekehrt. Um dieses Verhältnis zu optimieren ist es notwendig, dass die Geschwindigkeit der Rotorblätter im Bereich der Schallgeschwindigkeit des zu pumpenden Gases liegt. Das führt typischerweise zu Rotorfrequenzen von einigen hundert bis tausend Hertz [Jou08].

## B.2 Empirisches Modell

Um nun ein empirisches Modell zur Erwärmung von Turbomolekularpumpen in statischen Magnetfeldern zu entwickeln, muss man die prinzipielle Funktionsweise einer TMP betrachten. Ein schnell rotierender Rotor pumpt die Gasmoleküle, indem er ihre Vorzugsgeschwindigkeit ändert. Die Achsen der Pumpen sind entweder mechanisch mit Kugellagern, oder berührungsfrei

mit Magnetfeldern gelagert. Hinzu kommt das externe Magnetfeld. Aus der Elektrodynamik ist bekannt, dass zeitlich veränderliche Magnetfelder in einem elektrisch leitenden Material Ströme induzieren. Diese führen dann zu einer Erwärmung. Für die Temperaturentwicklung wird es ebenfalls notwendig sein, den Strahlungsaustausch zu betrachten.

### Wärmeleistung

Ziel des Modells ist es, die Temperaturentwicklung des Rotors von Turbomolekularpumpen unter langsam wechselnden Bedingungen vorhersagen zu können. Zunächst muss also nach einer bestimmenden Gleichung für die Temperaturentwicklung gesucht werden. Im Falle der Erwärmung ist die eingebrachte Leistung bestimmend für die Änderung der Temperatur. Die Summe der in den Rotor eingebrachten Leistung lässt sich damit aus der Temperaturänderung  $\frac{dT}{dt}$  und der Wärmekapazität ( $c$ ) bestimmen:

$$P = c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (7.1)$$

Die Gesamtleistung  $P$  setzt sich nun aus der Summe der Einzelbeiträge  $P_i$  zusammen:

$$P = \sum_i P_i \quad (7.2)$$

Die Aufgabe besteht darin, alle  $P_i$  zu identifizieren und eine mathematische Beschreibung zu finden.

### Nulllast

Messungen zeigen, dass sich **TMP** erwärmen, ohne dass Gas gepumpt wird oder externe Magnetfelder anliegen. Nach einigen Stunden erreichen sie dann eine Gleichgewichtstemperatur. Wird die Pumpe wieder abgeschaltet, kühlt sie sich langsam ab. Es gibt also einen Leistungseintrag in den Rotor auch ohne externe Last. Dies wird im folgenden als Nulllast bezeichnet. In diesem einfachen Modell wird diese als konstant angenommen, da sich an den Lagerbedingungen und anderen internen Verhältnissen nichts ändern sollte. Man kann die Nulllast also mit einem konstanten Parameter beschreiben:

$$P_0 = p_0 \quad (7.3)$$

### Leistungseintrag durch Gasfluss

Der Leistungseintrag durch Gas auf den Rotor ist nur in Verbindung mit der Funktionsweise von **TMP** zu verstehen (siehe Abbildung **B.6**). Das Gas trifft mit einer thermischen Geschwindigkeitsverteilung auf den Rotor wird dort adsorbiert und dann wieder emittiert. Vor dem Stoß liegt eine thermische Geschwindigkeitsverteilung im Laborsystem vor und hinterher eine thermische Verteilung im mit rotierenden System des Rotors. Dies entspricht einer Änderung des mittleren vektoriellen Impulses und damit einer Kraft, die durch den Rotor aufgebracht werden muss. Da der Druck im Bereich molekularer Strömungen liegt, kann jedes Teilchen als eigenständiges, nicht mit dem Gas wechselwirkendes Teilchen beschrieben werden. Daraus folgt, dass Die Reibung proportional zur Zahl der pro Zeiteinheit gepumpten Teilchen ist. Wie viel Impuls pro Teilchen übertragen wird, hängt dabei von den genauen Verhältnissen ab. Hier sind die Rotorfrequenz, der Impuls des Teilchens vor und nach dem Stoß, die Masse und der Auftreffort auf dem Rotor zu nennen. Im Mittel bleiben diese Parameter jedoch konstant, und damit wird im Mittel pro Teilchen der gleiche Impuls übertragen. Dies führt zu einer mittleren Kraft auf den Rotor, die durch den Motor ausgeglichen werden muss. In der Folge wird eine Wärmeleistung, die proportional zum Gasfluss ist, auf den Rotor übertragen:

$$P_{Q-Reibung} = a\dot{Q} \quad (7.4)$$

Wenn man den Stoßprozess des Gasteilchens mit dem Rotor genauer betrachtet fällt auf, dass hier nicht einfach eine Reflektion statt findet, sondern das Teilchen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zunächst adsorbiert und dann wieder emittiert wird. Die Zeitspanne, in der das Teilchen vom Rotor mitgerissen wird, genügt aber, um es vollständig zu thermalisieren. Als nächstes trifft es auf den Stator, wo es wieder thermalisiert wird. Dieser Prozess wiederholt sich entsprechend der Zahl der Lagen aus Rotor und Stator. Es wird so thermische Energie zwischen Rotor und Stator ausgetauscht. Dies ist ebenfalls abhängig von der Zahl der Gasteilchen pro Zeitintervall, die die Pumpe passieren. Zusätzlich hängt es von der Temperaturdifferenz zwischen Rotor und Stator ab. Die anderen Parameter, wie die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Teilchen tatsächlich Rotor und Stator trifft, sowie die Zahl der Wiederholungen dieses Vorgangs pro Teilchen kann im Mittel, gemeinsam mit der Wärmekapazität des Teilchens, in einer Konstanten zusammengefasst werden. Damit ergibt sich die durch Wärme übertragene Leistung zu:

$$P_{Q\text{-Wärme}} = -b \cdot (T_{Rotor} - T_{Stator}) \cdot Q \quad (7.5)$$

Der gesamte Leistungseintrag durch den Gasfluss ist damit:

$$P_Q = P_{Q\text{-Wärme}} + P_{Q\text{-Reibung}} \quad (7.6)$$

### Kühlung durch Wärmestrahlung

Ein weiterer wichtiger Beitrag wird durch die Wärmestrahlung geliefert. Wie oben erwähnt, erwärmt sich die Pumpe direkt nach dem Einschalten, bis sie einen Gleichgewichtswert erreicht. Dies ergibt sich aus dem Zusammenspiel von Nulllast und Wärmestrahlung, die in der Summe kühlend ist. Aus den Emissionskoeffizienten lässt sich im Falle von zwei planparallelen unendlich ausgedehnten Platten die ausgetauschte Leistung exakt berechnen. Im Falle komplexer Geometrien, wie die bei Turbomolekularpumpen ist dies nur numerisch lösbar. Da das Ziel hier ein einfaches Modell zur Planung und Überwachung der Rotortemperatur ist, genügt es zu wissen, dass die Geometrie und die Emissionskoeffizienten am Ende einen konstanten, in erster Näherung nicht Temperaturabhängigen, Wert ergeben. Die Strahlungsleistung eines thermischen Strahlers ist proportional zur vierten Potenz der Temperatur. Die effektive, im Rotor eingebrachte Leistung durch Strahlung kann damit als Differenz von emittierter und absorbiertes Strahlung dargestellt werden:

$$P_\alpha = -\alpha \cdot (T_{Rotor}^4 - T_{Stator}^4) \quad (7.7)$$

### Beitrag durch Magnetfelder

Nun muss noch der Leistungseintrag durch Magnetfelder berücksichtigt werden. Hier kann das grundlegende Verhalten am Beispiel einer Leiterschleife verdeutlicht werden. Eine Änderung des magnetischen Flusses durch diese Schleife induziert eine Spannung in der Schleife gemäß:

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (7.8)$$

Der Fluss ergibt sich aus dem Skalarprodukt der Querschnittsfläche  $A$  und der magnetischen Feldstärke  $B$  zu:

$$\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B} \quad (7.9)$$

Betrachtet man nun eine rotierende Schleife zeigt sich für eine Rotationsachse parallel zu einem homogenen Magnetfeld, dass der Fluss durch die Schleife konstant ist, unabhängig von der Ausrichtung der Spule. Liegt die Rotationsachse im rechten Winkel zur Magnetfeldrichtung,

ergibt sich eine periodische Änderung des Flusses und damit der Spannung in der Spule in der Form:

$$U(t) = 2\pi A \cdot f \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \cdot B \quad (7.10)$$

Hierbei ist  $A_s$  die Fläche der Spule und der Parameter  $f$  die Rotationsfrequenz der Spule. Mit einer zusätzlichen Sinusfunktion kann eine eventuelle Verkippung der Rotationsachse gegen das Magnetfeld berücksichtigt werden.

Die Wärmeleistung einer Spannung ist in einem elektrischen Leiter gegeben durch:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (7.11)$$

mit  $R$  dem elektrischen Widerstand. Setzt man alle Parameter ein, erhält man eine quadratische Abhängigkeit des Leistungseintrags von der Magnetfeldstärke, und von der Rotationsfrequenz  $f$  der Pumpe. Da die Rotationsfrequenz der Pumpe in den Experimenten zunächst konstant gehalten wird, soll diese hier vernachlässigt werden. Die Frage nach der Querschnittsfläche, die im Falle eines Objekt wie einer TMP zu verwenden ist, ist hierbei nicht trivial zu beantworten. Daher soll an dieser Stelle auch diese Geometrieabhängigkeit in einem konstanten Faktor absorbiert werden. Damit kann der Leistungseintrag durch Magnetfelder geschrieben werden als:

$$P_B = \gamma B^2 \quad (7.12)$$

### Zusammenfassung des physikalischen Modells

Auf der Grundlage der hier kurz beschriebenen Vorgänge kann ein einfaches Modell zur Erwärmung von Turbomolekularpumpen erstellt werden. Die bestimmende Gleichung für den Temperaturverlauf sieht damit folgendermassen aus:

$$\begin{aligned} P &= c \cdot \dot{T}_R \\ &= \sum_i P_i = P_\alpha + P_B + P_Q + P_0 \\ &= -\alpha \cdot (T_{Rotor}^4 - T_{Stator}^4) + \gamma B^2 + (a - b \cdot (T_{Rotor} - T_{Stator})) \cdot Q + p_0 \end{aligned} \quad (7.13)$$

Diese Differentialgleichung erster Ordnung ist analytisch nicht trivial lösbar aufgrund ihrer Nichtlinearität. Eine numerische Lösung stellt aber kein Problem dar.

### Alternatives Modell über Motorstrom

Das Modell 7.13 hat jedoch in der Anwendung zur Temperaturüberwachung ein Problem. Hat man den Koeffizienten  $\gamma$  mit Hilfe von Messungen bestimmt, dann gilt dieser nur für eine bestimmte Feldgeometrie, ändert sich diese muss auch  $\gamma$  neu bestimmt werden.

Daher wird ein alternatives Modell entwickelt. Hierbei ist die Idee, dass sämtliche Prozesse, die Wärme in den Rotor einbringen, dies über eine Form von Reibung tun. Damit wird der Rotor gebremst, was vom Motor ausgeglichen wird. Überwacht man daher die Motorleistung, kann daraus die insgesamt eingebrachte Leistung bestimmt werden (abgesehen von Strahlung und Kühlung und Wärmeübertrag durch Gas). Für einen idealen Elektromotor sieht die Leistungsbilanz folgendermassen aus:

$$P_{Motor} = P_{Verlust} + P_{Mechanisch} \quad (7.14)$$

Die gesamte Leistung entspricht damit der elektrischen Verlustleistung plus die mechanisch vom Motor zu verrichtende Leistung. Die mechanische Leistung ist hierbei linear mit dem Motorstrom  $I$  gekoppelt. Die Leistung, die der Motor aufbringen muss, damit sich der Rotor mit

konstanter Frequenz dreht, kann mittels  $P_{\text{Mechanisch}} = m \cdot I$  beschrieben werden. In Gleichung 7.13 können daher all jene Terme, die eine mechanische Kraft auf den Motor ausüben, wie zum Beispiel das Magnetfeld oder Gasreibung, durch diesen Term ersetzt werden. Der Vorteil dieses Modells wäre, dass nur eine Konstante bestimmt werden muss, und sämtliche mechanischen Effekte in einem Term zusammengefasst werden können. Es wäre damit egal, wenn sich die Geometrie des Magnetfeldes, oder im Falle von mechanisch gelagerten Pumpen die Lagerwiderstände ändern. Dies müsste alles in einer Änderung des Motorstroms sichtbar sein. Dieses Modell funktioniert bisher jedoch nicht hinreichend gut, jedoch ist es auf alle Fälle weitere Untersuchungen wert.

### B.3 Numerische Lösung und Anpassung an Messdaten

Zur Lösung der Differentialgleichung 7.13 wurde ein einfaches numerisches Verfahren, die Euler-Methode, verwendet. Hierbei wird eine Funktion, deren Steigung bekannt ist, dadurch approximiert, dass die Steigung an der aktuellen Stelle berechnet und anschließend mit einer festen Schrittweite multipliziert wird. Dies wird dann zur aktuellen Temperatur addiert. Kennt man die Starttemperatur und macht man die Schrittweite hinreichend klein, kann die tatsächliche Funktion iterativ gut beschrieben werden.

$$T_R(t + \Delta t) = T_R(t) + \Delta t \cdot \frac{dT_R(t)}{dt} \quad (7.15)$$

Im Fall der TMP kann aus der Leistung mittels Division durch die Wärmekapazität direkt die zeitliche Änderung der Rotortemperatur bestimmt werden. Da die Dauer zwischen dem Einschalten des Magnetfelds und dem Erreichen der Gleichgewichtstemperatur mehrere Stunden bis Tage dauert, aber jede Minute ein Messwert für die Temperatur genommen wurde, wird die Bedingung der hinreichend kleinen Schritte erfüllt.

Um nun eine Anpassung der numerischen Funktion an die Messdaten zu erreichen, wurde die Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Es wurde daher der Temperaturverlauf numerisch berechnet und dann mit den Messdaten verglichen. Im Anschluss wurden die Leistungskoeffizienten einzeln variiert und die Kurve und das Fehlerquadrat neu berechnet. War das neue Fehlerquadrat niedriger als das alte, wurde der neue Koeffizient übernommen und der Vorgang mit den anderen Parametern wiederholt. Durch diese numerische Minimierung des Fehlerquadrates konnten die einzelnen Parameter bestimmt werden.

#### Erste Ergebnisse

Erste Messdaten mit variablem Gasfluss und variablem Magnetfeld erlaubten einen Test des Modells. In der Abbildungen B.7 ist der gemessene Temperaturverlauf im Vergleich zum numerisch angepassten zu sehen. Die Kurven sind auf den ersten Blick in guter Übereinstimmung, jedoch ist die maximale Abweichung zwischen Messung und Anpassung 1 bis 2 Kelvin. Dies ist ausreichend genau, um eine Vorhersage über den sicheren Betrieb der Pumpen zu machen. Aufgrund der guten Übereinstimmung ist das Modell auf jeden Fall anwendbar, und beschreibt korrekt die Rotorerwärmung, auch wenn noch Möglichkeit zur Optimierung besteht.

### B.4 Anwendung

Anwendung wird das Modell vor allem in zwei Bereichen finden: zum einen beim Layout von Vakuumanlagen, die in Verbindung mit starken Magnetfeldern stehen, und zum anderen in der Überwachung bei aktiven Anlagen. Wichtig ist hier eine Vorhersage der Gleichgewichtstemperatur in Abhängigkeit von externen Magnetfeldern. Dies ist in Abbildung B.8 gezeigt. Deutlich ist hier auch die Abhängigkeit von der Statortemperatur zu erkennen. Eine Kühlung des Gehäuses senkt deutlich die Temperatur des Rotors. Dies ist aufgrund der Wärmestrahlung zwischen Rotor und Stator zu erwarten.

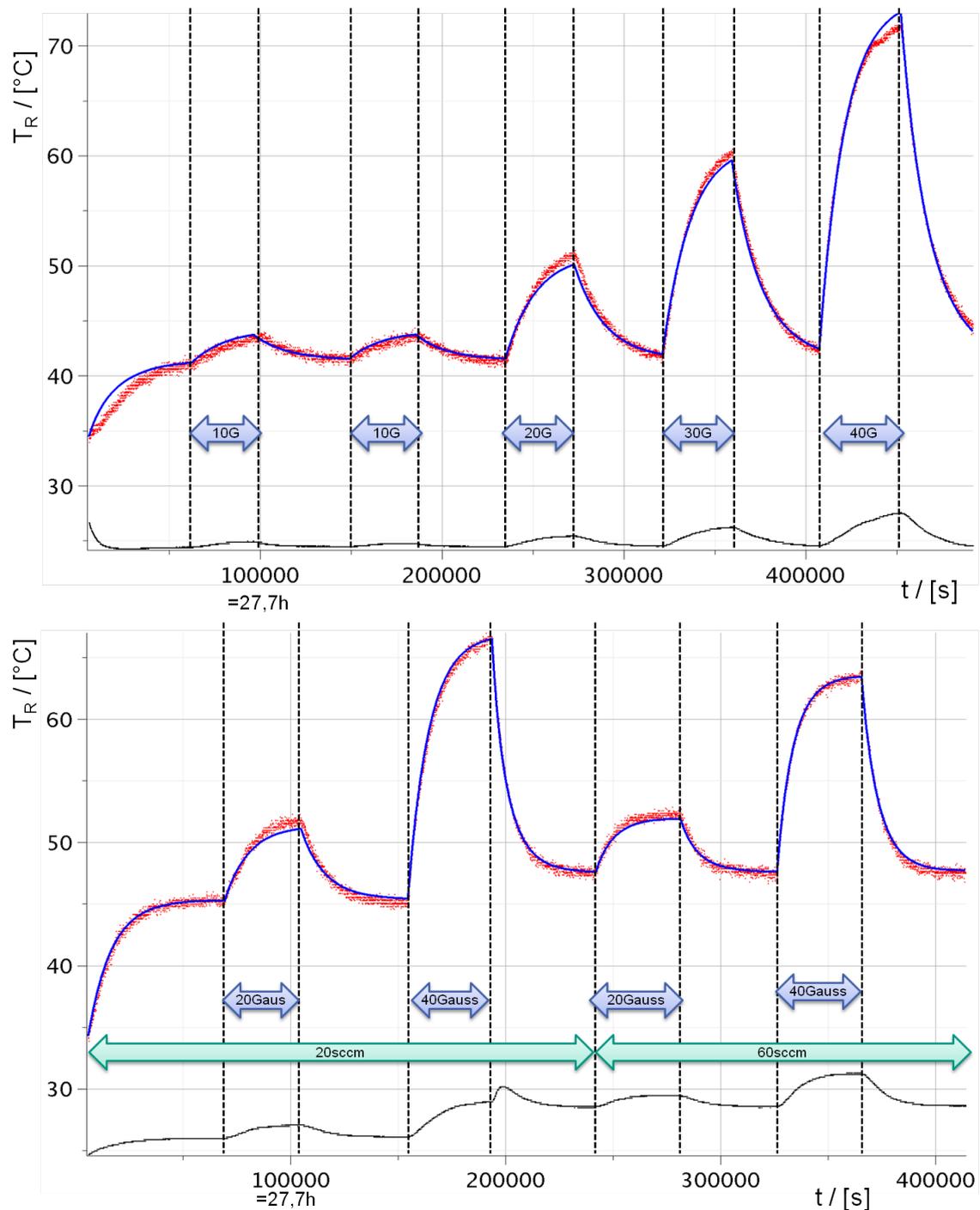


Abbildung B.7: **Verlauf der Rotortemperatur mit Gasfluss und Magnetfeld** In rot eingezeichnet sind die Messwerte der Temperatur und in blau die numerische Funktion. In schwarz ist noch die Gehäusetemperatur eingezeichnet, die als Näherung für die Statortemperatur verwendet wurde. Im oberen Bild ist der Temperaturverlauf mit Magnetfeldern bis zu einer maximalen Feldstärke von 4 mT, im unteren ist die Kombination von Magnetfeldern und verschiedenen Gasflüssen zu sehen.

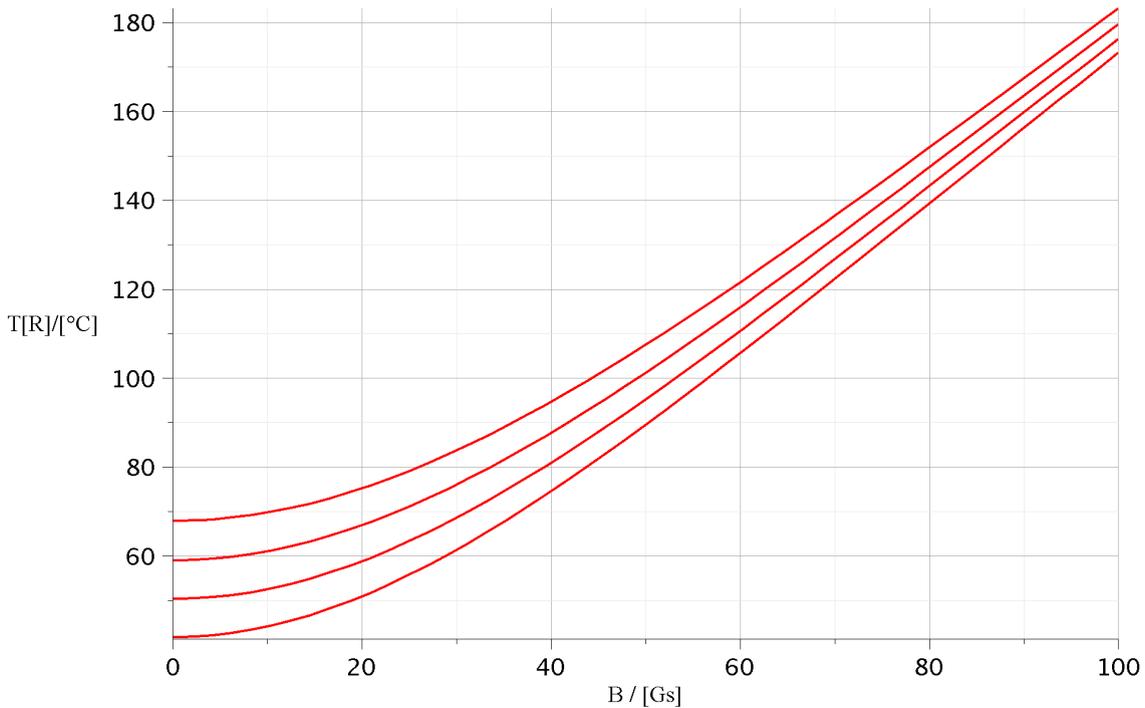


Abbildung B.8: **Gleichgewichtstemperatur** Die Abbildung zeigt die Abhängigkeit der Gleichgewichtstemperatur von der Magnetfeldstärke bei verschiedenen Statortemperaturen. Im Bereich niedriger Felder ist hierbei klar der Unterschied zwischen verschiedenen Statortemperaturen zu erkennen, dieser wird bei höheren Feldstärken immer geringer.

Will man zusätzlich den Gasfluss berücksichtigen, ist dies nicht mehr trivial lösbar. Es kann jedoch eine weitere interessante Aussage getroffen werden. Geht man an dieser Stelle davon aus, dass die Temperatur im Gleichgewicht ist, bedeutet dies, dass die Summe der Leistungseinträge gleich Null ist. Was passiert nun, wenn sich der Gasfluss ändert? Zunächst kann man sagen, dass der Leistungseintrag des Gasflusses (Summe aus Reibung und Wärmeleitung) größer Null ist und sich auch die Temperatur weiter erhöhen wird. Ist er kleiner Null, wird die Temperatur sinken. Um herauszufinden ab wann dies genau geschieht wird die Leistung gleich Null gesetzt.

$$\begin{aligned}
 0 &= (a - b \cdot (T_{Rotor} - T_{Stator})) \cdot Q \\
 \Rightarrow \frac{a}{b} &= T_{Rotor} - T_{Stator}
 \end{aligned}
 \tag{7.16}$$

Entspricht der Quotient aus den Koeffizienten  $a$  und  $b$  dabei gerade der Differenz aus Rotortemperatur und Statortemperatur, hat eine Änderung des Gasflusses keinerlei Einfluss auf die Gleichgewichtstemperatur. Ist die Differenz höher wird ein zusätzlicher Gasfluss den Rotor insgesamt kühlen. Äquivalent ist die Aussage: ist die Temperaturdifferenz groß und nimmt der Gasfluss ab, wird sich die Pumpe weiter erhitzen. Dies ist eine wichtige Erkenntnis, denn sie bedeutet, dass ein Abreißen der Gaslast zu einem Versagen der Pumpe aufgrund von Überhitzung führen kann. Im Falle von KATRIN mit großtechnischem Pumpen von Tritium ist es aus Sicherheitsgründen nicht möglich sich auf die Kühlung durch dieses Gas zu verlassen.

Eine weitere Anwendung ist im Bereich gepulster Magnetfelder zu sehen, wie sie beim Forschungs-Fusionsreaktor JET auftreten [Kee09]. Bei bekannten Pulslängen und Feldstärken kann hier eine Aussage darüber getroffen werden, wo sich die Gleichgewichtstemperatur und die Maximaltemperatur einpendeln wird (siehe Abbildung B.9). Auffällig ist vor allem die Sägezahnstruktur, die durch die kurzzeitige Einschaltung sehr starker Magnetfelder entsteht. Je kürzer diese Pul-

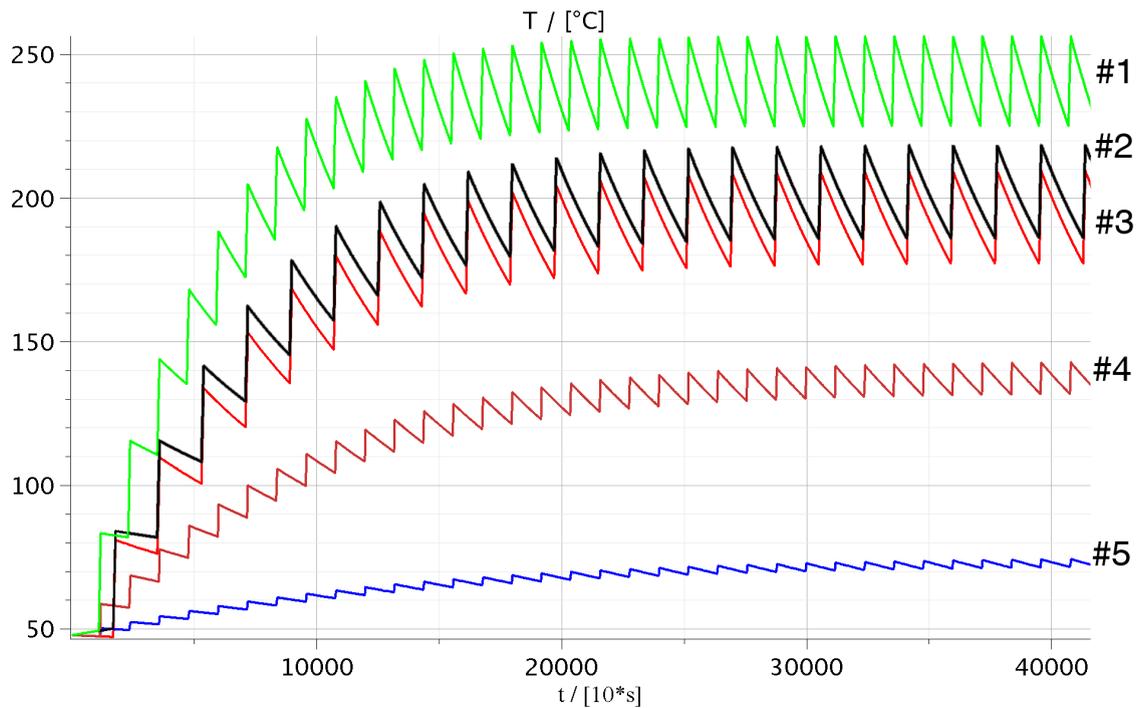


Abbildung B.9: Zu sehen ist die **Temperaturentwicklung bei gepulsten Magnetfeldern**: grün: Feldstärke  $B = 50 \text{ mT}$ , Dauer der Abkühlphase  $t_c = 20 \text{ min}$ , Dauer des Magnetpulses  $t_B = 90 \text{ s}$ , Gehäusetemperatur  $T_h = 55 \text{ °C}$ ; schwarz:  $B = 50 \text{ mT}$ ,  $t_c = 30 \text{ min}$ ,  $t_B = 90 \text{ s}$ ,  $T_h = 55 \text{ °C}$ ; rot:  $B = 50 \text{ mT}$ ,  $t_c = 30 \text{ min}$ ,  $t_B = 90 \text{ s}$ ,  $T_h = 25 \text{ °C}$ ; braun:  $B = 50 \text{ mT}$ ,  $t_c = 20 \text{ min}$ ,  $t_B = 90 \text{ s}$ ,  $T_h = 25 \text{ °C}$ ; blau:  $B = 25 \text{ mT}$ ,  $t_c = 20 \text{ min}$ ,  $t_B = 90 \text{ s}$ ,  $T_h = 25 \text{ °C}$ .

se sind, um so stärkere Felder können auch gefahren werden. Jedoch ist hier mit Vorsicht vorzugehen, da bei starken Magnetfeldern auch die Lagerung der Pumpen versagen kann.

## B.5 Fazit

Das hier vorgestellte Modell hat Raum für weitere Verbesserungen, speziell ist die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands und der Wärmekapazität noch nicht berücksichtigt, ebenso ist die genaue Frequenzabhängigkeit noch ungeklärt. Im Bereich der Magnetfelder wurde zwar angedeutet, dass die Abhängigkeit von der Frequenz quadratisch ist, dies ist jedoch nicht vollkommen korrekt, da für massive Körper wie die Rotoren von TMPs die Abschirmung der Magnetfelder berücksichtigt werden muss [OKIW10]. Hierdurch wird die Magnetfeldabhängigkeit signifikant verändert. Auch ist noch zu klären ob tatsächlich nur Induktion verantwortlich ist für die Erwärmung, oder ob Ummagnetisierungsverluste ebenfalls einen Beitrag leisten, hier kann eine Analyse der verbauten Materialien eventuell Aufschluss geben.

Derzeit wird weiter an diesem Thema geforscht, die diesbezüglich weiterführenden Ergebnisse werden in der Diplomarbeit von Sebastian Riegel Anfang 2011 veröffentlicht werden [Rie11].

Das Modell kann aber bereits jetzt gute Vorhersagen über die Temperaturentwicklung von Turbomolekularpumpen machen. Eine wichtige Erkenntnis ist dabei, dass durch Magnetfelder parallel zur Rotorachse kaum eine Erwärmung auftritt, während Felder senkrecht zur Motorachse zu einer deutlichen Erwärmung führen. Auch die Vorhersage der Gleichgewichtstemperatur oder die SBeschreibung von bestimmten Messabläufen, wie gepulste Magnetfelder, sind als Basis von Simulationen mit dem hier entwickelten Modell möglich.







# Literaturverzeichnis

- [Ang05] J. Angrik et al. (KATRIN Collaboration): *KATRIN Design Report 2004*. FZKA **7090**, 2005.
- [Bau09] Stephan Bauer: *Aufbau und Inbetriebnahme des zweiten Präzisions-Hochspannungsteilers bis 65kV für das KATRIN-Experiment*. Diplomarbeit, 2009.
- [BBC<sup>+</sup>10] M. Babutzka, J. Barrett, T. J. Corona, J. Formaggio, D. Furse, F. Glück, M. Hötzel, W. Käfer, B. Leiber, S. Mertens, N. S. Oblath, P. Renschler, S. Vöcking, N. Wandkowsky und M. Zacher: *The Comprehensive Guide to KASSIOPEIA*. BSCW, 2010. <http://fuzzy.fzk.de/bscw/bscw.cgi/d671456/Kassiopeia%20User%20Guide.pdf>.
- [BPT80] G. Beamsom, H. Q. Porter und D. W. Turner: *The collimating and magnifying properties of a superconducting field photoelectron spectrometer*. Journal of Physics E Scientific Instruments, 13:64–66, Januar 1980.
- [BSMM00] Ilja N. Bronstein, Konstantin A. Semendjajew, Gerhard Musiol und Heiner Mühl-ling: *Taschenbuch der Mathematik. Mit CD-ROM*. Deutsch (Harri), 8 2000, ISBN 9783817120154.
- [Cha14] James Chadwick. Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1914.
- [Fer34] E. Fermi: *Versuch einer Theorie der Betastrahlen*. Zeitschrift für Physik **88**, 1934.
- [Frä06] F. Fränkle: *Erste Messungen der elektromagnetischen Eigenschaften des KATRIN Vorspektrometers*. Diplomarbeit, 2006.
- [Frä10] F. Fränkle: *Background Investigations of the KATRIN Pre-Spectrometer*. Dissertation, 2010.
- [GKRW10] Robin Gröbke, Norbert Kernert, Sebastian Riegel und Joachim Wolf: *Model of the rotor temperature of turbo-molecular pumps in magnetic fields*. submitted to Vacuum, 2010. [www.elsevier.com/locate/vacuum](http://www.elsevier.com/locate/vacuum).
- [GNU10] *GNUPLOT*. Website, 2010. <http://www.gnuplot.info/>.
- [Gör10] Stefan Görhardt: *Reduktion der durch Radon induzierten Untergrundprozesse in den KATRIN Spektrometern*. Diplomarbeit, 2010.
- [Gro10] Stefan Groh: *Untersuchung von UV-Laser induziertem Untergrund am KATRIN Vorspektrometer*. Diplomarbeit, 2010.
- [JET10] *The Joint European Torus (JET)*. Website, 2010. <http://www.jet.efda.org/>.
- [Jou08] Karl Jousten (Herausgeber): *Handbook of Vacuum Technology*. Wiley-VCH, 11 2008, ISBN 9783527407231.
- [KBC10] Andreas Kopmann, Armen Beglarian und Suren A. Chilingaryan: *ZEUS und ADEI*. persönliche Mitteilung, 2010. IPE Prozessdatenverarbeitung (KIT).

- [Kee09] Tom Keenan: *Pulsed magnetic fields at JET*. persönliche Mitteilung, 2009.
- [Kra04] C. Kraus et al.: *Latest results of the Mainz Neutrino Mass Experiment*. Eur. Phys. J. **C33**, 2004.
- [LBN] *Long Baseline News*. <http://www.hep.anl.gov/ndk/longbnews/0007.html>.
- [Lob99] V. M. Lobashev et al.: *Direct search for mass of neutrino and anomaly in the tritium beta-spectrum*. Phys. Lett. **B460**, 1999.
- [Nat10] *National Instruments*. Website, 2010. <http://www.ni.com/>.
- [OKIW10] Norio Ogiwara, Kenichiro Kanazawa, Takashi Inohara und Kaoru Wada: *Influence of Magnetic fields on turbo-molecular pumps*. 88:718–722, 2010. [www.elsevier.com/locate/vacuum](http://www.elsevier.com/locate/vacuum).
- [Ost08] Beatrix Ostrick: *Eine kondensierte  $^{83m}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle für das KATRIN-Experiment*. PHD Thesis, 2008.
- [Pau30] W. Pauli: *Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gauvereins-Tagung zu Tübingen*, 1930.
- [PDG] *Particle Data Group*. <http://pdg.lbl.gov/2006/listings/s066.pdf>.
- [PRSZ09] Bogdan Povh, Klaus Rith, Christoph Scholz und Frank Zetsche: *Teilchen und Kerne: Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*. Springer, Berlin, 8. Auflage. Auflage, 3 2009, ISBN 9783540680758.
- [RC56] F. Reines und C. L. Cowan and others: *Detection of the Free Neutrino: a Confirmation*. Science **124**, 1956.
- [Rie11] Sebastian Riegel: *Erwärmung von Turbomolekularpumpen in homogenen Magnetfeldern*. Diplomarbeit, 2011.
- [ROO10] *ROOT*. Website, 2010. <http://root.cern.ch/>.
- [Ros10] Stephan Rosendahl: *Präzisionshochspannung für das KATRIN-Experiment*. Diplomarbeit, 2010.
- [Sch08] Udo Schmitt: *Entwicklung eines Monitordetektors für das KATRIN-Experiment*. Dissertation, 2008.
- [Thü07] Thomas Thümmler: *Präzisionsüberwachung und Kalibration der Hochspannung für das KATRIN-Experiment*. PHD Thesis, 2007.
- [VAC02] LEYBOLD VACUUM (Herausgeber): *MAG2800 digital Series Operating Instructions*. 2002.
- [WBD<sup>+</sup>10] Joachim Wolf, Beate Bornschein, Guido Drexlin, Rainer Gehring, Robin Gröble, Sigfried Horn, Norbert Kernert, Sebastian Riegel, Roland Neeb und Aleksandra Wagner: *Investigation of turbo-molecular pumps in strong magnetic fields*. submitted to Vacuum, 2010. [www.elsevier.com/locate/vacuum](http://www.elsevier.com/locate/vacuum).
- [Wüs10] Sascha Wüstling: *Persönliche Mitteilung*, 2010.
- [Zbo10a] Miroslav Zbořil: *Measurements with solid  $^{83}\text{Rb}/^{83m}\text{Kr}$  sources at Mainz*. Vortrag, 2010. Available online at [http://qgp.uni-muenster.de/~weinheim/workshop/energy\\_calibration/energy\\_calibration\\_session-2/Zboril\\_MS\\_v3.pdf](http://qgp.uni-muenster.de/~weinheim/workshop/energy_calibration/energy_calibration_session-2/Zboril_MS_v3.pdf); visited on November 23 2010.
- [Zbo10b] Miroslav Zbořil: *Feste Elektronenquellen für die Energieskalaüberwachung im KATRIN Experiment*. PHD Thesis, vorraussichtlich 2010.

# Abkürzungen

**KATRIN** KArlsruher TRItium Neutrino Experiment

**WGTS** Fensterlose gasförmige Tritiumquelle, von **W**indowless **G**aseous **T**ritium **S**ource

**DPS** Differentielle Pumpstrecke, von **D**iffertial **P**umping **S**ection

**CPS** Kryogene Pumpstrecke, von **C**ryogenic **P**umping **S**ection

**TMP** Turbomolekularpumpe

**PTB** Physikalisch-Technische-Bundesanstalt

**JRL** Julie Research Teiler

**SCS** **S**low **C**ontrol **S**ystem

**CMB** Cosmic **M**icrowave **B**ackground

**MAC-E-Filter** **M**agnetic **A**diabatic **C**ollimation with an **E**lectrostatic Filter

**FP HV Main Control** Fieldpoint for High Voltage Main Control

**cFP** compact **F**ield **P**oint



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Neutrinooszillation . . . . .	6
1.2	Der Beta-Minus-Zerfall . . . . .	9
2.1	Fermifunktion . . . . .	15
2.2	Beta-Spektrum des Tritium-Zerfalls . . . . .	16
2.3	Beta-Spektrum des Tritium-Zerfalls (Endpunkt) . . . . .	16
2.4	Prinzip Skizze des MAC-E-Filter . . . . .	18
2.5	Gesamtaufbau von KATRIN . . . . .	19
3.1	Vergleich verschiedener Spektraler Formen . . . . .	25
3.2	Vergleich verschiedener Spektraler Formen (am Endpunkt) . . . . .	25
3.3	Vergleich verschiedener Transmissionsfunktionen . . . . .	29
3.4	Monte-Carlo-Simulation der Transmissionsfunktion . . . . .	32
3.5	Vergleich von Eingabeparameter und Wert aus Fit (Masse) . . . . .	34
3.6	Einfluss statistischer Hochspannungsschwankungen auf die Neutrinomasse . . . . .	35
3.7	Vergleich von $g_t$ und $g_s$ . . . . .	36
3.8	Fit der Neutrinomasse über dem Eingangsparameter Neutrinomasse . . . . .	37
3.9	Fit der Neutrinomasse über der Amplitude der HV-Fluktuation . . . . .	37
4.1	Grundlegendes Layout der Hochspannungsversorgung . . . . .	42
4.2	Hochspannungslayout . . . . .	43
4.3	Testaufbau der Nachregulierung . . . . .	48
4.4	Übersicht der DC-Kalibrationskette . . . . .	49
5.1	Schematische Darstellung des Vorspektrometers . . . . .	57
5.2	Hochspannungsplan des Vorspektrometers . . . . .	58
5.3	Magnetfeldkarte Vorspektrometer . . . . .	59
5.4	Standardabweichung der Spannungsmessung . . . . .	60
5.5	Mittelwerte der Spannungsmessung mit Fehlerauftragung . . . . .	60
5.6	Schaltskizze Kalibration des JRL . . . . .	62
5.7	Kalibrationskurve des JRL Spannungsteiler . . . . .	63
5.8	Spannungsstabilisierung am Vorspektrometer . . . . .	65
5.9	Vergleich der gemessenen Spannung mit dem DAC Wert . . . . .	67
5.10	Vergleich der gemessenen Spannung mit dem DAC-Wert im Bereich von 15kV . . . . .	67
5.11	Stromfluss in Abhängigkeit des DAC-Wertes . . . . .	69
5.12	Vergleich der Standardabweichung . . . . .	69
5.13	Einschwingverhalten der Hochspannung am Vorspektrometer . . . . .	70
6.1	Diskretes Spektrum mit Spannungsschwankung . . . . .	77
A.1	Hochspannungsstabilität ohne Nachregelung . . . . .	84
A.2	Frequenzspektrum der Hochspannung . . . . .	85
A.3	Hochspannungsstabilität mit Nachregelung . . . . .	85

---

A.4	Hochspannungsstabilität und Untergrund . . . . .	86
A.5	Hochspannungsstabilität und Untergrund . . . . .	86
B.6	Funktionsweise von Turbomolekularpumpen . . . . .	88
B.7	Verlauf der Rotortemperatur mit Gasfluss und Magnetfeld . . . . .	93
B.8	Gleichgewichtstemperatur . . . . .	94
B.9	Temperaturentwicklung bei gepulsten Magnetfeldern . . . . .	95

# Tabellenverzeichnis

1.1	Leptonen und Quarks im Standardmodell der Teilchenphysik . . . . .	4
5.1	Parameter der JRL Teiler Kalibration . . . . .	64
5.2	Parameter des Einschwingverhaltens der Vospektrometerstabilisierung . . . . .	66



# Danksagung

Zum guten Schluss ein paar Worte des Dankes, an alle jene, die einen wichtigen Teil zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein Dank gilt Prof. Dr. Guido Drexlin, der sich bei Fragen immer Zeit genommen hat diese zu beantworten und der diese Diplomarbeit erst ermöglicht hat.

Ebenso möchte ich Prof. Dr. Michael Feindt danken, dass Er sich als Korreferent für diese Arbeit zur Verfügung gestellt hat.

Meinen besonderen Dank möchte ich Dr. Thomas Thümmler aussprechen, der mich während der täglichen Arbeit unterstützt und angeleitet hat. Zahlreiche Fragen und Diskussionen mit Ihm und auch mit Dr. Joachim Wolf, daher auch Ihm meinen besonderen Dank, haben geholfen viele Probleme zu lösen, aber auch neue aufzudecken.

Weiterhin möchte ich Dr. Sascha Wüstling (ITP) danken. Aus seiner Feder stammt die Nachregulierung der Hochspannung, die in dieser Arbeit ausführlich untersucht wurde. Danken möchte ich Ihm auch für das geduldige Beantworten vieler Fragen.

Auch möchte ich Prof. Dr. Christian Wenheimer danken, für die Möglichkeit an der Uni Münster gemeinsam mit Stephan Bauer, die Kalibration des JRL Spannungsteilers durchzuführen. Mein besonderer Dank gilt hier Stephan Bauer der mich für eine Woche mit in sein Labor genommen hat und von dem ich in dieser Zeit viel lernen konnte.

Und nun noch ein Dank an alle anderen Diplomanden und Doktoranden. Es fand sich jederzeit schnell Hilfe unter ihnen für all die kleineren und größeren täglichen Probleme. Auch der Kaffeerunde möchte ich hier noch meinen Dank abstrakt für viele heitere aber auch ernsthafte und vor allem meist erhellende Diskussionen, aussprechen.

Und zum Schluss möchte ich meiner Familie für viel Unterstützung und Geduld während des gesamten Studiums danken. Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Frau Nicola, die mir noch wenige Wochen vor Abgabe dieser Arbeit das Jawort gegeben hat, und mir ganz besonders in den letzten Wochen, aber auch während der gesamten Zeit, den Rücken frei gehalten hat.